arXiv:2602.03113v1 [quant-ph] 3 Feb 2026

验证用于聚变装置诊断去噪的 Koopman-量子混合范式

Tie-Jun Wang[1], Run-QingZhang[2], LingQian[2], Yun-Tao Song[3],TingLan[3*], Hai-QingLiu[3*], KerenLi[4,5*]1北京邮电大学物理科学与技术学院，北京，100876，中国。2中国移动（苏州）软件技术有限公司，苏州，215163，中国。3中国科学院等离子体物理研究所，合肥，230031，安徽，中国。4深圳大学物理与光电工程学院，深圳，518060，广东，中国。5粤港澳大湾区（广东）量子科学中心，深圳，518045，广东，中国。

*通讯作者。电子邮箱:
lanting@ipp.ac.cn;hqliu@ipp.ac.cn; likr@szu.edu.cn;

摘要

量子机器学习（QML）在数据密集型科学中的潜力，严格受限于将高维混沌经典数据接入资源受限、噪声较大的量子处理器所面临的困难。为弥合这一差距，我们提出一种物理信息驱动的Koopman-量子混合框架，并从理论上奠定基础：我们确立了表示层面的结构同构，连接能够将非线性动力学线性化的Koopman算子与量子演化。基于这一理论基础，我们设计了一个可实现、适用于NISQ的流程：Koopman算子充当物理感知型“数据提炼器”，将波形压缩为精简的“量子就绪”特征，再由模块化并行量子神经网络进行处理。我们使用来自托卡马克系统433次放电的4,763条带标签通道序列，对该框架进行了验证。结果表明，我们的模型在筛选受污染诊断数据方面达到97.0%的准确率，性能与最先进的深度经典卷积神经网络相当，而可训练参数数量却少了数个数量级。本研究确立了一种实用的，

以物理学为基础的范式，可在受限环境中利用量子处理，并为量子增强边缘计算提供一条可扩展的路径。

1 引言

量子机器学习（QML）的出现为数据密集型科学发现带来了变革性前景，有望在模式识别和复杂相关性分析方面实现指数级加速 [1–4]。一个 n-量子比特量子神经网络（QNN）运行于 2^n-维希尔伯特空间中，理论上能够以一种从根本上不同于经典张量运算的方式捕捉复杂相关性 [5, 6]。近期研究表明，即使数据有限，QNN 也能展现出强大的泛化能力 [7, 8]。然而，QML 的实际部署面临一个根本性悖论：量子系统天然运行于指数级扩大的希尔伯特空间中，非常适合高维数据处理，但当代含噪中等规模量子（NISQ）硬件在量子比特数量和相干时间方面仍受到严重限制 [9–11]。这造成了严重的输入瓶颈：如何在不损失信息的情况下，将高维、混沌且受噪声污染的经典数据编码到有限的量子寄存器中，同时确保可训练性和可解释性 [6, 12, 13]? 这一挑战对于边缘计算场景尤为关键：量子资源极其有限，但又必须对海量数据流进行实时处理——例如聚变等离子体控制 [14], 、自主系统或环境监测 [15]。

磁约束聚变（MCF）诊断集中体现了这一挑战。ITER [16] 和 CFETR [17] 等新一代装置每次放电都会产生大规模诊断数据流；然而，其中相当一部分信号会受到电磁干扰、传感器异常和机械振动的影响 [18, 19]。因此，自动化诊断筛查，即滤除这类随机扰动，是可靠开展物理分析的前提。然而，传统的基于规则的滤波方法无法适应新的等离子体状态 [20], ；而经典深度学习方法尽管能力强大，却需要海量参数（$\sim 10^4$–10^5 个参数），且存在数据效率低下和可解释性差的问题 [21, 22]。鉴于量子机器学习（QML）作为轻量级替代方案的潜力，这些局限性凸显了更广泛的需求：构建一种计算框架，在弥合复杂经典数据与资源受限量子处理器之间表征差距的同时，保留科学验证所必需的物理驱动的可解释性 [23]。

在此，我们提出一种融入物理知识的经典-量子混合接口，从根本上重新思考如何为量子计算优势做好经典数据的准备，以适应NISQ时代。我们的方法立足于一项深刻的数学洞见：Koopman算子 [24, 25], 在线性化非线性动力系统的无限维可观测量空间中，与希尔伯特空间中量子态的幺正演化具有结构同构。通过将这种同构形式化，我们构建了一个有原则的两阶段流程：首先，Koopman算子充当具备物理感知能力的数据提炼器，将原始高维时间序列压缩到

由可解释特征构成的低维子空间；其次，采用专为NISQ约束设计的模块化浅层变分量子电路，对这些“量子就绪”特征进行处理 [26, 27]。

除了应用于聚变诊断之外，该框架还建立了一种可推广的量子增强边缘计算范式 [28]。它展示了领域特定的物理建模（ Koopman 理论）如何执行智能降维和特征提取，从而有效地为高效量子协同处理准备经典大数据。该方法适用于任何数据具有高维度、动态复杂性且受不完整物理定律支配的领域，例如流体动力学中的湍流建模、多尺度气候模拟或高频金融时间序列分析 [29, 30]。因此，我们的工作回应了一个关键问题：如何有效地向量子协处理器“馈送”并利用真实世界的经典数据，尤其是在量子硬件资源仍将在相当长时期内受到限制的时代。

为验证所提出的框架，我们实现了一种适用于NISQ的混合架构，将基于Koopman的特征蒸馏与并行量子运算相结合。在来自托卡马克 [31], 433次放电的4,763条带标签通道序列上进行测试后，我们的模型取得了 $\sim 97.0\%$的先进异常检测准确率，与深度经典卷积神经网络（CNNs）相当，同时展现出参数复杂度降低数个数量级的显著优势。这些发现为量子增强计算在数据密集型科学工作流中的可行性提供了有力的实证证据。

因此，本研究的意义超越了其在聚变诊断中的直接应用。研究提出了一条经过验证的途径，用以克服量子输入瓶颈，建立了一种新范式：物理先验与量子处理协同作用，使经典大数据上的机器学习兼具高效性与可解释性。这是迈向在 NISQ时代及未来实现实用量子优势的重要一步。

2 结果

2.1 问题描述与结构同构

诊断挑战与数学表述。ITER 和 CFETR 等下一代磁约束聚变装置在实时诊断方面面临严峻的数据挑战。以实验先进超导托卡马克（EAST）上的偏振干涉仪系统（ POINT）为例，其测得的线积分电子密度和法拉第旋转角是等离子体控制与物理分析的关键参数。每次放电都会产生多通道时间序列数据，记为 $\mathbf{x} = \{x_t\}_{t=0}^{T-1}$，其中 T 表示时间步数。在托卡马克严苛的电磁环境中，原始诊断信号流是有效物理信号与条纹跳变、电磁干扰和机械振动所致失真信号的混合体（图 1）。这些异常可能使信号在科学研究中无法使用。

因此，本研究旨在构建一个二分类函数f：$\mathbb{R}^T \to \{0, 1\}$，作为自动化把关机制，将标准化的时间序列片段$\mathbf{x}$ 映射为标签 y。其中，$y = 1$ 表示物理上合理的有效放电

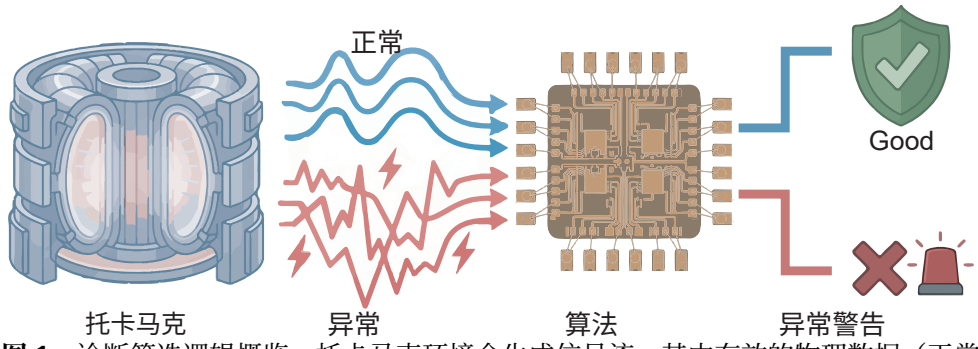

图 1：诊断筛选逻辑概览。托卡马克环境会生成信号流，其中有效的物理数据（正常，蓝色）常与随机扰动（异常，红色）交织在一起。我们的目标是将这些高维输入映射为二元决策，区分可用于科学研究的数据与受污染的“异常警告”，从而保护下游分析。

