arXiv:2602.05626v1 [physics.atom-ph] 5 Feb 2026

基于 $^{40}Ca^{+}$ 和 $^{88}Sr^{+}$的多离子光钟的直接比较

Yosef Sokolik、Roee Ozeri和Nitzan Akerman
Department of Physics of Complex Systems and AMOS, Weizmann Institute of Science, Rehovot 7610001, Israel

我们报告了基于Ca^{+}离子和Sr^{+}离子中$S_{1/2}$至$D_{5/2}$跃迁的两台多离子光学钟之间的首次直接频率比对。利用最多由九个Ca^{+}离子和六个Sr^{+}离子组成的线性链，我们证明稳定度随参与激光频率稳定伺服系统的离子数目增加而提高。测得的两台钟联合分数频率稳定度在1秒时达到$1.37(12)\times10^{-15}$，从而将其中一台钟的相同稳定度上限确定为1秒内$9.6(8)\times10^{-16}$。我们测得两台钟的频率比为$R_{\mathrm{Sr/Ca}}=1.082076536381896986(18)$，其系统不确定度主要受室温黑体辐射限制。与现有间接频率比测量相比，我们的直接测量实现了一个数量级的改进。此外，通过将我们的结果与近期以一级频率标准为参考的Sr^{+}跃迁绝对频率测量相结合，我们将Ca^{+}跃迁的绝对频率精修至$\nu_{Ca^{+}}=411042129776400.21(4)$ Hz，使其不确定度降低为原来的三分之一。本研究首次实现了两台多离子光学钟之间的直接比较，凸显了它们在基础物理检验、大地测量学和精密计量等未来应用中的巨大潜力。

光学原子钟的分数频率不确定度已达到 10^{-18} 量级[1, 2], ，标志着精密计量取得重大进展，其应用范围从计时延伸至基础物理[3–7]。原子钟的超高准确度是以量子投影噪声（QPN）为代价的，这是一种固有的统计不确定度来源，限制了单原子测量的稳定度。使用单个原子实现接近 10^{-18} 量级的先进稳定度需要很长的平均时间，使这些系统不太适合需要探测快速随时间变化的现象的应用[8, 9]。然而，增加原子数目可以更快地对投影噪声进行平均，使稳定度提高 $\sqrt{N}$ 倍（依据标准量子极限（SQL））。这一集体测量原理支撑了光晶格[10] 与光镊[11] 光钟的发展，这些光钟利用中性原子系综来提高稳定度。

将这一策略扩展到囚禁离子系统会带来新的挑战。多离子光谱学会受到非均匀频移的影响，这些频移由阱内电场和磁场的变化引起。两个典型例子是线性塞曼频移（LZS）和四极频移（QS）[12]。虽然其中一些效应在单离子系统中可以有效抵消，但随着离子数增加，其影响也会增大，使传统方法不再适用。近期的多离子钟演示通过多种策略解决了这一问题，包括采用多区单离子囚禁 [13], 、选择对场梯度敏感性较低的原子种类 [14], 、在四极频移抵消角附近运行 [15], ，或动态调整磁场方向 [16]。在这些方法中，动态解耦技术——通过相干平均多个塞曼分量——显示出尤为可观的前景[17–19]。

在能够精确控制并抑制系统频移的前提下，多离子光学钟可通过增加离子数提升稳定度。在先前的工作中 [19], ，我们通过在单台光钟中进行自比对，展示了在囚禁离子光钟运行中采用动力学解耦的价值。我们的方法采用动态解耦序列，有效减轻由磁场不均匀性和离子囚禁势引起的LZS和四极频移（QS） [20], 。此外，我们还采用常用技术来减轻其他系统频移。例如，我们进行了微运动边带光谱测量以尽量减小过剩微运动，并利用魔射频阱频率平衡交流斯塔克频移与二阶多普勒频移，从而减轻残余频移 [21, 22]。

利用上述技术，我们首次对基于 $^{40}Ca^{+}$和 $^{88}Sr^{+}$的两台多离子钟进行了直接比较；两台钟均采用 $S_{1/2}$ 至 $D_{5/2}$四极跃迁。我们研究了离子数最多为九个的线性晶体中光钟的稳定度，展示了性能随离子数增加而提升的情况。随后，我们首次利用这两台钟直接测量了两种离子的钟跃迁频率比。与此前的间接测量相比，我们的结果将该频率比的不确定度降低了一个数量级。我们的测量结果主要受限于黑体辐射（BBR）频移的不确定度，其水平为 2×10^{-17}。值得注意的是，此前已有研究在室温钟中实现了显著更精确的黑体辐射（$<1\times10^{-18}$）评估 [23] ；未来的工作中，我们也可以在本系统中实现这一方法。

我们的实验装置由两套相似但彼此独立的设备组成，一套用于 Ca^{+}离子，另一套用于 Sr^{+}离子。每套设备都包含一个紧凑型真空腔，其中装有单区段分段线性保罗阱，

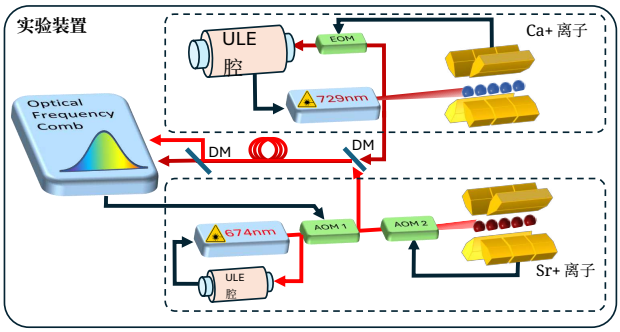

图 1. 用于直接比较多离子 Ca^+ 和 Sr^+ 光钟的实验装置。729 nm Ca^+ 钟激光预稳频至超低膨胀玻璃腔，并通过 EOM 偏置锁定到 $CaS_{1/2} \rightarrow D_{5/2}$ 跃迁。该激光稳定一台光学频率梳，后者将相干性传递给预稳频的 674 nm Sr^+ 钟激光。两束激光的光通过共用光纤传输至光学频率梳，以抑制光纤引起的相位噪声。该装置未采用光纤噪声主动稳频。

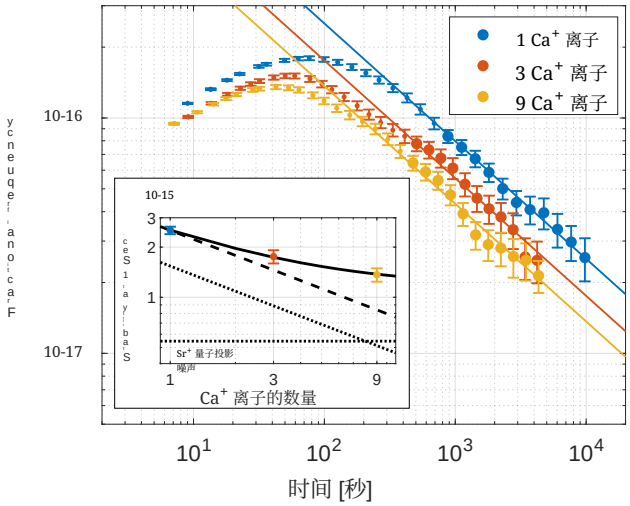

图 2. 钟稳定度与离子数量的关系。主图展示了在三种不同 Ca^+ 离子数量用于激光伺服、Sr^+离子数量固定为六个时，两台钟的频率比的重叠阿伦偏差。实线表示双对数坐标上的线性拟合，较长时间尺度处的数据点以较大的标记表示。插图展示了根据拟合结果提取的 1 秒稳定度与 Ca^+离子数量的关系。黑色虚线为对 $1/\sqrt{N}$的拟合，黑色实线为包含残余激光噪声的拟合。点线表示两台钟计算得到的纯量子投影噪声。

