面向无人机辅助移动目标跟踪的集成感知、通信与控制

Zhiyu Chen，IEEE学生会员，Ming-Min Zhao，IEEE高级会员，Songfu Cai，IEEE会员，Ming Lei，IEEE会员，以及 Min-Jian Zhao，IEEE会员

arXiv:2602.05209v1 [eess.SP] 5 Feb 2026

摘要——无人机（UAV）正日益应用于目标跟踪等任务关键型场景，在这些场景中，无人机必须同时感知动态环境、确保通信可靠性并实现精确控制。此处的一项关键挑战是在统一框架内共同保证跟踪精度、通信可靠性和控制稳定性。为解决这一问题，我们提出一种用于无人机辅助目标跟踪的感知、通信与控制一体化（ISCC）框架，将所考虑的跟踪系统建模为离散时间线性控制过程，旨在使无人机与目标状态之间的偏差趋于零。我们针对联合控制与波束成形设计，构建了一个随机模型预测控制（MPC）优化问题；该问题高度非凸，按其原始形式难以求解。为克服这一困难，我们首先使用扩展卡尔曼滤波器（EKF）估计目标状态。随后，通过推导给定控制输入下的闭式最优波束成形解，将原问题等价地重构为易于求解的控制导向形式。最后，我们通过基于松弛的凸近似将剩余的非凸约束凸化，从而得到一个计算上易于处理且可高效求得全局解的凸优化问题。数值结果表明，所提出的ISCC框架在保持通信稳定的同时，实现了与非因果基准相当的跟踪精度，并显著优于传统控制与跟踪方法。

索引词—集成感知、通信与控制（ISCC）、无人机（UAV）、目标跟踪、模型预测控制（MPC）、波束成形。

I. 引言

INTEGRATED 感知与通信一体化（ISAC）已成为第六代（6G）无线网络的一项关键技术，旨在满足对更高频谱利用率、更低硬件成本和更佳性能日益增长的需求 [1]–[4]。传统上，感知系统与通信系统分别开发，各自在不同频段运行。然而，随着物联网（IoT）设备迅速增长，频谱稀缺已成为雷达和通信领域面临的一项重大挑战 [5]。此外，未来的6G网络预计将支持各种环境感知型应用，例如自动驾驶汽车、智慧城市和移动虚拟现实；这些应用对通信质量和感知精度均提出了很高要求 [1], [6]。为应对这些挑战，感知与通信一体化通过使感知和通信能够在共享的无线电频谱和硬件平台上同时运行，提供了一种很有前景的解决方案。通过在空间、时间和频率域有效共享资源，感知与通信一体化技术不仅大幅降低了硬件复杂度，也缓解了频谱稀缺带来的压力 [5], [7], [8]。

Z. Chen、M. M. Zhao、S. Cai、M. Lei 和 M. J. Zhao 任职于中国杭州 310027 的浙江大学信息与电子工程学院，同时也任职于中国杭州 310027 的浙江省多模态通信网络与智能信息处理重点实验室（电子邮箱：{12431083, zmmblack、sfcai、lm1029、mjzhao}@zju.edu.cn）。

研究人员已对多天线通感一体化系统开展了大量研究，重点关注在感知与通信指标相互耦合的条件下进行发射波束成形和/或波形设计 [9]–[15]。例如， [9] 通过优化发射波束成形，在满足信号与干扰加噪声比（SINR）等通信服务质量要求的同时，提升雷达波束图性能。除了复用承载信息的信号进行感知之外， [14] 和[15] 还提出了专用感知信号传输方案，以提供额外的自由度（DoF），并改善联合性能。尽管取得了这些进展，现有研究大多针对地面通感一体化部署展开，而在实际传播环境中，感知可能会受到固有局限。具体而言，目标检测和参数估计通常依赖感知收发机（例如通感一体化基站（BS）或接入点（AP））与目标之间的视距（LoS）链路；然而，周围的障碍物和散射体可能阻断视距链路，并引入非视距（NLoS）路径和杂波，从而降低感知可靠性。此外，高精度远距离感知通常需要足够的发射功率，但地面 BS/AP 的功率往往受限。因此，对于远距离目标或受到遮挡的目标，回波信号可能经历严重的往返路径损耗，导致感知性能显著下降，甚至感知失败。因此，地面通感一体化 BS/AP 通常只能在有限范围内、且传播条件良好时，提供有效的感知和通信。

受无人机（UAV）赋能的无线通信快速发展的推动 [16], , 预计无人机将作为空中通感一体化平台，以缓解上述局限性 [17]。与地面基站（BS）/接入点（AP）相比，在高空运行的无人机很可能建立具有较强视距分量的空地（A2G）链路 [18]–[22],, 这有利于实现可靠通信和获取感知信号。在地面基础设施不可用或暂时过载的场景中（例如灾后恢复和临时户外热点），无人机可以快速部署为临时空中基站，为地面用户提供持续的通信服务 [23]。更重要的是，无人机机动性支持灵活定位和轨迹设计 [24], [25],, 使无人机能够靠近感兴趣区域，并针对用户和目标调整传播几何关系。这一能力可提高视距可用性，减轻回波信号严重的往返路径损耗，从而增强感知可靠性并扩大通感一体化系统的服务覆盖范围。

近年来，无人机赋能的通感一体化网络利用无人机机动性和有利的空地视距传播，提升感知可靠性和通信覆盖范围，因而受到越来越多的关注 [26]–[34]。例如，文献 [26]–[28] 主要考虑静止感知目标，并研究满足感知质量约束的无人机轨迹与发射设计联合优化，包括通过优化感知时刻和飞行轨迹实现的周期性通感一体化机制 [26], , 以及多用户下行

链路中通过联合定位与波束成形优化实现的区域感知 [27], , 以及依靠加权轨迹设计来刻画感知-通信权衡的单基地无人机通感一体化定位 [28]。此外，若干研究通过明确考虑无人机和被跟踪对象的持续运动，将无人机通感一体化扩展至动态场景，例如无人机赋能跟踪中的安全通信 [29], 、兼顾数据速率与定位精度的多无人机跟踪 [30], 、面向空天地一体化网络（SAGIN）、具备鲁棒覆盖和波束成形能力的无人机通感一体化跟踪 [31], , 以及通过轨迹优化最小化相对位置和相对速度预测估计界的研究 [32]。尽管取得了这些有代表性的进展，现有大多数无人机通感一体化设计仍主要将无人机运动视为运动学规划变量，并在几何层面优化轨迹，却未明确纳入支配实时机动与跟踪行为的底层闭环控制系统及其控制输入 [26]–[32]。尽管近期有若干研究开始将控制变量引入无人机运动设计[33], [34],，但它们往往依赖理想化假设，例如先验已知目标位置，从而回避了实际目标跟踪中的一项核心挑战：目标状态只能被部分观测，必须通过在线推断获得。这些局限促使人们设计感知、通信与控制一体化（ISCC）方案，明确建模无人机-目标跟踪误差状态演化，将控制动作与感知/通信约束相结合，并在存在跟踪不确定性的情况下生成可实施的实时策略。

基于上述讨论，本文研究图1所示的无人机辅助目标跟踪系统，其中一架通感一体化无人机同时跟踪移动目标并为地面用户提供服务。为实现精确跟踪并提供可靠通信，我们构建了一个ISCC框架，并研究在实际感知与通信要求下无人机机动与发射波束成形的实时联合设计。由此得到一个随机模型预测控制（MPC）问题，该问题耦合了控制动作、状态不确定性和波束成形决策，使得所形成的优化问题高度非凸。利用问题的内在结构，我们提出一种可处理的重构方法，并结合基于松弛的凸近似，使所提出的ISCC设计适用于在线实现。主要贡献总结如下。

- 我们为无人机辅助目标跟踪构建了一个ISCC框架，其中一架通感一体化无人机同时跟踪移动目标并为地面用户提供服务。通过将无人机-目标状态偏差定义为系统状态、将无人机机动指令定义为控制输入，我们明确地将跟踪任务建模为离散时间线性控制过程。在此ISCC建模下，我们构建了一个基于ISCC的随机模型预测控制问题，在滚动时域内联合优化控制输入和发射波束成形，使跟踪误差趋于零，同时满足感知与通信要求。由于控制动作、状态不确定性和波束成形约束之间存在耦合，该问题高度非凸。

- 我们针对上述基于ISCC的随机MPC问题提出了一种易于求解的在线求解方法。具体而言，采用扩展卡尔曼滤波器（EKF）来估计并预测模型预测控制所需的目标状态。随后，通过针对任意给定控制输入推导闭式最优波束成形解，我们得到一个等价的面向控制的重构，从而从耦合的联合设计中去除波束成形变量。随后，剩余的非凸约束通过凸下界松弛技术加以处理，从而得到一个可高效求解的凸规划。

- 数值仿真验证了所提出的ISCC框架的有效性。结果表明，所提出的设计在保持所需速率阈值下稳定通信服务的同时，实现了接近非因果MPC基准（可获取未来目标演化信息）的跟踪性能，并且在实际约束条件下始终优于传统控制与跟踪基准。

本文其余部分安排如下。第二节介绍系统模型，包括通信模型、感知与测量模型以及控制系统模型。第三节针对联合控制与波束成形设计，构建随机MPC优化问题。第四节提出ISCC框架及相应的求解方法。第五节给出数值结果。最后，第六节总结全文。

符号说明：标量、向量和矩阵分别用小写字母、粗体小写字母和粗体大写字母表示。$(\cdot)^T$ 和$(\cdot)^H$ 分别表示转置和共轭转置。 $\mathbb{R}^{x\times y}$ 和$\mathbb{C}^{x\times y}$ 分别表示维数为$x \times y$的实矩阵和复矩阵空间。 $\|\boldsymbol{\alpha}\|$ 表示复向量 $\boldsymbol{\alpha}$的欧几里得范数，$|z|$ 表示复标量 z的模。 $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 表示统计期望。符号$\triangleq$ 表示定义。 $\Re(\cdot)$和 $\Im(\cdot)$分别表示复数的实部和虚部。$\mathrm{diag}(\boldsymbol{\alpha})$表示对角线元素由 $\boldsymbol{\alpha}$的阵元给出的对角矩阵。哈达玛积和克罗内克积分别用 $\odot$ 和 $\otimes$表示。I表示维数适当的单位矩阵，0表示维数适当的全零向量或矩阵，$\mathbf{1}_n$ 表示 n维全一列向量。

II. 系统模型

如图1所示，我们考虑一个无人机辅助跟踪系统，其中一架ISAC无人机在预定的飞行时长 T内，同时跟踪一个移动目标并与一名单天线地面用户进行通信。采用离散路径规划方法 [35], , 将飞行时段 T 离散为 N 个足够短的时隙，每个时隙的时长为 $\delta_t = T/N$。为清晰起见，令 $n \in \mathcal{N}$、 $\{1, \cdots, N\}$表示时隙索引。在每个时隙内，假设无人机保持固定的飞行高度 H，且目标和无人机的运动状态（即水平位置和速度）均保持不变。具体而言，在第n个时隙内，它们的状态表示为

$$\mathbf{s}^U[n] = \begin{bmatrix}\mathbf{p}^U[n]\\ \mathbf{v}^U[n]\end{bmatrix},\ \mathbf{s}^t[n] = \begin{bmatrix}\mathbf{p}^t[n]\\ \mathbf{v}^t[n]\end{bmatrix}, \tag{1}$$

其中，$\mathbf{p}^U[n]$，$[p_x^U[n], p_y^U[n]]^T$和 $\mathbf{p}^t[n]$，$[p_x^t[n], p_y^t[n]]^T$分别表示无人机和目标的水平位置，而 $\mathbf{v}^U[n]$，$[v_x^U[n], v_y^U[n]]^T$和 $\mathbf{v}^t[n]$，$[v_x^t[n], v_y^t[n]]^T$ 表示其相应的速度向量。此外，无人机采用均匀平面阵列（UPA），沿 x轴和 y轴均采用半波长间距。发射天线数和接收天线数分别为 $M_t = M_x^t \times M_y^t$和 $M_r = M_x^r \times M_y^r$，其中 $M_x^{t/r}$和 $M_y^{t/r}$分别表示沿 x轴和 y轴的阵元数。

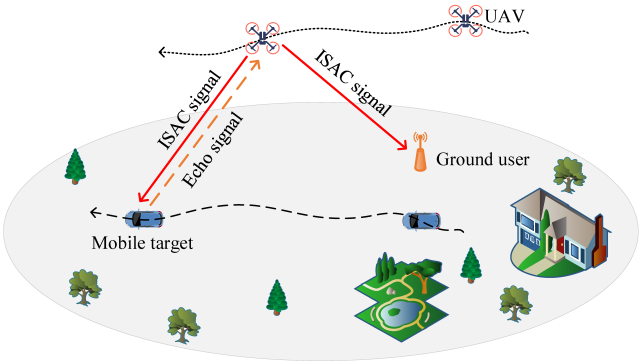


图1：无人机辅助移动目标跟踪系统。

A. 通信模型

假设无人机与地面用户之间的通信链路主要由视距分量 [26]构成。因此，第 n个时隙中从无人机到地面用户的信道状态信息（CSI）可表示为

$$\mathbf{h}^H(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)=\sqrt{\beta_0 d(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)^{-2}}\,\mathbf{a}^H(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u), \tag{2}$$

其中，$\mathbf{p}^u,[p_x^u,p_y^u]^T$表示地面用户的位置，$\beta_0$ 表示参考距离为1 m处的信道功率。此外，$d(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)=\sqrt{\|\mathbf{p}^U[n]-\mathbf{p}^u\|^2+H^2}$表示第 n个时隙内无人机与地面用户之间的距离，$\mathbf{a}(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)$表示无人机到地面用户的发射导向矢量，如下一页顶部的式（3）所定义，其中$\Phi(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)=\frac{p_x^U[n]-p_x^u}{d}(\mathbf{p}^{U[n]},\mathbf{p})$ 和 $\Omega(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)=\frac{p_y^U[n]-p_y^u}{d}(\mathbf{p}^{U[n]},\mathbf{p})$。

