arXiv:2602.02804v1 [hep-ph] 2 Feb 2026

磁场中马约拉纳中微子振荡的波包描述

Artem Popov* 和 Alexander Tcvirov*Department of Theoretical Physics, Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

Alexander Studenikin*Department of Particle Physics and Extreme States of Matter, Department of Theoretical Physics, Moscow State University, 119991 Moscow, Russia*

利用波包形式研究了磁场中的马约拉纳中微子振荡。在双味情形下，对具有非零跃迁磁矩并在磁场中传播的马约拉纳中微子的修正狄拉克方程进行了解析求解。考虑到在超过相干长度的距离上出现的退相干效应，推导出了振荡概率的表达式。结果表明，对于在磁场中传播的马约拉纳中微子，当真空频率远大于磁频率（$\omega_{vac} \gg \omega_B$）时，其相干长度与真空中的中微子振荡相干长度一致；而当（$\omega_{vac} \ll \omega_B$）时，相干长度与中微子平均动量的三次方成正比。我们表明，在超新星磁场中的中微子传播过程中可能会出现退相干效应。

I. 引言

众所周知，有质量中微子具有非零的电磁形状因子 [1, 2], ，尤其是反常磁矩 [3, 4]。目前，最严格的地面中微子有效磁矩上限由 GEMMA [5] 实验给出，其数值约为 $2.9 \times 10^{-11}\mu_B$。XENONnT 根据太阳中微子数据 $6.4 \times 10^{-12}\mu_B$ 给出的上限约为 [6]。此外，还有各种天体物理学限制，量级约为 $10^{-12}\mu_B$ [7]。尽管中微子磁矩极其微小，但在磁场极强的天体物理环境中，它们对于描述中微子传播可能很重要。

费米子的马约拉纳理论为描述中性自旋1/2粒子（尤其是中微子）提供了一种有趣的可能性。马约拉纳中微子自然存在于一些超越标准模型的物理模型中。作为真正的中性粒子，马约拉纳中微子只能具有非对角磁矩，即跃迁磁矩 [1, 2]。

当中微子传播足够远的距离时，由于有质量中微子态的波包以不同的群速度传播，可能会出现退相干。这一效应是在中微子振荡的波包方法框架内描述的。此前，波包形式已应用于真空中微子振荡 [8–13], 物质中的中微子振荡 [14, 15] 以及超新星爆发期间的中微子集体振荡 [16]。文献 [17] 使用波包形式研究了狄拉克中微子在磁场中的振荡。本文将波包方法扩展到描述马约拉纳中微子在强磁场中的传播。

II. 马约拉纳中微子与磁场的相互作用

马约拉纳中微子的磁　　矩与磁场的相互作用由有效拉格朗日量描述

$$\mathcal{L}_B = -\sum_{ik} \mu_{ik} \overline{(\hat{\nu}_i^L)^c} \mathbf{\Sigma} \boldsymbol{B} \hat{\nu}_k^L + \text{h.c.} = -\sum_{\alpha\beta} \mu_{\alpha\beta}^{(f)} \overline{(\nu_\alpha^L)^c} \mathbf{\Sigma} \boldsymbol{B} \hat{\nu}_\beta^L + \text{h.c.}, \tag{1}$$

其中，μ 是有质量中微子基中跃迁磁矩的厄米反对称矩阵。这里，i，$j = 1$，2，3；α，$\beta = e$，μ，τ和 $\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}$，其中 $\boldsymbol{\sigma}$ 是泡利矩阵向量。味中微子场算符定义为

$$\hat{\nu}_\alpha = \hat{\nu}_\alpha^L + (\hat{\nu}_\alpha^L)^c = \sum_i U_{\alpha i} \hat{\nu}_i^L + \sum_i U_{\alpha i}^* (\hat{\nu}_i^L)^c, \tag{2}$$

* ar.popov@physics.msu.ru

其中，$\alpha = e,\ \mu,\ \tau$；$i = 1,\ 2,\ 3$和$\hat{\nu}_i^L$是有质量中微子的手征场，而 U 是中微子混合矩阵。味基中的马约拉纳中微子磁矩 $\mu^{(f)}$ 与 μ 的关系如下

$$\mu^{(f)} = U\mu U^T. \tag{3}$$

我们假设有质量中微子由波包描述

$$|i, p_0, h, \sigma_p\rangle = \int \frac{dk}{2\pi} f(k, p_0, \sigma_p)\, |i, k, h\rangle\,, \tag{4}$$

