期刊名称

Crossmark

收稿日期dd月yyyy年
修订日期dd月yyyy年

论文

信息论：X射线显微术视角

Charles Wood[1]

[1]未来技术中心 ，电气与机械工程学院，朴茨茅斯大学，英 朴茨茅斯大学，英国

电子邮件： charles.wood@port.ac.uk

关键词： X射线显微术、信息论、熵、互信息、Kullback–Leibler散度、泊松–高斯噪声模型、逆问题、重建算子

arXiv:2602.07168v1 [eess.IV] 6 Feb 2026

摘要

X射线显微术（XRM）常用于获取内部微观结构的三维信息，但成像流程会在多个阶段引入噪声、冗余和信息损失。本文明确采用信息论视角，将XRM工作流程视为一系列处理步骤，这些步骤作用于有限的信息预算。我们利用熵、互信息和Kullback–Leibler散度，量化采集、去噪、配准、稀疏角度采样、剂量变化和重建如何分别重塑投影数据及重建体数据的统计结构。基于公开的 *Walnut 1* 数据集开展的案例研究展示了不同去噪算法如何重新分配灰度占据情况，错位和配准如何影响投影之间的互信息，稀疏角度采样如何形成信息瓶颈，剂量如何限制可归因于有意义结构的熵所占比例，以及滤波反投影和迭代重建如何作为不同的信息塑造算子发挥作用。在这些结果的基础上，我们利用统一信息预算概述XRM工作流程，考察泊松—高斯投影数据的经验剂量–信息关系，并表明互信息可作为与重建方法无关的保真度指标。本文提出一种经验性信息—退化层级，用于对流水线组件的信息影响进行排序。总体而言，分析结果支持将XRM视为信息处理系统，并提供了一个定量框架，用于比较和优化成像方案，尤其适用于低剂量或时间受限环境。本文引入的所有表达式均为经经验校准的首阶公式，旨在根据所述估计器约定自成一体地用于方案比较；本文的任何结果在解释时均不依赖外部理论进展。

1 引言

与大多数事情一样，先从“为什么”开始，再谈“如何”，最后讨论“是什么”，是一种有用的组织结构。X射线显微术（XRM）是一种强大的无损成像技术，可用于以高空间分辨率探究物体的内部微观结构。它能够对样品进行详细的三维（3D）表征 [1, 2]，因此在材料科学、生物学和医学等领域发挥着关键作用。然而，XRM工作流程涵盖数据采集、图像重建和后处理，会引入各种噪声、冗余和信息损失 [3, 4]。这些失真会降低图像质量，并最终限制从数据中获得的科学洞见。

信息论由 Claude Shannon 于20世纪中叶提出，为量化数据中的信息含量和不确定性提供了数学框架 [5]。信息论最初应用于电信和数据压缩，如今在成像科学中的相关性日益增强 [6]。熵等关键概念可用于衡量数据集中的不确定性或随机性；互信息则用于量化两个信号之间共享的信息，这些概念为评估图像质量、噪声水平和重建保真度提供了严谨的定量工具 [7]。在 X射线显微术（XRM）中，熵可用于表征投影图像和重建结果中的噪声，或评估去噪算法的影响。较低的熵可能表示更高的图像保真度或更低的随机性，而较高的熵可能反映噪声或

更高的结构复杂度。输入数据与重建数据之间的互信息为评估重建过程中基本特征保留得有多好提供了稳健指标，尤其适用于比较不同算法、噪声模型或采集设置 [8]。

本文提出了一个信息论框架，用于分析XRM流程。我们通过将熵和基于信息的度量系统地应用于各个阶段——采集、重建和后处理——旨在量化信息如何在系统中流动，识别信息在何处以及如何丢失、失真或得到保留，并探讨图像质量、辐射剂量与计算复杂度之间的权衡。为此，我们致力于建立新的定量指标，以评估和优化成像方案。该方法还进一步纳入了噪声表征、信息吞吐量的理论极限，以及基于模拟和实验数据集开展的案例研究。

本文通过应用标准度量（熵、互信息和Kullback–Leibler散度）分析一个具有代表性的微型CT工作流程，建立并验证了XRM的一种应用型信息论视角。重点在于考察这些量在采集、配准、稀疏角度采样、剂量变化和重建等环节中的实际表现，并通过对 $Walnut\ 1$ 数据集开展案例研究，为XRM构建经验性信息预算。另有一项独立的理论研究为成像系统建立了算子层级形式体系；然而，本文中的任何结果在解释时都不依赖该形式体系，本文采用的所有关系式均仅作为基于经验校准的一阶近似代理，并遵循第7节所声明的估计器约定。

在本文中，信息、熵和信息预算 等术语，均严格用于表示在固定离散化、掩膜处理和归一化约定下测得的统计变异性。这些术语并不意味着存在守恒量、与任务无关的含义、物理不变量或不依赖估计器的信息概念。因此，本文报告的所有数值、趋势和排序均取决于这些约定，仅用于对采用相同预处理和估计选择进行分析的成像协议作同类比较。

2 X射线显微术的信息度量

信息论为分析和优化X射线显微术（XRM）流程提供了稳健的框架。本节介绍本研究采用的三项关键度量：熵、互信息和Kullback–Leibler散度，并将信道容量作为概念上的上限。这些量构成了在整个成像工作流程中量化信息的基础，可用于评估采集、重建和后处理过程中捕获、丢失或转换了多少信息。

2.1 投影数据中的熵与噪声

熵是衡量系统内不确定性或随机性的指标。在成像中，它量化图像数据的信息含量，并有助于了解工作流程不同阶段存在的噪声或无序程度 [5, 6, 7]。

对于概率分布为 $p(x)$ 的离散随机变量 X，香农熵 $H(X)$ 定义为

$$H(X) = -\sum_{x} p(x)\,\log_2 p(x). \tag{1}$$

本文中使用的熵定义。除非另有说明，第7.1–7.7节中报告的所有熵均为根据归一化强度直方图计算得出的离散香农熵，

$$H_\Delta(X) \;=\; -\sum_{b=1}^{B} p_b \log_2 p_b,$$

其中，p_b 为直方图箱 b中的经验概率质量，B 为固定箱数，Δ表示由此诱导的离散化（箱宽与强度归一化）。因此，数值熵值取决于所选择的归一化、掩膜处理和分箱；在全部案例研究中，我们在每个实验内保持这些选择固定，以确保同等条件下的比较。当我们讨论微分熵近似（例如第6.2节）时，会明确加以标注，且仅用于描述随剂量变化的主导阶标度，而非预测表中所报告的绝对离散熵。