不失一般性，令 $s_n(t)\sim\mathcal{CN}(0,1)$表示在第 n个时隙内连续时间 t 发送给地面用户的承载信息信号。则发射的通感一体化信号可表示为$\mathbf{x}_n(t)=\mathbf{w}_n s_n(t)$，其中$\mathbf{w}_n\in\mathbb{C}^{M_t\times 1}$ 是第n个时隙使用的发射波束成形向量。因此，地面用户接收到的信号为

$$y_n(t)=\mathbf{h}^H(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)\mathbf{x}_n(t)+n_c(t). \tag{4}$$

其中，$n_c(t)\sim\mathcal{CN}(0,\sigma_c^2)$ 是地面用户接收机处的圆对称复高斯（CSCG）噪声。因此，第 n 个时隙的可达速率（单位：bps/Hz）为

$$R_n=\log_2(1+|\mathbf{h}^H(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)\mathbf{w}_n|^2/\sigma_c^2). \tag{5}$$

B. 感知与测量模型

通信信号 $\{s_n(t)\}$ 还可以利用其在目标上的反射进行感知，以估计目标参数。在第 n 个时隙，接收到的回波为

$$\mathbf{r}_n(t)=\beta_n e^{j2\pi\mu_n t}\mathbf{b}_n\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n s_n(t-\tau_n)+\mathbf{n}_r(t), \tag{6}$$

其中，$\mathbf{a}_n$、$\mathbf{a}(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^t[n])$ 和 $\mathbf{b}_n$、$\mathbf{b}(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^t[n])$ 表示接收波束赋形向量，其定义形式与式（3）类似。此外，$\mathbf{n}_r(t)\sim\mathcal{CN}(0,\sigma_r^2\mathbf{I}_{M_r})$ 表示圆对称复高斯噪声，$\beta_n=\frac{\sqrt{\beta_r}}{d^2(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^t[n])}$其中 $\beta_r=\lambda^2\varepsilon/(64\pi^3)$ 表示反射系数，λ和 ε 分别表示波长和雷达散射截面（RCS）。μ_n和 τ_n 分别对应多普勒频移和往返时延。为估计 τ_n 和 μ_n，对接收信号进行匹配滤波操作，其数学表达式为 [36]

$$\{\hat{\tau}_n,\hat{\mu}_n\}=\arg\max_{\tau,\mu}\left|\int_0^{\delta_t}\mathbf{r}_n(t)\,s_n^*(t-\tau)\,e^{-j2\pi\mu t}dt\right|^2. \tag{7}$$

然后，通过使用 $\{\hat{\tau}_n、\hat{\mu}_n\}$对式（6）进行补偿，可得

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{r}}_n&=\int_0^{\delta_t}\mathbf{r}_n(t)\,s_n^*(t-\hat{\tau}_n)\,e^{-j2\pi\hat{\mu}_n t}dt\\&=\beta_n\mathbf{b}_n\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n\int_0^{\delta_t}s_n(t-\tau_n)\,s_n^*(t-\hat{\tau}_n)\,e^{j2\pi(\mu_n-\hat{\mu}_n)t}dt\\&\quad+\int_0^{\delta_t}\mathbf{n}_r(t)\,s_n^*(t-\hat{\tau}_n)\,e^{-j2\pi\hat{\mu}_n t}dt\\&\triangleq G\beta_n\mathbf{b}_n\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n+\tilde{\mathbf{n}}_r,\end{aligned} \tag{8}$$

其中，$G\approx N_{\text{sym}}$ 为匹配滤波增益，N_{sym} 为每个时隙接收的符号数，$\tilde{\mathbf{n}}_r\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0},N_{\text{sym}}\sigma_r^2\mathbf{I}_{M_r})$ 表示等效噪声向量。为推导目标状态 $\mathbf{s}^t[n]$ 的测量模型，将式（8）中的复数表达式改写为以下实数形式：

$$\boldsymbol{\rho}_n\triangleq\begin{bmatrix}\Re\{\hat{\mathbf{r}}_n\}\\ \Im\{\hat{\mathbf{r}}_n\}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Re\{G\beta_n\mathbf{b}_n\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n\}\\ \Im\{G\beta_n\mathbf{b}_n\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n\}\end{bmatrix}+\mathbf{n}_\rho, \tag{9}$$

其中

$$\mathbf{n}_\rho\triangleq\begin{bmatrix}\Re\{\tilde{\mathbf{n}}_r\}\\ \Im\{\tilde{\mathbf{n}}_r\}\end{bmatrix}\sim\mathcal{N}(\mathbf{0},\frac{N_{\text{sym}}}{2}\sigma_r^2\mathbf{I}_{2M_r}). \tag{10}$$

为便于进行目标状态估计，我们进一步将感知观测表示为从匹配滤波器输出中提取的距离和多普勒测量值。具体而言，与目标位置 $\mathbf{p}^t[n]$ 和速度 $\mathbf{v}^t[n]$ 相关的测量模型为

$$\hat{d}_n\triangleq\frac{c\hat{\tau}_n}{2}=d(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^t[n])+n_d, \tag{11a}$$

$$\hat{\mu}_n=-\frac{2f_c(\mathbf{p}^U[n]-\mathbf{p}^t[n])^T(\mathbf{v}^U[n]-\mathbf{v}^t[n])}{cd(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^t[n])}+n_\mu, \tag{11b}$$

其中，f_c和 c分别表示载波频率和光速，$n_d\sim\mathcal{N}(0,\sigma_1^2)$ 和 $n_\mu\sim\mathcal{N}(0,\sigma_2^2)$ 表示测量噪声，其中 $\sigma_i^2=\frac{a_i^2\sigma_r^2}{GM_r|\beta_n|^2\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n|^2}$、$i=1$、2、$a_1$ a_2 均为与系统配置、信号设计以及特定信号处理算法 [36], [37]相关的常数。

根据式（9）和式（11），整体移动目标状态测量模型可简洁地重写为

$$\mathbf{m}_n=\mathbf{f}(\mathbf{s}_t[n])+\mathbf{z}_n, \tag{12}$$

其中，$\mathbf{m}_n,[\hat{d}_n,\hat{\mu}_n,\boldsymbol{\rho}_n^T]^T$表示状态测量值，$\mathbf{z}_n,[n_d,n_\mu,\mathbf{n}_\rho^T]^T$表示测量噪声，该噪声被建模为协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_m=\text{diag}([\sigma_1^2,\sigma_2^2,\frac{G\sigma_r^2}{2}\mathbf{1}_{2M_r}^T])$ 的零均值高斯随机向量。非线性测量函数 $\mathbf{f}(\cdot)$ 定义为

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}_t[n])\triangleq\begin{bmatrix}d(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^t[n])\\ -\frac{2f_c(\mathbf{p}^U[n]-\mathbf{p}^t[n])^T(\mathbf{v}^U[n]-\mathbf{v}^t[n])}{cd(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^t[n])}\\ \Re\{G\beta_n\mathbf{b}_n\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n\}\\ \Im\{G\beta_n\mathbf{b}_n\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n\}\end{bmatrix}.$$

C. 控制系统模型

为描述无人机和目标在所考虑时间段 T 内的运动，我们使用离散时间运动学方程 [29]对其动力学进行建模。首先，我们考虑一个

$$\mathbf{a}(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)=[1,\ldots,e^{j\pi(M_x^t-1)\Phi(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)}]^T\otimes[1,\ldots,e^{j\pi(M_y^t-1)\Omega(\mathbf{p}^U[n],\mathbf{p}^u)}]^T \tag{3}$$

确定性无人机控制系统，其运动由以下运动学方程控制：

$$\begin{cases} p_x^U[n]=p_x^U[n-1]+v_x^U[n-1]\delta_t+\frac{1}{2}a_x[n-1]\delta_t^2, \\ p_y^U[n]=p_y^U[n-1]+v_y^U[n-1]\delta_t+\frac{1}{2}a_y[n-1]\delta_t^2, \\ v_x^U[n]=v_x^U[n-1]+a_x[n-1]\delta_t, \\ v_y^U[n]=v_y^U[n-1]+a_y[n-1]\delta_t, \end{cases} \tag{13}$$

可等价地写成如下矩阵形式：

$$\mathbf{s}^U[n+1]=\mathbf{A}\mathbf{s}^U[n]+\mathbf{B}\mathbf{u}_n, \tag{14}$$

其中，$\mathbf{u}_n$, $[a_x,a_y]^T\in\mathbb{R}^2$ 表示控制输入，常矩阵 A 和 B 定义为

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1&0&\delta_t&0\\0&1&0&\delta_t\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\delta_t^2&0\\0&\frac{1}{2}\delta_t^2\\\delta_t&0\\0&\delta_t\end{bmatrix}. \tag{15}$$

接下来，我们假设目标在每个时隙 [29]–[31],内以近似恒定的速度运动，则其运动可由以下运动学方程建模：

$$\begin{cases} p_x^t[n]=p_x^t[n-1]+v_x^t[n-1]\delta_t+n_x, \\ p_y^t[n]=p_y^t[n-1]+v_y^t[n-1]\delta_t+n_y, \\ v_x^t[n]=v_x^t[n-1]+n_{v_x}, \\ v_y^t[n]=v_y^t[n-1]+n_{v_y}, \end{cases} \tag{16}$$

其中，n_x、n_y、n_{v_x}和n_{v_y}表示相应的转移噪声项，其分布分别为 $\mathcal{N}(0,\sigma_x^2)$、$\mathcal{N}(0,\sigma_x^2)$、 $\mathcal{N}(0,\sigma_x^2)$和 $\mathcal{N}(0,\sigma_{v_y}^2)$。类似地，式（16）可写成矩阵形式：

$$\mathbf{s}^t[n+1]=\mathbf{A}\mathbf{s}^t[n]+\mathbf{n}_s, \tag{17}$$

其中，$\mathbf{n}_s=[n_x,n_y,n_{v_x},n_{v_y}]^T$被建模为均值为零、协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_s$ 、$\mathrm{diag}([\sigma_x^2,\sigma_y^2,\sigma_{v_x}^2,\sigma_{v_y}^2])$ 的高斯随机向量。结合式（14）和式（17），无人机与目标状态之间的差值演化如下：

$$\mathbf{s}^U[n+1]-\mathbf{s}^t[n+1]=\mathbf{A}\left(\mathbf{s}^U[n]-\mathbf{s}^t[n]\right)+\mathbf{B}\mathbf{u}_n-\mathbf{n}_s. \tag{18}$$

通过将目标状态跟踪误差定义为 $\mathbf{e}_n$ ，$\mathbf{s}^U[n]-\mathbf{s}^t[n]$，式（18）可等价地表示为以下紧凑形式：

$$\mathbf{e}_{n+1}=\mathbf{A}\mathbf{e}_n+\mathbf{B}\mathbf{u}_n-\mathbf{n}_s, \tag{19}$$

该式描述了一个离散时间线性控制系统，其中状态跟踪误差 $\mathbf{e}_n$ 充当系统状态。

III. 问题构建

本文旨在将目标状态跟踪误差 $\mathbf{e}_n$ 调节至零参考值附近，从而通过在每个时隙联合优化控制输入 $\mathbf{u}_n$ 和发射波束成形 $\mathbf{w}_n$，并满足通信、感知和发射功率约束，实现平滑的目标跟踪。为此，需要精心设计目标函数。

为了构建这样的目标函数，我们首先回顾控制理论中的经典最优控制方法，即线性二次调节器（LQR） [39]。作为求解线性动态系统中闭环最优控制问题的标准范式，LQR 在目标状态跟踪偏差与控制力度之间取得平衡，并以闭式形式给出最优状态反馈控制律。采用 LQR 目标跟踪控制器的典型闭环反馈控制系统如图 2 所示。

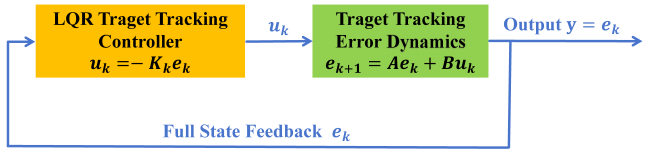


图 2：采用线性二次调节器目标跟踪控制器的典型闭环反馈控制系统示意图。

在图 2 所示的控制系统中，线性二次调节器目标跟踪控制器在整个任务时域 $[0,N]$ 上定义如下二次代价函数：

$$\mathcal{J}(\mathbf{u}_k)=\sum_{k=0}^{N-1}\left(\mathbf{e}_k^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_k+\mathbf{u}_k^T\mathbf{R}\mathbf{u}_k\right)+\mathbf{e}_N^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_N, \tag{20}$$

其中，项 $\mathbf{e}_k^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_k$ 用于惩罚目标状态跟踪误差，而 $\mathbf{u}_k^T\mathbf{R}\mathbf{u}_k$ 则用于计入生成控制输入 [38]所产生的功率代价。权重矩阵 Q 和 R 直接决定系统的动态性能以及与控制能量相关的惩罚。具体而言，$\mathbf{Q}\succ 0$ 用于惩罚状态偏差，并反映不同状态分量的相对重要性；而 $\mathbf{R}\succ 0$用于惩罚控制力度。

给定式 (20) 中的二次代价函数，LQR 目标跟踪控制器旨在确定最优控制输入序列 $\{\mathbf{u}_0,\mathbf{u}_1,\cdots,\mathbf{u}_{N-1}\}$，以使 $\mathcal{J}(\mathbf{u}_k)$ 最小化。为此，采用动态规划推导最优控制策略。具体而言，令 $V_k(\mathbf{e})$ 表示从时隙 k 到终端时隙 N的最优代价到达函数，其定义为

$$V_k(\mathbf{e})=\min_{\{\mathbf{u}_k,\cdots,\mathbf{u}_{N-1}\}}\sum_{t=k}^{N-1}(\mathbf{e}_t^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_t+\mathbf{u}_t^T\mathbf{R}\mathbf{u}_t)+\mathbf{e}_N^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_N.$$

根据贝尔曼最优性原理， [40], 有如下递归关系：

$$V_k(\mathbf{e})=\min_{\mathbf{u}_k}\left\{\mathbf{e}_k^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_k+\mathbf{u}_k^T\mathbf{R}\mathbf{u}_k+V_{k+1}(\mathbf{e})\right\}. \tag{21}$$