（正常），而 $y = 0$ 表示受污染放电（异常）。由于等离子体行为会随着不同约束模式而动态演变，且真实物理事件（例如边缘局域模）的频率成分往往与噪声重叠，因此，简单的阈值滤波器或基于频谱的滤波器并不适用于此任务。

理论核心：Koopman–量子结构同构。为打通高维混沌经典数据与量子处理器之间的瓶颈，我们提出一种物理信息驱动的经典–量子混合接口。其核心思想是，观测量的 Koopman 演化与希尔伯特空间中的量子演化之间存在表示层结构同构；这一点在方法（第 4节）中予以形式化，并概述如下。

设 $\{U_K^t\}$ 为作用于观测量的 Koopman算子族，$\{\mathcal{U}^t\}$表示希尔伯特空间上的量子演化族。两种框架实现了相同的时间平移代数，

$$U_K^{t+s} = U_K^t U_K^s, \qquad \mathcal{U}^{t+s} = \mathcal{U}^t \mathcal{U}^s, \tag{1}$$

这使得将 Koopman线性化特征嵌入量子希尔伯特空间进行兼容处理成为合理之举（封闭系统采用幺正处理，等效非幺正动力学则通过膨胀实现兼容处理）。

在实践中，我们估计一个有限维 Koopman生成元 A使得$\dot{\mathbf{v}}(t) \approx A\mathbf{v}(t)$，从而得到 $\hat{}\mathbf{v}(t) = e^{At}\mathbf{v}(0)$，即对 $\mathbf{x}$ [的 Koopman 重构。数学细节参见附录 A.2 。]因此，异常敏感残差向量为

$$\mathbf{r}(t) := \dot{\mathbf{v}}(t) - A\mathbf{v}(t).$$

关键在于，在标准离散化下，残差能量可以表示为一个二次型

$$E(t) := \|\mathbf{r}(t)\|_2^2 \approx \tilde{\mathbf{v}}(t)^\dagger \mathcal{O}_{\text{res}} \tilde{\mathbf{v}}(t), \tag{2}$$

其中， $\mathcal{O}_{\text{res}} \succeq 0$ 由差分格式决定。式（2）在形式上类似于量子期望值 $\langle\psi|\hat{O}|\psi\rangle$：在对 $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ 采用标准态编码后，该二次型可表示为相应可观测量作用于编码态所得到的期望值。这种映射并非仅凭启发式推断；在方法（第 4 节）中，我们以受限的方式明确阐述了这种对应关系，其中包括所选有限特征子空间上的 Koopman特征与量子态之间的等距嵌入。因此，Koopman 重构和残差统计提供了一个受物理学启发、可用于量子处理的接口，适合由参数化量子电路进行处理。

2.2 经典-量子混合架构的框架

为使上述结构同构可操作化，我们引入 Koopman-PQNN 架构。如图 2(a) 所示，该端到端流水线将领域特定的物理建模与量子协同处理相结合，以弥合高维等离子体数据与NISQ约束之间的差距。该架构包含三个功能上相互独立、但在数学上相互耦合的模块：作为物理信息滤波器的经典 Koopman 嵌入层、用于在希尔伯特空间中进行非线性特征处理的并行量子神经网络（PQNN），以及基于测量的异常检测头。各阶段的具体实现详见下文（见图 2(b)-(c)）。

Koopman嵌入模块：对于离散时间系统，Koopman算子以线性方式推进观测量。我们估计该算子的有限秩近似，以分离主导谱模态。如图 2(b) 所示，特征提取分三步进行 [详见附录 A]：(1) 提升：通过 Hankel 矩阵进行延迟嵌入 [32] ，将时间序列投影到高维可观测量空间。(2) 谱分解：对 Hankel 矩阵执行奇异值分解。保留前 r 个奇异向量以定义 Koopman 不变子空间，从而得到主导动态模态$\mathbf{v}(t)$。(3) 残差表征：通过有限差分估计时间导数 $\dot{\mathbf{v}}(t)$，并回归线性算子 A ，使得 $A\mathbf{v}(t) \approx \dot{\mathbf{v}}(t)$。随后分析重构残差——即未被 A 捕获的非线性偏差。最后，计算这些残差的标量统计量（例如矩、偏度、峰度），以构成紧凑的特征向量$\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m$。这些 Koopman 派生特征在保留关键动态的同时，将维度降低数个数量级 [22], ，从而提供与线性量子操作兼容的抗噪输入 [33]。

并行量子神经网络：为同时处理幺正情形和非幺正情形，并充分利用当前的 NISQ 设备，我们采用模块化设计 [详情见图2(c)和附录B]。输入特征$\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m$ 映射为 $\mathbf{h} = W_{enc}\,\mathbf{z} + \mathbf{b}$，其中 m 表示统计特征的数量。这里， $W_{enc} \in \mathbb{R}^{(nk)\times m}$ 和$\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{nk}$ 为随机初始化，并且在整个训练过程中可以保持固定。 k 表示并行子电路的数量， n 表示每个电路的参数。随后，将投影向量$\mathbf{h}$ 划分为 k 个子向量 $[\mathbf{h}^{(0)}; \ldots; \mathbf{h}^{(k-1)}]$。每个子向量$\mathbf{h}^{(j)} = [\phi_1^{(j)}, \ldots, \phi_n^{(j)}]^T$用作第 j 个子电路 $Q^{(j)}$的编码角。每个子电路 $Q^{(j)}$ 中的量子处理分为两个阶段：（1）角度

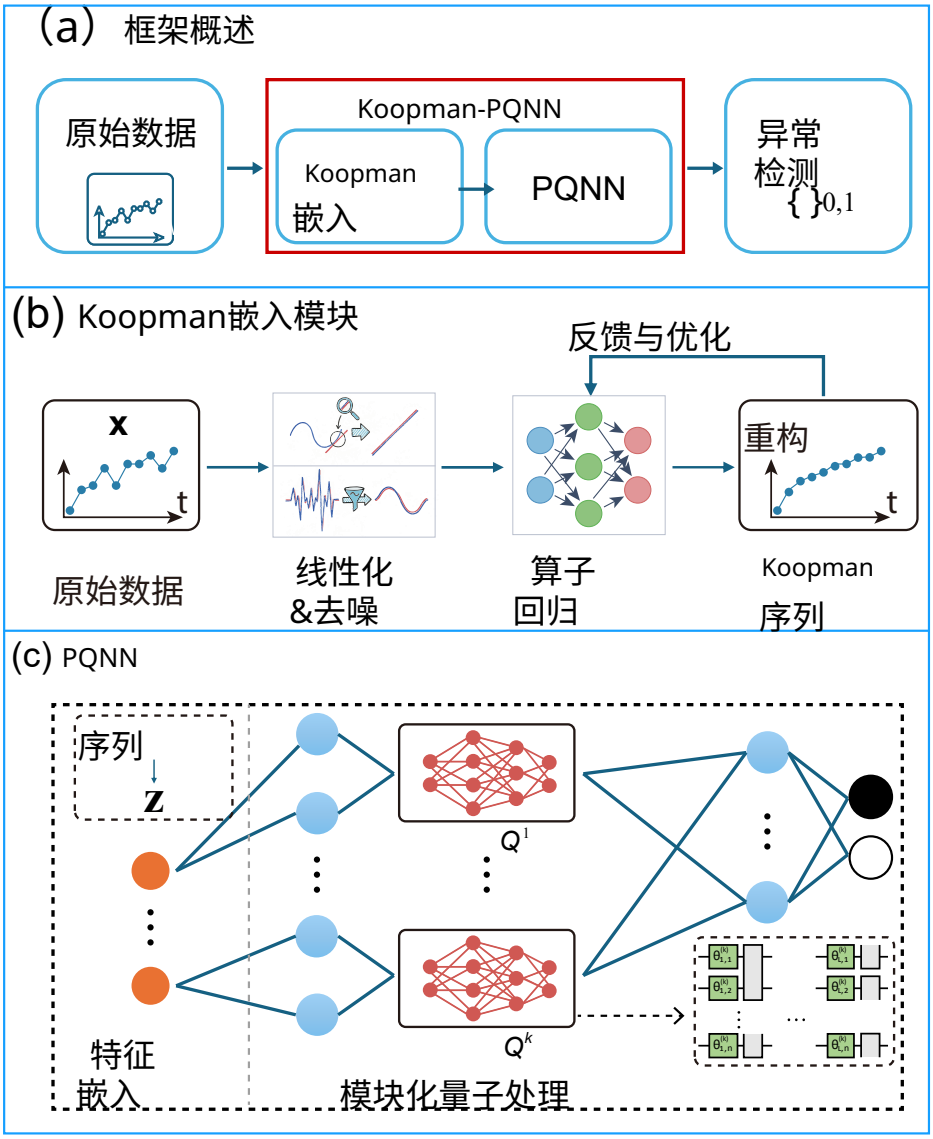

图 2：Koopman-PQNN框架的架构。(a) 概览：系统接收原始多通道诊断数据，经由所提出的混合架构进行处理，并输出二元有效性评分。(b) Koopman嵌入模块：将原始混沌信号提升至线性空间并进行重构。(c) PQNN：为满足NISQ约束，特征向量经过编码后被拆分至多个并行参数化量子电路（PQC）中，每个子电路通过变分层演化特征。