真空腔内载流导线用于驱动不同塞曼能级之间的射频跃迁。真空腔外包围着一层磁屏蔽，使我们能够实现约一秒的塞曼相干性，远长于光学钟的相干时间。

图1展示了用于比较两台光钟的装置示意图。Ca^+钟激光的波长为729 nm，并预稳频至一台高精细度超低膨胀玻璃腔，其短期稳定度为 $\sim 1\times10^{-15}$，时间尺度为1–10秒。除生成PDH信号外，EOM还用于偏置激光频率，以弥合原子跃迁与腔共振之间的差异。我们通过调节该偏置频率，将激光锁定到Ca^+钟跃迁。729 nm激光还用于稳定一台光学频率梳（OFC），Sr^+钟激光（波长为674 nm）锁定到该光学频率梳。674 nm激光预稳频至另一台超低膨胀玻璃腔，但其相关光谱特性继承自光学频率梳。

光纤用于在装置的不同组件之间传输光，具体而言，是从激光器传输到离子阱和光学频率梳。所有光纤均未进行主动补偿，但通过被动隔离来降低相位噪声。通往离子阱的光纤保持较短（<3米），而通往光学频率梳的光纤长约10米。由于两台激光器位于同一光学平台上，我们将它们的光通过同一根光纤传输至光学频率梳，并用二向色镜将两束光合并。这样便能抑制两台激光器共有的光纤相位噪声的影响。

我们采用准连续动态解耦（QCDD）序列来探测钟跃迁。这是一种类拉姆齐光谱方案，在拉姆齐时间内加入共振射频驱动，从而对基态和激发态流形中的塞曼态进行相干平均，以抵消 LZS 和四极频移。该询问序列的详细介绍见参考文献[19, 20]。

对于 Ca^+钟，拉姆齐时间占整个采集时间的 70%，其中包括所有态制备与测量及实验控制。检测时，我们使用现场可编程门阵列实时读取并分析相机图像（通过 iXon987 相机可用的 CameraLink 输出），并在每个测量帧后校正激光失谐；非阻塞延迟约为 50 ms（受 EOM 频率源的控制电子设备限制）。

多离子钟稳定度

使用由九个 Ca^+离子组成的线性离子晶体，我们研究多离子 Ca^+光钟的稳定度，同时改变用于数据分析及运行激光频率伺服的离子数。我们通过与使用六个离子运行的 Sr^+光钟进行比较来评估其性能。图 2展示了三种情况下 Sr^+光钟的重叠阿伦偏差分析：729 纳米激光器（通过光学频率梳锁定 674纳米激光器）分别使用一个（蓝色）、三个（红色）或九个（黄色）Ca^+离子进行伺服。Ca^+光钟的拉姆齐时间为$\tau_{R,\ \mathrm{Ca}} = 100$毫秒，而 Sr^+光钟的拉姆齐时间为 $\tau_{R,\ \mathrm{Sr}} = 200$毫秒。

实线是在平均时间 > 300秒处对测量数据点进行的双对数坐标线性拟合，此时伺服行为对稳定度的影响较小。插图中，我们绘出了根据这些拟合外推得到的 1 秒时稳定度，并将其表示为 Ca^+离子数的函数。黑色虚线表示以单离子值为基准的预期$\sqrt{N}$ 标度关系，其中点线表示两台钟的量子投影噪声限制的稳定度。我们观察到，稳定度随离子数增加而提高，但偏离了 $\sqrt{N}$ 标度关系。这种行为符合这样一种情况：在较大的 $\sigma_L(\tau_R$处，激光不稳定度开始超过量子投影噪声并占据主导 N。

假设激光噪声为白噪声，我们用经验模型表示测得的稳定度为 $\sigma_e(\tau = 1s) = \sqrt{\sigma_L^2 + (\sigma_N/\sqrt{N})^2}$。将此模型拟合到数据（黑色实线）后，得到$\sigma_L = 1.1(3)\times10^{-15}$ 和 $\sigma_N = 2.2(4)\times10^{-15}$。我们改变 Ca^+离子的数量，而不是 Sr^+离子的数量，因为 Sr^+系统中的真空条件使得离子数超过六个时难以可靠运行。需要指出的是，为防止相位滑移，将 729 纳米激光器稳定到离子时所使用的伺服增益会根据离子数进行调整，因为信噪比也会随 N变化。

使用九个 Ca^+离子，我们得到的双钟比较稳定度为 $1.37(12) \times 10^{-15}$，在 1 秒时。这为其中一个光钟的稳定度设定了上限，即 $9.6(8) \times 10^{-16}$，在 1 秒时；尽管预稳频激光器起初的性能仅属中等（[24–26], 在 1 秒时），这一结果仍接近最稳定的离子钟$\sim 1\times10^{-15}$。

$^{40}Ca^+$ 与 $^{88}Sr^+$ 钟跃迁的频率比

我们现在描述对两条钟跃迁之间频率比的直接测量。采用与上文所述相同的方法，我们在两周内于多种条件下（例如不同的离子数目和离子阱射频驱动强度）反复测量频率比，总采集时间为170小时。结果如图3（a）。每个数据点对应一次持续数小时的单次测量轮次，典型统计不确定度约为$1-3\times10^{-17}$。不同符号表示比较中所用的Sr^+离子数目，而Ca^+离子数目则固定为八个。综合全部结果，我们得到 $R_{Sr/Ca} = 1.082076536381896986$（18）。相对不确定度所对应的 18×10^{-18} 主要由系统效应主导，而其统计不确定度所对应的 4×10^{-18} 则远低于前者。系统不确定度评估汇总于表I。下文我们简要讨论主要贡献项，更详细的分析见补充材料 [27]。

黑体辐射（BBR）。对我们系统不确定度的主要贡献是黑体辐射

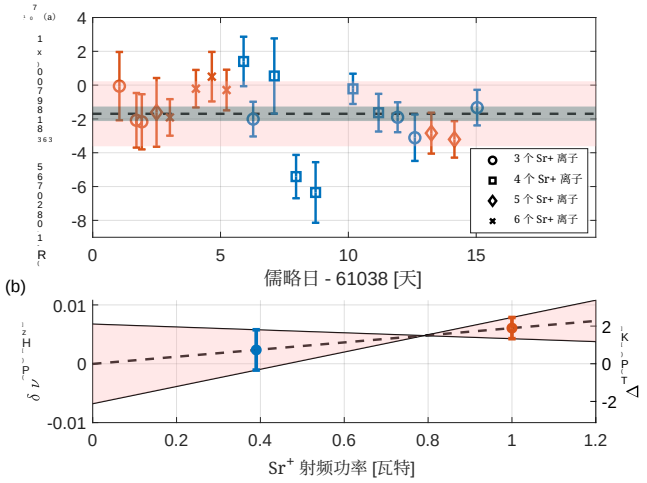

图 3. $^{88}Sr^+$ 与 $^{40}Ca^+$ 钟跃迁的频率比。vhv fh;;;;(a) 两周内采集的各测量轮次数据，已校正所有系统效应。符号表示测量中使用的Sr^+离子数。颜色对应于(b)中所示Sr^+钟运行时采用的两种不同离子阱射频功率。平均值、标准差和平均值的统计不确定度分别以虚线、红色阴影区域和灰色阴影区域表示。(b) 根据测得的频率比提取的Sr^+钟频移随离子阱射频驱动功率的变化，该频移由超出已测腔室温度所对应的黑体辐射造成。线性拟合及其不确定度分别以黑色虚线和红色阴影区域表示。我们采用此分析对(a)中的频率比结果进行黑体辐射频移校正。

频移。在室温附近，钟跃迁的敏感度估计为 $\Delta\nu^{Sr}_{BBR} = 3.0616(46) \times 10^{-11} \times T^4$ Hz/K^4 [28] 和 $\Delta\nu^{Ca}_{BBR} = 4.7066(3) \times 10^{-11} \times T^4$ Hz/K^4 [29]。虽然我们将光钟真空腔的温度测量到0.1 K，但射频电流引起的离子阱组件电阻加热会提高离子所经历的有效黑体辐射温度。