在线性状态反馈控制律 $\mathbf{u}_k=-\mathbf{K}_k\mathbf{e}_k$ 下，存在一个对称半正定矩阵 $\mathbf{P}_k$，使得 $V_k(\mathbf{e})=\mathbf{e}_k^T\mathbf{P}_k\mathbf{e}_k$ [39]。将 $V_{k+1}(\mathbf{e})=\mathbf{e}_{k+1}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{e}_{k+1}$ 和 $\mathbf{e}_{k+1}=\mathbf{A}\mathbf{e}_k+\mathbf{B}\mathbf{u}_k$ 代入（21），可得

$$V_k(\mathbf{e})=\min_{\mathbf{u}_k}\Big\{\mathbf{e}_k^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_k+\mathbf{u}_k^T\mathbf{R}\mathbf{u}_k + (\mathbf{A}\mathbf{e}_k+\mathbf{B}\mathbf{u}_k)^T\mathbf{P}_{k+1}(\mathbf{A}\mathbf{e}_k+\mathbf{B}\mathbf{u}_k)\Big\}. \tag{22}$$

对上述表达式关于 $\mathbf{u}_k$ 求导并令结果为零，可得最优控制律：

$$\mathbf{u}_k^*=-\left(\mathbf{R}+\mathbf{B}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{A}\mathbf{e}_k. \tag{23}$$

为计算矩阵 $\mathbf{P}_{k+1}$，我们代入 (22)，得到

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_k =& \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{A} \\ &- \mathbf{A}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{B}(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^T\end{aligned}$$

这称为离散时间代数（DARE）。基于这一递推，序列 $\{\mathbf{P}_N, \cdots, \mathbf{P}_1\}$ 可离线计算，条件 $V_N(\mathbf{e}) = \mathbf{e}_N^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_N$。相应的控制律为 $\mathbf{u}_k^* = -\mathbf{K}_k\mathbf{e}_k$，其中增益矩阵为

$$\mathbf{K}_k = \left(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_{k}$$

然而，经典的线性二次调节器框架适用于所考虑的系统，主要有两个原因。首先，线性二次调节器是针对无约束的确定性线性系统推导的，其最优反馈策略可通过黎卡提递推以闭式形式求得。非线性感知和通信约束的存在破坏了这一代数结构，使得无法推导出有效的闭式反馈增益，因此标准的线性二次调节器解不再适用。其次，式 (20) 中的全时域代价不适用于我们的场景，因为直接采用该代价会导致一个全局优化问题，其中同时涉及 N 感知约束和 N 通信约束，且这些约束在时间上紧密耦合。这种跨时域耦合显著增加了计算复杂度，使得由此产生的优化问题不适用于实时控制。

为克服这些挑战，我们提出了一种目标函数，它保留了线性二次调节器的二次结构，通过对未来状态取期望来纳入随机噪声的影响，并借鉴模型预测控制（MPC），采用滚动时域优化策略，在 N_0个未来时隙上进行优化，其中 N_0 表示预测时域长度，即

$$\mathcal{C}_n(\mathbf{u}_n) = \sum_{i=1}^{N_0} \left(\mathbb{E}_{\mathbf{n}_s}\left\{\mathbf{e}_{n+i}^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_{n+i}\right\} + \mathbf{u}_{n+i-1}^T\mathbf{R}\mathbf{u}_{n+i-1}\right).$$

因此，在第 n 个时隙，用于确定 $\{\mathbf{u}_n, \mathbf{w}_{n+1}\}$ 的随机模型预测控制问题可表述为

$$\begin{aligned}\min_{\{\mathbf{u}_{n+i-1}, \mathbf{w}_{n+i}\}_{i\in\mathcal{I}}} \quad & \mathcal{C}_n(\mathbf{u}_n) \\ \text{s.t. } & R_{n+i} \geq R_{th}, \forall i \in \mathcal{I}, && \text{(26a)} \\ & \mathbb{E}_{\mathbf{n}_s}\left\{\frac{|\mathbf{a}_{n+i}^H\mathbf{w}_{n+i}|^2}{d_{n+i}^4}\right\} \geq \Gamma_{th}, \forall i \in \mathcal{I}, && \text{(26b)} \\ & \|\mathbf{w}_{n+i}\|^2 \leq P_T, \forall i \in \mathcal{I}, && \text{(26c)} \\ & \|\mathbf{u}_{n+i-1}\| \leq a_{max}, \forall i \in \mathcal{I}, && \text{(26d)} \\ & \|\mathbf{v}^U[n+i]\| \leq V_{max}, \forall i \in \mathcal{I}, && \text{(26e)}\end{aligned}$$

其中，$\mathcal{I}$、$\{1, \cdots, N_0\}$、d_{n+i}、$d(\mathbf{p}^U[n+i], \mathbf{p}^t[n+i])$，以及 Γ_{th}、$\frac{\sigma_r^2}{GM_r\beta_r}\text{SNR}_{th}^{echo}$，其中$\text{SNR}_{th}^{echo}$表示接收回波信号的阈值信噪比。此外，$R_{th}$和 P_T分别表示通信速率阈值和发射功率预算。约束条件(26a)保证通信需求，(26b)确保接收回波信号的期望信噪比超过阈值信噪比$_{th}^{echo}$，(26c)强制执行发射功率限制，而约束条件(26d)-(26e)则通过将无人机的加速度和速度分别限制为 a_{max} 和 V_{max}，对无人机运动施加物理限制。

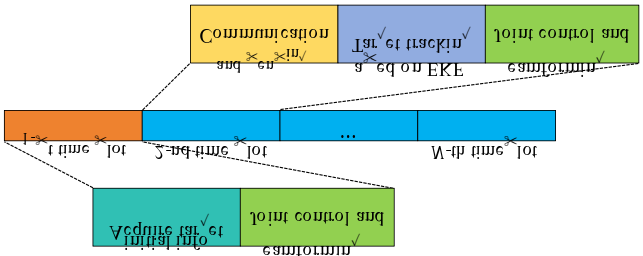


图3：所提出的ISCC框架示意图。

一般而言，由于以下挑战，问题(26)难以高效求解：1) 约束条件(26a)和(26b)具有高度非凸性，并在控制变量 $\{\mathbf{u}_{n+i-1}\}$ 与波束成形向量 $\{\mathbf{w}_{n+i}\}$之间引入了强耦合；2)(26b)中的期望项不存在闭式表达式；3) 系统状态 $\{\mathbf{e}_{n+i}\}$ 的真实概率分布未知。

IV. 移动目标跟踪控制与无线波束成形的联合优化

在本节中，为了解决问题（26），我们首先采用扩展卡尔曼滤波器方法，根据接收到的感知回波估计并预测目标状态。随后，利用当前状态估计以及根据预测目标位置近似得到的发射导向矢量，通过求解以感知为中心的可行性问题，推导出任意给定控制输入序列对应的最优波束成形向量闭式序列。这种闭式表征有效地将波束成形设计与控制变量解耦，从而能够将原问题等价地改写为更易处理的控制驱动问题，随后可通过基于松弛的凸近似方法高效求解。

在每个时隙执行这一流程后，所提出的ISCC框架如图3所示。具体而言，在第一个时隙，无人机利用通过外部传感设备获取的初始目标状态估计，联合设计其控制输入和波束成形向量。

A. 扩展卡尔曼滤波

给定式（17）中的状态演化模型和式（13）中的测量模型，我们采用扩展卡尔曼滤波器来估计并预测目标状态 $\mathbf{s}^t[n]$。由于 $\mathbf{f}(\mathbf{s}^t[n])$ 关于 $\mathbf{s}^t[n]$ 是非线性的，我们通过计算其雅可比矩阵 [36], 对其进行线性化近似，该矩阵在下一页底部的式（27）中给出，其中 $\Delta\mathbf{p}[n]$，$[\Delta p_x[n], \Delta p_y[n]]^T = \mathbf{p}^U[n] - \mathbf{p}^t[n]$, $\Delta\mathbf{v}[n]$, $[\Delta v_x[n], \Delta v_y[n]]^T = \mathbf{v}^U[n] - \mathbf{v}^t[n]$和 $\boldsymbol{\psi}_n, \mathbf{b}_n\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_{n_0}$。在式（27）中，还需计算 $\frac{\partial(\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-2})}{\partial p_x^t[n]}$和 $\frac{\partial(\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-2})}{\partial p_y^t[n]}$。利用链式法则，可得

$$\begin{cases}\dfrac{\partial(\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-2})}{\partial p_x^t[n]} = \dfrac{\partial\boldsymbol{\psi}_n}{\partial p_x^t[n]}d_n^{-2} + 2\Delta p_x[n]\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-4}, \\ \dfrac{\partial(\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-2})}{\partial p_y^t[n]} = \dfrac{\partial\boldsymbol{\psi}_n}{\partial p_y^t[n]}d_n^{-2} + 2\Delta p_y[n]\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-4},\end{cases}$$

其中，$\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_n}{\partial p_x^t[n]}$ 和 $\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_n}{\partial p_y^t[n]}$ 的表达式分别见式（28）和式（29），也列于下一页底部。

现在我们可以介绍扩展卡尔曼滤波方案。为简化记号，令 $\hat{\mathbf{s}}^t[n]$ 和 $\check{\mathbf{s}}^t[n]$ 分别表示目标在第 n 个时隙的估计状态和预测状态。按照标准卡尔曼滤波流程 [37], , 目标跟踪设计可概括如下：

1) 状态预测：

$$\check{\mathbf{s}}^t[n-1+i]=\mathbf{A}^i\hat{\mathbf{s}}^t[n-1],\forall i\in\mathcal{I}, \tag{30}$$

2) 线性化：

$$\mathbf{F}_n=\left.\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{s}^t[n]}\right|_{\mathbf{s}^t[n]=\check{\mathbf{s}}^t[n]}, \tag{31}$$

3) 均方误差矩阵预测：

$$\check{\mathbf{M}}_n=\mathbf{A}\hat{\mathbf{M}}_{n-1}\mathbf{A}^T+\mathbf{Q}_s, \tag{32}$$

4) 卡尔曼增益计算：

$$\mathbf{K}_{al,n}=\check{\mathbf{M}}_n\mathbf{F}_n^H\left(\mathbf{F}_n\check{\mathbf{M}}_n\mathbf{F}_n^H+\mathbf{Q}_m\right)^{-1}, \tag{33}$$

5) 状态跟踪：

$$\hat{\mathbf{s}}^t[n]=\check{\mathbf{s}}^t[n]+\mathbf{K}_{al,n}\left(\mathbf{m}_n-\mathbf{f}\left(\check{\mathbf{s}}^t[n]\right)\right), \tag{34}$$

6) 均方误差矩阵更新：

$$\hat{\mathbf{M}}_n=\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{al,n}\mathbf{F}_n\right)\check{\mathbf{M}}_n, \tag{35}$$

其中，$\check{\mathbf{M}}_n$，$\mathbb{E}\{(\mathbf{s}^t[n]-\check{\mathbf{s}}^t[n])(\mathbf{s}^t[n]-\check{\mathbf{s}}^t[n])^T\}$ 和 $\hat{\mathbf{M}}_n$，$\mathbb{E}\{(\mathbf{s}^t[n]-\hat{\mathbf{s}}^t[n])(\mathbf{s}^t[n]-\hat{\mathbf{s}}^t[n])^T\}$ 分别表示预测和估计的误差协方差矩阵。在此扩展卡尔曼滤波器方案中，在第一个时隙（$n=1$），无需预测目标状态或误差协方差，因为外部传感设备会直接提供目标状态估计及其对应的误差协方差 $\{\hat{\mathbf{s}}^t[1],\hat{\mathbf{M}}_1\}$。对于后续时隙（$n\geq 2$），利用预测的目标状态和误差协方差$\{\check{\mathbf{s}}^t[n],\check{\mathbf{M}}_n\}$以及当前测量值$\mathbf{m}_n$，更新状态估计$\hat{\mathbf{s}}^t[n]$ 及其对应的误差协方差$\mathbf{M}_n$。随后，利用这些更新后的量来表征未来目标状态跟踪误差 $\{\mathbf{e}_{n+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$的分布。

B. 联合控制与波束成形设计

在第 n 个时隙，根据当前测量值 $\mathbf{m}_n$获得状态估计 $\hat{\mathbf{s}}^t[n]$ 及其关联的误差协方差 $\hat{\mathbf{M}}_n$ 后，我们的目标是通过求解式 (26) 中的模型预测控制问题，确定控制输入 $\mathbf{u}_n$ 和波束成形向量 $\mathbf{w}_{n+1}$。为此，我们将目标状态 $\mathbf{s}^t[n]$建模为具有已知分布的高斯随机变量，即，

$$\mathbf{s}^t[n]=\check{\mathbf{s}}^t[n]+\boldsymbol{\xi}_n,\ \boldsymbol{\xi}_n\sim\mathcal{N}(\mathbf{0},\hat{\mathbf{M}}_n). \tag{36}$$

根据式 (36)，目标状态跟踪误差 $\mathbf{e}_n$ 可表示为

$$\mathbf{e}_n=\mathbf{s}^U[n]-\mathbf{s}^t[n]=\hat{\mathbf{e}}_n-\boldsymbol{\xi}_n, \tag{37}$$

其中，$\hat{\mathbf{e}}_n$，$\mathbf{s}^U[n]-\hat{\mathbf{s}}^t[n]$ 表示第 n个时隙的估计系统状态。将状态空间方程 (19) 与 (37) 相结合，可将未来目标状态跟踪误差 $\{\mathbf{e}_{n+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$ 的分布表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_{n+i}=&\mathbf{A}^i\mathbf{e}_n+\sum_{j=0}^{i-1}\mathbf{A}^{i-j-1}(\mathbf{B}\mathbf{u}_{n+j}+\mathbf{n}_{s,j})\\=&\mathbf{A}^i(\hat{\mathbf{e}}_n-\boldsymbol{\xi}_n)+\sum_{j=0}^{i-1}\mathbf{A}^{i-j-1}(\mathbf{B}\mathbf{u}_{n+j}+\mathbf{n}_{s,j})\\\triangleq&\boldsymbol{\Lambda}_i(\overline{\mathbf{u}}_i+\overline{\mathbf{n}}_i),\ \forall i\in\mathcal{I},\end{aligned} \tag{38}$$