编码：通过单量子比特 Pauli$Y$旋转： $R_y(\phi_i^{(j)}) = \exp\big(-i\,\sigma_y\,\phi_i^{(j)}\big), i \in \{1,\ldots,n\}$。（2）变分演化： L 应用多层参数化量子门（图2(c)），由固定的纠缠操作和可训练的局部旋转构成。这种分而治之策略不仅通过量子纠缠捕获非平凡关联，还显著降低了电路深度，确保其能够在近期量子设备上实现。

异常检测：为提取经典信息，我们对每个子电路中的所有量子比特进行 Pauli-Z 测量。这会得到第 j 个子电路的局部期望值向量$\mathbf{e}^{(j)} \in \mathbb{R}^n$ 。这些局部向量拼接成全局量子特征向量 $\big[\mathbf{e}^{(0)};\ \ldots;\ \mathbf{e}^{(k-1)}\big]$。最后，具有固定权重的经典输出层汇总这些量子特征，以估计异常概率，进而得到 $\hat{}y \in [0,1]$。在本研究中，仅优化变分量子层中的参数，从而确保有效探索量子希尔伯特空间，以处理非线性决策边界。

2.3 实验设置与性能比较

我们在EAST POINT诊断数据集上验证了所提出的框架，该数据集包含来自433次放电的11个通道数据，共得到 $N = 4{,}763$条经筛选的有效脉冲序列。数据被随机划分为训练集（70%，$N_{\text{train}} = 3,334$）和测试集（30%， $N_{\text{test}} = 1{,}429$）。我们构建了三阶段处理流程：从高频原始波形出发，投影到不变子空间以获得残差的Koopman序列，最后从残差中提取统计描述符，下文称为Koopman特征。我们的Koopman-PQNN专门作用于一个紧凑的6维特征向量$\mathbf{z}$，该向量由残差导出 [详见附录A]。在量子编码之前，这些向量被最小-最大归一化至 $[0,\pi]$ 区间，以匹配量子旋转门的周期敏感性。

为了在聚变诊断领域中严谨地定位我们的方法，我们将Koopman-PQNN与四种代表性范式进行了基准比较。比较结果汇总于图3：

准确率上限：基于原始数据的深度卷积神经网络。作为计算性能的上界，我们直接在标准化的原始时间序列上训练了一个深度一维卷积神经网络 [34] 。这种蛮力方法利用深层网络，从全分辨率序列中自动学习滤波器，取得了最高的测试准确率 98.0%。然而，与其他方法相比，这仅有 1% 的微小提升，却需要付出高昂代价：模型约需 46.7k 个可训练参数，且需处理高维输入，造成计算瓶颈，不适合实时边缘部署。值得注意的是，将原始数据卷积神经网络的参数预算限制在较小规模（$\sim$9.2k）时，其准确率显著降至 94.0%，凸显了从原始数据中提取特征所需的高参数化程度。

Koopman-PQNN。相比之下，我们提出的 Koopman-PQNN 达到了 $\sim$97.0% 的测试准确率。尽管略低于深度学习上限（相差 1% ），但仅使用了 0.1k 个参数 —— 与原始数据卷积神经网络相比，参数量减少了两个数量级，成果显著。这一结果表明，Koopman 算子充当了高效的物理滤波器，能够捕获绝大部分

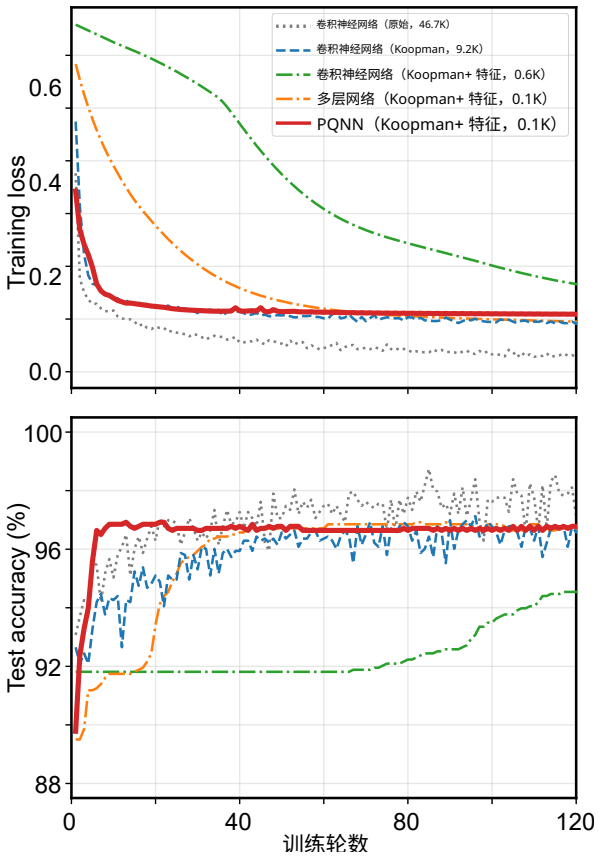

图 3：训练损失与测试准确率对比。该图将所提出的 Koopman-PQNN（红色实线）与四种基线模型进行比较：原始数据卷积神经网络（灰色点线）、基于 Koopman 序列的卷积神经网络（蓝色虚线）、基于 Koopman 特征的卷积神经网络（绿色点划线），以及基于 Koopman 特征的经典多层网络（MLN，橙色点划线）。(a) 训练损失：曲线表明，所有模型均成功最小化目标函数，并在训练过程中实现稳定收敛。(b) 测试准确率：测试准确率的变化表明，尽管计算开销较大的原始数据卷积神经网络达到了略高的性能上限（$\sim$ 98.0%），但所提出的 Koopman-PQNN 和其他物理信息基线模型均稳定收敛至相近且可靠的准确率水平（ $\sim$ 97.0%）。

相关动力学。PQNN 的性能与其他基于特征的方法相当，但参数效率更高，为资源受限诊断系统提供了最佳平衡。

中间基线方法。我们还评估了中间方法，以分离不同模块的贡献。**将卷积神经网络应用于 Koopman**

残差序列（9.2k个参数）达到了 ∼97.0%的准确率，证实Koopman线性化简化了学习任务，使较小的卷积神经网络也能表现良好，尽管仍需要相当数量的参数。**在6维Koopman特征上训练卷积神经网络模型**（0.6k个参数）也收敛至 ∼97.0%的测试准确率。至关重要的是，我们采用经典多层神经网络（多层网络）作为量子架构的基线。从数学上看，量子电路固有的酉变换构成经典层所能实现的一般线性变换的严格子集。因此，经典多层网络可作为表达能力的无约束上界。我们的酉约束PQNN与一般多层网络的性能相匹配，这一事实验证了所提出的量子拟设具有相当的表达能力来刻画决策边界，而无需经典网络的全部参数空间。

图中的训练损失和测试准确率曲线3表明，所有模型均成功最小化了目标函数，并在训练过程中实现了稳定收敛。尽管计算密集型的原始数据卷积神经网络达到了略高的性能上限（∼98.0%），但所提出的 Koopman-PQNN 以及其他物理信息基线均稳定收敛至相近且稳健的准确率水平∼97.0%。

2.4 消融研究与机制分析

为了剖析性能提升的来源并理解混合架构的底层机制，我们开展了多阶段消融研究，重点考察两个关键环节：通过 Koopman 线性化引入残差的影响，以及量子拟设相较于经典函数逼近器在压缩后的 Koopman特征空间中的表达能力。

2.4.1 Koopman线性化中残差的影响

我们首先分析从原始诊断数据到由 Koopman 分析得到的残差统计量这一转变。对比原始数据卷积神经网络（98.0%，46.7k 个参数）与基于 Koopman 的卷积神经网络（97.0%）可以揭示混合嵌入所引入的关键机制。尽管依赖残差会因信息压缩而导致准确率略微下降（1%），但 Koopman算子有效地充当了物理信息背景减除器。通过显式建模并移除占主导地位且可预测的线性动力学，所得残差分离出了等离子体破裂所特有的纯非线性偏差和随机爆发。不同于原始数据——在原始数据中，模型必须同时学习全局脉冲演化和局部异常——残差空间使分类器能够专注于具有判别性的纯新息信号。这显著降低了表示复杂度，使轻量网络能够高效捕捉决策边界，从而验证了残差成功提炼出了筛选所需的核心熵信息。

2.4.2 量子表达能力与经典等价性

本节研究从统计特征到分类标签的映射。受当前硬件量子比特数量限制的影响，我们将序列压缩为 6 维统计描述符。在此，我们探讨一个根本性的理论问题：对于这一低维流形而言，量子电路是否确实是必需的?