其中 $|i,\ k,\ h\rangle = a_h^\dagger(k)\ |0\rangle\otimes|i\rangle$ 是平面波态，而 $a_h^\dagger(k)$ 是具有螺旋度 h 和动量 k的有质量马约拉纳中微子的产生算符。这里，态的归一化由 $\langle j,\ q,\ h'|i,\ p,\ h\rangle = 2\pi\delta_{ij}\delta_{hh'}\delta(p-q)$ 和 $\langle i|j\rangle = \delta_{ij}$给出。函数 $f(k,\ p_0,\ \sigma_p)$ 对应于平均动量为 p_0、动量展宽为 σ_p的波包，并满足归一化条件

$$\int \frac{dk}{2\pi} |f(k, p_0, \sigma_p)|^2 = 1. \tag{5}$$

为简单起见，本文考虑一维波包。

螺旋度为 h 的有质量中微子态的单粒子波函数构造如下

$$\nu_i^h(x) = \langle i| \otimes \langle 0|\hat{\nu}_i(x)|i, p_0, h, \sigma_p\rangle = \int \frac{dk}{2\pi} f(k, p_0, \sigma_p)\, \langle 0|\hat{\nu}_i(x)|k, h\rangle\,, \tag{6}$$

它们只是平面波单粒子波函数 $\langle 0|\hat{\nu}_i(x)|k,\ h\rangle$ 与波包形状函数 $f(k,\ p_0,\ \sigma_p)$ 的卷积。

请注意，只有中微子场算符$\hat{\nu}_i$ 满足马约拉纳条件$\hat{\nu}_i^c = \hat{\nu}_i$，而单粒子波函数 $\nu_i^h(x)$并不满足。在马约拉纳理论中，左手态 ν_i^- 通常与中微子相关联，而右手态 ν_i^+ 则与反中微子相关联。这是因为，右手马约拉纳中微子在涉及中微子产生和湮灭的过程中，以及在中微子振荡中，其行为与狄拉克反中微子相似。

利用（1）和（6），可以推导出描述马约拉纳中微子在磁场中传播的修正狄拉克方程组

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_i)\nu_i^h(x) + \sum_j \mu_{ij}\boldsymbol{\Sigma B}\nu_j^h(x) = 0. \tag{7}$$

在下一节中，我们将解析求解方程（7），针对双味情形计算马约拉纳中微子振荡概率，并计入因中微子波包分离而导致的退相干。

III. 磁场中的马约拉纳中微子振荡

我们求解狄拉克方程组（7），假设中微子沿 z轴传播，且初始处于具有确定螺旋度的状态 h。在这种情况下，有质量中微子态的初始波函数为

$$\nu_i^h(z, 0) = \int \frac{dk}{2\pi} f(k, p_0, \sigma_p) e^{ikz} u_i^h(k), \tag{8}$$

其中，$u_i^h(k)$ 是质量为 m_i、螺旋度为 $h = \pm 1$ 且具有正能量的自由狄拉克粒子的定态解。由于与磁场相互作用，波函数 $\nu_i^h(z,\ t)$ 对于 $t > 0$ 而言并非具有确定螺旋度的状态，而是螺旋度态的叠加。

我们假设　有质量中微子态的波包由高斯函数描述

$$f(k, p_0, \sigma_p) = \frac{(2\pi)^{1/4}}{\sqrt{\sigma_p}} \exp\left(-\frac{(k-p_0)^2}{4\sigma_p^2}\right), \tag{9}$$

其中，p_0 是中微子平均动量，σ_p 是动量展宽。

式（7）可改写为如下哈密顿形式

$$i\frac{\partial}{\partial t}\nu^h(z, t) = H\nu^h(z, t), \tag{10}$$

其中， $\nu^h = (\nu_1^h, \nu_2^h)^T$ 是中微子态的列向量，哈密顿量定义为分块矩阵 H_{ik}

$$H_{ij} = \delta_{ij}\gamma_0\gamma_3 k + m_{ij}\delta_{ij}\gamma_0 - \mu_{ij}\gamma_0 \boldsymbol{\Sigma B}. \tag{11}$$