由于离子阱组件上没有温度传感器，我们采用参考文献 [28] 中介绍的方法来约束黑体辐射频移。我们在两种不同的 Sr

表 I. $^{88}Sr^+$ 和 $^{40}Ca^+$ 系统的分数频移及 1σ 不确定度，以 10^{-18}为单位。

效应	$^{88}Sr^+$ 频移	Unc.	$^{40}Ca^+$ 频移	不确定度
二次塞曼效应	686	0.7	2432	3
黑体辐射（BBR）	(P_L)529	5	891	12
	(P_H)538	14		
久期运动（2nd 多普勒）	−0.8	0.3	−4.4	2
高度差（红移）			11	0.5
过剩微运动	0.4	0.2	0.15	0.07
四倍频移	0	1	0	1
总修正	**1223**	**14**	**3329**	**12**

离子阱射频驱动功率下进行时钟比对$^{+}P_L = 0.4$ 瓦特和 $P_H = 1$ 瓦特。结果如图 3(b) 所示。假设频移与射频功率呈线性关系，我们得到室温附近 Sr^{+}光钟的频移为 $6(9) \times 10^{-3}$赫兹/瓦特。利用上述灵敏度，我们将频移换算为离子感受到的有效温差。我们据此考虑两台钟的黑体辐射频移对离子阱射频功率的依赖关系，并对每次测量进行修正，得到图 3(a) 所示的最终经黑体辐射修正的频率比。我们采用保守的方法处理不确定度，将两台钟的黑体辐射不确定度相加，尽管预计它们存在相关性，并会在频率比估算中部分抵消。由此得到的黑体辐射相对不确定度为 18×10^{-18}。

磁场。沿离子晶体轴施加静态偏置磁场，Sr^{+}系统为 $B_{dc} \approx 3.1$G，Ca^{+}系统为 $B_{dc} \approx 2.6$ G，以确定激光相互作用的量子化轴。该磁场由屏蔽罩内的永磁体产生，并通过小型电流线圈进行微调，以补偿沿离子链的残余梯度，并校正磁场强度的长期漂移。此处使用的相对较高的磁场会导致显著的二阶塞曼频移 [12] （Ca^{+}钟为$\sim$ 1 Hz）。由于磁场可以高精度测量，我们的不确定度主要由二次项系数的不确定度主导；该系数已对Ca^{+}[30] 进行测量，但对Sr^{+}仅进行了计算。我们将相同的已测 1×10^{-3} 不确定度应用于两个系数。

我们通过交替进行$S_{1/2}$ 流形的拉姆齐光谱测量并对线圈施加反馈，将数据采集期间的磁场变化限制在 $\approx 10\mu$G以内。来自离子阱射频驱动的二阶交流塞曼频移贡献可忽略不计 [27]。我们交替探询$|S_{1/2}, m_J = \pm 1/2\rangle \leftrightarrow |D_{5/2}, m_J = \pm 3/2\rangle$ 跃迁，以抵消QCDD方案中DD脉冲引起的射频诱导频移 [19]。

过剩微运动（EMM）。当离子偏离射频零点 [31] 时，就会产生过剩微运动（EMM）。这可能由杂散电场、电极之间的相位差，以及在多离子情况下沿离子阱轴仅在单一点归零的轴向微运动所导致；后者是离子阱电极尺寸有限且存在不对称性所致。我们的离子阱具有固有的结构不对称性，因为分段直流电极之间的小间隙在射频电极上没有对应的镜像结构。这种配置可避免装配错位导致均匀轴向过剩微运动的情况，因为这种微运动无法通过直流电场补偿。然而，这也付出了代价：中心离子的轴向过剩微运动会对称地增大。

为评估超额微运动振幅，我们测量三个非共面探测方向上微运动边带与载波的拉比频率之比—值。根据这些比值，可以提取调制指数，进而得到超额微运动振幅。径向超额微运动在两个径向方向上可以得到良好补偿，因此主要的超额微运动分量沿轴向，并取决于离子在晶体中的位置。当离子对称分布在射频零点周围时，在10离子链中测得的最大调制指数低于 $\beta < 0.2$。超额微运动会导致负的二阶多普勒频移，而对于Sr^{+}和Ca^{+}，还会产生正的标量二次斯塔克频移。这两种效应分别在14.35[21, 32]MHz和24.6 MHz[22], 的魔幻频率处相互抵消。此处，Ca^{+}钟的工作频率接近24.825 MHz的魔幻频率，从而大幅抑制了微运动引起的频移。Sr^{+}阱的工作频率为16.15 MHz，因此两种频移之间的抵消程度较小。尽管存在部分抵消，由于我们的Sr^{+}钟受真空条件限制而采用较少的离子，两个系统中的超额微运动频移仍低于 1×10^{-18}，对总体不确定度预算没有显著贡献。

热运动。久期频率 ω_i 下的运动会产生二阶多普勒频移。一般而言，这种运动还伴有固有微运动。然而，如上所述，魔术阱频率会抑制微运动导致的二阶多普勒频移，因此该频移仅由久期速度贡献。

在光钟询问过程中，使用电磁诱导透明冷却（EIT 冷却） [33], 将离子冷却至低于多普勒温度，使所有模的声子占据数均为 $\bar{n} < 5$。然而，在较长的拉姆齐时间内会发生加热，导致声子数线性增加。受热的主要是质心模，因为环境电场在离子晶体尺度上基本均匀。通过多普勒冷却和电磁诱导透明冷却后载波拉比振荡的退相干，提取平均声子占据数 $\bar{n}$；并通过对延迟时间的函数 $\bar{n}(t)$ 进行线性拟合，得到加热率 $\dot{\bar{n}}$。假设采用线性加热模型，则在拉姆齐自由演化时间 τ_R 内取平均的有效占据数为 $\langle \bar{n} \rangle = n_0 + \dot{\bar{n}} \cdot \tau_R/2$。

对于 Sr^{+}，加热率为 $\dot{\bar{n}}_z \approx 2$ s^{-1} 和 $\dot{\bar{n}}_{x,y}$ ≈30 s^{-1}。久期频率为 $\omega_z/2\pi = 596$ kHz 和 $(\omega_x, \omega_y)/2\pi$ = (2.241, 2.275) MHz。这些较低的数值使总频移约为 10^{-18} ，与当前实验精度相比可忽略不计。Ca^{+}的加热率高出一个数量级，为 $\dot{\bar{n}}_z \approx 30$ s^{-1}、 $\dot{\bar{n}}_x \approx 20$ s^{-1} 和 $\dot{\bar{n}}_y \approx 300$ s^{-1}。久期频率为 $\omega_z/2\pi = 474$ kHz 和 $(\omega_x, \omega_y)/2\pi$ =(2.63, 2.69) MHz。这些数值导致总频移为–5(2) $\times 10^{-18}$，其中只有一个径向模（很可能是由技术噪声引起的）主导了频移。虽然加热率的测量精度达到几个百分点，

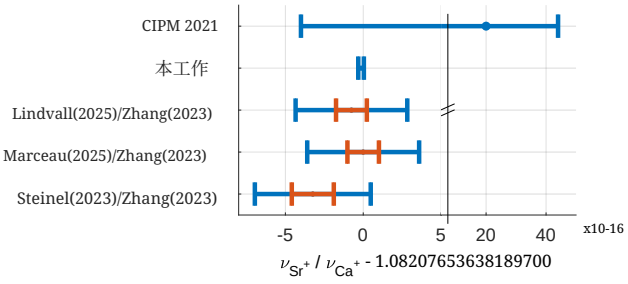

图4. 本研究直接测得的频率比，与根据Zhang(2023)公布值间接合并得到的结果进行比较[35] （Ca^+）以及Lindvall(2025) [23], Marceau(2025)[36] 和Steinel(2023)[28] （Sr^+）。图中还显示了当前CIPM2021[37] 建议值。请注意，x轴刻度有断轴。