参数效率与卷积神经网络。我们单独考察在 Koopman特征空间上运行的分类器的效率。虽然基于这些特征训练的卷积神经网络可以达到较高的准确率，但通常需要 0.6k 个参数来构建决策超平面。相比之下，我们的 PQNN 仅使用 $\sim$0.1k 个可训练参数，就达到了与最先进方法相当的准确率。这表明，量子拟设能够为物理信息特征提供一种紧凑得多、参数效率更高的表示。

数学子集与收敛动力学。我们将 PQNN 与经典多层网络进行比较，以探究我们方法的理论界限。从数学上看，量子电路所执行的酉变换构成了一个严格子集，而经典多层网络的权重矩阵允许进行一般线性变换。因此，从理论上讲，经典多层网络能够近似量子电路可生成的任何函数。我们的实验结果证实了这一包含关系：在相同的 6D Koopman 特征上训练的多层网络最终达到了相当的测试准确率 $\sim$97.0%。

然而，这种数学上的包含关系忽视了关键的实际差异。首先，在训练动力学方面，PQNN 比 MLN 更快且更稳定地收敛到高性能解（图 3a）。这表明，酉归纳偏置——即电路必须执行保持范数的演化这一约束——塑造了更具结构性的优化景观。量子模型如同一个“快速学习器”，只需进行少得多的参数更新，便能高效捕捉关键的特征相关性。

可扩展性论证。尽管经典多层网络足以应对这一特定的短脉冲验证案例，但我们混合范式的核心论点在于其向高复杂度场景扩展的能力。未来的聚变诊断（例如 ITER 稳态运行）将涉及更长的脉冲持续时间和多模态数据融合，因此需要高维特征空间。在此类场景中，由纠缠和叠加驱动的量子电路表达能力会随着量子比特数量的增加呈指数级扩展。这为建模那些需要规模大到难以承受的经典网络才能处理的复杂性提供了一条路径。因此，我们当前的工作是对这一理念的重要原理验证：它证明了 Koopman- 量子流水线不仅具有良好的性能，而且在架构上具备可扩展性，为未来的应用奠定了基础；在这些应用中，经典方法可能会遭遇根本性的效率瓶颈。

2.4.3 视觉可解释性与拓扑差异性

为佐证分类指标，并直观地理解所提出的架构如何变换数据流形，我们采用 t-分布随机邻居嵌入（t-SNE），将高维特征表示投影到

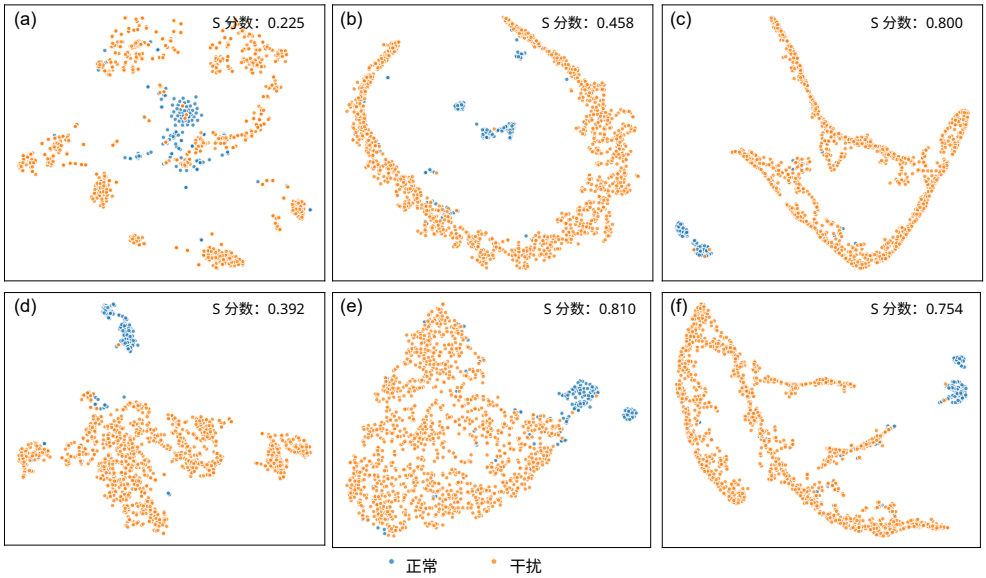

图4：不同范式下特征可分性的演变。t-SNE 投影展示了测试集样本（橙色：稳定，蓝色：异常）及其对应的 S 分数。(a) 原始数据（S=0.225）和 (b) Koopman序列（S=0.458）体现了该任务固有的难度，类别重叠严重。(d) 原始数据卷积神经网络（S=0.392）成功分离了各类别，但缺乏簇凝聚性。(e) Koopman序列CNN以最高的分离度（S=0.810）确立了拓扑上限。(c) 我们的方法（Koopman-PQNN）取得了 0.800 的显著 S 分数，大幅优于经典的 (f) 特征CNN（S=0.754）。这表明，轻量级量子电路在深度Koopman基线保持高质量聚类的同时，显著优于原始数据卷积神经网络松散的特征表示。

二维平面（图4，附录C） [35]。此外，为了超越定性评估，我们计算了每个投影的轮廓系数（S 分数）。S 分数的取值范围为 -1 到 1，数值越接近 1，表示簇分离得越充分、内部越紧密，从而为决策边界质量提供了严格的定量指标 [36]。

内在数据结构。标准化原始数据的投影 [图4(a)]呈现出高度纠缠的拓扑结构，稳定类（橙色）与异常类（蓝色）之间没有明显的分类间隔。S 分数仅为 0.225，从定量角度证实了这一视觉上的模糊性，也解释了为什么传统的基于阈值的方法在原始诊断数据上会失效。Koopman 序列的残差 [图4(b)]呈现出略有改善的局部结构（S 分数：0.458），这是高频随机噪声经滤除后的结果。然而，这些类别仍无法线性分离，说明尽管 Koopman 线性化简化了动力学，但若不借助非线性分类器，单靠它本身并不能解决分类问题。

经典基准。对经典深度学习基线的比较揭示了特征学习方面的根本差异。原始数据卷积神经网络 [图4(d)] 成功地将类别分开（准确率达到 98%），但各簇仍然松散且分散，因此 S 分数相对较低，仅为 0.392。这表明，尽管蛮力卷积神经网络找到了有效的决策边界，却未必能将数据映射到紧凑且结构连贯的流形上。相比之下，Koopman 序列卷积神经网络 [图4(e)]的聚类质量最高，S 分数达到 0.810。该模型以经过物理线性化的 Koopman 序列为输入，使各类别聚集成紧密、彼此分明的簇岛。同样，基于 Koopman 特征的卷积神经网络[图4(f)]也取得了较高的 S 分数（0.754），证实从 Koopman 空间提取的统计矩能够提供天然连贯的表示。

量子拓扑可区分性。至关重要的是，我们提出的 Koopman-PQNN[图4(c)] 生成了高度可区分的决策景观，S 分数达到 0.800。这一结果有两方面的重要意义：首先，单从分离质量来看，PQNN 优于经典特征卷积神经网络（0.800 对 0.754），且表现与 Koopman 序列卷积神经网络所达到的上限（0.810）相当。其次，这凸显了表征学习中独特的量子优势：原始数据卷积神经网络需要 46k 个参数才能实现分离，而 PQNN 仅用 ∼0.1k 个参数，就同时实现了分离与高度凝聚。

3 讨论

在本研究中，我们提出并验证了一种新颖的算子理论量子机器学习流程，用于验证磁约束聚变诊断。通过将 Koopman 算子理论与量子操作相结合，我们首次将一种基于物理学的量子协议应用于聚变实验数据的清理。

性能与效率的权衡。 在 EAST 托卡马克 433 次放电的 4,763 条已标注通道序列上验证后，所提出的 Koopman-PQNN 相较于现有范式展现出明显优势。在准确率上与最先进的深度学习基准持平（例如，原始数据卷积神经网络达到∼ 98.0%）的同时，我们的混合模型凭借更高的效率与可解释性脱颖而出。具体而言，尽管原始数据卷积神经网络参数化规模庞大（∼ 46.7k），其特征聚类仍然松散（S 分数≈ 0.39）；而 Koopman-PQNN 仅以低两个数量级的参数量（∼ 0.1k）便实现了高度凝聚的簇（S 分数 ≈ 0.80）。这证实，将物理定律嵌入学习过程，可使轻量级量子电路成为科学数据稳健而高效的把关器，在达到深度网络性能的同时无需承担其计算开销。