对于马约拉纳中微子，跃迁磁矩由 $\mu_{12} = i\mu$ 和 $\mu_{21} = -i\mu$给出，其中 μ 是实数。

哈密顿量的正特征值（11）具有以下形式

$$E_s(k) = \sqrt{p^2 + \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + 2sp\sqrt{\omega_B^2 + \omega_{vac}^2 + \frac{\omega_B^2(m_1+m_2)^2}{2k^2}}}, \tag{12}$$

wher其中 $s = \pm 1$、 ω_B 和 ω_{vac} 分别是真空振荡频率和磁振荡频率，定义为

$$\omega_{vac}(k) = \frac{\Delta m^2}{4k}, \quad \omega_B = \mu B_\perp. \tag{13}$$

在磁场 $B \to 0$ 消失的极限下，特征值（12还原为真空中超相对论中微子色散关系的通常表达式

$$E_+ \approx k + \frac{m_2^2}{2k}, \quad E_- \approx k + \frac{m_1^2}{2k}. \tag{14}$$

为简化后续计算，我们作如下假设。首先，只考虑超相对论中微子，即 $p_0 \gg m_i$。其次，假设 $m_i \gg \mu B_\perp$；鉴于目前对中微子质量和磁矩的限制，即使在极强的天体物理磁场中，这一假设也是合理的。在这些假设下，色散关系（12）可分解如下

$$\begin{aligned} E_s(k) \approx k\Bigg[1 + \frac{m_1^2+m_2^2}{4k^2} + \frac{s}{k}\sqrt{\omega_{vac}^2 + \omega_B^2 + \frac{\omega_B^2(m_1^2+m_2^2)}{2k^2}} - \frac{1}{8}\Big(\frac{m_1^2+m_2^2}{2k^2}\Big)^2 \\ - \frac{1}{2k^2}\Big(\omega_{vac}^2 + \omega_B^2 + \frac{\omega_B^2(m_1^2+m_2^2)}{2k^2}\Big) + \frac{s}{4k^3}(m_1^2+m_2^2)\sqrt{\omega_{vac}^2 + \omega_B^2 + \frac{\omega_B^2(m_1^2+m_2^2)}{2k^2}}\Bigg]. \end{aligned} \tag{15}$$

利用（15），我们计算磁场中马约拉纳中微子定态 $v_+ = \dfrac{\partial E_+}{\partial k}$ 和 $v_- = \dfrac{\partial E_-}{\partial k}$ 的群速度之差

$$\Delta v = v_+ - v_- \approx \frac{1}{k^3\sqrt{\omega_{vac}^2 + \omega_B^2}}\left(\frac{(\Delta m^2)^2}{8} + \omega_B^2(m_1+m_2)^2\right) + \frac{(m_1+m_2)^2}{4p^3}\sqrt{\omega_{vac}^2 + \omega_B^2}. \tag{16}$$

群速度差 Δv 表征波包分离速率以及由此产生的中微子退相干。

在两个渐近区间中，群速度差的表达式（16）显著简化，分别为 $\omega_B \ll \omega_{vac}$和 $\omega_B \gg \omega_{vac}$

$$\begin{aligned} \Delta v &\approx \frac{\Delta m^2}{2k^2} \quad \text{if } \omega_{vac} \gg \omega_B, \\ \Delta v &\approx \frac{(\Delta m^2)^2/\omega_B + 2\omega_B(m_1+m_2)^2}{k^3} \quad \text{if } \omega_{vac} \ll \omega_B. \end{aligned} \tag{17}$$

在 $\omega_B \ll \omega_{vac}$ 的情况下，它与真空中传播的中微子的群速度差相同。

利用在 [18], 中所发展的方法，我们计算中微子之间的跃迁概率 $\nu_\alpha \to \nu_\beta$（即马约拉纳情形下的左手中微子ν_α^- 与 ν_β^- ）以及中微子与反中微子之间的 $\nu_\alpha \to \bar{\nu}_\beta$（左手中微子态与右手中微子态之间的跃迁 ν_α^-，以及 ν_β^+ 在马约拉纳情形下）不同味的跃迁概率：

$$P(\nu_e \to \nu_\mu; L) = \frac{\omega_{vac}^2}{2(\omega_{vac}^2+\omega_B^2)} \sin^2 2\theta \left[1+\cos\left(\frac{2\pi L}{L_{osc}}\right)\exp\left(-\frac{L^2}{L_{coh}^2}\right)\right], \tag{18}$$

$$P(\nu_e \to \bar{\nu}_\mu; L) = \frac{\omega_B^2}{2(\omega_{vac}^2+\omega_B^2)} \left[1+\cos\left(\frac{2\pi L}{L_{osc}}\right)\exp\left(-\frac{L^2}{L_{coh}^2}\right)\right], \tag{19}$$

$$P(\nu_e \to \bar{\nu}_e; L) = 0, \tag{20}$$

其中

$$L_{osc} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_B^2+\omega_{vac}^2}} \tag{21}$$