但我们在上文给出的频移不确定度考虑了光钟比较期间加热率可能发生的变化，因为这些数值仅在各次实验之间进行监测。

电四极矩。动力学解耦序列利用算符结构相似这一特点，消除了电四极矩频移以及二阶张量斯塔克频移。在典型实验条件下 [34]，QCDD序列中忽略的非对易项所导致的残余频率偏移与射频驱动拉比频率的平方成反比，因此可以忽略不计。这确保了四极频移和张量斯塔克贡献均受到抑制，远低于频率比测量当前的不确定度预算。

有了系统误差预算，我们将直接频率比测量结果与通过合并两种物种绝对跃迁频率测量结果而得到的间接频率比进行比较。对于 Ca^+，最精确的结果见参考文献 [35], ；对于 Sr^+，则采用了近期的三项结果 [23, 28, 36]。比较结果见图4。频率比的总不确定度以蓝色误差棒标示；对于间接频率比，Sr^+频率的贡献以红色误差棒标示。

尽管我们的测量结果与先前的间接测量结果一致，但将比值的不确定度降低了一个数量级。此外，我们可以将测得的比值与更精确的 Sr^+绝对跃迁频率结合起来，提高 Ca^+钟跃迁绝对频率的测量精度。对这里提及的三个 Sr^+测量结果进行加权平均，得到 $\nu_{Ca^+} = 411042129776400.21(4)$ Hz，使不确定度降低了三倍。

总结

总之，我们对基于次级频率标准 Ca^+和 Sr^+的两台多离子光学钟进行了直接频率比对。比对结果表明，其钟稳定度优于单离子系统。这一结果不仅凸显了提升最先进离子钟性能的潜力，也对需要紧凑型或便携式频率标准的应用具有重要意义；在这些应用中，超稳腔的使用受到限制。此外，这一结果也关乎时变信号的探测，因为短期时钟稳定度至关重要。Ca^+和 Sr^+多离子钟的成功直接比对，验证了多离子方法的可扩展性，并为下一代光频标奠定了基础 [38, 39]。此外，这也为精密计量、基础物理检验和相对论大地测量开辟了新的机遇，使更高的稳定度和准确度能够应用于实验室和可现场部署系统。

致谢——本研究得到以色列科学部（IMOS 资助编号：3-17376）、以色列科学基金会（ISF 资助编号：1364/24）以及下萨克森州（德国）—以色列联合研究计划（资助编号：76251-99-6/20）的支持。

[1] B. Collaboration *et al.*, 《自然》591，564（2021年）。[2] H. N. Hausser、J. Keller、T. Nordmann、N. M. Bhatt、J. Kiethe、H. Liu、I. M. Richter、M. von Boehn、J. Rahm、S. Weyers、E. Benkler、B. Lipphardt、S. D¨or¨oscher、K. Stahl、J. Klose、C. Lisdat、M. Filzinger、N. Hunte- mann、E. Peik 和 T. E. Mehlst¨aubler, 《物理评论快报》134，023201（2025年）。[3] M. Safronova、D. Budker、D. DeMille、D. F. J. Kimball、A. Derevianko 和 C. W. Clark, 《现代物理评论》90，025008 2018( )。[4] A. Chu、V. J. Mart´ınez-Lahuerta、M. Miklos、K. Kim、P. Zoller、K. Hammerer、J. Ye 和 A. M. Rey, 《物理评论快报》134，093201（2025年）。[5] W. F. McGrew、X. Zhang、R. J. Fasano、S. A. Sch¨affer、K. Beloy、D. Nicolodi、R. C. Brown、N. Hinkley、G. Mi- lani、M. Schioppo、 *et al.*, 《自然》564，87（2018年）。[6] M. Takamoto、I. Ushijima、N. Ohmae、T. Yahagi、K. Kokado、H. Shinkai 和 H. Katori, 《自然·光子学》14，411（2020年）。[7] C. Sanner、N. Hunte mann、R. Lange、C. Tamm、E. Peik、M. S. Safronova 和 S. G. Porsev, 《自然》567，204（2019年）。[8] R. Lange、N. Huntemann、J. M. Rahm、C. Sanner、H. Shao、B. Lipphardt、C. Tamm、S. Weyers 和 E. Peik, 《物理评论快报》126，011102（2021年）。[9] B. M. Roberts、P. Delva、A. Al-Masoudi、A. Amy-Klein、C. Baerentsen、C. Baynham、E. Benkler、S. Bilicki、S. Bize、W. Bowden、 *et al.*, 《新物理学杂志》22，093010 2020( )。

[10] A. Aeppli、K. Kim、W. Warfield、M. S. Safronova 和 J. Ye，《物理评论快报》133，023401（2024年）。[11] A. W. Young、W. J. Eckner、W. R. Milner、D. Kedar、M. A. Norcia、E. Oelker、N. Schine、J. Ye 和 A. M. Kaufman，《自然》588，408（2020年）。[12] W. Itano，NIST研究杂志105，829（2000年）。[13] T. D. Morrison、J. Kwon、M. A. Delaney、D. R. Leibrandt、D. Stick 和 H. J. McGuinness，arXiv预印本 arXiv:2512.08921（2025年）。[14] J. Keller、T. Burgermeister、D. Kalincev、A. Didier、A. P. Kulosa、T. Nordmann、J. Kiethe 和 T. E. Mehlst¨aubler，《物理评论A》99，013405（2019年）。[15] T. Tan、R. Kaewuam、K. Arnold、S. Chanu、Z. Zhang、M. Safronova 和 M. Barrett，《物理评论快报》123，063201 2019( )。[16] R. Lange、N. Huntemann、C. Sanner、H. Shao、B. Lip- phardt、C. Tamm 和 E. Peik，《物理评论快报》125，143201 2020( )。[17] R. Kaewuam、T. Tan、K. Arnold、S. Chanu、Z. Zhang 和 M. Barrett，《物理评论快报》124，083202（2020年）。[18] L. Pelzer、K. Dietze、V. J. Mart´ınez-Lahuerta、L. Krin- ner、J. Kramer、F. Dawel、N. C. Spethmann、K. Ham- merer 和 P. O. Schmidt，《物理评论快报》133，033203（2024年）。[19] N. Akerman 和 R. Ozeri，《物理评论快报》134，013201（2025年）。[20] R. Shaniv、N. Akerman、T. Manovitz、Y. Shapira 和 R. Ozeri，《物理评论快报》122，223204（2019年）。[21] P. Dub´e、A. A. Madej、M. Tibbo 和 J. E. Bernard，《物理评论快报》112，173002（2014年）。[22] Y. Huang、H. Guan、M. Zeng、L. Tang 和 K. Gao，《物理评论A》99，011401（2019年）。[23] T. Lindvall、T. Fordell、K. Hanhij¨arvi、M. Dole˘zal、J. Rahm、S. Weyers 和 A. Wallin，《物理评论应用》24，044082（2025年）。[24] M. C. Marshall、D. A. R. Castillo、W. J. Arthur- D worschack、A. Aeppli、K. Kim、D. Lee、W. Warfield、J. Hinrichs、N. V. Nardelli、T. M. Fortier、 *et al.*，《物理评论快报》135，033201（2025年）。[25] K. Dietze、L. Pelzer、L. Krinner、F. Dawel、J. Kramer、N. C. Spethmann、T. Kielinski、K. Hammerer、K. Stahl、J. Klose、 *et al.*，《物理评论快报》，（2025年）。[26] M. E. Kim、W. F. McGrew、N. V. Nardelli、E. R. Clements、Y. S. Hassan、X. Zhang、J. L. Valencia、H. Leopardi、D. B. Hume、T. M. Fortier、 *et al.*《自然物理》19，25（2023年）。[27] 补充材料。[28] M. Steinel、H. Shao、M. Filzinger、B. Lipphardt、M. Brinkmann、A. Didier、T. Mehlst¨aubler、T. Lind- vall、E. Peik 和 N. Huntemann，《物理评论快报》131，083002 2023（）。[29] Y. Huang、B. Zhang、M. Zeng、Y. Hao、Z. Ma、H. Zhang、H. Guan、Z. Chen、M. Wang 和 K. Gao，《物理评论应用》17，034041（2022年）。[30] B. Zhang、Z. Ma、Y. Huang、H. Han、R. Hu、Y. Wang、H. Zhang、L. Tang、T. Shi、H. Guan、 *et al.*，arXiv预印本 arXiv:2506.17423v4（2025年）。[31] D. J. Berkeland、J. D. Miller、J. C. Bergquist、W. M. Itano 和 D. J. Wineland，《应用物理学杂志》83，5025（1998年）。[32] T. Lindvall、K. J. Hanhij¨arvi、T. Fordell 和 A. E. Wallin，《物理评论A》10.1103/52by-28mr（2025年）。[33] R. Lechner、C. Maier、C. Hempel、P. Jurcevic、B. P. Lanyon、T. Monz、M. Brownnutt、R. Blatt 和 C. F. Roos，《物理评论A》93，053401（2016年）。[34] R. Shaniv、N. Akerman、T. Manovitz、Y. Shapira 和 R. Ozeri，《物理评论快报》122，223204（2019年）。[35] H. Zhang、Y. Huang、B. Zhang、Y. Hao、M. Zeng、Q. Chen、Y. Wang、S. Cao、Y. Lin、Z. Fang、 *et al.*，《计量学》60，035004（2023年）。[36] C. Marceau、S. Beattie、K. Kato、B. Jian、M. Gertsvolf 和 P. Dub´e，《计量学》10.1088/1681-7575/ade4d1（2025年）。[37] H. S. Margolis、G. Panfilo、G. Petit、C. Oates、T. Ido 和 S. Bize，《计量学》61，035005（2024年）。[38] N. Dimarcq、M. Gertsvolf、G. Mileti、S. Bize、C. W. Oates、E. Peik、D. Calonico、T. Ido、P. Tavella、F. Mey- nadier、G. Petit、G. Panfilo、J. Bartholomew、P. De- fraigne、E. A. Donley、P. O. Hedekvist、I. Sesia、M. Wouters、P. Dub´e、F. Fang、F. Levi、J. Lodewyck、H. S. Margolis、D. Newell、S. Slyusarev、S. Weyers、J.- P. Uzan、M. Yasuda、D.-H. Yu、C. Rieck、H. Schnatz、Y. Hanado、M. Fujieda、P.-E. Pottie、J. Hanssen、A. Mal- imon 和 N. Ashby，《计量学》61，012001（2024年）。[39] T. Lindvall、M. Pizzocaro、R. M. Godun、M. Abgrall、D. Akamatsu、A. Amy-Klein、E. Benkler、N. M. Bhatt、D. Calonico、E. Cantin、 *et al.*，《光学》12，843（2025年）。