离散熵与微分熵。上文定义的直方图熵 H_Δ 是本文报告的主要量。当我们随后写出微分熵表达式（例如第6.2节）时，这些表达式仅用于描述在一个近似条件下随剂量变化的定性标度

y
d
高斯涨落模型。本文没有任何步骤将 H_Δ 与微分熵 h 联系起来，导数（例如 $\mathrm{d}H/\mathrm{d}\lambda$ ）应理解为用于缩放的微分熵代理量的导数，而非表 1–2. 中报告的离散直方图熵的导数。

该表达式给出了对 X 的结果进行编码所需的比特数期望值。在X射线显微术（XRM）中，变量 X 通常表示图像像素或体素的强度值。因此，图像的熵反映了像素强度的分布情况，并可作为信息含量和噪声的代理量 [4, 5]。

熵可用于分析XRM处理流程的不同阶段。在数据采集过程中，它可以定量估计原始投影图像中的噪声 [8, 9]。熵越高，意味着随机性越强，信号保真度也可能越低。在重建过程中，熵有助于评估算法保留或损失结构信息的程度 [8]。能够有效抑制噪声、同时保留信号的重建方法，通常会比噪声较多或伪影丰富的重建结果具有更低的熵 [8, 10]。在去噪和对比度增强等后处理步骤中，熵的变化可以反映这些操作对图像质量的影响。理想情况下，去噪应在保留有意义特征的同时去除随机变化，从而降低熵 [7]。

投影数据的熵还受到若干关键系统级参数的影响。探测器噪声会引入随机波动，掩盖底层结构，从而直接增加熵 [11, 12]。空间分辨率则通过所捕获的结构细节程度影响熵。较高的分辨率通常会揭示样品中的细微变化，从而增加熵，但这种影响会受到信噪比的调节 [8]。位深决定了探测器可记录的灰度级数量，因此为熵设定了上限 [4]。例如，8 位探测器每像素的熵不可能超过 8 比特。辐射剂量则通过影响光子统计间接影响熵。较低的剂量会减少探测到的光子数量，增加随机噪声，进而提高熵。相反，较高的剂量能改善信号质量，但可能受到样品损伤、安全性或通量方面的顾虑限制 [3, 13]。理解这些参数之间的相互作用，有助于为解读实验和模拟数据集中的熵测量结果提供重要背景。

本文将始终使用熵作为定量指标，用于评估投影数据和重建体数据中的信息质量。在接下来的小节中，我们将转而讨论互信息，将其作为一种互补工具，用于比较数据集并评估重建保真度。

2.2 互信息与重建保真度

熵量化单个数据集中的不确定性，而互信息则提供了两个数据集之间统计依赖性的度量 [6]。在X射线显微术中，互信息可用于评估投影采集过程中捕获的原始信息有多少保留在重建图像中 [8]。这对于评估重建算法的性能、配准精度，或后处理步骤对数据完整性的影响尤为重要。

形式上，两个离散随机变量 X 和 Y 之间的互信息 $I(X;Y)$，其联合概率分布为 $p(x,y)$，边缘分布为 $p(x)$ 和 $p(y)$，定义为 [6, 14]

$$I(X;Y) = \sum_{x,y} p(x,y)\,\log_2 \frac{p(x,y)}{p(x)\,p(y)}. \tag{2}$$

该量表示在已知其中一个变量的情况下，关于另一个变量的不确定性减少量。如果 X 和 Y 相互独立，则它们的互信息为零。如果二者完全相关，互信息达到最大值，并等于任一变量的熵。

在 X射线显微术应用中， X 可能表示投影数据的强度值，而 Y 则表示重建图像或后处理图像中的对应值。互信息量化了重建保留原始测量中结构信息的程度 [8]。因此，它是比较不同重建

算法、评估多视图或多模态数据集中的配准质量，或评估去噪和伪影去除技术影响的有力工具。

与均方误差（MSE）或结构相似性指数（SSIM）等传统图像相似性度量不同，互信息不要求逐像素对应，并且对强度缩放或非线性变换具有稳健性 [7]。这使得它特别适合比较在不同曝光设置、能级或对比机制下采集的数据集。互信息已广泛应用于医学图像配准 [15, 16],但其在X射线显微术中的更广泛用途仍有待深入探索。

在本文中，我们将使用互信息来量化重建图像相对于参考数据集的保真度，这些参考数据集可来自模拟真实值或高剂量采集。这使我们能够评估重建中熵的增加是对应于有意义的结构复杂度，还是仅仅增加了噪声，并比较不同采集参数和重建流程如何影响信息保留。

*2.3 Kullback–Leibler*散度与分布变化

Kullback–Leibler（KL）散度是信息论中的一个基本概念，用于量化两个概率分布之间的差异 [6, 14]。熵和互信息描述的是不确定性与共享信息，而KL散度则提供一种方向性度量，衡量一个分布相对于另一个分布的偏离程度。在X射线显微术（XRM）的背景下，KL散度可用于评估重建图像、去噪图像或处理后的图像与预期分布或参考分布的接近程度 [16, 17, 18], ，例如已知真值或模拟模型。

对于定义在相同取值域 $\mathcal{X}$ 上的两个离散概率分布 $P(x)$ 和 $Q(x)$，从 Q到 P 的 KL散度定义为 [6, 14]

$$D_{\mathrm{KL}}(P\|Q) = \sum_{x\in\mathcal{X}} P(x)\,\log_2 \frac{P(x)}{Q(x)}. \tag{3}$$

该表达式表示，使用针对 Q 优化的编码来编码来自 P 的样本，相比使用针对 P 本身优化的编码，所需额外的比特数。KL散度非负，且仅当 P 和 Q相同时才等于零。

在实际成像场景中， P 可能表示高保真参考图像中强度值的经验分布，而 Q 则表示低质量重建所得的分布，或经过去噪后的数据版本所对应的分布。此时，KL散度量化了在变换过程中损失或改变了多少结构或纹理信息。由于 KL散度具有不对称性，因此能够揭示某些算法引入的方向性偏差，例如过度平滑、伪影放大或对比度压缩 [8]。

比较图像数据的概率表示时，KL散度尤其有用，例如比较强度直方图、噪声模型或学习先验 [11, 12]。例如，它可用于评估去噪算法是否改变了信号的统计分布，或评估重建算法对原始数据中存在、但在后处理中被平滑掉的稀有特征的保留效果 [17]。在模拟工作流程中，它还可用于定量比较已知输入分布与模拟采集及重建处理流程的结果。