其中

$$\boldsymbol{\Lambda}_i\triangleq\left[\mathbf{A}^i\quad\mathbf{A}^{i-1}\quad\cdots\quad\mathbf{A}\quad\mathbf{I}\right],$$

$$\overline{\mathbf{u}}_i\triangleq\left[\hat{\mathbf{e}}_n^T\quad(\mathbf{B}\mathbf{u}_n)^T\quad\cdots\quad(\mathbf{B}\mathbf{u}_{n+i-1})^T\right]^T,$$

$$\overline{\mathbf{n}}_i\triangleq\left[-\boldsymbol{\xi}_n^T\quad\mathbf{n}_{s,0}^T\quad\cdots\quad\mathbf{n}_{s,i-1}^T\right]^T.$$

此处，$\mathbf{n}_{s,\,j}$ 表示第 $(n+j)$ 个时隙的过程噪声。每个 $\mathbf{n}_{s,\,j}$ 均与 (19) 中的 $\mathbf{n}_s$ 服从相同的分布，且在不同时隙之间相互独立。

尽管目标状态跟踪误差$\{\mathbf{e}_{n+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$ 的分布已知，但处理约束 (26b) 仍然具有挑战性，因为噪声项 $\mathbf{n}_i$ 同时出现在发射导向矢量 $\mathbf{a}_{n+i}$ 和分母 d_{n+i}^4中。为降低这一难度，我们提出用 $\check{\mathbf{a}}_{n+i}$（即 $\mathbf{a}(\mathbf{p}^U[n+i],\check{\mathbf{p}}^t[n+i])$）近似 $\mathbf{a}_{n+i}$，其中 $\check{\mathbf{p}}^t[n+i]$ 表示第 $(n+i)$ 个时隙的预测目标位置。该近似使感知约束能够以闭式形式表示。经过这一修改，问题 (26) 可重新表述为

$$\begin{aligned}\min_{\{\mathbf{u}_{n+i-1},\mathbf{w}_{n+i}\}_{i\in\mathcal{I}}}\ &\mathcal{C}_n(\mathbf{u}_n)\\\text{s.t. }&\text{(26a), (26c)-(26e),}\\&\frac{|\check{\mathbf{a}}_{n+i}\mathbf{w}_{n+i}|^2}{\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}}\geq\Gamma_{th},\forall i\in\mathcal{I}.\end{aligned} \tag{39a}$$

然而，由于非凸约束 (26a) 和 (39a)，问题 (39) 仍然难以求解。

$$\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{s}^t[n]}=\begin{bmatrix}\frac{-\Delta p_x[n]}{d_n} & \frac{-\Delta p_y[n]}{d_n} & 0 & 0\\ \frac{2f_c\left(\Delta v_x[n]d_n^2+(\Delta\mathbf{p}[n])^T\Delta\mathbf{v}[n]\Delta p_x[n]\right)}{cd_n^3} & \frac{2f_c\left(\Delta v_y[n]d_n^2+(\Delta\mathbf{p}[n])^T\Delta\mathbf{v}[n]\Delta p_y[n]\right)}{cd_n^3} & \frac{2f_c\Delta p_x[n]}{cd_n} & \frac{2f_c\Delta p_y[n]}{cd_n}\\ \begin{bmatrix}\Re\left\{G\sqrt{\beta_r}\frac{\partial(\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-2})}{\partial p_x^t[n]}\right\}\\ \Im\left\{G\sqrt{\beta_r}\frac{\partial(\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-2})}{\partial p_x^t[n]}\right\}\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}\Re\left\{G\sqrt{\beta_r}\frac{\partial(\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-2})}{\partial p_y^t[n]}\right\}\\ \Im\left\{G\sqrt{\beta_r}\frac{\partial(\boldsymbol{\psi}_n d_n^{-2})}{\partial p_y^t[n]}\right\}\end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}. \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_n}{\partial p_x^t[n]}=&j\pi\mathbf{b}_n\odot\left(\frac{-(\Delta p_y[n])^2-H^2}{d_n^3}([0,\ldots,M_x^r-1]^T\otimes\mathbf{1}_{M_y^r})+\frac{\Delta p_x[n]\Delta p_y[n]}{d_n^3}(\mathbf{1}_{M_x^r}\otimes[0,\ldots,M_y^r-1]^T)\right)\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n\\&+\mathbf{b}_n\left(j\pi\mathbf{a}_n\odot\left(\frac{-(\Delta p_y[n])^2-H^2}{d_n^3}([0,\ldots,M_x^t-1]^T\otimes\mathbf{1}_{M_y^t})+\frac{\Delta p_x[n]\Delta p_y[n]}{d_n^3}(\mathbf{1}_{M_x^t}\otimes[0,\ldots,M_y^t-1]^T)\right)\right)^H\mathbf{w}_n.\end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_n}{\partial p_y^t[n]}=&j\pi\mathbf{b}_n\odot\left(\frac{\Delta p_x[n]\Delta p_y[n]}{d_n^3}([0,\ldots,M_x^r-1]^T\otimes\mathbf{1}_{M_y^r})+\frac{-(\Delta p_x[n])^2-H^2}{d_n^3}(\mathbf{1}_{M_x^r}\otimes[0,\ldots,M_y^r-1]^T)\right)\mathbf{a}_n^H\mathbf{w}_n\\&+\mathbf{b}_n\left(j\pi\mathbf{a}_n\odot\left(\frac{\Delta p_x[n]\Delta p_y[n]}{d_n^3}([0,\ldots,M_x^t-1]^T\otimes\mathbf{1}_{M_y^t})+\frac{-(\Delta p_x[n])^2-H^2}{d_n^3}(\mathbf{1}_{M_x^t}\otimes[0,\ldots,M_y^t-1]^T)\right)\right)^H\mathbf{w}_n.\end{aligned} \tag{29}$$

为继续讨论，我们注意到，问题 (39) 的目标函数仅取决于控制输入变量$\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$。因此，一旦指定这些控制输入，只需确定是否存在一组相应的波束成形向量 $\{\mathbf{w}_{n+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$，使其满足问题 (39) 中的约束 (26a) 和 (26c)。反过来，可以通过验证是否存在这样一组波束成形向量，来评估 $\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$ 的可行性。受此观察启发，我们可以针对任意指定的控制输入构建可行性检查问题。根据给定控制输入 $\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$下所关注的性能指标，可行性检查问题的形式可分为两种情况，分别对应以感知为中心和以通信为中心的性能指标。

感知中心型可行性检查：在这种情况下，可将可行性检查问题表述为

$$\begin{aligned}\max_{\{\mathbf{w}_{n+i}\}_{i\in\mathcal{I}}}\ & \Gamma\\ \text{s.t. } & (26a),(26c),\\ & \frac{|\check{\mathbf{a}}_{n+i}\mathbf{w}_{n+i}|^2}{\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}}-\Gamma_{th}\geq\Gamma,\forall i\in\mathcal{I}. \end{aligned}\tag{40a}$$

注意，在问题 (40) 中，优化变量$\{\mathbf{w}_{n+1}$、…、$\mathbf{w}_{n+N_0}\}$在不同的时隙之间相互独立。因此，该问题可以分解为 N_0 个并行子问题，每个子问题对应一个时隙。因此，原问题的最优目标值等于这些 N_0 个子问题的最优目标值中的最小值。具体而言，第 i 个子问题可表述为

$$\begin{aligned}\max_{\mathbf{w}_{n+i}}\ & |\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}_{n+i}|^2-\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}\Gamma_{th}\\ \text{s.t. } & R_{n+i}\geq R_{th}, \qquad (41a)\\ & \|\mathbf{w}_{n+i}\|^2\leq P_T. \qquad (41b)\end{aligned}$$

尽管问题 (41) 是非凸的，但其最优解可通过闭式表达式得出，即 [10]

$$\mathbf{w}_{n+i}^*=\begin{cases}\sqrt{P_T}\frac{\check{\mathbf{a}}_{n+i}}{\|\check{\mathbf{a}}_{n+i}\|}, & \text{if } P_T|\mathbf{a}_{c,i}^H\check{\mathbf{a}}_{n+i}|^2\geq M_t\eta d_{c,i}^2,\\ \kappa_1\boldsymbol{\nu}_1+\kappa_2\boldsymbol{\nu}_2, & \text{otherwise},\end{cases}\tag{42}$$

其中 $\mathbf{a}_{c,\,i}$、$\mathbf{a}(\mathbf{p}^U[n+i],\mathbf{p}^u)$、$d_{c,\,i}$、$d(\mathbf{p}^U[n+i],\mathbf{p}^u)$ 以及 η，σ_c^2~~$(2^R$~~~~$-1)\beta_0$~~。此外，辅助项 $\kappa_1,\kappa_2,\boldsymbol{\nu}_1,\boldsymbol{\nu}_2$ 定义如下

$$\boldsymbol{\nu}_1=\frac{\mathbf{a}_{c,i}}{\|\mathbf{a}_{c,i}\|},\boldsymbol{\nu}_2=\frac{\check{\mathbf{a}}_{n+i}-(\boldsymbol{\nu}_1^H\check{\mathbf{a}}_{n+i})\boldsymbol{\nu}_1}{\|\check{\mathbf{a}}_{n+i}-(\boldsymbol{\nu}_1^H\check{\mathbf{a}}_{n+i})\boldsymbol{\nu}_1\|},$$

$$\kappa_1=\sqrt{\frac{\eta d_{c,i}^2}{M_t}}\frac{\boldsymbol{\nu}_1^H\check{\mathbf{a}}_{n+i}}{|\boldsymbol{\nu}_1^H\check{\mathbf{a}}_{n+i}|},\kappa_2=\sqrt{P_T-\frac{\eta d_{c,i}^2}{M_t}}\frac{\boldsymbol{\nu}_2^H\check{\mathbf{a}}_{n+i}}{|\boldsymbol{\nu}_2^H\check{\mathbf{a}}_{n+i}|}.$$

将 (42) 中的 $\mathbf{w}_{n+i}^*$ 代回问题 (41)，即可得到波束成形相关项 Γ_{n+i}^*，$|\check{\mathbf{a}}_{n+i}\mathbf{w}_{n+i}^*|^2$ 的最优可达值

$$\Gamma_{n+i}^*=\begin{cases}\gamma, & \text{if } \gamma\cos^2\theta_i\geq\eta d_{c,i}^2,\\ \left(\sqrt{\eta d_{c,i}^2}\cos\theta_i+\sqrt{\gamma-\eta d_{c,i}^2}\sin\theta_i\right)^2, & \text{otherwise},\end{cases}$$

其中 γ、M_tP_T和 θ_i，$\arccos\frac{|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{a}_{c,i}|}{\|\check{\mathbf{a}}_{n+i}\|\|\mathbf{a}_{c,i}\|}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$。(43)

因此，整体以感知为中心的可行性检验问题（40）的最优目标值可表示为

$$\Gamma^*=\min_{i\in\mathcal{I}}\left\{\Gamma_{n+i}^*-\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}\Gamma_{th}\right\},\tag{44}$$

且控制输入 $\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$ 可行，当且仅当 $\Gamma^*\geq 0$。

通信中心型可行性检查：在此情况下，可将可行性检查问题表述为

$$\begin{aligned}\max_{\{\mathbf{w}_{n+i}\}_{i\in\mathcal{I}}}\ & R\\ \text{s.t. } & (26c),(39a),\\ & R_{n+i}-R_{th}\geq R,\forall i\in\mathcal{I}. \end{aligned}\tag{45a}$$

与感知中心型情况类似，问题 (45) 可分解为 N_0 个并行子问题，且每个子问题均存在闭式最优解。问题 (45) 的最优值记为 R^*，即这些子问题的最优值中的最小值。因此，当且仅当 $R^*\geq 0$ 时，控制输入$\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$ 在通信中心型情况下可行。为完整起见，附录A给出了问题 (45) 最优解的详细推导。

对于给定的控制输入 $\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$，感知中心型和通信中心型可行性检查问题采用不同的评估准则。为阐明这两种方法之间的关系，并指导选择合适的检查方法，我们给出以下引理 1。

引理 1. 对于任意给定的控制输入 $\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$，感知中心型和通信中心型可行性检查问题，即 (40) 和 (45)，会得到相同的结果，即

$$R^*\geq 0\Longleftrightarrow\Gamma^*\geq 0.\tag{46}$$

证明：请参见附录 B。■

根据引理 1，我们采用检查准则 $\Gamma^*\geq 0$，将问题 (39) 等价地改写为

$$\begin{aligned}\min_{\{\mathbf{u}_{n+i-1}\}_{i\in\mathcal{I}}}\ & \mathcal{C}_n(\mathbf{u}_n)\\ \text{s.t. } & (26d),(26e),\\ & \Gamma_{n+i}^*-\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}\Gamma_{th}\geq 0,\forall i\in\mathcal{I}. \end{aligned}\tag{47a}$$

然而，问题 (47) 仍然具有挑战性，因为 Γ_{n+i}^*呈分段非凹特性。为解决这一问题，我们推导出 Γ_{n+i}^* 的一个下界，如下所示。

引理 2。波束成形相关项 Γ_{n+i}^* 在 (43) 中的最优可达值具有以下下界：

$$\Gamma_{n+i}^*\geq\gamma-\delta_i\eta d_{c,i}^2\triangleq\Gamma_{n+i}^l,\ \forall i\in\mathcal{I},\tag{48}$$

其中，δ_i 是定义如下的二进制常数

$$\delta_i=\begin{cases}0, & \textit{if } \check{\mathbf{p}}^t[n+i]=\mathbf{p}^u,\\ 1, & \textit{otherwise}.\end{cases}$$

此外，随着发射天线数量 $M_t\to\infty$增加，(48) 中的下界 Γ_{n+i}^l 渐近趋紧。

证明：请参见附录 C。■

根据引理 2，将问题 (47) 中的 Γ_{n+i}^* 替换为 Γ_{n+i}^l，即可得到该问题的松弛版本，即：

$$\begin{aligned}\min_{\{\mathbf{u}_{n+i-1}\}_{i\in\mathcal{I}}}\ & \sum_{i=1}^{N_0}\left(\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\left\{\mathbf{e}_{n+i}^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_{n+i}\right\}+\mathbf{u}_{n+i-1}^T\mathbf{R}\mathbf{u}_{n+i-1}\right)\\ \text{s.t. } & (26d),(26e),\\ & \delta_i\eta d_{c,i}^2+\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}\Gamma_{th}-\gamma\leq 0,\forall i\in\mathcal{I}. \end{aligned}\tag{49a}$$