《补充材料》：基于 $^{40}Ca^{+}$ 和 $^{88}Sr^{+}$的多离子光钟的直接比较

Yosef Sokolik，[1] Roee Ozeri，[1] 以及 Nitzan Akerman[1]
[1] *Department of Physics of Complex Systems and AMOS、Weizmann Institute of Science、Rehovot 7610001、Israel*

原子频率伺服的实现

我们的光钟询问采用准连续动力学解耦（QCDD）方案，该方案将共振驱动的射频塞曼跃迁嵌入光学拉姆齐光谱序列中。该序列可抵消线性塞曼频移和电四极频移（同时减小其他张量频移）[1]。图1展示了完整序列。由此得到的激发信号与标准拉姆齐光谱的信号相同，并且可直接兼容传统频率伺服技术。

每个钟跃迁的中心频率通过四点式QCDD-拉姆齐伺服进行稳定，该伺服作用于两个光学跃迁：

$$\left|S_{1/2}, m_J = \pm 1/2\right\rangle \leftrightarrow \left|D_{5/2}, m_J = \pm 3/2\right\rangle$$

其中，每个塞曼分量均在两个失谐值下进行探测：

$$\delta_{\pm} = \pm \frac{1}{4\tau_R}, \tag{1}$$

对应于在拉姆齐谱半条纹点附近运行，此时激发概率接近 50%。

在 Ca^{+} 钟中，两个塞曼分量在询问序列中合并，从而生成单一钟信号。连续两次探测分别在 δ_+ 和 δ_-之间交替进行，所得激发概率相对于半激发值的偏差以交替符号合并，形成单一色散型频率鉴别器，并直接用于频率稳定。

Ca^{+} 伺服系统直接稳定729纳米激光器，继而通过光学频率梳稳定674纳米 Sr^{+} 钟激光。频率校正通过快速反馈回路实现：每个探测周期都会评估误差信号，将其积分，并以约50毫秒的延迟更新控制电光调制器（EOM）频率的 DAC电压。EOM 提供可调频率偏移，以弥合腔共振与 Ca^{+} 钟跃迁之间的频率差；调节这一偏移即构成原子频率校正。

在 Sr^{+} 时钟中，两个塞曼分量分别进行探测。对于每个分量，$\delta_{\pm}$ 次探测之间的布居不平衡定义了离散时间频率误差信号，从而得到两个

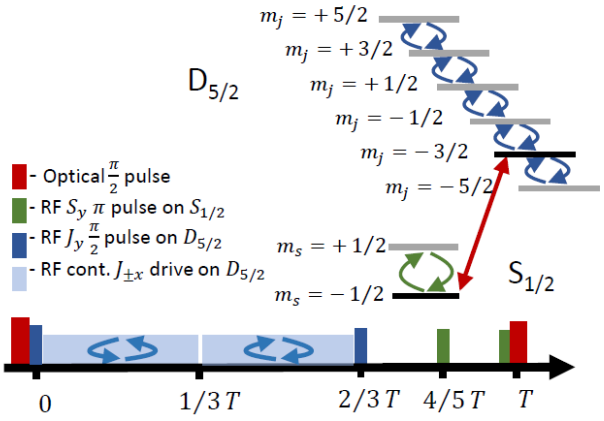

图1. QCDD方案。在类拉姆齐光谱方案中，于拉姆齐时间内加入射频驱动。连续射频驱动（浅蓝色）与 $D_{5/2}$ 能级的塞曼分裂共振，并在拉姆齐时间的前2/3沿 Jx 方向施加。该驱动施加在两个 Jy $\pi/2$ 脉冲之间，并在中点翻转其符号，以消除累积的几何相位。拉姆齐时间的最后1/3仅包含两个短暂的 π 脉冲（绿色），它们施加于 $S_{1/2}$ 能级，以抵消线性塞曼频移。

塞曼分辨鉴别器。随后将这些鉴别器分解为共模分量和差分分量：前者源自激光频率涨落，后者则由初始失校准引起。共模校正和差分校正均通过慢反馈回路实现（与 Ca^{+} 伺服不同），因为在正常时钟运行期间，预计它们不会发生变化。对于每个塞曼分量，根据$\delta_{\pm}$ 处的分块平均激发概率构建频率误差信号，并对连续多个时钟周期（通常为 3–4 个）取平均，然后更新 DDS频率配置，以确定后续周期所用的探测频率。

在伺服运行期间，会持续监测晶体的完整性。如果检测到解晶，则丢弃受影响的探测周期，并在稳定荧光恢复后重新启动伺服。不会使离子晶体熔化的背景气体碰撞不会造成显著的系统频移 [2]