虽然 KL散度并非视觉相似性的直接度量，但它可以补充互信息等指标，用于检测数据表示中的系统性偏移。本文使用 KL散度评估原始数据与处理后数据之间的分布一致性，尤其关注去噪和重建算法如何影响底层信号的统计结构。

2.4 成像系统中的信道容量与信息极限

信道容量是信息论中的核心概念，定义了信息通过通信信道 [5, 6] 实现可靠传输的最大速率。将这一概念应用于X射线显微术（XRM）等成像系统时，可以用信道容量来描述成像系统在物理和操作约束下，能够从样品中提取的信息量的理论极限。

在香农的原始表述中，离散无记忆信道的信道容量 C ，其输入为 X、输出为 Y，条件分布为 $p(y|x)$，定义为输入与输出之间的最大互信息 [5, 6]:

$$C = \max_{p(x)} I(X;Y). \tag{4}$$

该量表示在采用最优编码的前提下，每次使用信道时无差错传输的信息量（以比特为单位）的上限。

在X射线显微术的语境下，成像系统可视为一种信息信道，它将样品的底层结构映射为有限数量的含噪测量。有效信道容量受光子统计、探测器量化、空间采样和系统噪声的限制。这些限制在采集时即已形成，无法通过后续处理予以消除。

一个重要结论是，一旦采集参数确定，重建质量便有其上限。改进重建算法或许能够重新分配误差、抑制噪声或施加先验结构，但无法增加测量过程中捕获的独立信息量。从这个意义上说，重建是在上游所限定的容量受限范围内进行的。

这一视角有助于阐明成像工作流程中若干常见问题。若重建复杂度超出采集所限定的容量，收益便会递减，而且可能带来视觉质量上的表面改善，却不意味着信息保留有所增加。同样，在光子统计没有相应提升的情况下增加空间过采样或位深，并不会提高有效容量，反而只会重新分配噪声。

本文中，信道容量仅作为一个概念上的上限：它强调采集物理决定了下游计算能够利用的信息量上限。我们并不声称式（4）可直接应用于 XRM流程（该流程通常是连续且相关的，并由物理前向算子而非离散无记忆信道支配）。因此，我们用“容量受限”作为采集受限的简称：一旦剂量、采样和探测器约束确定，重建至多只能在额外建模假设下重新分配已测得的信息。

3 X射线显微术处理流程中的信息流与熵 e

本节追踪信息从初始数据采集到最终后处理，在X射线显微术（XRM）处理流程中的流动情况。在每个阶段，我们都会分析熵如何演变，并评估信息在哪些环节得到、丢失或发生转化。通过描绘这些动态过程，我们旨在建立一个定量框架，突出瓶颈、低效环节和优化机会。本分析旨在广泛适用于X射线显微术领域，涵盖全场和扫描成像模式、实验室与同步辐射系统，以及微米和纳米尺度成像技术。

3.1 数据采集

数据采集阶段是熵首次进入系统的环节。此时，投影数据中的总熵反映了样品结构复杂度与探测过程中引入的噪声的综合影响。这一熵构成了基准，所有下游的信息增益或损失都将以此为衡量依据。

此阶段的熵主要源于两个方面。首先是结构熵，它表示由样品内部特征产生的X射线衰减的空间变化。异质性高或具有精细结构的样品会导致检测强度产生更大的变化，从而增加熵 [8]。其次是噪声熵，它源于光子检测中的统计涨落（通常建模为泊松噪声），以及探测器相关因素，例如电子读出噪声和热噪声 [9, 11]。这些现象已在经验性CT和放射成像研究中得到表征。降低曝光（例如降低毫安秒或剂量）会增加投影数据中的噪声方差，这与光子计数减少条件下由泊松噪声主导的行为一致 [9, 13]。综合性综述详细说明了读出电子学和热过程如何降低图像保真度，并且已有模型用于量化X射线投影图像中的混合泊松–高斯噪声 [11, 12]，从而改进低剂量条件下对熵贡献的估计。

结构熵与噪声熵之间的平衡在很大程度上受采集参数影响。增加辐射剂量会增加探测到的光子数量，从而提高信噪比，进而降低噪声熵的相对贡献 [9, 13]。然而，扫描时间、样品损伤和系统吞吐量等实际限制，往往会制约可施加的最大剂量。较低剂量的采集会产生噪声更大的数据，这会增加总熵，但降低其中有用内容所占的比例 [3, 13]。

其他采集参数也会影响投影数据的熵分布。位深决定了数字化可用的离散灰度级数量，进而为图像中可表示的熵设定了理论上限 [4]。空间分辨率会影响可捕获的结构细节量。较高的分辨率虽然能够探测到更精细的特征并增加结构熵，但也往往会放大每个体素的噪声，尤其是在剂量有限的情况下 [8]。此外，滤波、曝光时间和射线能量等采集设置会调节X射线谱和强度分布，从而改变信噪比及相应的熵分布 [9]。

通过使用标准熵估计器分析灰度分布，可以直接从原始投影图像中测量熵。这些方法包括基于直方图的方法、微分熵计算和核密度方法 [7]。此类测量能够对数据中的总不确定性进行经验性概括。然而，解释结果时需要谨慎。熵的增加可能源于更多的结构细节，也可能源于更多的噪声，而两者并不总是容易区分。在不同采集设置下重复测量熵，有助于确定哪些因素对观测到的熵分布影响最大。

理解采集过程中引入的熵至关重要，因为它决定了重建过程中可恢复信息的上限。此时未捕获的任何有意义信号，之后都无法恢复；而此阶段引入的噪声则可能在后续处理中传播或放大。因此，采集阶段是影响最终重建中可用信息含量的最关键因素 [8]。这些结果表明，熵是衡量投影数据噪声水平的一项灵敏且定量的指标。结合真值或高保真参考图像使用时，熵为评估采集设置和去噪技术的影响提供了一种客观方法 [8, 9]。这确立了熵作为后续更复杂分析的基础指标。

3.2 图像形成

采集后，原始投影由X射线与样品相互作用的结果以及探测器的特性共同形成。在这一阶段，熵受到射线与样品相互作用的物理属性和成像系统设计的共同影响。由此产生的投影既编码了有用的结构信息，也包含各种影响熵分布的伪影。