是振荡长度，并且

$$L_{coh} = \frac{2\sqrt{2}\sigma_x}{\Delta v(p_0)}, \tag{22}$$

是相干长度，用来表征中微子跃迁发生阻尼的空间尺度。这里 $\sigma_x = 1/2\sigma_p$ 是坐标空间中的波包宽度。方程（18）推广了[19] 在平面波情形下得到的表达式，并考虑了中微子振荡的阻尼。在我们的计算中，假设不存在马约拉纳CP破坏相位。文献 [18, 20]研究了磁场中中微子振荡时非零马约拉纳CP破坏相位可能产生的影响。

利用（17），可以得到相干长度的渐近表达式

$$L_{coh} \approx \frac{4\sqrt{2}\sigma_x p_0^2}{\Delta m^2} \quad \text{if } \omega_{vac} \gg \omega_B, \tag{23}$$

$$L_{coh} \approx \frac{2\sqrt{2}\sigma_x p_0^3}{(\Delta m^2)^2/\omega_B + 2\omega_B(m_1+m_2)^2} \quad \text{if } \omega_{vac} \ll \omega_B.$$

若真空频率 $\omega_{vac} = \Delta m^2/4p_0$ 远大于磁频率 $\omega_B = \mu B_\perp$，则振荡概率（18）和相干长度（22）与真空中的中微子振荡相同。此时，磁场诱导的中微子-反中微子跃迁受到强烈抑制。相反，若 $\omega_B \gg \omega_{vac}$，相干长度与中微子平均动量的三次方成正比（$L_{coh} \sim p_0^3$）。磁场中的狄拉克中微子振荡也具有相同的依赖关系 [17], ，尽管具体表达式有所不同。若 $\omega_B \gg \omega_{vac}$，中微子-中微子跃迁会受到抑制。对于中间情形 $\omega_B \sim \omega_{vac}$，相干长度对中微子平均动量呈现更复杂的非幂律依赖关系。

未来的中微子实验 JUNO、超神冈、DUNE 等将能够探测到在我们所在星系或邻近星系的超新星爆发期间产生的中微子。超新星爆发期间出现的强磁场 10^{12} 高斯，甚至更强的磁场，可能会影响中微子振荡。下面我们将探讨中微子在超新星磁场中振荡时可能产生的退相干效应。

图 1 展示了超新星爆发磁场中马约拉纳中微子振荡的相干长度和振荡长度随中微子能量的变化。由于我们考虑的是超相对论中微子，平均动量 p_0 近似等于中微子能量。我们假设马约拉纳中微子的跃迁磁矩大小为 $\mu = 10^{-12}\mu_B$，该值低于当前实验上限，并且例如可以在超对称模型中实现 [21]。我们比较了 $B = 10^{12}$ 高斯（左图）和$B = 10^{11}$ 高斯（右图）的情况。我们还根据 [16]假设 $\sigma_x = 10^{-12}$ 厘米。对于能量为 ~ 10 兆电子伏的实际超新星中微子，大气中微子质量平方差对应的相干长度为 $\sim 10 - 100$ 公里，这与观测到强磁场的超新星区域的大小相当。因此，我们可以预期，退相干效应对于描述超新星中微子的味演化确实可能十分重要，并会导致味跃迁和中微子-反中微子跃迁均受到阻尼。对于所考虑的超新星磁场和中微子磁矩， $\omega_B \gg \omega_{vac}$ 这一条件成立；随着中微子能量增加，相干长度按 E^3 增长。这是马约拉纳中微子在磁场中传播时的一个独特特征。