机制。我们的实验结果表明，Koopman-量子混合架构实现了高效的函数等价性。Koopman算子充当物理信息引导的谱筛：它并非仅仅压缩数据，而是对主导线性动力学进行建模并予以减去，从而分离出携带等离子体异常关键特征的非线性残差。随后，借助我们方法中建立的结构对应，变分量子电路处理这些“类可观测量”的残差特征。纠缠

层有效地重建了这一纯化特征空间内的复杂关联，并以极少的参数在高维希尔伯特空间中解析决策流形。

这种分工的优越性体现在两个关键方面：首先，在性能方面，我们的模型在参数效率提升 100 倍的同时，达到了与深度卷积网络相当的准确率。其次，在表征质量方面，我们的模型生成的特征簇具有显著更高的拓扑紧致性（S 分数为 0.80，相比之下为 0.39）。这些发现证实，我们并非只是将两个模块串联起来，而是真正实现了协同增强：经典组件利用物理先验滤除平凡的线性演化，而量子组件则将有限的资源专用于分析难以处理的非线性偏差。这一范式为在 NISQ 设备上实现量子优势提供了清晰路径：将量子算力集中用于经典线性模型无法捕捉的物理现象，从而识别罕见事件。

可扩展性与未来展望。为适应 NISQ时代的限制，我们的架构采用并行模块化设计。这种方法将多通道输入的处理解耦，从而避免大型全纠缠量子寄存器所带来的高昂相干性成本。因此，该框架能够以恒定的电路深度实现线性可扩展性，为处理未来 ITER 等设备预计产生的 PB 级诊断数据流提供了可行路径。

据我们所知，这是首次展示与物理规律相契合的量子流程处理真实世界聚变实验数据。展望未来，后续工作将聚焦于在云接入量子硬件上部署这一架构，以验证其抵御真实设备噪声的能力，并将Koopman-量子范式扩展至多模态聚变诊断，以支持集成式实时等离子体控制。

4 方法：Koopman-量子同构

本节将经典可观测量的Koopman算子演化与量子动力学演化之间的结构对应形式化，这构成了我们混合Koopman–量子流程的基础。

*Remark 1*在全文中，“Koopman–量子同构”指表示/结构层面的对应关系：两种理论都提供时间平移的线性算子表示，并且有限维Koopman特征可以等距嵌入到量子希尔伯特空间中，以便进行兼容处理。这一概念并不要求完整的Koopman算子与某个特定物理哈密顿量之间存在全局共轭。

4.1 单参数线性算子族的结构对应

设 M 为一个光滑流形，并考虑一个自治动力系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}), \qquad \mathbf{x} \in M,$$

其流为 $\mathbf{S}^t$： $M \to M$ satisfying $\mathbf{S}^{t+s} = \mathbf{S}^t \circ \mathbf{S}^s$ and $\mathbf{S}^0 = I$。

定义 1（Koopman 算子族）设 $\mathcal{F}$ 是由观测量 $g : M \to \mathbb{C}$构成的适当线性空间。Koopman 算子族 $\{U_K^t\}_{t\in\mathbb{R}}$ 定义为

$$(U_K^t g)(\mathbf{x}) := g(\mathbf{S}^t(\mathbf{x})), \qquad \forall g \in \mathcal{F}.$$

命题 1（ U_K^t的基本性质） *The Koopman operators are linear and satisfy the time-translation composition law [32]:*

$$U_K^{t+s} = U_K^t U_K^s, \qquad U_K^0 = I.$$

If the flow is invertible for all t, then $U_K^{-t} = (U_K^t)^{-1}$ and $\{U_K^t\}$ forms a one-parameter group.

在量子力学中，封闭系统按照以下规律演化

$$i\hbar\,\partial_t|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle,$$

具有幺正传播子 $\mathcal{U}^t = e^{-iHt/\hbar}$。

定义 2（量子演化算子族）量子演化算子族$\{\mathcal{U}^t\}_{t\in\mathbb{R}}$ 定义为

$$\mathcal{U}^t := e^{-iHt/\hbar}.$$

命题 2（ $\mathcal{U}^t$的基本性质） *The operators $\mathcal{U}^t$ are linear and form a one-parameter unitary group:*

$$\mathcal{U}^{t+s} = \mathcal{U}^t\mathcal{U}^s, \qquad \mathcal{U}^0 = I, \qquad (\mathcal{U}^t)^{-1} = \mathcal{U}^{-t}.$$

定理 3（共同时间平移结构） *Both $t \mapsto U_K^t$ and $t \mapsto \mathcal{U}^t$ are homomor-phisms from $(\mathbb{R},\ +)$ into the composition semigroup/group of linear operators on $\mathcal{F}$ and $\mathcal{H}$, respectively:*

$$U_K^{t+s} = U_K^t U_K^s, \qquad \mathcal{U}^{t+s} = \mathcal{U}^t\mathcal{U}^s.$$

Hence Koopman evolution of observables and quantum evolution of states share the same , algebraic time-translation skeleton at the operator-family level.

4.2 指数动力学模态的谱对应

定义 3（Koopman 特征函数）非零 $\phi_\lambda \in \mathcal{F}$ 是特征值为 $\lambda \in \mathbb{C}$ 的 Koopman 特征函数，当且仅当

$$U_K^t \phi_\lambda = e^{\lambda t}\phi_\lambda, \qquad \forall t \in \mathbb{R}.$$

命题 4 *If ϕ_{λ_1} and ϕ_{λ_2} are Koopman eigenfunctions then*（乘法封闭性）*, their pointwise product $\phi_{\lambda_1}\phi_{\lambda_2}$ is also a Koopman eigenfunction with eigenvalue $\lambda_1+\lambda_2$.*

定义 4（哈密顿量本征态）本征态 $|\psi_n\rangle \in \mathcal{H}$ 满足 H

$$H|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle, \qquad E_n \in \mathbb{R},$$

并按 $\mathcal{U}^t|\psi_n\rangle = e^{-iE_n t\ \hbar}|\psi_n\rangle$ 演化 .

Remark 2（形式谱对应）Koopman 演化和量子演化都可对角化为指数本征模态： $e^{\lambda t}$ 对应 Koopman 特征函数， $e^{-iEt/\hbar}$ 对应哈密顿量本征态。一个方便的 *formal* 对应关系是

$$\lambda \ \leftrightarrow\ -\frac{i}{\hbar}E,$$

这与各个模态的指数时间依赖关系相吻合。

Remark 3（复 Koopman 谱与非幺正量子实现）Koopman 谱通常是复数的，而 $\Re(\lambda) \neq 0$ 对应于 $e^{\lambda t}$中的增长/衰减。这并不妨碍当前的对应关系：这种非幺正演化可以解释为：（i）具有 $H_{\text{eff}} \neq H^{\dagger}{}_{\text{eff}}$ 的有效非厄米生成元 $e^{-iH_{\text{eff}}t}$ ，或（ii）一种开放系统量子信道，其本征模态呈现指数衰减。

重要的是，非幺正动力学仍可通过扩展希尔伯特空间这一标准方法，利用幺正量子电路实现。具体而言，我们近期的实验工作 [37] 表明，通过截断柯西积分表示将目标非幺正传播子分解为一组厄米／幺正子任务，并行执行后再进行经典聚合，便可在当今硬件上实现非厄米演化和虚时间演化。因此，Koopman 指数模态与量子（兼容）动力学生成元之间的映射，应理解为模态层面的对应关系，而非局限于严格的幺正封闭系统动力学。

4.3 从 Koopman特征到量子态的表示映射

算子族对应关系启发了一种特征到状态的表示：将 Koopman 派生特征（理想特征函数或数据驱动的替代特征）嵌入一个 n 量子比特的希尔伯特空间，以进行量子处理。

设 $\mathcal{G} \subset \mathcal{F}$ 是由 Koopman 特征函数 $\{\phi_{\lambda_i}\}_{i=1}^{d}$ 张成的有限维不变子空间。为 $\mathcal{G}$ 配备内积

$$\langle \phi_i, \phi_j \rangle_{\mathcal{G}} = \int_M \phi_i^*(x)\phi_j(x)\, d\mu(x),$$

其中， μ 是 M上的不变测度。设 $\mathcal{H}$ 为一个 n量子比特希尔伯特空间，$\dim \mathcal{H} = 2^n \geq d$, 并配备标准内积 $\langle\cdot|\cdot\rangle$。

定理 5（等距嵌入和模态保持实现） *There exists a linearmap $\mathcal{R}:\ \mathcal{G} \to \mathcal{H}$ satisfying:*

1. 等距性：$\langle \phi_i,\ \phi_j\rangle_{\mathcal{G}} = \langle \mathcal{R}\ (\phi_i)\ |\mathcal{R}\ (\phi_j)\ \rangle$ *for all* $\phi_i,\ \phi_j \in \mathcal{G}$.