因此，通过求解松弛问题（49），可以得到原问题（47）的高质量解。

为此，我们需要推导出 $\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{\mathbf{e}_{n+i}^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_{n+i}\}$、$\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}$ 和 $d_{c,\,i}^2$ 的闭式表达式。首先，根据式（38）中给出的 $\mathbf{e}_{n+i}$ 的分布，我们有

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\left\{\mathbf{e}_{n+i}^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_{n+i}\right\} &= \mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\left\{\left(\mathbf{\Lambda}_i(\overline{\mathbf{u}}_i+\overline{\mathbf{n}}_i)\right)^T\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}_i(\overline{\mathbf{u}}_i+\overline{\mathbf{n}}_i)\right\}\\ &= \overline{\mathbf{u}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^T\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}_i\overline{\mathbf{u}}_i+\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\left\{\overline{\mathbf{n}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^T\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}_i\overline{\mathbf{n}}_i\right\}\\ &= \overline{\mathbf{u}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^q\overline{\mathbf{u}}_i+\mathrm{Tr}\left(\overline{\mathbf{N}}_i\mathbf{\Lambda}_i^q\right),\end{aligned}\tag{50}$$

其中 $\mathbf{\Lambda}_i^q,\ \mathbf{\Lambda}_i^T\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}_i\succeq 0$ 和 $\mathbf{N}_i,\ \mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\left\{\mathbf{n}_i\mathbf{n}_i^T\right\}\succeq 0$。接下来，由于 $d_{n+i}^2=\|\mathbf{p}^U[n+i]-\mathbf{p}^t[n+i]\|^2+H^2$，四阶矩 $\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}$ 可按本页底部的式（51）表示为闭式，其中 $\mathbf{\Lambda}_i^c,\ \mathbf{\Lambda}_i^T\mathbf{C}^T\mathbf{C}\mathbf{\Lambda}_i\succeq 0$，常数矩阵 $\mathbf{C}$ 定义为

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}.$$

最后，为了推导 $d_{c,\,i}^2$ 的闭式表达式，我们利用式（14）将无人机位置 $\mathbf{p}^U[n+i]$ 表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{p}^U[n+i] &= \mathbf{C}\left(\mathbf{A}^i\mathbf{s}^U[n]+\sum_{j=0}^{i-1}\mathbf{A}^{i-j-1}\mathbf{B}\mathbf{u}_{n+j}\right)\\ &= \mathbf{C}\mathbf{\Lambda}_i\tilde{\mathbf{u}}_i,\quad\forall i\in\mathcal{I},\end{aligned}\tag{52}$$

其中 $\tilde{\mathbf{u}}_i,\ \left[(\mathbf{s}^U[n])^T(\mathbf{B}\mathbf{u}_n)^T\ \cdots(\mathbf{B}\mathbf{u}_{n+i-1})^T\right]^T$。根据式（52），$d_{c,\,i}^2$ 可表示为

$$\begin{aligned}d_{c,i}^2 &= \|\mathbf{C}\mathbf{\Lambda}_i\tilde{\mathbf{u}}_i-\mathbf{p}^u\|^2+H^2\\ &= \tilde{\mathbf{u}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\tilde{\mathbf{u}}_i-2\tilde{\mathbf{u}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^T\mathbf{C}^T\mathbf{p}^u+(\mathbf{p}^u)^T\mathbf{p}^u+H^2.\end{aligned}\tag{53}$$

为更明确地展示问题 (49) 的结构，我们将所有控制输入 $\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$ 堆叠为一个向量，即:

$$\hat{\mathbf{u}}_n\triangleq\begin{bmatrix}\mathbf{u}_n^T&\mathbf{u}_{n+1}^T&\cdots&\mathbf{u}_{n+N_0-1}^T\end{bmatrix}^T.\tag{54}$$

根据 (54)，$\mathbf{u}_i$ 和 $\tilde{\mathbf{u}}_i$ 均可表示为以下关于 $\hat{\mathbf{u}}_n$ 的已知线性选取:

$$\overline{\mathbf{u}}_i=\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\overline{\mathbf{c}}_i,\ \tilde{\mathbf{u}}_i=\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\tilde{\mathbf{c}}_i,\forall i\in\mathcal{I},\tag{55}$$

where $\overline{\mathbf{c}}_i=\begin{bmatrix}\hat{\mathbf{e}}_n\\\mathbf{0}_{4i}\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{(4+4i)\times 1}$, $\tilde{\mathbf{c}}_i=\begin{bmatrix}\mathbf{s}^U[n]\\\mathbf{0}_{4i}\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{(4+4i)\times 1}$, and the selection matrix $\mathbf{S}_i$ is given by

$$\mathbf{S}_i=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{4\times(2N_0)}\\(\mathbf{I}_i\otimes\mathbf{B})\quad\mathbf{0}_{4i\times 2(N_0-i)}\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{(4+4i)\times 2N_0}.$$

然后，将（50）、（52）、（53）和（55）代入（49），并进行适当的代数化简后，问题（49）可重新表述为

$$\begin{aligned}\min_{\hat{\mathbf{u}}_n}\ &\hat{\mathbf{u}}_n^T\mathbf{\Upsilon}\hat{\mathbf{u}}_n+2\mathbf{g}^T\hat{\mathbf{u}}_n+c_t,\\ \text{s.t. }&\|\mathbf{E}_i\hat{\mathbf{u}}_n\|\le a_{max},\ \forall i\in\mathcal{I},&\text{(56a)}\\ &\|\mathbf{v}^U[n]+\delta_t\mathbf{E}_{i,sum}\hat{\mathbf{u}}_n\|\le V_{max},\ \forall i\in\mathcal{I},&\text{(56b)}\\ &\Gamma_{th}\left((\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\overline{\mathbf{c}}_i)^T\mathbf{\Lambda}_i^c(\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\overline{\mathbf{c}}_i)\right)^2+\hat{\mathbf{u}}_n^T\mathbf{\Xi}_i\hat{\mathbf{u}}_n\\ &\quad+2\boldsymbol{\zeta}_i^T\hat{\mathbf{u}}_n+\varpi_i\le 0,\ \forall i\in\mathcal{I},&\text{(56c)}\end{aligned}$$

算法 1 求解问题 (26) 的所提算法

1: 输入：时域长度 N；时隙索引 n；感知测量值 $\mathbf{m}_n$ 和目标先验预测 $\{\check{\mathbf{s}}^t[n],\check{\mathbf{M}}_n\}$ 对于 $n=1$；$n\ge 2$ 时为上一次输出的更新后的预测 $\{\check{\mathbf{s}}^t[n+1],\check{\mathbf{M}}_{n+1}\}$、控制输入 $\mathbf{u}_n^*$，以及可行的波束成形向量 $\mathbf{w}_{n+1}^*$。
2: 对于 $n=1$，目标初始估计 $\{\hat{\mathbf{s}}_{init}^t,\hat{\mathbf{M}}_{init}\}$。
3: 如果 $n=1$ 则
4: 设置 $\{\hat{\mathbf{s}}^t[n],\hat{\mathbf{M}}_n\}\leftarrow\{\hat{\mathbf{s}}_{init}^t,\hat{\mathbf{M}}_{init}\}$.
5: 否则
6: 通过 (34) 获得后验估计 $\{\hat{\mathbf{s}}^t[n],\hat{\mathbf{M}}_n\}$ (35)，其中先验为 $\{\check{\mathbf{s}}^t[n],\check{\mathbf{M}}_n\}$，测量值为 $\mathbf{m}_n$。
7: 结束 if
8: 通过 (30) 预测目标状态 $\{\check{\mathbf{s}}^t[n+i]\}_{i\in\mathcal{I}}$。
9: 更新一步预测协方差 $\check{\mathbf{M}}_{n+1}$ 通过 (32)。
10: 求解问题 (56)，以获得最优控制输入 $\mathbf{u}_n^*$。
11: 计算一个可行的发射波束成形向量 $\mathbf{w}_{n+1}^\star$ 根据 (42)。

其中 $\mathbf{E}_i,\ \left[\mathbf{0}_{2\times(2i-2)}\mathbf{I}_2\quad\mathbf{0}_{2\times(2N_s-2i)}\right]\in\mathbb{R}^{2\times 2N_s}$，$\mathbf{E}_{i,sum},\ \left(\sum_{j=1}^{i}\mathbf{E}_j\right)$，$\mathbf{\Upsilon}$，$\sum_{i=1}^{N_0}\mathbf{S}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^q\mathbf{S}_i+\mathbf{I}_{N_0}\otimes\mathbf{R}$，$\mathbf{g}\ \sum_{i=1}^{N_0}\mathbf{S}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^q\mathbf{c}_i$ 以及 $c_t,\ \sum_{i=1}^{N_0}\left(\mathbf{c}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^q\mathbf{c}_i+\mathrm{Tr}(\mathbf{N}_i\mathbf{\Lambda}_i^q)\right)$。此外，约束（56c）中的系数 $\mathbf{\Xi}_i$、$\boldsymbol{\zeta}_i$ 和 ϖ_i 分别在（57）、（58）和（59）中定义，如下一页底部所示。

对于问题 (56)，我们有以下定理1。

定理1。问题 (56) 是凸的。

证明：请参见附录 D。 ■

由于 (56) 是凸的，可以使用现有数值工具（例如 CVX [41]）高效求解该问题。得到最优控制输入 $\mathbf{u}_n^*$ 后，可以根据 (42) 计算出一个可行的发射波束成形向量 $\mathbf{w}_{n+1}^*$。在每个时隙求解问题 (26) 的所提算法总结于算法 1 中。

V. 数值结果

本节给出数值结果，以验证所提出的ISCC框架的有效性。除非另有说明，初始目标和地面用户位置分别设为$\mathbf{p}^t[1]=(0,400)$ m和$\mathbf{p}^u=(300,50)$ m。无人机以固定高度 $H=50$ m飞行，并在每个轴上配置一个含有 $M_x^{t/r}=M_y^{t/r}=4$根天线的均匀平面阵列，发射功率预算为 $P_T=30$ dBm。载波频率和匹配滤波增益分别为 $f_c=30$ GHz和 $G=10^3$，通信噪声功率和雷达噪声功率均为 $\sigma_c^2=\sigma_r^2=-80$dBm。任务时域被离散为 $N=300$ 个时隙，每个时隙的时长为 $\delta_t=0.2$ s，预测时域长度为 $N_0=5$。加权矩阵为$\mathbf{Q}=\mathbf{I}_4$ 和$\mathbf{R}=\mathbf{I}_2$，，感知常数为 $a_1=20$ 和 $a_2=100$。目标运动噪声方差为 $\sigma_x^2=\sigma_y^2=4\times10^{-4}$ 和$\sigma_{v_x}^2=\sigma_{v_y}^2=0.01$，同时将回波信噪比和通信速率阈值分别设为$\mathrm{SNR}_{th}^{echo}=5$ dB和 $R_{th}=2.5$ bps/Hz。我们将所提出的ISCC方案与以下基准方法进行比较:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\left\{d_{n+i}^4\right\} =&\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\left\{\left(\|\mathbf{p}^U[n+i]-\mathbf{p}^t[n+i]\|^2+H^2\right)^2\right\}\\ =&(\overline{\mathbf{u}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{u}}_i)^2+4\overline{\mathbf{u}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{N}}_i\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{u}}_i+2(\overline{\mathbf{u}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{u}}_i)\mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{N}}_i)\\ &+(\mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{N}}_i))^2+2\mathrm{Tr}\left((\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{N}}_i)^2\right)+2H^2\left(\overline{\mathbf{u}}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{u}}_i+\mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_i^c\overline{\mathbf{N}}_i)\right)+H^4.\end{aligned}\tag{51}$$

- 基于LQG的方案 [39]：根据第二节中介绍的LQR公式，我们利用式(24)–(25)离线计算反馈增益$\mathbf{K}_n$ ，并应用控制律$\mathbf{u}_n = -\mathbf{K}_n\hat{}\mathbf{e}_n$。由于这一无约束输入可能违反无人机的物理限制，我们通过两步饱和/投影过程确保可行性：(i) 对控制输入进行截断，使其满足 $\|\mathbf{u}_n\| \le a_{\text{最大值}}$；(ii) 如果 $\|\mathbf{v}_n + T\mathbf{u}_n\| > V_{\text{最大值}}$，则将预测速度$\mathbf{v}_n + T\mathbf{u}_n$投影到半径为 $V_{\text{最大值}}$ 的 ℓ_2 速度球上，然后获得相应的$\mathbf{u}_n$，确保 $\|\mathbf{v}_n + T\mathbf{u}_n\| \le V_{\text{最大值}}$。确定可行输入$\mathbf{u}_n$后，根据式(42)获得波束成形向量$\mathbf{w}_{n+1}$ 。
- 非因果模型预测控制方案：在每个时隙，该基准假设未来 N_0 步内的目标状态均已完美知晓。因此，感知约束 (26b) 被移除，问题 (26) 简化为确定性凸模型预测控制问题，可直接求解。由于该方案假设已知未来目标状态，从而绕过了基于扩展卡尔曼滤波的状态估计，因此仅用作先知轨迹参考，不报告其估计性能。