射束硬化会使强度分布呈现非线性，这是因为低能光子比高能光子更容易被吸收。这种效应会导致非均匀对比度，尤其是在较厚或多材料样品中，并可能通过扭曲原本具有结构的衰减模式而增加熵 [3, 4]。同样，散射会在探测器上产生弥散信号，使局部特征变得模糊，并引入空间相关性，从而提高噪声熵 [3, 4]。

样品组成同样发挥着关键作用。不同材料之间的高对比度边界或界面会增强结构熵，因为它们会在投影中产生显著的强度变化。相反，均匀区域或弱吸收区域可能导致更平坦的直方图和更低的结构熵。在这种情况下，噪声在总熵中所占的比例会更大 [8]。

探测器特性会进一步调制熵分布。调制传递函数（MTF）定义了系统解析细节的能力，影响空间特征的记录方式以及熵在频率空间中的分布 [8]。分辨率较低的探测器可能会抑制精细细节，降低结构熵，但噪声熵保持不变，甚至可能被放大 [9]。同样，探测器模糊和电荷扩散会使尖锐特征变得平滑，在保留全局直方图熵的同时降低空间熵 [4]。

探测器漂移、缺陷像素或非均匀响应等非理想因素，可能会在投影数据中引入额外的结构化伪影。这些伪影会增加熵，其表现可能类似于结构特征，从而使后续重建和解释变得更加复杂 [3, 17]。

对投影图像进行熵分析，可以根据经验概括图像形成过程中引入或保留的不确定性程度。比较不同探测器类型、束流设置或样品成分下的熵，有助于找出能够优化结构信息并最大限度减少伪影影响的配置 [8]。

3.3 图像重建

图像重建将原始投影数据转换为样品在空间上分辨的体积或平面表示。这一阶段是信息处理流程中的关键环节；熵可能得以保留、重新分布或完全丢失，具体取决于重建算法及其假设。

滤波反投影（FBP）方法因计算效率高而得到广泛应用。该方法先对投影数据应用卷积滤波器，再沿所有角度进行反投影。滤波反投影速度快且具有确定性，但它假设采样条件理想；当数据稀疏或采样不足时，可能会放大噪声或伪影 [1, 4]。这些影响表现为高频分量增加，进而可能提高噪声熵或掩盖结构细节 [9]。

迭代重建方法（如代数重建技术（ART）和基于模型的迭代重建（MBIR））通过连续逼近来优化重建，并结合先验知识或噪声模型。这些方法通常能生成熵较低、特征更清晰的体积图像，体现出更高的信噪比和更有效的伪影抑制效果 [8]。然而，熵的降低并不总是意味着信息得到了保留；过度正则化或不恰当的先验可能会消除细微但有意义的特征，并以人为平滑的结构取而代之 [1]。

网格对齐、体素采样或角度重分箱过程中使用的插值步骤也会造成信息损失。这些操作都会引入平滑或混叠效应，抑制高频分量，从而降低结构熵 [4]。损失程度取决于插值核、采样密度和噪声特性。

包括条纹伪影、环状伪影和截断误差在内的重建伪影，也会引入结构化噪声，并以误导性的方式增加熵。尽管这些伪影在视觉上可能类似于信号，但它们会造成虚假的复杂性，并降低重建结果与真实物体之间的互信息 [3, 4]。

因此，评估重建方法时，不仅要考虑视觉质量，还要考察其对熵和信息保留的影响。对不同方法进行熵分析，可以揭示恢复了多少有用信息，以及引入了多少失真或冗余 [8]。

3.4 后处理与增强

后处理涵盖一系列旨在优化重建图像的技术，包括去噪、伪影校正、对比度增强和空间对齐。这些操作都会改变熵分布，或是消除无关的不确定性，或是在某些情况下无意中抑制真实信号。

去噪算法通过去除强度中的随机波动来降低噪声熵。高斯模糊等简单方法可以降低整体熵，但往往会牺牲边缘保真度 [7]。双边滤波或非局部均值等更高级的滤波器，则试图在抑制随机噪声的同时保留结构熵 [7, 11]。可以通过测量处理前后的熵，并计算从原始图像中保留的互信息，来评估去噪方法的有效性 [8]。

配准和对齐步骤，尤其是在多模态或时间序列成像中，旨在改善数据集之间的空间对应关系。然而，插值误差或变换伪影可能会引入新的熵形式 [7]。应使用基于熵的指标评估空间连贯性与插值损失之间的权衡 [8]。

伪影校正程序（如环状伪影去除或束硬化补偿）旨在处理会增加熵却不带来有用信息的结构化噪声。通过观察非信息性熵分量是否减少，可以量化其效果；理想情况下，这一过程不会抑制真实特征 [3, 17]。

总体而言，后处理应致力于在降低噪声和伪影的同时，保留或增强重建与原始结构之间的互信息。熵分析提供了一套一致的框架，用于评估每个增强步骤的质量和代价，并为判断哪些处理方法能带来最大的信息收益提供依据 [8]。

4 噪声表征及其对信息度量的影响

噪声是决定X射线显微数据质量和可解释性的关键因素。结构熵反映有意义的样本复杂度，而噪声熵则源于随机波动、探测器限制和系统伪影。这些影响会改变像素强度的分布，并扭曲式（1）中引入的信息度量，进而影响整个成像流程中的熵和互信息。本节将表征X射线显微术中遇到的主要噪声类型，考察它们对信息度量的影响，并概述如何利用信息论工具估计和分离噪声贡献。

4.1 X射线显微术中的不同噪声类型

X射线显微术中的噪声既源于基本的光子统计特性，也源于系统特定缺陷 [8]。主要成分是泊松噪声，它反映了光子到达探测器的随机性，也是第2.1节关于熵和投影数据讨论的基础。其方差随平均光子计数而变化，因此在低剂量或短曝光条件下占主导地位 [9, 13]。此外，探测器电子学还会引入类高斯噪声源，包括读出电路、暗电流涨落和热过程。这些噪声贡献近似为加性，且独立于信号强度；当光子计数较高、泊松波动相对受到抑制时，这些噪声会变得更加显著 [8, 12]。除这些随机项外，结构化伪影也会造成非随机噪声。例如，探测器不均匀性会产生环状伪影，稀疏角度采样会产生条纹伪影，散射则会引起背景变化 [3, 17]。与随机噪声不同，这些伪影会在像素或体素之间引入相关性，使其难以与真实结构特征区分 [8]。这些机制共同形成复合噪声环境，其表现随采集剂量、探测器特性和重建设置而变化 [9]。