2. 模式保持（有效生成元）：*for each Koopman eigenfunction* $U_K^t\phi_{\lambda_i} = e^{\lambda_i t}\phi_{\lambda_i}$ *there exists a (possibly non-Hermitian) operator* H_{eff} *acting on*，张成空间$\{\mathcal{R}\ (\phi_{\lambda_i})\ \}_{i=1}^{d}$ *such that*

$$e^{-iH_{\text{eff}}t/\hbar}\,\mathcal{R}(\phi_{\lambda_i}) = e^{\lambda_i t}\,\mathcal{R}(\phi_{\lambda_i}), \qquad \forall t.$$

Proof 对 $\{\phi_{\lambda_i}\}$ 进行格拉姆–施密特正交化，得到一组正交归一基$\{\hat{}\phi_i\}_{i=1}^{d}$，属于 $\mathcal{G}$。定义 $\mathcal{R}$ $(\hat{}\phi_i) = |i\rangle$，其中 $\{|i\rangle\}_{i=1}^{d}$是 $\mathcal{H}$中的正交归一计算基态，并将 $\mathcal{R}$线性延拓；等距性质显然成立。

对于模式保持，在$\{|i\rangle\}_{i=1}^{d}$ 张成的空间上定义 H_{eff}，使得

$$H_{\text{eff}}|i\rangle := i\hbar\,\lambda_i\,|i\rangle,$$

当 $\lambda_i \in \mathbb{C}$时，它可能是非厄米的。于是 $e^{-iH_{\text{eff}}t/\hbar}|i\rangle = e^{\lambda_i t}|i\rangle$，这意味着 $\mathcal{R}(\phi_{\lambda_i})$满足所述关系。□

Remark 4（组合性）Koopman 特征函数的乘法封闭性为经典侧提供了一种自然的组合规则。在量子空间中需要构造组合特征时，可以通过分配额外的寄存器来采用张量积嵌入。我们将其作为动机，而非有限维嵌入必须满足的公理。

这种表示映射为经典动力学模态嵌入量子希尔伯特空间提供了一种有理论依据且保留结构的方法，使量子电路能够处理 Koopman线性化特征，同时保留其几何结构。

4.4 通过残差可观测量和统计描述符衔接理论与实现

在我们的案例中，我们构造了一个与 Koopman–量子对应在结构上相契合的基于残差的可观测量。

有限维 ***Koopman***近似。
给定时间序列$\mathbf{x}$，我们通过延迟嵌入和 SVD/DMD 构造降阶 Koopman 坐标$\mathbf{v}(t)$ $\in \mathbb{R}^m$，并拟合线性模型

$$\dot{\mathbf{v}}(t) \approx A\,\mathbf{v}(t).$$

定义残差向量及其幅值

$$\mathbf{r}(t) := \dot{\mathbf{v}}(t) - A\mathbf{v}(t), \qquad R(t) := \|\mathbf{r}(t)\|_2. \tag{3}$$

残差 $R(t)$ 用于量化与 Koopman 线性可预测性的局部偏差，并对异常/状态变化敏感。

残差作为线性（及二次）观测。
在离散时间下， $\dot{\mathbf{v}}(t)$ 通过二阶中心差分格式实现

$$\dot{\mathbf{v}}(t) \approx \frac{\mathbf{v}(t+\Delta t) - \mathbf{v}(t-\Delta t)}{2\Delta t}.$$

引入增广状态

$$\tilde{\mathbf{v}}(t) := \begin{bmatrix} \mathbf{v}(t+\Delta t) \\ \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{v}(t-\Delta t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3m}, \qquad B := \left[\tfrac{1}{2\Delta t} I_m \ -A \ -\tfrac{1}{2\Delta t} I_m \right].$$

Then

$$\mathbf{r}(t) \approx B\, \tilde{\mathbf{v}}(t), \tag{4}$$

且残差能量具有二次型

$$E(t) := \|\mathbf{r}(t)\|_2^2 \approx \tilde{\mathbf{v}}(t)^\dagger (B^\dagger B) \tilde{\mathbf{v}}(t), \tag{5}$$

即， $E(t)$ 是从 Koopman 一致的线性演化中，在适当的归一化和编码下提取的半正定“物理观测”。

统计描述符作为观测的加权和。
给定窗口序列 $\{R(t)\}_{t=1}^{T}$ （或 $\{E(t)\}_{t=1}^{T}$），我们构造统计描述符向量 $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^d$，其分量可写为经验聚合

$$z_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} w_k\big(R(t)\big) \quad (\text{or } z_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \tilde{w}_k\big(E(t)\big)), \qquad k = 1, \dots, d, \tag{6}$$

对于适当的权重 w_k。因此，$\mathbf{z}$ 是由 Koopman残差推导出的加权物理观测之和。

4.5 Koopman–量子同构证明总结

因此，我们在混合流程所需的层面上，建立了有原则的 Koopman–量子对应，具体依据是：（i）Koopman演化与量子演化具有相同的时间平移算子族结构；（ii）它们的指数模态分解具有形式谱对应，并可通过非幺正量子实现扩展到复谱；（iii）有限维Koopman特征可等距嵌入量子希尔伯特空间，并配备一个保持模态的（可能为非厄米）有效生成元；（iv）基于残差的可观测量为从Koopman近似到可实现的“物理观测”及其统计描述符提供了具体桥梁。

5 数据可用性

支持本研究结果的所有数据均可在稿件或补充信息中获取。经合理请求，可向通讯作者索取其他数据。

6 致谢

本工作部分得到国家自然科学基金（批准号：62471058）的资助，部分得到中国北京邮电大学信息光子学与光通信国家重点实验室基金（批准号：IPOC2022ZT10）的资助。我们感谢位于合肥的EAST工作人员（https://cstr.cn/31130.02.EAST）在数据采集与分析方面提供的技术支持与协助。

7 作者贡献

T.W.与K.L.构思了该项目并设计了数值实验。T.L.、S.Y.和H.L.提供了EAST实验数据，并参与了情景分析与物理解释。L.Q.和R.Z.为Koopman-量子混合范式的表征与理解提供了有益见解。T.W.与K.L.撰写了论文，所有作者讨论了结果并对文稿提出了意见。

8 利益冲突

作者声明不存在利益冲突。

9 补充信息

补充信息见附录 A-C。有关通信及材料索取事宜，请联系 KerenLi。

参考文献

[1] Biamonte, J., Wittek, P., Pancotti, N., Rebentrost, P., Wiebe, N., Lloyd, S.: 量子机器学习。《自然》**549**(7671), 195–202（2017年）https://doi.org/10.1038/nature23474[2] Schuld, M., Sinayskiy, I., Petruccione, F.: 量子机器学习导论。《当代物理学》**56**(2), 172–185（2015年）https://doi.org/10.1080/00107514.2014.964942[3] Farhi, E., Neven, H.: 近期处理器上的量子神经网络分类（2018年）。https://arxiv.org/abs/1802.06002

[4] Liu, N., Rebentrost, P.：用于量子异常检测的量子机器学习。物理评论A 97, 042315（2018年）https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97. 042315[5] Benedetti, M., Lloyd, E., Sack, S., Fiorentini, M.：作为机器学习模型的参数化量子电路。《量子科学与技术》4(4), 043001（2019年）https://doi.org/10.1088/2058-9565/ab4eb5[6] Huang, H.-Y., Broughton, M., Mohseni, M., Babbush, R., Boixo, S., Neven, H., McClean, J.R.：量子机器学习中数据的力量。《自然-通讯》12(1), 2631（2021年）https://doi.org/10.1038/s41467-021-22539-9[7] Wei, L., Liu, H., Xu, J., Shi, L., Shan, Z., Zhao, B., Gao, Y.：量子机器学习在医学图像分析中的应用：综述。神经计算 525, 42–53（2023年）https://doi.org/10.1016/j.neucom.2023.01.049[8] Ullah, U., Garcia-Zapirain, B.：医疗保健领域的量子机器学习革命：新兴观点与应用的系统综述。IEEE Access 12, 11423–11450（2024年）https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3353461[9] Li, K., Wang, Y., Gao, P., Zheng, S.：利用量子梯度学习参数化量子电路（2024年）。https://arxiv.org/abs/2409.20044[10] McClean, J.R., Boixo, S., Smelyanskiy, V.N., Babbush, R., Neven, H.：量子神经网络训练景观中的贫瘠高原。《自然-通讯》9(1), 4812（2018年）https://doi.org/10.1038/s41467-018-07090-4[11] Stilck Franc̸ca, D., Garcia-Patron, R.：含噪量子设备上优化算法的局限性。自然-物理 17(11), 1221–1227（2021年）https://doi. org/10.1038/s41567-021-01356-3[12] Schuld, M., Sweke, R., Meyer, J.J.：数据编码对变分量子机器学习模型表达能力的影响。物理评论A 103, 032430（2021年）https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.032430[13] Cerezo, M., Verdon, G., Huang, H.-Y., Cincio, L., Coles, P.J.：量子机器学习的挑战与机遇。《自然-计算科学》2(9), 567–576（2022年）https://doi.org/10.1038/s43588-022-00311-3[14] Kates-Harbeck, J., Svyatkovskiy, A., Tang, W.：通过深度学习预测受控聚变等离子体中的破坏性不稳定性。《自然》568(7753), 526–531（2019年）https://doi.org/10.1038/s41586-019-1116-4[15] Karniadakis, G.E., Kevrekidis, I.G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., Yang, L.：物理信息机器学习。《自然综述：物理学》3(6), 422–440（2021年）https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5