对超新星磁场中中微子振荡退相干效应的更详细分析，需要考虑中微子与物质的相互作用，并采用现实的磁场模型。这是我们未来研究的课题。

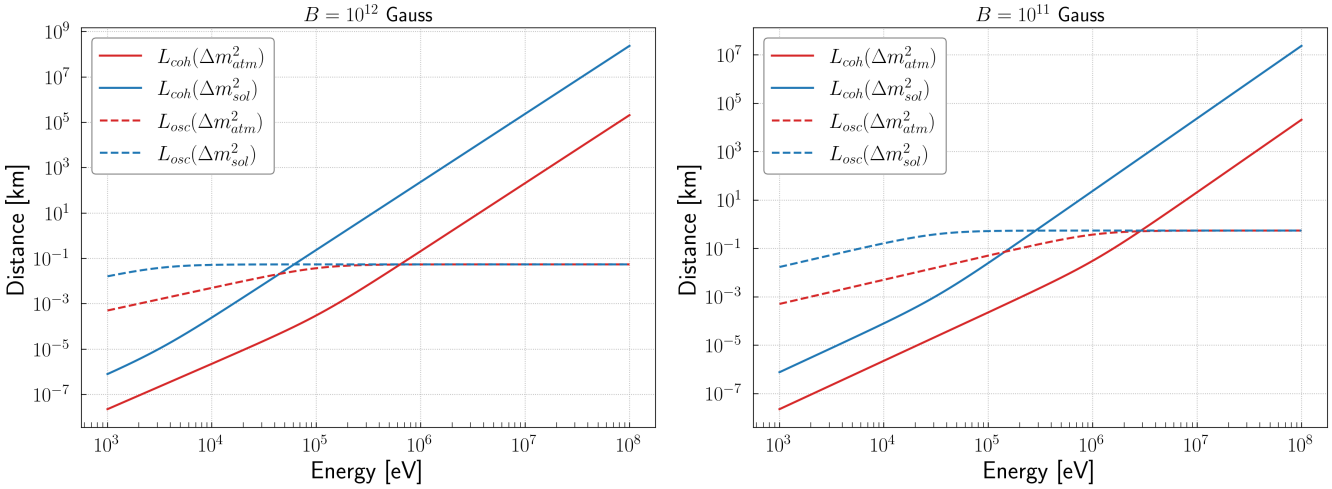

图1. 假设 $\sigma_x = 10^{-12}$ cm，马约拉纳中微子在磁场中的振荡相干长度和振荡长度随中微子能量的变化。左： $B = 10^{12}$ 高斯。右： $B = 10^{11}$ 高斯。

IV. 结论

我们研究了出现在天体物理天体中的强磁场（例如超新星爆发期间）内的马约拉纳中微子振荡。我们首次考虑了由中微子波包分离引起的退相干效应。针对两种中微子味的情形，得到了振荡概率和相干长度的解析表达式。结果表明，当 $\omega_B \gg \omega_{vac}$时，相干长度正比于中微子能量的三次方 E^3，并依赖于磁场的大小；而在极限 $\omega_B \ll \omega_{vac}$下，相干长度的表达式与真空中中微子振荡情形所得结果一致。由我们的数值估算可知，由波包分离引起的马约拉纳中微子振荡退相干可能发生在超新星等天体物理天体的强磁场中。

致谢

本研究得到俄罗斯科学基金会项目（编号：24-12-00084）的资助。A.P. 的研究得到国家物理与数学中心的资助（项目：“利用高强度氚中微子源研究相干弹性中微子-原子及中微子-原子核散射和中微子电磁性质”）。

利益冲突

作者声明，他们不存在利益冲突。

[1] C. Giunti 和 A. Studenikin, *Neutrino electromagnetic interactions: a window to new physics*, 《现代物理评论》**87** (2015), 531. doi:10.1103/RevModPhys.87.531, [arXiv:1403.6344 [hep-ph]]. [2] C. Giunti、K. Kouzakov、Y. F. Li 和 A. Studenikin, *Neutrino Electromagnetic Properties*, 《核与粒子科学年度评论》**75** (2025) no.1, 1-33. doi:10.1146/annurev-nucl-102122-023242, [arXiv:2411.03122 [hep-ph]]. [3] K. Fujikawa 和 R. Shrock, *The Magnetic Moment of a Massive Neutrino and Neutrino Spin Rotation*, 《物理评论快报》**45** (1980), 963. doi:10.1103/PhysRevLett.45.963. [4] R. E. Shrock, *Electromagnetic Properties and Decays of Dirac and Majorana Neutrinos in a General Class of Gauge Theories* **206** 1982 359 379 10 1016 0550 3213 82 90273 5 , 《核物理B辑》( ), - . doi: . / - ( ) - . [5] A. G. Beda、V. B. Brudanin、V. G. Egorov、D. V. Medvedev、V. S. Pogosov、M. V. Shirchenko 和 A. S. Starostin, *The results of search for the neutrino magnetic moment in GEMMA experiment* **2012** 2012 350150 , 《高能物理进展》( ), . doi:10.1155/2012/350150。