4.2 噪声如何影响熵与互信息

噪声会直接调节第 2 节介绍的信息度量。随机波动会扩大灰度分布的离散程度，从而抬高熵值，即使并未增加任何结构信息也是如此 [6, 8]。结构化伪影会嵌入虚假模式，模仿结构变异性，进一步扭曲熵 [17]。从互信息的角度来看，噪声会降低采集数据与参考数据之间的统计依赖性。泊松噪声和高斯噪声成分会使像素值随机化，降低输入数据集与重建数据集的联合概率分布之间的重叠程度 [8, 9]。结构化伪影尤其有害，因为它们可能在提高熵的同时降低互信息，这表明表面上的复杂性并不等同于保留信号 [17]。因此，必须同时评估熵和互信息：熵反映引入的总体不确定性，而互信息则提取其中对应于有意义结构的部分 [8]。

4.3 使用信息度量估计、分离和量化噪声的方法

在X射线显微术中，可通过直接和比较性的信息论分析对噪声进行定量评估。基于熵的估计器，例如直方图熵或核密度方法，可提供投影数据或重建数据中不确定性的整体度量 [7]。要将噪声与结构区分开来，一种策略是比较同一样品重复采集所得数据的熵。随机噪声贡献在不同重复采集中会以不同方式相互平均，而结构熵则保持稳定 [8]。互信息提供了另一种互补方法：将低剂量数据与高剂量数据或模拟真实值参考进行比较，可以量化保留的结构信号 [8, 9]。总熵与参考图像共享的信息之间的差值，可近似表示噪声贡献 [8]。更高级的分解方法包括将投影数据建模为泊松过程和高斯过程的混合，从而估计各自的熵分量 [11, 12], ；或应用Kullback–Leibler散度，检测去噪或伪影校正引入的分布偏移 [8]。综合运用这些方法

可将随机噪声、系统伪影和有意义的信号区分开来，为优化采集方案和重建算法提供严谨的框架[8]。

5 信息论的限制与权衡

X射线显微术中的权衡往往被视为经验性的，或特定于某个系统。然而，从信息论视角来看，这些权衡反映了普遍约束，适用于任何在有限光子统计和噪声探测条件下运行的成像流程。本节并非旨在推导形式化的极限，而是阐明支配信息在采集和重建过程中如何获取、重新分配及丢失的主要原理。

5.1 成像分辨率、剂量与熵

X射线显微术的分辨率提高会增加所捕获的结构熵，因为更精细的采样能够揭示样品中更多细节和异质性。然而，更高的分辨率意味着每个体素的光子计数减少，从而增加噪声熵的影响[8, 9]。提高辐射剂量可通过改善光子统计来弥补这一不足，但剂量最终受样品敏感性和实际采集限制的约束[13]。因此，两者之间的关系是非线性的：分辨率提升会增加结构熵，而剂量不足则会导致熵膨胀，且主要由噪声造成。平衡这些因素，决定了系统的有效信息产出。

5.2 信息吞吐量的理论极限

如第 2.4 节所述，信道容量为成像流程[5, 6]中能够可靠传输的信息量设定了上限。对于 X 射线系统，该容量受到光子统计、探测器量化、空间分辨率和噪声特性的限制[4, 8]。任何处理或重建方式都无法恢复超出这一上限的信息。在低剂量下，泊松噪声会限制信道容量；在高分辨率下，欠采样和探测器性能则构成限制。这些极限表明，信息吞吐量是系统层面的属性，而非能够孤立优化的参数。

5.3 曝光时间、样品损伤与空间分辨率之间的权衡

曝光时间决定光子统计，因此会直接影响熵。较长的曝光时间可提高信噪比，但会延长采集时间，并增加运动模糊或漂移伪影的风险[9]。对于生物材料和敏感材料，累积剂量还会导致不可逆的结构变化[18],，降低所保留信息的保真度。空间分辨率会进一步加剧这些权衡[13], ，因为更小的体素尺寸需要更高的剂量才能维持相当的信号质量。因此，成像策略必须在相互冲突的优先目标之间寻求平衡：既要尽量减少噪声带来的熵，又要防止样品退化或采集时间过长造成的信息损失。

5.4 利用互信息指导优化

互信息提供了一种实用指标，用于量化这些权衡[7]。通过将在不同剂量、分辨率或曝光设置下采集的重建结果与高保真参考图像进行比较，互信息可以揭示哪些采集方案保留了最大比例的结构信息[15, 19]。与仅使用熵不同，互信息能够分离出可归因于真实信号保留的不确定性降低部分[8]。由此，它可作为选择采集参数的指南，使这些参数在遵守剂量和样品稳定性限制的同时，接近系统的理论信道容量。

5.5 上游主导性与重建饱和

本文提出的分析支持两项有助于解释和设计X射线显微镜工作流程的一般原则。

首先，上游引入的信息损失主导下游效应。采集层面的改动——如剂量降低、角度稀疏性或探测器限制——对信息含量造成的变化，比任何后续重建或后处理步骤都更大、更关键。这反映了一个事实：测量时未捕获的信息此后无法恢复。

其次，一旦采集受限的信息预算固定，重建便会进入饱和区间。超过这一临界点后，重建算法的变化主要是重新分配已有的

信息或抑制噪声，而不是提高所保留结构信息的比例。超出这一饱和区间后，分辨率或对比度表面上的提升，实则源于正则化或先验约束，而非真正的信息增益。

这些原理不依赖于具体的重建方法或成像模态。它们直接源于测量数据有限的信息含量，并为成像协议设计中的工作优先级排序提供了一个框架。

6 理论扩展与信息原理

*6.1 X*射线显微术的统一信息预算

本节引入的表达式旨在提供一阶概述，而非完整的解析推导。它们的作用是以简洁的方式概括XRM流程各阶段所施加的主要变换，这些变换见于第 7.1–7.5 节的案例研究。这些表达式是对另行建立的形式化基于算子的熵框架的应用层面补充。

完整的算子定义、单调性证明和泛函分析处理见单独的算子层面理论论述。本文仅关注经验性且计算上易于处理的表述，这些表述反映了$Walnut\ 1$数据集上测得的行为。

这里使用信息预算 一词，严格来说只是用于记录在固定估计量约定下测得的统计变异性的描述性工具。它不代表守恒量、平衡定律或不变量；除经验比较之外，也不意味着 $\mathcal{B}$ 各元素之间存在任何代数关系。

我们用

$$H_{\mathrm{raw}},\quad H_{\mathrm{denoise}},\quad H_{\mathrm{align}},\quad H_{\mathrm{sparse}},\quad H_{\mathrm{dose}},\quad H_{\mathrm{recon}},$$