首先，图4展示了在目标状态初始估计准确（由 $\mathbf{M}_1 = \mathbf{Q}_s$ 表征）时，所提出的 ISCC 方案、基于线性二次高斯的基准和非因果基准在三种不同无人机初始位置下得到的无人机轨迹，即：初始位置为 $\mathbf{p}^U[1] = (0, 100)$ m 的案例1、初始位置为 $\mathbf{p}^U[1] = (0, 150)$ m 的案例2，以及初始位置为 $\mathbf{p}^U[1] = (0,200)$ m 的案例3。如图所示，所提出的 ISCC 方案在所有三种情况下都紧跟目标轨迹，同时满足每时隙通信要求。相比之下，基于线性二次高斯的基准对初始位置表现出明显的依赖性：在案例2中跟踪效果良好，但在案例1和案例3中逐渐偏离，表现出较低的稳定性。这种敏感性源于基于估计的反馈与约束实施的耦合作用。具体而言，控制器首先生成候选输入 $\mathbf{u}_n = -\mathbf{K}_n\hat{}\mathbf{e}_n$，随后通过饱和/投影使其满足物理限制。尽管此操作能够保证可行性，但相对于标称 LQG 反馈会引入非线性失配，而失配程度取决于不断变化的几何关系以及从给定初始位置出发所需的控制力度。因此，基于线性二次高斯的设计对运行条件更加敏感；一旦无人机进入较不利的状态，受约束控制动作可能无法充分补偿跟踪误差，进而降低感知几何质量、削弱后续的扩展卡尔曼滤波器更新，导致误差累积效应，并在较长时域内引发轨迹发散。此外，可以观察到，ISCC 轨迹与非因果轨迹在初期存在明显差距，而在任务后半段，两条轨迹几乎重合。这种现象可归因于因果性和约束差异。在任务开始时，无人机距离目标较远，且由于有效信息测量有限，基于扩展卡尔曼滤波的估计/预测可靠性较低；与此同时，ISCC 方案必须明确满足感知要求；当感知链路较弱时，这会显著限制可行机动区域。因此，ISCC 轨迹往往比非因果基准更加保守。随着任务推进，无人机逐渐接近目标并积累更可靠的测量值，从而提高扩展卡尔曼滤波器的精度并放宽感知约束；因此，预测失配逐渐减小，ISCC 轨迹也逐步接近非因果轨迹，在后期几乎完全重合。

图5进一步印证了上述轨迹行为，其中绘出了三种情况下的目标估计误差。请注意，非因果MPC基准依赖预知信息，且不涉及在线状态估计，因此未纳入比较。对于案例1和案例3，基于线性二次高斯的基准的估计误差持续增大，表明存在误差累积效应：一旦无人机开始偏离目标，感知几何便会恶化，从而削弱扩展卡尔曼滤波器更新，并进一步放大控制偏差。对于案例2，基于线性二次高斯的基准能将估计误差维持在相对较低的水平，这解释了它为何能在图4(b)中实现成功跟踪。相比之下，所提出的感知、通信与控制一体化方案在所有情况下都能实现持续较低的估计误差，因为它在协调波束成形与控制决策时，通过回波信噪比约束明确保证感知可靠性，从而稳定扩展卡尔曼滤波器更新的测量质量。

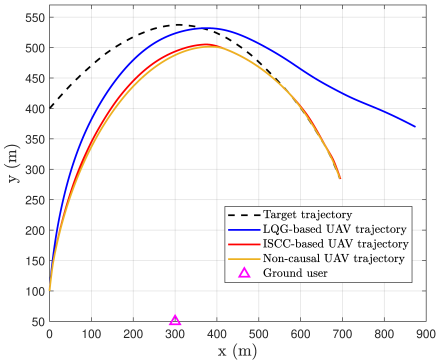
图6进一步评估了案例2中所考虑方案在目标状态初始估计不准确时的性能，其特征为 $\mathbf{M}_1 = \mathbf{Q}_s + \mathrm{diag}([400, 400, 4, 4])$。可以看出，与图4(b)中的准确初始化情况相比，基于线性二次高斯的基准现在表现出明显的长期偏差，同时目标状态估计误差迅速增大。这表明，在初始化不佳时，基于LQG的方案可能会引导无人机沿着无法维持足够感知质量的轨迹飞行，导致扩展卡尔曼滤波器误差持续存在并不断累积，最终损害跟踪性能。相比之下，所提出的感知、通信与控制一体化方案保持稳定，能够引导无人机沿着可维持有效感知的轨迹飞行，从而使扩展卡尔曼滤波器误差在整个时域内保持有界。这些结果凸显了所提出方案即使在目标初始状态信息不准确时仍具有优越性能。

接下来，为了进一步验证在随机测量噪声 $\mathbf{z}_n$ 和目标运动过程噪声 $\mathbf{n}_s$下上述代表性实例的观察结果，我们报告案例2中的蒙特卡洛结果（见图7–10），基于 $M = 100$ 次独立试验量化长时域跟踪与通信性能。具体而言，图7通过绘制随时间变化的目标状态跟踪误差均方根（RMS），评估长时域跟踪质量，其计算方式为 $\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\|\mathbf{e}_n^{(m)}\|^2}$，~~其中 $\mathbf{e}_n^{(m)}$表示第~~ n个时隙、第 m次试验中的目标状态跟踪误差。如图所示，对于基于 LQG 的

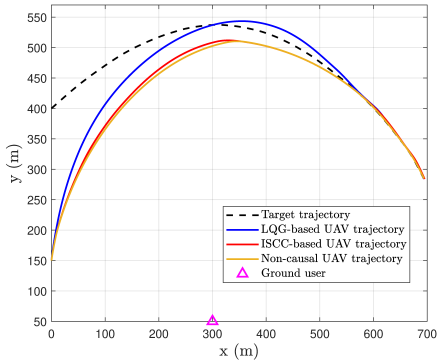
$$\Xi_i = \delta_i\eta\mathbf{S}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{S}_i + 4\Gamma_{th}\mathbf{S}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{S}_i + 2\Gamma_{th}\left(H^2 + \mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i)\right)\mathbf{S}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{S}_i. \tag{57}$$

$$\boldsymbol{\zeta}_i = \delta_i\eta\mathbf{S}_i^T(\mathbf{\Lambda}_i^c\tilde{}\mathbf{c}_i - \mathbf{\Lambda}_i^T\mathbf{C}^T\mathbf{p}^u) + 4\Gamma_{th}\mathbf{S}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{c}_i + 2\Gamma_{th}\left(H^2 + \mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i)\right)\mathbf{S}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{c}_i. \tag{58}$$

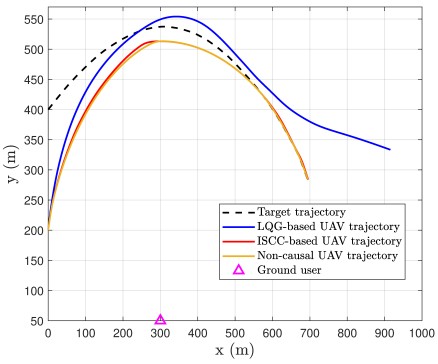
$$\varpi_i = \Gamma_{th}\left[4\mathbf{c}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{c}_i + 2(\mathbf{c}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{c}_i)\mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i) + (\mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i))^2 + 2\mathrm{Tr}((\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i)^2) + 2H^2(\mathbf{c}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{c}_i + \mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_i^c\mathbf{N}_i)) + H^4\right]$$
$$+ \delta_i\eta(\tilde{}\mathbf{c}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^c\tilde{}\mathbf{c}_i - 2\tilde{}\mathbf{c}_i^T\mathbf{\Lambda}_i^T\mathbf{C}^T\mathbf{p}^u + (\mathbf{p}^u)^T\mathbf{p}^u + H^2) - \gamma. \tag{59}$$



(a) 案例1：$\mathbf{p}^U[1]=(0,100)$ m

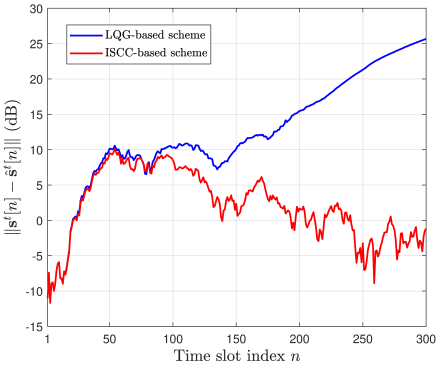


(b) 案例2：$\mathbf{p}^U[1]=(0,150)$ m

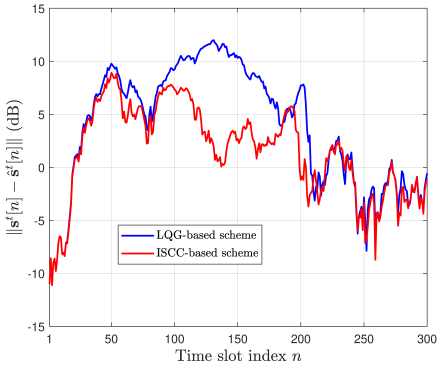


(c) 案例3：$\mathbf{p}^U[1]=(0,200)$ m

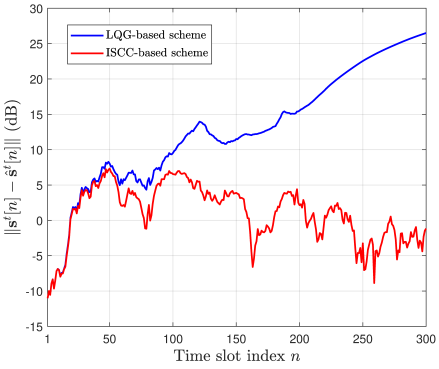
图4：UA 在精确的初始目标状态估计下，不同方案获得的 V 轨迹 .



(a) 案例1：$\mathbf{p}^U[1]=(0,100)$ m

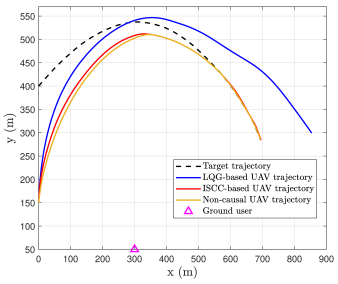


(b) 案例2：$\mathbf{p}^U[1]=(0,150)$ 米

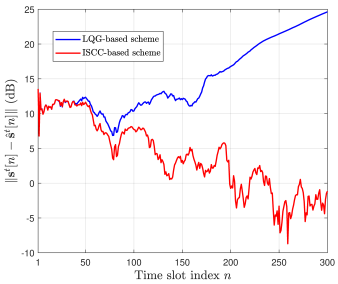


(c) 案例3：$\mathbf{p}^U[1]=(0,200)$ 米

图5：目标估计误 差：在精确的初始目标状态估计下，不同方案得到的结果 .



(a) 无人机轨迹



(b) 目标估计误差

图6：初始目标状态估计不准确时，案例2中的无人机轨迹和目标估计误差。

基准方法，在准确和不准确初始化两种情况下，跟踪误差在早期可能会下降，但在后期无法保持较小，这表明其长期闭环跟踪行为无法在不同随机实现中得到可靠维持。此外，不准确初始化会导致后期退化更加明显，因为较大的初始偏差使一些试验更有可能演化为出现明显漂移的不利闭环实现，从而抬高误差曲线。相比之下，所提出的 ISCC方案在两种初始化设置下，都能在时域末端将跟踪误差稳定在较低水平，这是因为该方案在执行滚动时域控制的同时，显式考虑了感知可行性，从而稳定了受约束的闭环演化。此外，其性能与借助未来目标状态信息的预言机辅助的非因果模型预测控制基准非常接近。

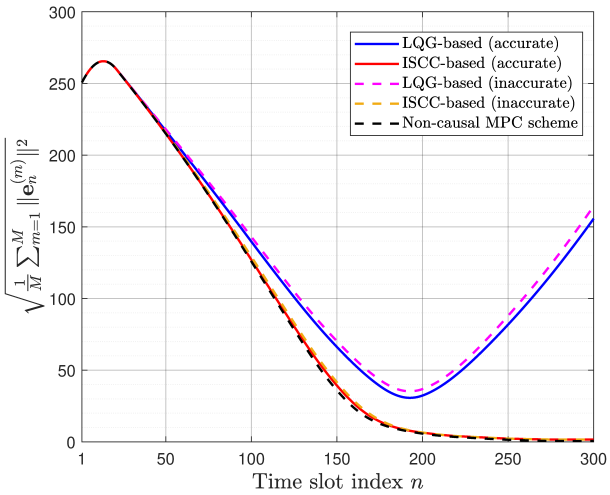
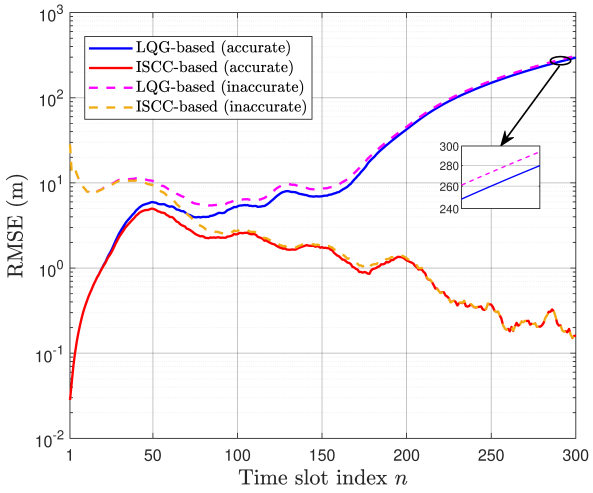


图7：案例2中的目标状态跟踪均方根误差。

在图 8 和图 9 中，我们分别展示了雷达感知在目标位置跟踪和速度跟踪方面的均方根误差（RMSE）性能。可以看出，与基于线性二次高斯的基准相比，所提出的 ISCC 方案在位置和速度跟踪方面始终实现显著更低的均方根误差，且随着任务推进，性能差距日益明显。具体而言，在准确和不准确初始化下，基于线性二次高斯的基准在后期均表现出明显的均方根误差增长。这一现象与图 4–6 中的观察结果一致：虽然部分试验可能仍能保持可接受的估计