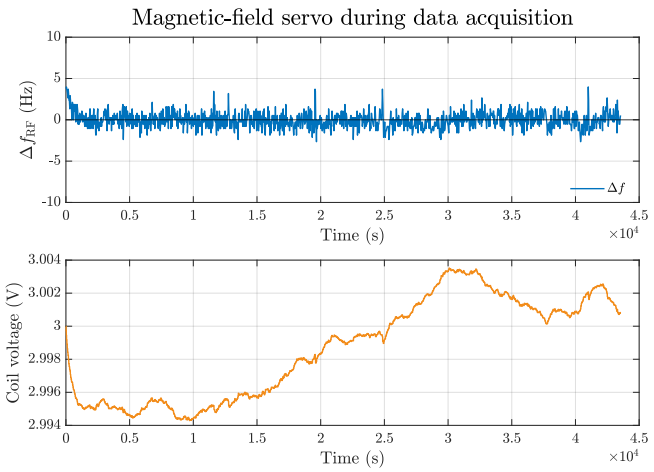

图 2. $^{88}Sr^{+}$ 光钟运行期间射频驱动失谐（上图）和所施加的补偿线圈电压（下图）随时间的变化。

与磁场的相互作用

本节补充介绍与磁场稳定及磁场引起的频率偏移相关的实验和理论细节，以补充正文中的讨论。

磁场控制与线性频移抑制

静态偏置磁场为光钟询问定义量子化轴。通过对 $S_{1/2}$ 塞曼分裂进行光谱测量，持续监测其大小，并在光钟运行期间通过穿插进行拉姆齐测量并缓慢反馈至补偿线圈来稳定磁场。该方案可抑制数据采集期间的长期磁场漂移，将磁场变化限制在 $\lesssim 10\ \mu$G。图 2 展示了 Sr^{+} 系统中磁场伺服系统的性能。上图显示光谱信号，该信号用作误差信号，以在光钟运行期间主动补偿磁场漂移。下图显示输送至补偿线圈的伺服输出。尽管我们的 QCDD方案原则上对磁场不敏感，但仍采用磁场伺服系统，以确保该方案中的 DD脉冲与相关跃迁保持共振。将其失谐 $\delta << \Omega_{DD}$ 维持在该值是成功抑制 LZS 和四极频移所必需的。

光钟询问在以下跃迁之间交替进行$|S_{1/2}, m_J = \pm\frac{1}{2}\rangle \leftrightarrow |D_{5/2}, m_J = \pm\frac{3}{2}\rangle$。对两个塞曼分量取平均可得到复合时钟频率，该频率不受 QCDD 中所用射频脉冲频率及其射频诱导频移 [3]。

二次塞曼频移

在此处使用的偏置磁场下，主要的残余磁场贡献来自二次塞曼效应。在 $D_{5/2}$ 流形中，二阶频移源于与附近 $D_{3/2}$ 精细结构能级的磁偶极耦合。

在 QCDD 探测过程中，$D_{5/2}$ 流形中受驱动的塞曼子能级被对称地采样，因此得到的平均二次频移可写为

$$\Delta\nu_{Z2} = C_2 \langle B^2 \rangle. \tag{2}$$

二次塞曼系数为

$$C_2 = \frac{2}{15}\frac{[\mu_B(g_S - 1)]^2}{h^2 \nu_{DD}}, \tag{3}$$

其中，ν_{DD} 是 $D_{5/2}$ 和 $D_{3/2}$ 能级之间的精细结构分裂 [4]。

代入式（2）的磁场均方值为

$$\langle B^2 \rangle = \langle B_{\rm dc} \rangle^2 + \langle B_{\rm ac}^2 \rangle, \tag{4}$$

其中 $B_{\rm ac}$ 表示阱驱动频率下的振荡磁场。

通过比较沿同一激光方向探测的、磁化率相反的塞曼跃迁所得到的调制指数，将振荡磁场的幅度限制在 $\lesssim 40$ mG。这一过程将磁场贡献与微运动诱导边带 [5]区分开来。

对于 $^{40}Ca^{+}$，二次塞曼系数 C_2 已通过实验测得 [6]。对于 $^{88}Sr^{+}$，C_2 则利用已知的精细结构分裂，通过式（3）得出。在尚未通过实验测定 Sr^{+}的情况下，如正文所述，保守地为两个系数赋予相同的相对不确定度。

我们将二次塞曼分数频移表示为

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{Z2} = \left(\frac{C_2}{\nu}\right) B^2, \tag{5}$$

不确定度为

$$u_{Z2} = \sqrt{\left[u\left(\frac{C_2}{\nu}\right) B^2\right]^2 + \left[\frac{C_2}{\nu}\, u(B^2)\right]^2}. \tag{6}$$

对于 Sr^{+}，我们使用 $(C_2^{\rm Sr}/\nu) = (7.0198 \pm 0.007) \times 10^{-17}\ \mathrm{G}^{-2}$ 和 $B^2_{\rm Sr} = 9.7718 \pm 0.0008\ \mathrm{G}^2$,，得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\rm Sr}_{Z2} = (686.0 \pm 0.7) \times 10^{-18}. \tag{7}$$

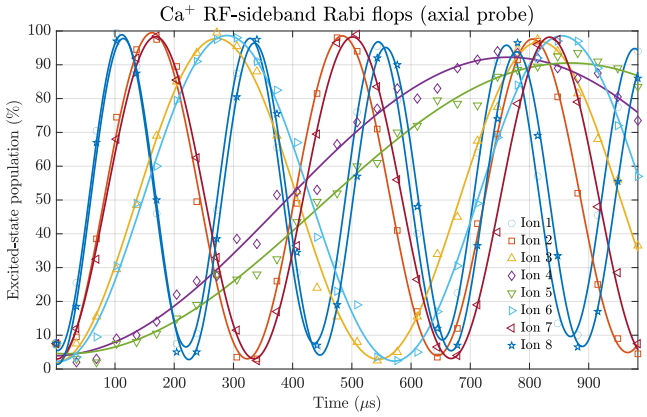

图 3. $^{40}Ca^{+}$ 离子链轴向微运动边带上的拉比振荡。每条曲线对应一个离子，展示了射频场沿轴向的变化。载波拉比频率为 $\Omega_{carr}/2\pi = 78\,\mathrm{kHz}$，过剩微运动调制指数在 $\beta = 0.01 - 0.11$ 之间变化。

对于 Ca^{+}，我们使用 $(C_2{}^{Ca}/\nu) = (3.5395 \pm 0.0035) \times 10^{-16}\,\mathrm{G}^{-2}$ 和 $B_{Ca}^2 = 6.8719 \pm 0.0008\,\mathrm{G}^2$,，得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{Z2}^{Ca} = (2432 \pm 3) \times 10^{-18}. \tag{8}$$

与电场的相互作用

本节补充介绍过剩微运动（EMM）的表征及其相关频移，这些频移会影响正文中讨论的二阶多普勒修正和标量斯塔克修正。

过剩微运动

残余静电场会使离子偏离射频零点，从而在阱驱动频率 Ω_{RF} [7]处产生过剩微运动。钟激光产生的相位调制通过分辨边带光谱测量进行定量表征。对于较小的调制指数 β，微运动边带与载波拉比频率之比为

$$R \equiv \frac{\Omega_{sb}^2}{\Omega_{carr}^2} \simeq \frac{\beta^2}{4}. \tag{9}$$

沿三个不共面的探测方向测量调制指数，从而能够重构完整的过量微运动振幅。径向超额微运动可在两个径向方向上分别进行补偿，但仍会留下一个主导的轴向贡献；如图3所示，该贡献会随离子在晶体中的位置而变化。