[16] Creely, A., Greenwald, M.J., Ballinger, S.B., Brunner, D., Canik, J., Doody, J., F¨ul¨op, T., Garnier, D., Granetz, R., Gray, T., 等：SPARC 托卡马克概述。《等离子体物理学杂志》86(5), 865860502 (2020) https://doi.org/10.1017/S0022377820001257[17] Song, Y.T., Wu, S.T., Li, J.G., Wan, B.N., Wan, Y.X., Fu, P., Ye, M.Y., Zheng, J.X., Lu, K., Gao, X., 等：中国聚变工程实验堆托卡马克装置概念设计。IEEE 等离子体科学汇刊 42(3), 503–509 (2014) https://doi.org/10.1109/ TPS.2014.2299277[18] Li, C., Lan, T., Wang, Y., Liu, J., Xie, J., Lan, T., Li, H., Qin, H.：使用机器学习算法对 EAST 托卡马克电子回旋辐射成像进行自动数据清洗的流程。《仪器学杂志》13(10), 10029 (2018年) https://doi.org/10.1088/1748-0221/13/10/P10029[19] Kube, R., Churchill, R.M., Chang, C., Choi, J., Wang, R., Klasky, S., Stephey, L., Dart, E., Choi, M.：大规模聚变数据的近实时流式分析。《等离子体物理与受控聚变》64(3), 035015 (2022年) https://doi.org/10. 1088/1361-6587/ac3f42[20] Matos, F.A.,Ferreira,D.R., Carvalho, P.J.：利用 JET 辐射热计系统进行等离子体断层成像的深度学习。《聚变工程与设计》114, 18–25 (2017) https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2016.11.006 [21] Guo, B.H., Chen, D.L., Shen, B., Rea, C., Granetz, R.S., Zeng, L., Hu, W.H., Qian, J.P., Sun, Y.W., Xiao, B.J.：使用深度学习算法对 EAST 托卡马克进行破裂预测。《等离子体物理与受控聚变》63(11), 115007 (2021年) https://doi.org/10.1088/1361-6587/ac228b[22] Lan, T., Liu, J., Qin, H., Xu, L.L.：磁约束聚变装置多通道测量系统自动数据清洗的时域全局相似性方法。计算机物理通讯234, 159–166 (2019年) https://doi.org/10.1016/j.cpc.2018.07.014[23] Huang, H.-Y., Broughton, M., Cotler, J., Chen, S., Li, J., Mohseni, M., Neven, H., Babbush, R., Kueng, R., Preskill, J., McClean, J.R.：从实验中学习的量子优势。《科学》376(6598), 1182–1186 (2022年) https://doi.org/10.1126/science.abn7293[24] Mezi´c, I.：通过Koopman算子的谱性质分析流体流动。流体力学年度评论45(1), 357–378 (2013) https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-011212-140652[25] Brunton, S.L., Budiˇsi´c, M., Kaiser, E., Kutz, J.N.：动力系统的现代Koopman理论 (2021)。https://arxiv.org/abs/2102.12086 [26] Cerezo, M., Arrasmith, A., Babbush, R., Benjamin, S.C., Endo, S., Fujii, K.,

McClean, J.R., Mitarai, K., Yuan, X., Cincio, L., Coles, P.J.：变分量子算法。《自然综述：物理学》3(9), 625–644 (2021年) https://doi.org/10.1038/s42254-021-00348-9[27] Bharti, K., Cervera-Lierta, A., Kyaw, T.H., Haug, T., Alperin-Lea, S., Anand, A., Degroote, M., Heimonen, H., Kottmann, J.S., Menke, T., Mok, W.-K., Sim, S., Kwek, L.-C., Aspuru-Guzik, A.：含噪声中等规模量子算法。现代物理评论94, 015004 (2022年) https://doi.org/10.1103/RevModPhys.94. 015004[28] Furutanpey, A., Barzen, J., Bechtold, M., Dustdar, S., Leymann, F., Raith, P., Truger, F.：边缘—云连续体中的量子计算架构愿景。载于：2023年IEEE量子软件国际会议（QSW），第88–103页 (2023)。https://doi.org/10.1109/QSW59989.2023.00021[29] Lubasch, M., Joo, J., Moinier, P., Kiffner, M., Jaksch, D.：用于非线性问题的变分量子算法。物理评论A 101, 010301 (2020) https://doi. org/10.1103/PhysRevA.101.010301[30] Herman, D., Googin, C., Liu, X., Sun, Y., Galda, A., Safro, I., Pistoia, M., Alexeev, Y.：面向金融的量子计算。《自然综述：物理学》5(8), 450–465 (2023年) https://doi.org/10.1038/s42254-023-00603-1[31] Xie, X., Lan, T., Liu, H., Zhu, X., Mao, W., Lan, T., Ding, W.：基于神经网络的 EAST 托卡马克干涉仪电子密度剖面反演。《等离子体物理与受控聚变》67(4), 045001 (2025) https://doi.org/10.1088/1361-6587/adba12[32] Mauroy, A., Mezi´c, I., Susuki, Y.：系统与控制中的Koopman算子：概念、方法与应用。控制与信息科学讲义。施普林格，柏林/海德堡，德国 (2020)[33] Zhang, W., Yu, Y.-C., Li, J.-S.：通过Koopman特征进行动力学重构与分类。《数据挖掘与知识发现》33(6), 1710–1735 (2019) https://doi.org/10.1007/s10618-019-00639-x[34] Li, Z., Liu, F., Yang, W., Peng, S., Zhou, J.：卷积神经网络综述：分析、应用与展望。《IEEE神经网络与学习系统汇刊》33(12), 6999–7019 (2022年) https://doi.org/10.1109/TNNLS.2021.3084827[35] Maaten, L., Hinton, G.：使用t-SNE可视化数据。《机器学习研究期刊》9(86), 2579–2605 (2008)[36] Rousseeuw, P.J.：轮廓系数：用于解释和验证聚类分析的图形辅助工具。《计算与应用数学期刊》20, 53–65 (1987) https://doi.org/10.1016/0377-0427(87)90125-7

[37] Li, K., Lin, Z., An, Z., Feng, G., Wu, Z., Hou, S., Xiang, J.：在量子设备上实现线程级并行（2025）。https://arxiv.org/abs/2511.05436

附录 A 数据处理与特征提取详情

数据处理流程分为三个依次进行的阶段：原始信号标准化、基于Koopman的线性化和统计特征提取。各阶段的详细方案如下所述。

A.1 原始数据预处理与标注

输入数据由来自 POINT 诊断系统的非结构化 JSON文件组成。每个文件都包含 11 个空间通道（每次放电）的时间序列数据以及一个时间向量。首先，通过确定与等离子体放电起始时刻对应的索引（$t = 0$）来对齐时间轴。所有触发前采样点（$t < 0$）均予以丢弃，以聚焦于等离子体活动阶段。真实标签由人工标注。此字段中列出的通道标记为 $y = 0$ （异常），其余通道标记为 $y = 1$ （正常）。对于原始数据基线，我们对每个有效通道序列 $\mathbf{x}（t）$ 应用 Z分数标准化。标准化后的序列 $\mathbf{x}_{norm}（t）$ 通过减去均值 μ 并除以标准差 σ计算得出；分母中还加上一个较小的 epsilon 项 $\epsilon = 10^{-6}$ ，以防平坦信号出现除以零的情况。这可确保输入深度学习模型的数据符合标准正态分布。