Fig。8：案例 第 2 节。

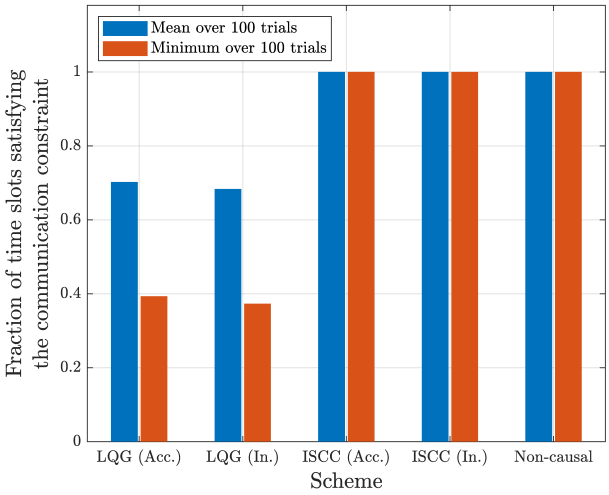


图10：案例2中满足通信速率约束(26a)的时隙比例。

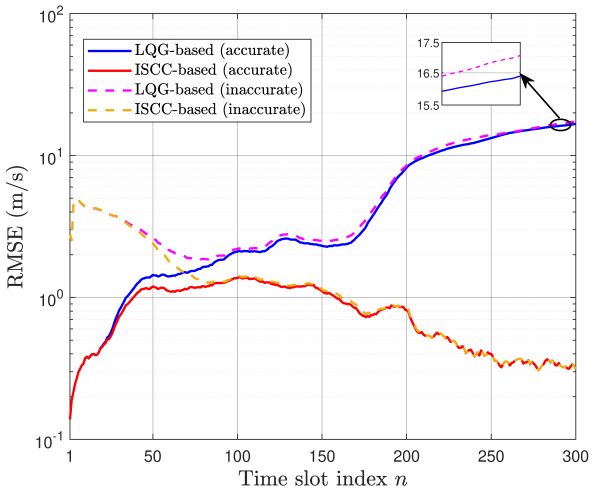


图9：案例2中的目标速度估计均方根误差。

精度，但一旦部分试验开始失去跟踪，扩展卡尔曼滤波器误差就可能迅速增大，并主导蒙特卡洛统计，从而推高均方根误差曲线。在不准确初始化下，此类跟踪失败试验更频繁地出现，导致均方根误差相比准确初始化的情况进一步增加。相比之下，所提出的ISCC 方案能将均方根误差保持在有界范围内，并通常使其随时间推移而降低，因为该方案在协调波束成形与控制决策时明确保障感知可靠性，从而为扩展卡尔曼滤波器更新持续提供有效信息测量，并抑制跟踪失败实现的发生。

最后，图10通过满足逐时隙速率约束(26a)的时隙比例来评估通信可靠性。对于每次试验，该比例均在全部 N 个时隙上计算。平均比例为 M 次试验的平均值，而最小比例则是这些试验中观测到的最低比例。如图所示，所提出的ISCC方案和非因果基准的平均比例与最小比例均恰好为1，表明每次试验中的每个时隙都满足速率约束。相比之下，基于线性二次高斯的基准所达到的平均比例明显较低，最小比例则低得多，这意味着在不利的实现情况下，相当一部分时隙可能发生速率违规。

此外，初始化不准确时的满足比例低于初始化准确时的比例，因为较大的初始偏差会增加出现不利实现的可能性，导致跟踪/估计质量下降；由此产生的闭环演化会使无人机进入通信几何条件较差的位置，进而增加速率约束违规的频率。

VI. 结论

本文提出了一种用于无人机辅助移动目标跟踪的感知、通信与控制一体化框架，其中无人机必须同时确保跟踪精度、可靠通信和运动的物理可行性。通过将跟踪过程建模为离散时间控制系统，我们构建了用于联合控制与波束成形设计的随机模型预测控制问题。为使模型预测控制问题易于处理，我们首先采用扩展卡尔曼滤波器估计目标状态，然后推导出任意给定控制输入下的闭式最优波束成形解，从而实现等效的面向控制的重构。我们进一步提出了一种渐近紧的下界松弛技术，以获得可高效求解的凸问题。数值结果表明，所提出的感知、通信与控制一体化方法在保持稳定通信服务的同时，实现了与非因果基准相当的跟踪性能，并且在实际约束条件下始终优于传统的基于LQG的方案。

附录A

为求解问题(45)，我们将其分解为 N_0 个独立子问题，每个子问题对应一个时隙。具体而言，第 i个子问题表述为

$$\max_{\mathbf{w}_{n+i}} \ \log_2\left(1+\frac{\beta_0|\mathbf{a}_{c,i}^H\mathbf{w}_{n+i}|^2}{\sigma_c^2 d_{c,i}^2}\right)-R_{th}$$
$$\text{s.t. } |\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}_{n+i}|^2 \geq \mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}\{d_{n+i}^4\}\Gamma_{th}, \tag{60a}$$
$$\|\mathbf{w}_{n+i}\|^2 \leq P_T. \tag{60b}$$

尽管该问题具有非凸性，其最优波束成形向量仍可表示为闭式表达式 [10]

$$\mathbf{w}_{n+i}^* = \begin{cases} \sqrt{P_T}\frac{\mathbf{a}_{c,i}}{\|\mathbf{a}_{c,i}\|}, & \text{if } P_T|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{a}_{c,i}|^2 \geq M_t\Gamma_{d,i}, \\ \epsilon_1\boldsymbol{\chi}_1+\epsilon_2\boldsymbol{\chi}_2, & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{61}$$

其中，$\Gamma_{d,i}$、$\mathbb{E}_{\overline{\mathbf{n}}_i}[d_{n+i}^4]\Gamma_{th}$、$\epsilon_1$、$\epsilon_2$、$\boldsymbol{\chi}_1$和 $\boldsymbol{\chi}_2$为辅助项，表示为

$$\epsilon_1=\sqrt{\frac{\Gamma_{d,i}}{M_t}}\frac{\boldsymbol{\chi}_1^H\mathbf{a}_{c,i}}{|\boldsymbol{\chi}_1^H\mathbf{a}_{c,i}|},\epsilon_2=\sqrt{P_T-\frac{\Gamma_{d,i}}{M_t}}\frac{\boldsymbol{\chi}_2^H\mathbf{a}_{c,i}}{|\boldsymbol{\chi}_2^H\mathbf{a}_{c,i}|}.$$

$$\boldsymbol{\chi}_1=\frac{\check{\mathbf{a}}_{n+i}}{\|\check{\mathbf{a}}_{n+i}\|},\boldsymbol{\chi}_2=\frac{\mathbf{a}_{c,i}-(\boldsymbol{\chi}_1^H\mathbf{a}_{c,i})\boldsymbol{\chi}_1}{\|\mathbf{a}_{c,i}-(\boldsymbol{\chi}_1^H\mathbf{a}_{c,i})\boldsymbol{\chi}_1\|},$$

将式（61）中的 $\mathbf{w}_{n+i}^*$ 代回问题（60），与波束成形相关项 G_{n+i}^*，$|\mathbf{a}_{c,i}\mathbf{w}_{n+i}^*|^2$ 所对应的最优可达值为

$$G_{n+i}^*=\begin{cases}\gamma, & \text{if } \gamma\cos^2\theta_i\geq\Gamma_{d,i},\\ \left(\sqrt{\Gamma_{d,i}}\cos\theta_i+\sqrt{\gamma-\Gamma_{d,i}}\sin\theta_i\right)^2, & \text{otherwise.}\end{cases}$$

因此，问题（45）的最优目标值为 $R^*=\min_{i\in\mathcal{I}}\left\{R_{n+i}^*-R_{th}\right\}$，其中 R_{n+i}^*，$\log_2\left(1+\frac{\beta_0 G_{n+i}^*}{\sigma_c^2 d_{c,i}^2}\right)$ 表示在给定控制输入$\{\mathbf{u}_{n-1+i}\}_{i\in\mathcal{I}}$下第（$n+i$）个时隙的最大可达通信速率。

附录 B 引理 1 的证明

为证明式（46），只需证明对于每个 $i\in\mathcal{I}$，

$$\Gamma_{n+i}^*\geq\Gamma_{d,i}\Longleftrightarrow R_{n+i}^*\geq R_{th}.$$

为此，我们定义如下可行集：

$$\mathcal{S}_i\triangleq\{\mathbf{w}\in\mathbb{C}^{M_t}:\ \|\mathbf{w}\|^2\leq P_T,\ R_{n+i}(\mathbf{w})\geq R_{th}\},\tag{62a}$$

$$\mathcal{T}_i\triangleq\{\mathbf{w}\in\mathbb{C}^{M_t}:\ \|\mathbf{w}\|^2\leq P_T,\ |\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}|^2\geq\Gamma_{d,i}\},\tag{62b}$$

其中，$\mathcal{S}_i$ 和 $\mathcal{T}_i$ 分别对应于问题（41）和（60）的可行域。根据这些定义，可写为 $\Gamma_{n+i}^*=\max_{\mathbf{w}\in\mathcal{S}_i}|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}|^2$ 和 $R_{n+i}^*=\max_{\mathbf{w}\in\mathcal{T}_i}R_{n+i}(\mathbf{w})$。

1) $\Gamma_{n+i}^*\geq\Gamma_{d,i}\Rightarrow R_{n+i}^*\geq R_{th}$的证明。令 $\mathbf{w}_s\in\mathcal{S}_i$表示问题 (41) 的一个最优解。根据定义，我们有 $\Gamma_{n+i}^*=|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}_s|^2$。在假设 $\Gamma_{n+i}^*\geq\Gamma_{d,i}$ 下，可得 $|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}_s|^2\geq\Gamma_{d,i}$，即 $\mathbf{w}_s\in\mathcal{T}_i$。因此，$\mathcal{S}_i\cap\mathcal{T}_i\neq\varnothing$，且 $R_{n+i}^*=\max_{\mathbf{w}\in\mathcal{T}_i}R_{n+i}(\mathbf{w})\geq R_{n+i}(\mathbf{w}_s)\geq R_{th}$。因此，$\mathbf{w}_s$ 和 $\max_{\mathbf{w}\in\mathcal{T}_i}R_{n+i}(\mathbf{w})$，其中最后一个不等式成立，因为 $\mathbf{w}_s\in\mathcal{S}_i$。

2) $R_{n+i}^*\geq R_{th}\Rightarrow\Gamma_{n+i}^*\geq\Gamma_{d,i}$的证明。同理，令 $\mathbf{w}_\tau\in\mathcal{T}_i$ 表示问题 (60) 的一个最优解。于是，我们有 $R_{n+i}^*=R_{n+i}(\mathbf{w}_\tau)$。在假设 $R_{n+i}^*\geq R_{th}$ 下，可得 $R_{n+i}(\mathbf{w}_\tau)\geq R_{th}$，即 $\mathbf{w}_\tau\in\mathcal{S}_i$。因此，$\mathcal{S}_i\cap\mathcal{T}_i\neq\varnothing$，且 $\Gamma_{n+i}^*=\max_{\mathbf{w}\in\mathcal{S}_i}|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}|^2\geq|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}_\tau|^2\geq\Gamma_{d,i}$。因此，$\mathbf{w}_\tau$ 和 $\max_{\mathbf{w}\in\mathcal{S}_i}|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{w}|^2$，其中最后一个不等式成立，因为 $\mathbf{w}_\tau\in\mathcal{T}_i$。

结合这两个推论即可完成证明。

附录 C 引理 2 的证明

为建立式 (48) 中的下界，我们考察以下两种情况。根据 δ_i的取值划分的两种情况。

1) 情况 I：$\delta_i=0$。在此情况下，$\check{\mathbf{a}}_{n+i}=\mathbf{a}_{c,i}$ 和 $\theta_i=0$。将 $\theta_i=0$ 代入 (43) 得到 $\Gamma_{n+i}^*=\gamma$。因此，(48) 可化简为 $\Gamma_{n+i}^*=\Gamma_{n+i}^l=\gamma$，这表明在此情况下下界是精确的（紧致的）。

2) 情况 II：$\delta_i=1$。

我们首先证明 Γ_{n+i}^l 是一个有效的下界。可以看出，只需证明

$$\left(\sqrt{\eta d_{c,i}^2}\cos\theta_i+\sqrt{\gamma-\eta d_{c,i}^2}\sin\theta_i\right)^2\geq\gamma-\eta d_{c,i}^2,\tag{63}$$

在条件 $\gamma\cos^2\theta_i<\eta d_{c,i}^2$下成立。令 $\phi_i=\arccos\sqrt{\eta d_{c,i}^2/\gamma}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，并将其代入(63)，我们得到

$$\begin{aligned}&\left(\sqrt{\eta d_{c,i}^2}\cos\theta_i+\sqrt{\gamma-\eta d_{c,i}^2}\sin\theta_i\right)^2-(\gamma-\eta d_{c,i}^2)\\&=\gamma\left(\cos\phi_i\cos\theta_i+\sin\phi_i\sin\theta_i\right)^2-\gamma\sin^2\phi_i\\&=\gamma\cos^2(\theta_i-\phi_i)-\gamma\cos^2\left(\tfrac{\pi}{2}-\phi_i\right)\triangleq d_{if}.\end{aligned}$$

由于 $\gamma\cos^2\theta_i\leq\eta d_{c,i}^2=\gamma\cos^2\phi_i$ $0\leq\theta_i-\phi_i\leq\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\phi_i\right)$ $\cos^2\theta_i-\phi_i\geq\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\phi_i\right)$ $\cos$，我们有，这意味着 $\cos(\,)\cos(\,)$，进而得到 $d_{if}\geq0$。这证实了在 $\delta_i=1$的情况下，$\Gamma_{n+i}^*\geq\Gamma_{n+i}^l$。

接下来，我们证明当 $M_t\to\infty$ $\Phi_{u,i}$ $\Phi^U[n+i]$ $\Phi_{t,i}$ $\Phi^U[n+i]$ $t[n+i]$时该界的渐近紧致性。为方便记号，令，，(p,p)，Ω，，$\Omega(\mathrm{p},\mathrm{p})$，$\check{}$，，$(\mathrm{p},\check{}\mathrm{p})$ 和 $\check{}\Omega_{t,i}$，$\Omega(\mathrm{p}^U[n+i],\check{}\mathrm{p}^t[n+i])$。当 $\Phi_{u,i}\neq\check{}\Phi_{t,i}$ 且 $\Omega_{u,i}\neq\check{}\Omega_{t,i}$时，内积 $|\check{}\mathbf{a}_{n+i}^H\mathbf{a}_{c,i}|$满足

$$\begin{aligned}|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{a}_{c,i}|&=\left|\sum_{m_x=0}^{M_x^t-1}e^{j\pi m_x(\Phi_{u,i}-\check{\Phi}_{t,i})}\sum_{m_y=0}^{M_y^t-1}e^{j\pi m_y(\Omega_{u,i}-\check{\Omega}_{t,i})}\right|\\&=\left|\left(\frac{e^{j\pi M_x^t\Delta_{\Phi,i}}-1}{e^{j\pi\Delta_{\Phi,i}}-1}\right)\left(\frac{e^{j\pi M_y^t\Delta_{\Omega,i}}-1}{e^{j\pi\Delta_{\Omega,i}}-1}\right)\right|\\&=\left|\frac{\sin\left(\pi M_x^t\Delta_{\Phi,i}/2\right)}{\sin(\pi\Delta_{\Phi,i}/2)}\right|\left|\frac{\sin\left(\pi M_y^t\Delta_{\Omega,i}/2\right)}{\sin(\pi\Delta_{\Omega,i}/2)}\right|,\end{aligned}$$