离子阱电极中的射频电流不平衡会在 Ω_{RF} 处产生振荡磁场，这也可能

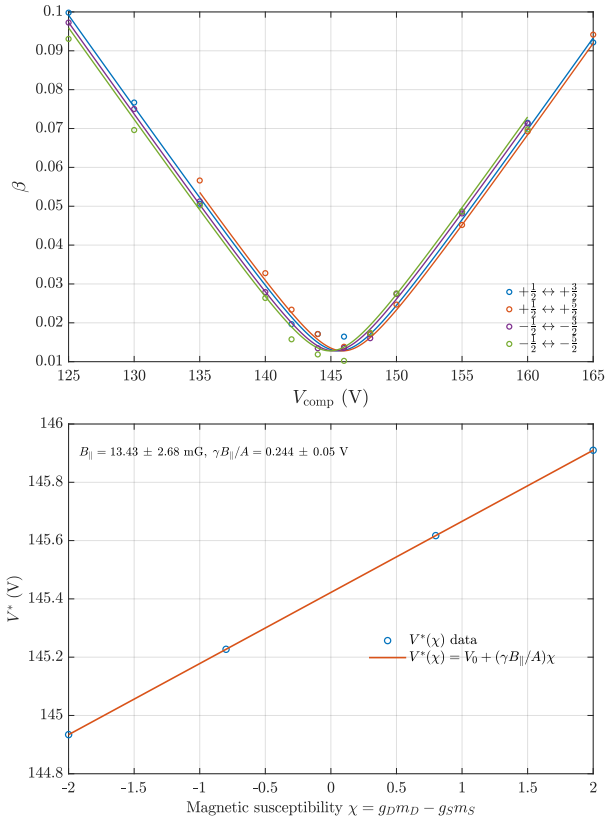

图 4。上：测得的调制指数 β，对应于 $^{88}Sr^{+}$ 中 $S_{1/2} \leftrightarrow D_{5/2}$ 跃迁的若干塞曼分量，并与描述电调制和磁调制组合效应的拟合模型进行比较。下：补偿电压 V^* 随塞曼磁化率的变化关系，用于提取振荡磁场振幅 $B_{z,\,ac}$。

调制磁敏感跃迁。纵向分量会产生有效的相位调制

$$e^{-i\beta_B \cos(\Omega_{RF} t)}, \qquad \beta_B = \frac{\chi \mu_B}{\hbar \Omega_{RF}} B_{z,ac}, \tag{10}$$

其中，$\chi = g_D m_D - g_S m_S$ 是塞曼磁化率 [8]。

通过探测 χ取值相反的跃迁，可以将测得的调制指数中的电场贡献和磁场贡献分离：调制指数的平均值会抵消磁敏感性，而二者之差则只保留 $B_{z,\,ac}$。图 4展示了这一过程，其中利用补偿电压对 χ 的线性依赖关系，提取振荡磁场振幅的实验上限。如第 II 节所述，这一射频诱导磁场仅通过二次塞曼效应对时钟频率产生影响。

与过量微运动相关的射频电场会同时引起相对论二阶多普勒频移和标量二次斯塔克频移。用沿三条探测方向测得的边带比

R_i 表示，

$$\frac{\Delta\nu_{\mathrm{D2,EMM}}}{\nu} = -\frac{\langle v^2_{\mathrm{EMM}}\rangle}{2c^2} = -\left(\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{\omega}\right)^2 \sum_i R_i, \quad (11)$$

$$\frac{\Delta\nu_{\mathrm{Stark,EMM}}}{\nu} = -\frac{\Delta\alpha_0}{h\nu}\left(\frac{m\Omega^2_{\mathrm{RF}}c}{e\omega}\right)^2 \sum_i R_i, \quad (12)$$

其中 ω 是探测激光的角频率。

总微运动引起的分数频移（多普勒贡献与标量斯塔克贡献之和）为

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\mathrm{EMM}} = C_{\mathrm{tot,EMM}} \sum_i R_i, \quad (13)$$

$$C_{\mathrm{tot,EMM}} = -\left(\frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{\omega}\right)^2 \left[1 + \frac{\Delta\alpha_0}{h\nu}\left(\frac{mc\Omega_{\mathrm{RF}}}{e}\right)^2\right]$$

对于 Sr^+，$\Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi = 16.15$ MHz，差分极化率 $\Delta\alpha_0 = -4.8314(20) \times 10^{-40}\,\mathrm{Jm^2V^{-2}}$ [9]，测得的总微运动为 $\sum_i R_i = (1.1\pm0.5)\times10^{-3}$。此处，我们估计不确定度为测量值的一半，以反映数据采集期间补偿的变化，因为微运动测量仅在各次运行之间进行。我们指出，这是一个保守的估计，因为测量结果表明稳定度要好得多。由此得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Sr}}_{\mathrm{EMM}} = (0.4 \pm 0.2) \times 10^{-18}. \quad (14)$$

类似地，对于 Ca^+ 钟，$\Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi = 24.85$MHz，差分极化率为 $\Delta\alpha_0 = -7.2677(21) \times 10^{-40}\ \mathrm{Jm^2V^{-2}}$ [10]，测得的总微运动为$\sum_i R_i = (1.5 \pm 0.5) \times 10^{-3}$，由此得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Ca}}_{\mathrm{EMM}} = (0.15 \pm 0.07) \times 10^{-18}. \quad (15)$$

热运动

久期频率下的残余热运动 ω_i会导致二阶多普勒频移。经过多普勒冷却和电磁诱导透明（EIT）冷却后，平均声子占据数 $\bar{n}_i$ 通过载波拉比振荡的退相干过程提取。加热率 $\dot{\bar{n}}_i$ 通过对 $\bar{n}_i(t)$随延迟时间变化的数据进行线性拟合得到。图5 展示了测得的声子占据数及相应的线性拟合结果。

假设在拉姆齐自由演化时间 T_R 内线性加热，则时间平均声子占据数为

$$\langle\bar{n}_i\rangle_{T_R} = \bar{n}_{i,0} + \tfrac{1}{2}\dot{\bar{n}}_i T_R. \quad (16)$$

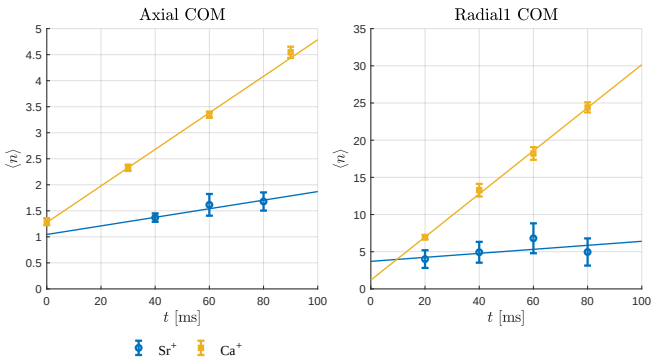

图 5. 两个系统的轴向（左）和径向（右）质心模的平均声子占据数随延迟时间的变化。

相应的平均世俗运动动能为

$$\langle E_K\rangle = \sum_i \frac{\hbar\omega_i}{2}\left(\langle\bar{n}_i\rangle_{T_R} + \tfrac{1}{2}\right), \quad (17)$$

从而产生分数二阶多普勒频移

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\mathrm{D2,sec}} = C_{\mathrm{D2}}\,E_K, \qquad C_{\mathrm{D2}} = -\frac{1}{mc^2}, \quad (18)$$

不确定度为

$$u_{\mathrm{D2,sec}} = \sqrt{\left(uC_{\mathrm{D2}}\,E_K\right)^2 + \left(C_{\mathrm{D2}}\,uE_K\right)^2}. \quad (19)$$

对于 Sr^+，我们使用

$$C_{\mathrm{D2}} = -7.61 \times 10^7\ \mathrm{J}^{-1},$$

$$E_K = (1.073 \pm 0.30) \times 10^{-26}\ \mathrm{J},$$

并得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Sr}}_{\mathrm{D2,sec}} = (-0.82 \pm 0.23) \times 10^{-18}. \quad (20)$$

对于 Ca^+，我们使用

$$C_{\mathrm{D2}} = -1.68 \times 10^8\ \mathrm{J}^{-1},$$

$$E_K = (2.611 \pm 0.017) \times 10^{-26}\ \mathrm{J},$$

并得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Ca}}_{\mathrm{D2,sec}} = (-4.37 \pm 0.03) \times 10^{-18}. \quad (21)$$

在赝势近似下，与离子阱射频场相关的受迫微运动会使每个径向振动模产生动能，其大小等于

相应的世俗运动动能 [7]。这种受迫运动源于离子位置处的射频电场，并会产生与过量微运动相同的物理效应，即相对论二阶多普勒频移和标量二次斯塔克频移。然而，此处相关的测量量是通过加热率测量提取的径向世俗运动动能。微运动引起的总分数频移为