A.2 Koopman 序列及其数学表述

我们采用 Koopman 算子理论，将聚变等离子体诊断中的非线性动力学线性化。其基本假设是，尽管等离子体在状态空间中的演化高度非线性，但存在一个由观测量构成的无限维希尔伯特空间，在该空间中，演化是线性的。我们采用类似于动态模态分解的数据驱动方法来近似该算子，并以重构误差作为异常检测的度量。

时间延迟嵌入与Hankel矩阵构造

给定单通道离散时间序列测量值 $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \ldots, x_{T-1}]$（以等时间间隔采样），我们首先使用时间延迟嵌入重构相空间几何。这会将标量观测转换为高维状态向量。我们通过堆叠数据的时间移位副本来构造 Hankel 矩阵 H_m 。对于嵌入维数 d_H 和延迟 τ_H，矩阵结构定义如下：

$$H_m = \begin{bmatrix} x_1 & x_{1+\tau_H} & \cdots & x_{1+(d_H-1)\tau_H} \\ x_2 & x_{2+\tau_H} & \cdots & x_{2+(d_H-1)\tau_H} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k_H} & x_{k_H+\tau_H} & \cdots & x_{k_H+(d_H-1)\tau_H} \end{bmatrix} \tag{A1}$$

其中， k_H 是生成的延迟向量数量。这种嵌入确保标量信号中隐藏的潜在动力学信息被展开为适合谱分析的矩阵形式。

奇异值分解与秩截断

为提取主要相干结构并滤除非相干噪声，我们对 H_m进行奇异值分解。分解形式为 $H_m = U\Sigma V^*$，其中 U 和 V 包含左右奇异向量，而 Σ 是一个对角矩阵，包含按降序排列的奇异值 σ_i 。

为了获得系统动力学的低秩近似，我们将分解截断至前 r 个奇异值。在我们的实现中，设定 $r = 11$，这在经验上能够捕获等离子体演化的主要能量模态，同时舍弃高频随机波动。随后，通过将系统投影到主要奇异向量上，得到降阶状态坐标 $\mathbf{v}(t)$：

$$\mathbf{v} = \Sigma_r V_r^* \tag{A2}$$

其中， Σ_r 和 V_r 对应截断后的矩阵。这一步有效地将高维噪声输入映射到一个由主要 Koopman 模态支配的平滑低维流形。

线性算子近似与残差计算

Koopman 分析的核心在于寻找一个能够最佳描述降阶状态 $\mathbf{v}(t)$时间演化的线性算子 A 。不同于离散时间映射，我们采用连续时间微分视角。首先，我们使用二阶中心差分格式估计状态向量的时间导数 $\dot{\mathbf{v}}(t)$。

我们假设在局部时间窗口内，动力学满足线性微分方程 $\dot{\mathbf{v}} \approx A\mathbf{v}$。最优线性算子 A 通过最小二乘问题求解：

$$A = \text{argmin}_A \|\dot{\mathbf{v}} - A\mathbf{v}\|_F \tag{A3}$$

使用 Moore-Penrose 伪逆计算解析解， $A \approx \dot{\mathbf{v}}\mathbf{v}^\dagger$。

Koopman 重构残差 $R(t)$ 定义为观测导数与线性预测之差的范数：

$$R(t) = \|\dot{\mathbf{v}}(t) - A\mathbf{v}(t)\|_2 \tag{A4}$$

残差较低表明等离子体处于相干、稳定的状态，其动力学可由线性 Koopman 动力学很好地描述。相反，较高的残差则意味着存在很强的非线性。

A.3 统计特征提取

对于紧凑型量子分类器，我们进一步压缩 Koopman 序列。由于残差序列的长度随放电持续时间变化，我们计算

能够描述动力学误差分布的统计量。提取的特征例如均值、标准差、最小值、最大值、偏度和峰度。这些描述量构成$\mathbf{z}$ PQNN 的输入向量。这种统计摘要弥合了高频诊断数据与当前量子处理器有限量子比特容量之间的维度差距，同时保留了有关信号稳定性和异常分布的关键信息。

附录 B PQNN 的结构与实现

PQNN 模型将经典投影层与并行参数化量子电路相结合，对 Koopman 序列中的特征进行端到端分类。在前向传播过程中，输入向量 $\mathbf{z}$ 首先通过层归一化操作进行归一化，然后经由无偏置的线性变换映射：

$$\mathbf{h} = W_{enc}\,\mathrm{LayerNorm}(\mathbf{z}) + \mathbf{b}, \tag{B5}$$

其中， W_{enc} 表示固定的权重矩阵。随后，将得到的特征向量$\mathbf{h}$ 拆分为一组长度相等的子向量 $\mathbf{h}^{(1)}$、$\mathbf{h}^{(2)}\ldots$。每个子向量都由一个独立的参数化量子电路处理。

具体而言，子向量通过对初始化为零态的量子比特施加单量子比特泡利-Y旋转进行角度编码。随后应由包含纠缠 CNOT操作和参数化单量子比特旋转的参数化量子电路进行处理。量子输出经过第二层归一化，以便在测量前稳定其分布。对每个量子比特进行泡利-Z测量，得到第 j 个子电路的期望值向量$\mathbf{e}^{(j)}$ 。通过对间隔元素取平均，将这些特征汇总为原始逻辑值，形成最终的二维输出。

训练过程中，模型优化交叉熵损失。在我们的仿真中，特征维度设为6，并使用2个并行的3量子比特参数化量子电路。在本研究中，我们选择完全参数化的3量子比特幺正进行仿真，其中对64个参数进行微调。优化采用AdamW优化器，学习率为0.01，训练轮数为120，批量大小为64。

附录C 可视化方法细节

为评估决策边界质量并验证所学特征的拓扑差异性，我们使用t-分布随机邻域嵌入（t-SNE）算法实现了一套完整的可视化流程。特征提取与降维方案如下所述。

数据预处理与特征提取

可视化输入分为三个不同的抽象层级，每个层级都需要进行特定的预处理，以确保计算可行性和数值稳定性：

1. 原始数据空间：直接可视化高频诊断波形（$T \approx 20,\ 000$）会给流形学习算法带来巨大的计算挑战。为缓解这一问题，我们采用了时间下采样策略，在保留宏观脉冲结构的同时缩短有效序列长度。变长序列通过零填充对齐至测试批次中的最大时长，最终得到供 t-SNE 引擎使用的展平输入向量 $\mathbf{x}_{raw} \in \mathbb{R}^T$ 。

2. Koopman 序列空间：此可视化展示了物理信息引导的中间空间。我们没有使用含噪原始数据，而是利用 Koopman算子根据主导谱模态重建信号轨迹。此过程相当于谱滤波器，在保留相干等离子体动力学的同时去除高频随机噪声。由此得到的重建时间序列向量 $\mathbf{x}_{\text{seq}} \in \mathbb{R}^T$ 被用作此次投影的输入，这解释了与原始数据相比局部聚类效果的提升（S 分数为 0.458）。

3. 潜在表示空间：对于神经网络模型，我们提取了倒数第二层的潜在表示，该层被定义为紧邻最终类别概率分配之前的向量空间。具体而言，对于 Koopman-PQNN，我们可视化了后量子聚合特征。这对应于经过变分量子电路和后续层归一化后、但在最终 softmax运算之前得到的二维期望值向量。这一特定提取位置反映了由量子拟设构建的实际非线性流形。对于经典CNN基线，我们提取了最后一个卷积块的高维展平输出，以便可视化密集的特征聚类。

t-SNE 配置与定量指标

为生成二维投影，我们使用`scikit-learn` 中的 t-SNE 实现，并采用了针对簇分离进行优化的特定超参数配置：

1. 初始化：我们采用主成分分析初始化，而非随机初始化。这能在非凸优化过程中保留数据的全局拓扑结构，确保簇之间的相对位置具有意义。2. 困惑度：困惑度参数设为 50.0。这个相对较高的值（相比默认值 30）会促使算法考虑更多最近邻，这对于揭示“稳定”与“异常”流形之间的全局分离至关重要，而不是仅关注局部变化。3. 早期夸大：我们将早期夸大系数提高至 20.0。这会在优化初期增强自然簇之间的吸引力，从而形成更紧密、视觉上区分更明显的分组。4. 优化：算法使用欧氏距离度量运行，最多迭代 1,000 次。学习率设为“auto”，以确保根据数据密度实现自适应收敛。

最后，为了量化在 t-SNE 投影中观察到的可视聚类质量，我们计算了每个生成的二维嵌入的 S 分数。S 分数衡量的是

簇内距离与簇间距离的比值，并提供一个指标 $S \in [-1, 1]$；数值越高，表明模型越成功地将复杂的输入相关性解耦为线性可分区域。