其中 $\Delta_{\Phi,i}$，$\Phi_{u,i}-\check{}\Phi_{t,i}$ 且 $\Delta_{\Omega,i}$，$\Omega_{u,i}-\check{}\Omega_{t,i}$。根据定义 θ_i，$\arccos\frac{|\check{\mathbf{a}}_{n+i}^H\mathbf{a}_{c,i}|}{\|\check{\mathbf{a}}_{n+i}\|\|\mathbf{a}_{c,i}\|}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，我们有 $\cos\theta_i=\left|\frac{\sin(\pi M_x^t\Delta_{\Phi,i}/2)}{M_x^t\sin(\pi\Delta_{\Phi,i}/2)}\right|\left|\frac{\sin(\pi M_y^t\Delta_{\Omega,i}/2)}{M_y^t\sin(\pi\Delta_{\Omega,i}/2)}\right|$。当 $M_x^t\to\infty$或 $M_y^t\to\infty$时，可得 $\cos\theta_i\to0$，这意味着 $\theta_i\to\frac{\pi}{2}$，进而得到 $d_{if}\to0$。同理，在部分对齐情形 $\Delta_{\Phi,i}=0$或 $\Delta_{\Omega,i}=0$中，随着剩余阵列维数增大，$\theta_i\to\frac{\pi}{2}$仍然成立。由于 $\delta_i=1$排除了完美对齐条件 $\Delta_{\Phi,i}=\Delta_{\Omega,i}=0$，因此当 $M_t\to\infty$时，可以达到极限 $\theta_i\to\frac{\pi}{2}$。因此，当 $M_t\to\infty$时，下界 Γ_{n+i}^l 渐近紧。

附录 D 定理1的证明

要证明问题 (56) 的凸性，只需证明对于所有 $i\in\mathcal{I}$，$\boldsymbol{\Upsilon}\succeq0$，并且对于任意 $i\in\mathcal{I}$，四次函数 $h_i(\hat{\mathbf{u}}_n)=\left((\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\mathbf{c}_i)^T\boldsymbol{\Lambda}_i^c(\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\mathbf{c}_i)\right)^2$是凸的。首先，可以直接看出

$$\boldsymbol{\Upsilon}\triangleq\sum_{i=1}^{N_0}\mathbf{S}_i^T\boldsymbol{\Lambda}_i^q\mathbf{S}_i+\mathbf{I}_{N_0}\otimes\mathbf{R}\succeq0,$$

由于 $\boldsymbol{\Lambda}_i^q\succeq0$、$\overline{\mathbf{N}}_i\succeq0$ 和 $\mathbf{R}\succ0$。此外，由于 η 和 Γ_{th} 均为严格正数，以确保相关项具有实际意义，根据 (57) 中的定义可得，对于所有 $i\in\mathcal{I}$，$\boldsymbol{\Xi}_i\succeq0$。接下来，为证明 $h_i(\hat{\mathbf{u}}_n)$ 的凸性，我们定义如下二次函数：

$$q_i(\hat{\mathbf{u}}_n)\triangleq(\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\overline{\mathbf{c}}_i)^T\boldsymbol{\Lambda}_i^c(\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\overline{\mathbf{c}}_i),$$

由于 $\boldsymbol{\Lambda}_i^c\succeq0$，其值为非负数。其梯度和海森矩阵可表示为

$$\nabla q_i(\hat{\mathbf{u}}_n)=2\mathbf{S}_i^T\boldsymbol{\Lambda}_i^c(\mathbf{S}_i\hat{\mathbf{u}}_n+\overline{\mathbf{c}}_i),\nabla^2q_i(\hat{\mathbf{u}}_n)=2\mathbf{S}_i^T\boldsymbol{\Lambda}_i^c\mathbf{S}_i.$$

利用链式法则和乘积法则，$h_i(\hat{\mathbf{u}}_n) = (q_i(\hat{\mathbf{u}}_n))^2$ 的海森矩阵可计算为

$$\nabla^2 h_i(\hat{\mathbf{u}}_n) = 2\,\nabla q_i(\hat{\mathbf{u}}_n)\nabla q_i(\hat{\mathbf{u}}_n)^T + 2\,q_i(\hat{\mathbf{u}}_n)\,\nabla^2 q_i(\hat{\mathbf{u}}_n).$$

由于 $\nabla q_i(\hat{\mathbf{u}}_n)\nabla q_i(\hat{\mathbf{u}}_n)^T \succeq 0$ 和 $\nabla^2 q_i(\hat{\mathbf{u}}_n) \succeq 0$，因此可得 $\nabla^2 h_i(\hat{\mathbf{u}}_n) \succeq 0$，这意味着对于任意 $i \in \mathcal{I}$，$h_i(\hat{\mathbf{u}}_n)$ 都是凸的。证毕。

参考文献

[1] A. Liu 等，“感知与通信一体化的基本极限综述”，IEEE《通信调查与教程》，第24卷，第2期，第994–1034页，2022年第2季度。[2] D. Ma、N. Shlezinger、T. Huang、Y. Liu 和 Y. C. Eldar，“自动驾驶汽车的雷达与通信联合策略：融合两项关键汽车技术”，IEEE《信号处理杂志》，第37卷，第4期，第85–97页，2020年7月。[3] J. A. Zhang 等，“通信与雷达联合感知的信号处理技术概述”，IEEE《信号处理精选主题期刊》，第15卷，第6期，第1295–1315页，2021年11月。[4] F. Liu 等，“感知与通信一体化：迈向面向第六代移动通信及后续网络的双功能无线网络”，IEEE《通信领域精选期刊》，第40卷，第6期，第1728–1767页，2022年6月。[5] D. Han 等，“面向6G网络的多功能可重构智能表面感知与通信一体化”，IEEE《无线通信汇刊》，第24卷，第2期，第1146–1161页，2025年2月。[6] Z. Feng、Z. Fang、Z. Wei、X. Chen、Z. Quan 和 D. Ji，“雷达与通信联合：综述”，《中国通信》，第17卷，第1期，第1–27页，2020年1月。[7] Z. He、W. Xu、H. Shen、D. W. K. Ng、Y. C. Eldar 和 X. You，“通感一体化的全双工通信：联合波束成形与功率优化”，IEEE《通信领域精选期刊》，第41卷，第9期，第2920–2936页，2023年9月。[8] Z. Ren、Y. Peng、X. Song、Y. Fang、L. Qiu、L. Liu、D. W. K. Ng 和 J. Xu，“信息组播与多目标感知下多天线通感一体化系统的基本克拉美–罗界与速率权衡”，IEEE《无线通信汇刊》，第23卷，第4期，第3870–3885页，2024年4月。[9] L. Chen、F. Liu、W. Wang 和 C. Masouros，“雷达通信联合传输：一种广义帕累托优化框架”，IEEE《信号处理汇刊》，第69卷，第2752–2765页，2021年5月。[10] F. Liu、Y.-F. Liu、A. Li、C. Masouros 和 Y. C. Eldar，“雷达通信联合波束成形的克拉美–罗界优化”，IEEE《信号处理汇刊》，第70卷，第240–253页，2021年12月。[11] Z. Chen、M. -M. Zhao、M. Li、F. Xu、Q. Wu 和 M. -J. Zhao，“智能反射面辅助毫米波通感一体化系统的位置感知与信道估计联合设计”，IEEE《无线通信汇刊》，第23卷，第9期，第11985–12002页，2024年9月。[12] X. Zhao、W. Deng、M. Li 和 M. -J. Zhao，“感知与隐蔽通信系统的鲁棒波束成形设计”，IEEE《无线通信快报》，第13卷，第9期，第2566–2570页，2024年9月。[13] C. Wen、M. -M. Zhao、M. Li、Y. Cai、Q. Wu 和 M. -J. Zhao，“通感一体化网络中的车辆跟踪增强：通过零阶方法联合优化波束成形与智能全向表面”，IEEE《物联网期刊》，第12卷，第24期，第54383–54398页，2025年12月。[14] X. Liu、T. Huang 和 Y. Liu，“发射协方差约束下多输入多输出雷达与多用户通信的发射设计”，IEEE《通信领域精选期刊》，第40卷，第6期，第1932–1950页，2022年6月。[15] H. Hua、J. Xu 和 T. X. Han，“感知与通信一体化的最优发射波束成形”，IEEE《车辆技术汇刊》，第1–16页，2023年3月。[16] Q. Wu 等，“配备无人机的5G及后续网络综述：从通信到感知与智能”，IEEE《通信领域精选期刊》，第39卷，第10期，第2912–2945页，2021年10月。[17] K. Meng 等，“无人机赋能的通感一体化：机遇与挑战”，IEEE《无线通信》，第31卷，第2期，第97–104页，2024年4月。[18] M. Mozaffari、W. Saad、M. Bennis、Y.-H. Nam 和 M. Debbah，“无线网络中的无人机教程：应用、挑战与未解决问题”，IEEE《通信调查与教程》，第21卷，第3期，第2334–2360页，2019年第3季度。[19] R. Amorim、H. Nguyen、P. Mogensen、I. Z. Kovacs、J. Wigard 和 T. B. Sørensen，“蜂窝网络中无人机通信的无线电信道建模”，IEEE《无线通信快报》，第6卷，第4期，第514–517页，2017年8月。[20] A. A. Khuwaja、Y. Chen、N. Zhao、M.-S. Alouini 和 P. Dobbins，“无人机通信信道建模综述”，IEEE《通信调查与教程》，第20卷，第4期，第2804–2821页，2018年第4季度。[21] S. D. Muruganathan 等，“3GPP第15版关于增强长期演进对联网无人机支持的研究概述”，IEEE《通信标准杂志》，第5卷，第4期，第140–146页，2021年12月。[22] D. W. Matolak 和 R. Sun，“无人机系统的空地信道表征——第三部分：郊区和近城市环境”，IEEE《车辆技术汇刊》，第66卷，第8期，第6607–6618页，2017年8月。[23] X. Zhong、Y. Guo、N. Li 和 Y. Chen，“无人机辅助设备到设备网络的中继部署、信道分配与中继分配联合优化”，IEEE/ACM《网络汇刊》，第28卷，第2期，第804–817页，2020年4月。[24] Q. Wu、Y. Zeng 和 R. Zhang，“多无人机赋能无线网络的轨迹与通信联合设计”，IEEE《无线通信汇刊》，第17卷，第3期，第2109–2121页，2018年3月。[25] P. Li 和 J. Xu，“轨迹优化下无人机赋能多址信道的基本速率极限”，IEEE《无线通信汇刊》，第19卷，第1期，第458–474页，2020年1月。[26] K. Meng 等，“无人机赋能的集成周期性感知与通信的吞吐量最大化”，IEEE《无线通信汇刊》，第22卷，第1期，第671–687页，2023年1月。[27] Z. Lyu、G. Zhu 和 J. Xu，“无人机赋能的通感一体化机动与波束成形联合设计”，IEEE《无线通信汇刊》，第22卷，第4期，第2424–2440页，2023年4月。[28] X. Jing、F. Liu、C. Masouros 和 Y. Zeng，“来自空中的通感一体化：面向通信与目标定位的无人机轨迹设计”，IEEE《无线通信汇刊》，第23卷，第10期，第12857–12872页，2024年10月。[29] J. Wu、W. Yuan 和 L. Hanzo，“当无人机遇上通感一体化：安全通信的实时轨迹设计”，IEEE《车辆技术汇刊》，第72卷，第12期，第16766–16771页，2023年12月。[30] J. Wu、W. Yuan 和 L. Bai，“无人机轨迹设计中感知与通信之间的相互作用”，IEEE《物联网期刊》，第10卷，第23期，第20383–20395页，2023年12月。[31] W. Mao、Y. Lu、G. Pan 和 B. Ai，“空天地一体化网络感知与通信一体化中的无人机辅助通信：移动用户跟踪与鲁棒波束成形”，IEEE《通信领域精选期刊》，第43卷，第1期，第186–200页，2025年1月。[32] Y. Jiang、Q. Wu、W. Chen 和 K. Meng，“无人机赋能的通感一体化：跟踪设计与优化”，IEEE《通信快报》，第28卷，第5期，第1024–1028页，2024年5月。[33] Q. Li、B. Li、Z.-Q. He、Y. Rong 和 Z. Han，“无人机平台上的通信、感知与控制联合设计”，IEEE《无线通信汇刊》，第23卷，第12期，第19231–19244页，2024年12月。[34] B. Li、H. Zhang、Y. Rong 和 Z. Han，“无人机赋能通感一体化系统的波束成形与轨迹基于控制的设计”，IEEE《无线通信汇刊》，第25卷，第3469–3484页，2026年。[35] W. Mao、K. Xiong、Y. Lu、P. Fan 和 Z. Ding，“信道不确定性下安全的多天线无人机辅助移动边缘计算网络的能耗最小化”，IEEE《无线通信汇刊》，第22卷，第11期，第7185–7200页，2023年11月。[36] F. Liu、W. Yuan、C. Masouros 和 J. Yuan，“车载链路的雷达辅助预测波束成形：由感知服务的通信”，IEEE《无线通信汇刊》，第19卷，第11期，第7704–7719页，2020年11月。[37] S. M. Kay，《统计信号处理基础：估计理论》第1卷。美国新泽西州恩格尔伍德克利夫斯：普伦蒂斯霍尔，1998年。[38] S. Cai 和 V. K. N. Lau，“无线MIMO衰落信道上的线性系统在线最优状态反馈控制”，IEEE《自动控制汇刊》，第1–16页，2022年。[39] F. L. Lewis、D. Vrabie 和 V. L. Syrmos，《最优控制》。约翰威立父子出版公司，2012年。[40] R. Bellman，“动态规划”，《科学》，第153卷，第3731期，第34–37页，1966年。[41] M. Grant 和 S. Boyd，“CVX：规范凸规划软件 MATLAB 2.1版”，2014年。