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\mathrm{mm}} = C_{\mathrm{tot,mm}}\, E_{K,\mathrm{rad}}, \tag{22}$$

$$C_{\mathrm{tot,mm}} = -\frac{1}{mc^2}\left[1 + \frac{\Delta\alpha_0}{h\nu}\left(\frac{mc\Omega_{\mathrm{RF}}}{e}\right)^2\right].$$

不确定度为

$$u_{\mathrm{mm}} = \sqrt{(uC_{\mathrm{tot,mm}}\, E_{K,\mathrm{rad}})^2 + (C_{\mathrm{tot,mm}}\, uE_{K,\mathrm{rad}})^2}. \tag{23}$$

We use for Sr^+

$$C_{\mathrm{tot,mm}} = (2.000 \pm 0.004) \times 10^7\ \mathrm{J}^{-1},$$

$$E_{K,\mathrm{rad}} = (1.026 \pm 0.304) \times 10^{-26}\ \mathrm{J},$$

并得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Sr}}_{\mathrm{mm}} = (0.21 \pm 0.06) \times 10^{-18}. \tag{24}$$

我们对 Ca 使用 $^+$

$$C_{\mathrm{tot,mm}} = (4.9 \pm 0.5) \times 10^5\ \mathrm{J}^{-1},$$

$$E_{K,\mathrm{rad}} = (2.556 \pm 0.017) \times 10^{-26}\ \mathrm{J},$$

并得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Ca}}_{\mathrm{mm}} = (0.0121 \pm 0.0012) \times 10^{-18}, \tag{25}$$

其中，近乎抵消反映了工作状态接近魔法射频频率。

黑体辐射（BBR）

实验室温度在 $T_{\mathrm{lab}} = 295.5$ K 附近的稳定度优于 0.1 K。然而，射频电流会使离子阱组件产生电阻加热，从而提高离子经历的有效黑体辐射（BBR）温度。我们持续监测真空腔温度，发现其稳定度同样为 0.1 K；不过，温度值取决于运行离子阱所用的射频功率。我们测得温度对射频功率的敏感度为 1.0(1) K/瓦特，并且 Ca^+ 和 Sr^+ 真空腔的敏感度分别为 0.6(1) K/瓦特。由于没有可用于离子阱内部组件的直接传感器，我们通过在不同射频功率下运行 Sr^+ 光钟并比较光钟，测量了残余效应，具体讨论见正文。测量结果表明，额外的有效温度敏感度为 1.3 ± 1.9 K/瓦特。

黑体辐射分数频移可近似为

$$\Delta\nu_{\mathrm{BBR}} = C_{\mathrm{BBR}} \times T^4_{\mathrm{eff}}, \tag{26}$$

不确定度为

$$u\left(\nu_{\mathrm{BBR}}\right) = \sqrt{\left(uC_{\mathrm{BBR}}\, T^4_{\mathrm{lab}}\right)^2 + \left(C_{\mathrm{BBR}}\, uT^4_{\mathrm{lab}}\right)^2}. \tag{27}$$

在所有测量中，Ca^+ 离子阱的射频功率设为 $\mathrm{P} = 0.56$ 瓦特，对应的有效温度为 297 ± 1 K。在 $C_{\mathrm{Ca,BBR}} = 4.7066 \pm 0.0003 \times 10^{-11}\,\mathrm{Hz\,K^{-4}}$ [11] 时，我们得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Ca}}_{\mathrm{BBR}} = (891 \pm 12) \times 10^{-18}. \tag{28}$$

Sr^+ 离子钟在两种不同的射频功率下运行，分别为 $\mathrm{P_L} = 0.4$ 瓦特和 $\mathrm{P_H} = 1$ 瓦特，对应于 $T_{\mathrm{eff,L}} = 296.2 \pm 0.7$ K 和 $T_{\mathrm{eff,H}} = 297.4 \pm 1.9$ K。在 $C_{\mathrm{Sr,BBR}} = 3.0616 \pm 0.0046 \times 10^{-11}\mathrm{Hz\,K^{-4}}$ [12] 时，我们得到

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Sr}}_{\mathrm{BBR,L}} = 529 \pm 5 \times 10^{-18}. \tag{29}$$

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^{\mathrm{Sr}}_{\mathrm{BBR,H}} = 538 \pm 14 \times 10^{-18}. \tag{30}$$

引力红移

Sr ^{88}和 $^{40}\mathrm{Ca}^+$ 离子钟系统之间的垂直距离会产生差分引力红移。Ca^+ 离子阱的位置比 Sr^+ 离子阱高

$$\Delta h = (110 \pm 5)\ \mathrm{mm}.$$

相应的相对频移为

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\mathrm{grav}} = \frac{g\,\Delta h}{c^2}, \tag{31}$$

其中 g 为局部重力加速度。取 $g \simeq 9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}}$，可得

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\mathrm{grav}} = (1.10 \pm 0.05) \times 10^{-17}. \tag{32}$$

由于 Ca^+ 系统位于较高的引力势，其时钟频率相对于 Sr^+ 系统有所升高。因此，测得的频率比 $\nu_{\mathrm{Sr}}/\nu_{\mathrm{Ca}}$通过降低 Ca^+ 频率进行修正，修正量为

$$\Delta\nu_{\mathrm{Ca}} = (1.10 \pm 0.05) \times 10^{-17}\,\nu_{\mathrm{Ca}}.$$

交流斯塔克（光）频移

在探测期间，通过两级开关关闭所有激光束。其中一级是采用双程配置的声光调制器。第二级则是另一个单程声光调制器或基于微机电系统的电压控制衰减器。我们使用光电倍增管测量了光纤中的漏光，发现其远低于 pW。此外，我们在不使用第二个阻断级的情况下进行了比较，并将其影响限定在 50 mHz 以下。由于第二级还增加了 20-30 dB 的衰减，我们可以将漏光频移限定在 0.1 mHz 以下。

[1] R. Shaniv、N. Akerman、T. Manovitz、Y. Shapira 和 R. Ozeri，《物理评论快报》**122**，223204（2019年）。[2] A. M. Hankin、E. R. Clements、Y. Huang、S. M. Brewer、J.-S. Chen、C. W. Chou、D. B. Hume 和 D. R. Leibrandt，《物理评论A》**100**，033419（2019年）。[3] N. Akerman 和 R. Ozeri，《物理评论快报》**134**，013201（2025年）。

[4] P. Dube、A. A. Madej、Z. Zhou 和 J. E. Bernard，《物理评论A》87，023806（2013年）。[5] Z. Meir、T. Sikorsky、R. Ben-Shlomi、N. Akerman、M. Pinkas、Y. Dallal 和 R. Ozeri，《科学仪器评论》91，043202（2020年）。[6] B. Zhang、Z. Ma、Y. Huang、H. Han、R. Hu、Y. Wang、H. Zhang、L. Tang、T. Shi、H. Guan，*et al.*，arXiv预印本 arXiv:2506.17423v4（2025年）。[7] D. J. Berkeland、J. D. Miller、J. C. Bergquist、W. M. Itano 和 D. J. Wineland，《应用物理学杂志》83，5025（1998年）。[8] M. K. Joshi、M. Guevara-Bertsch、F. Kranzl、R. Blatt 和 C. F. Roos，《物理评论A》110，063101（2024年）。[9] T. Lindvall、K. J. Hanhij¨arvi、T. Fordell 和 A. E. Wallin，《物理评论A》10.1103/52by-28mr（2025年）。[10] Y. Huang、H. Guan、M. Zeng、L. Tang 和 K. Gao，《物理评论A》99，011401（2019年）。[11] Y. Huang、B. Zhang、M. Zeng、Y. Hao、Z. Ma、H. Zhang、H. Guan、Z. Chen、M. Wang 和 K. Gao，《物理评论应用》17，034041（2022年）。[12] M. Steinel、H. Shao、M. Filzinger、B. Lipphardt、M. Brinkmann、A. Didier、T. Mehlst¨aubler、T. Lind-vall、E. Peik 和 N. Huntemann，《物理评论快报》131，083002（2023年）。