表示在工作流程各连续阶段测得的熵。在典型工作流程中，熵不会沿处理流程单调变化：去噪通常会降低熵，稀疏角度采集会降低结构变异性，剂量降低会抑制信号，同时增加随机变化，而重建会重新分布灰度占据情况，从而可能使熵升高或降低。重要的不是任何单项的绝对大小，而是差异的模式

$$\Delta H_{i\to j} = H_j - H_i,$$

这些差异量化了各阶段舍弃或引入了多少统计变异性。

实证结果表明，这些差异在不同投影和不同独立数据集之间都很稳定。例如，稀疏角度采样会持续降低测量集的联合熵，而剂量则会持续提高联合熵。这一表现支持将$\Delta H_{i\to j}$ 用作实用的替代指标，以表征在归一化和估计量选择固定的条件下，各阶段引起的统计变异性变化。我们不将 $\Delta H_{i\to j}$ 视为守恒的信息量，也不将其视为适用于所有任务的“信息损失”度量；相反，它是一种简洁的描述指标，可在明确的测量约定下进行同类方案比较。

在这一框架下，可以用信息预算来表征成像协议

$$\mathcal{B} = \{H_{\mathrm{raw}},\, \Delta H_{\mathrm{raw}\to\mathrm{denoise}},\, \Delta H_{\mathrm{denoise}\to\mathrm{align}},\, \Delta H_{\mathrm{align}\to\mathrm{sparse}},\, \Delta H_{\mathrm{sparse}\to\mathrm{dose}},\, \Delta H_{\mathrm{dose}\to\mathrm{recon}}\},$$

它简洁、定量地概括了信息如何获取、重塑或舍弃。该预算取决于所采用的采集和重建设置，但其原理具有普适性，适用于微型CT、同步辐射断层成像和相衬成像。它提供了一种实用的系统级方法，可在不受硬件配置影响的情况下比较成像方案。

为便于理解，可以将这一信息预算可视化为一张单一的流水线图，其中每个阶段都标注了第 7.1–7.5 节测得的相应熵和 $\Delta H_{i\to j}$ 数值。本研究使用 $Walnut\ 1$ 案例研究来构建这张图，但这种构建方式具有普适性：任何能在相同检查点得出熵值的XRM协议，都可以映射到同一表征中，并在同类基础上进行比较。

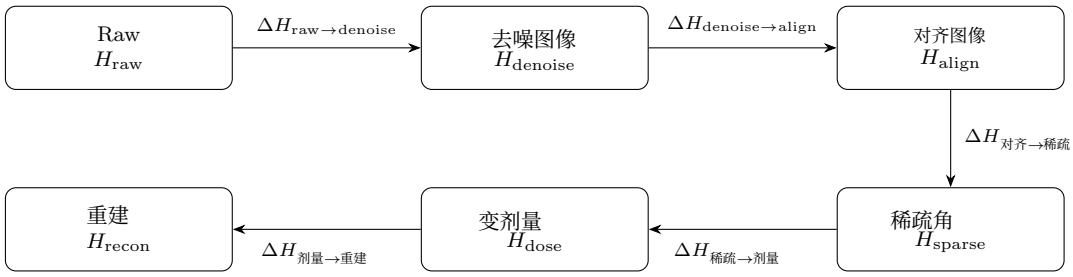


图1. X射线显微成像流程的统一信息预算。

6.2 剂量–信息关系

第7.4节观察到的行为促使我们提出一种经验标度代理量，而非理论界限——它将剂量与固定归一化和估计约定下测得的投影数据变异性联系起来。提出这一代理量仅是为了说明案例研究中观察到的趋势，并不声称它是普遍、精确或独立于估计器的结果。

令 X_λ 表示以平均光子计数 λ采集的投影，并将其建模为泊松–高斯随机场。对于此类随机场，方差近似按 $\mathrm{Var}(X_\lambda) \approx \lambda + \sigma^2$ 的关系变化，其中 σ^2 为探测器噪声底。

当 λ足够大，且在经过标准归一化后，将逐像素涨落近似视为方差为$\lambda + \sigma^2$ 的高斯分布时，每像素的微分熵按以下关系变化：

$$h(X_\lambda) \;\approx\; \tfrac{1}{2}\log\!\big(2\pi e(\lambda+\sigma^2)\big),$$

此处仅将其作为剂量首阶标度关系纳入。表2中报告的离散熵是根据分箱直方图（第2.1节）计算得出的，因此其绝对值与 $h(X_\lambda)$不同；但在所研究的范围内，采用固定的分箱和归一化时，预计它们会随 λ 单调变化。

此处给出的表达式是基于泊松–高斯模型的一阶近似，描述了固定仿射归一化条件下微分熵对剂量的首要依赖关系。它并非旨在提供完整推导。本文的结果均不依赖高阶修正或算子层面的结构；因此，这些形式化处理留待另行发表的配套论文讨论。本文将注意力限制在经验性的XRM研究范围内，在此范围中，首阶标度关系足以对观测到的行为作出充分且内部一致的描述。

在泊松–高斯情形下，该代理量预测微分熵缩放项随剂量单调增加。这与表2 中在第7节固定分箱/归一化约定下观察到的离散直方图熵的单调趋势一致，但这两个量一般并不相等。将该代理量 $h(X_\lambda)$ 在给定的 λ 附近线性化，可得近似灵敏度：

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{1}{2(\lambda+\sigma^2)}.$$

解释限制。本小节中的所有导数与单调性陈述均严格适用于上文引入的微分熵缩放代理 $h(X_\lambda)$。它们不适用于本文其他部分所报告的离散直方图熵 H_Δ ，这些量在固定分箱下求值，且关于剂量不可微。

基于这一近似，随着剂量增加，信息增益遵循收益递减规律：熵在低剂量下变化最大，而剂量进一步增加带来的收益则逐渐减小。在第7.4节考察的剂量范围内，这种行为主要由光子统计而非样品结构决定，并为确定辐射敏感样品中单位曝光量信息增益最大时的剂量水平提供了一条实用经验法则。底层剂量–信息关系的完整推导见另一篇关于算子层面的理论处理。

6.3 稀疏度–信息不等式

令 $\{P_\theta\}_{\theta\in\Theta}$ 表示角度窗口 Θ内密集采样的一组投影，并令$\Theta_k \subset \Theta$ 为通过均匀下采样得到的 k点子集。记

$$H_k = H\left(\bigcup_{\theta\in\Theta_k} P_\theta\right)$$

对于来自 k 投影的拼接强度的熵。在经验上（第7.3节），H_k 随 k 单调增加。

关系的状态。 将 H_k 与 $\log k$ 相关联的表达式，是在固定估计器约定下对测量熵进行的经验拟合。这里并未将其主张为形式信息论意义上的不等式，也未声称其是在所采样范围之外仍然成立的界限。