[6] E. Aprile *et al.* [XENON], *Search for New Physics in Electronic Recoil Data from XENONnT*, 《物理评论快报》129 (2022) 第16期, 161805。doi:10.1103/PhysRevLett.129.161805, [arXiv:2207.11330 [hep-ex]]. [7] R. L. Workman *et al.* [粒子数据组], *Review of Particle Physics*, 《理论物理进展》2022 (2022), 083C01。doi: 10.1093/ptep/ptac097。[8] S. Nussinov, *Solar Neutrinos and Neutrino Mixing*, 《物理快报B》63 (1976), 201-203。doi:10.1016/0370-2693(76)90648-1。[9] K. Kiers, S. Nussinov and N. Weiss, *Coherence effects in neutrino oscillations*, 《物理评论D》53 (1996), 537-547 doi: 10.1103/PhysRevD.53.537, [arXiv:hep-ph/9506271 [hep-ph]]。[10] B. Kayser, *On the Quantum Mechanics of Neutrino Oscillation*, 《物理评论D》24 (1981), 110。doi: 10.1103/PhysRevD.24.110。[11] D. V. Naumov and V. A. Naumov, *Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations* **51** 2020 1, , 《粒子与原子核物理》 ( ) 第 - 期。doi: . /S 。[12] D. V. Naumov, *On the Theory of Wave Packets*, 《粒子与原子核物理》快报10 (2013), 642-650。doi: 10.1134/S1547477113070145, [arXiv:1309.1717 [quant-ph]]。[13] V. O. Egorov and I. P. Volobuev, *Coherence length of neutrino oscillations in a quantum field-theoretical approach*, 《物理评论D》100 (2019) 第3期, 033004。doi:10.1103/PhysRevD.100.033004, [arXiv:1902.03602 [hep-ph]]。[14] J. T. Peltoniemi and V. Sipilainen, *Neutrino propagation in matter using the wave packet approach*, 《高能物理学报》06 (2000), 011。doi:10.1088/1126-6708/2000/06/011, [arXiv:hep-ph/0004162 [hep-ph]]。[15] J. Kersten and A. Y. Smirnov, *Decoherence and oscillations of supernova neutrinos*, Eur. Phys. J. C 76 (2016) 第6期, 339。doi:10.1140/epjc/s10052-016-4187-5, [arXiv:1512.09068 [hep-ph]]。[16] E. Akhmedov, J. Kopp and M. Lindner, *Collective neutrino oscillations and neutrino wave packets*, JCAP 09 (2017), 017。doi:10.1088/1475-7516/2017/09/017, [arXiv:1702.08338 [hep-ph]]。[17] A. Popov and A. Studenikin, *High-energy neutrinos flavor composition as a probe of neutrino magnetic moments*, 《物理评论D》111 (2025) 第12期, 123001。doi:10.1103/PhysRevD.111.123001, [arXiv:2404.02027 [hep-ph]]. [18] A. Popov and A. Studenikin, *Manifestations of nonzero Majorana CP-violating phases in oscillations of supernova neutrinos* **103** 2021 11, 115027 10 1103 103 115027, [2102 07991 [ ]] , 《物理评论D》 ( ) 第 期。doi: . /PhysRevD. 。arXiv: . hep-ph 。[19] P. Kurashvili, K. A. Kouzakov, L. Chotorlishvili and A. I. Studenikin, *Spin-flavor oscillations of ultrahigh-energy cosmic neutrinos in interstellar space: The role of neutrino magnetic moments* **96** 2017 10, 103017 , 《物理评论D》 ( ) 第 期。doi: 10.1103/PhysRevD.96.103017, [arXiv:1711.04303 [hep-ph]]. [20] A. Lichkunov, A. Popov and A. Studenikin, *The influence of majorons on neutrino oscillations in the presence of a magnetic field and matter* [2504 19296 [ ]] , arXiv: . hep-ph 。[21] Z. Y. Zhang, J. L. Yang, H. B. Zhang and T. F. Feng, *Transition magnetic moment of Majorana neutrinos in the triplets next-to-minimal MSSM* **110** 2024 1, 015035 10 1103 110 015035, [2406 , 《物理评论D》 ( ) 第 期。doi: . /PhysRevD. 。arXiv: . [ ]] 18323 hep-ph 。