对于 *Walnut 1* 数据集，在所采样的范围$k \in \{2,4,6,8,10\}$内，测得的 H_k 值可以用如下形式的经验性类对数趋势很好地描述：

$$H_k \approx H_1 + c\,\log k,$$

where $c>0$ 是一个拟合常数，取决于物体、角度范围和估计器约定（掩膜处理/归一化/分箱）。
此处所用表达式应理解为一种经验性的一阶关系，反映了第7.3节中观察到的行为。它刻画了在投影满足温和光滑性假设时，联合熵对角度密度的主要依赖关系，并直接根据图中稀疏角子集的实测熵进行校准 7。完整的算子层面理论处理——利用 Radon变换及其正则性——将在另行开展的算子层面理论处理中给出。此处我们关注与实际 X射线显微术直接相关、且与数值结果一致的形式。

这种对数依赖关系反映了相邻投影之间的高度相关性；只有当角间距超过物体的特征取向尺度后，每增加一个投影才会显著增加结构变异性。

该关系直接基于测量集统计量（拼接强度）计算，因此独立于重建方法。应将其视为一种经验性描述，说明在所述预处理和估计器约定下，测量集变异性如何随角度密度变化。它为选择角度密度提供了定量依据，使采集时间与投影数据的预期信息增益之间取得平衡。

在本小节中，H_k 严格地被视为固定预处理条件下测量集变异性的经验描述量，不将其解释为守恒量、界限或任务通用信息度量。

6.4 互信息作为重建保真度的预测指标

案例研究表明，中间数据集与参考数据集之间的互信息（MI）可作为重建质量的稳定指标。设 g_{ref} 为高剂量、密集采样的重建结果，g_{test} 为在条件有所改变时（例如稀疏采样或降低剂量）获得的重建结果。定义

$$I_{\mathrm{test}} = I(g_{\mathrm{test}}; g_{\mathrm{ref}}).$$

在第7.3–7.5节的实验中，在第7节所采用的采样和噪声条件下，I_{test} 随定性重建保真度单调变化。这表明，在归一化和估计量选择固定的情况下，互信息能够对采集方案受到扰动时的重建保真度进行稳定的经验排序，但这并不意味着它与重建误差之间存在普遍关系。

为说明这种关系，同时避免过度声称其普遍性，考虑期望平方误差

$$E = \mathbb{E}\left[(g_{\mathrm{test}}(x) - g_{\mathrm{ref}}(x))^2\right].$$

如果在固定的仿射归一化下，将 $(g_{\mathrm{test}}, g_{\mathrm{ref}})$ 视为联合高斯随机场，那么它们的互信息便可化为其相关结构的单调函数。在这种

受限情形下，重建误差 E 增大意味着统计依赖性减弱，因此互信息也会降低。

在联合高斯情形之外，互信息与二次误差之间不存在普遍适用的不等式。因此，本文并未将互信息用作重建误差的紧界，而是在固定估计器和归一化选项下，将其作为一种经验性且与重建方式无关的排序统计量，如第7.3–7.7节所示。因此，互信息应被视为诊断性排序工具，而非代理目标函数：它能在受控扰动下对重建结果进行排序，但不能定义何为最优。

本文并未声称互信息在任意非线性重建算子下具有单调性，也未声称其能普遍替代重建误差。本文仅在固定的预处理、归一化和估计器约定下，将互信息用作经验性排序统计量，如第7.3–7.7节所示。

6.5 X射线显微术中的经验性信息–退化排序

第7节的实验揭示，在本文所研究的估计器约定和采集设置下，与XRM流程不同组成部分相关的熵变化幅度呈现出一致的经验性排序。

对于所研究的数据集，绝对熵变化遵循以下经验层级

$$|\Delta H_{\mathrm{denoise}}| < |\Delta H_{\mathrm{align}}| < |\Delta H_{\mathrm{sparse}}| < |\Delta H_{\mathrm{dose}}|. \tag{5}$$

不应将这一排序解读为具有固定系数的普遍定律。相反，它反映了一项普遍原则：越接近测量点所施加的变换，对可用信息的影响越大，而下游施加的变换影响较小。

去噪主要抑制随机变异，配准会引入插值引起的重新分布，稀疏角度采样会直接去除结构变异性，而剂量则会改变底层的光子统计。沿此序列，信息变化幅度逐渐增大，这反映了每项操作与测量过程的物理接近程度。

尽管具体排序可能因样本类型和采集几何而异，但预计在类似约束条件下运行的成像系统普遍会呈现这一基本行为。就实际应用而言，这一层级为优化工作的优先级排序提供了定量依据，并强调采集层面的选择主导着处理流程的信息预算。

7 案例研究与应用

常见预处理与估计器（第7.1–7.7节）。对于每项实验，均将强度转换为浮点数，并限制在固定的分析掩膜内 M（如有，则使用物体支撑掩膜；否则使用排除填充/背景的中心裁剪）。

除非另有说明：(i) 每次实验中，图像均通过在$[1, 99]$ 百分位数处进行百分位截断后归一化（截断范围为 M），并线性重缩放至 $[0, 1]$；(ii) 直方图熵和KL散度使用 $[0, 1]$上的 $B = 256$ 个均匀分箱；(iii) 互信息（MI）根据 $[0, 1]^2$ 上的 $B \times B$联合直方图计算，采用相同的分箱方式，并使用带有 ε平滑的代入估计量$p \leftarrow (p + \varepsilon)/\sum(p + \varepsilon)$，其中 $\varepsilon = 10^{-12}$ 用于避免出现log(0)。同一小节中的所有MI/KL/熵比较均采用相同的归一化、掩膜处理和分箱方式。

第7.1–7.7节中报告的所有数值、趋势和排序均取决于上述估计量选择。改变箱数、掩膜策略或强度归一化会改变熵、互信息和KL散度的绝对值，也可能影响临界情况。在探索性分析期间观察到，本文报告的定性趋势和相对排序在这些选择发生适度变化时仍保持稳定，但本文不作任何与估计器无关的声明。

7.1 去噪作为信息塑造操作

本小节旨在量化常见去噪方法如何改变具有代表性的 XRM 投影的统计结构。CWI/ODL *Walnut 1* 数据集 [20]在角度上的投影表现近似平稳，因此，中间角度的投影足以捕捉整个扫描中存在的高对比度边界、内部特征和背景的混合情况

。选取一个合适的投影可以隔离去噪本身的影响，避免角度变化造成混杂，并使本分析与第 7.2 节和第 7.3 节中的配准和稀疏采样研究相互独立。

采用了 tubev1 系列中的投影600，因为它提供了穿过物体的一条典型线积分。应用了三种常见的去噪策略：高斯平滑、非局部均值（NLM）和全变分（TV）正则化。每种方法都会对图像直方图和空间纹理产生特征性改变，这些差异可直接用香农熵和 Kullback–Leibler（KL）散度加以量化。这些指标概括了各去噪器如何在灰度范围内重新分配概率质量。由于重建算子对局部对比度和灰度占据情况较为敏感，这些变化代表的是沿处理流程向下游传递的信息发生了真实偏移，而非外观上的表面改变。

表1 汇总了结果。高斯平滑在保留整体分布的同时降低高频噪声，因此相对于原始投影，熵仅小幅下降，KL散度也较低。非局部均值更强地抑制噪声，使熵进一步降低，并产生明显更大的KL散度。全变分正则化对强度的重新分配最为显著，抑制精细结构，并将概率质量集中到更窄的一组灰度级上；由此产生最大的熵降低和最高的KL散度。这些表现与去噪投影的定性外观相符（图2），并反映出各方法在局部结构与全局统计一致性之间进行权衡的不同方式。该模式还将熵的两类贡献区分开来：高斯平滑在结构损失极小的情况下抑制噪声熵，非局部均值同时降低噪声和部分精细尺度结构，而全变分正则化使结构变异性的收缩最大。

表 1. 三种去噪方法下投影600的熵和KL散度。熵的单位为比特；KL散度是相对于原始投影计算的。

方法	熵（比特）	D_{KL}（原始 ‖去噪图像）
Raw	5.025	–
高斯	5.018	0.337
NLM	5.002	2.707
TV	4.981	6.027

本分析得出的关键点是，去噪并不仅仅是一个噪声去除步骤。每种方法都以各自不同的方式重塑强度的概率分布，而这些变化对贯穿重建流程的信息流具有直接影响。因此，熵和KL散度提供了紧凑的定量度量，用以衡量给定去噪器保留或舍弃了多少原始信息结构。

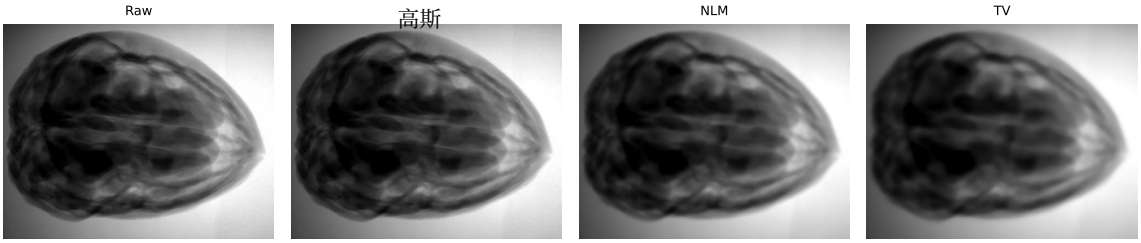


图2。 来自 *Walnut 1* 数据集的投影600及其去噪对应图像。从左到右：原始图像、高斯平滑、非局部均值和全变分正则化。视觉差异与表中报告的定量熵和KL散度数值相对应 1。

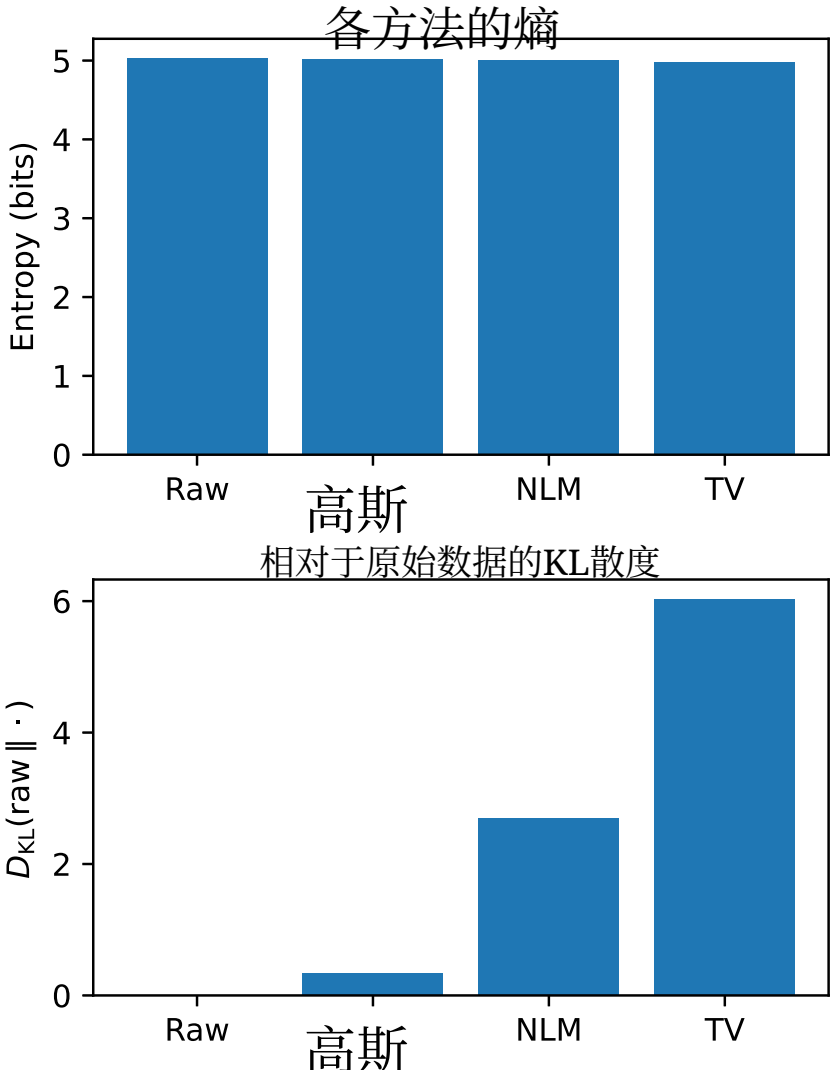


图3. 投影600的去噪方法信息论比较。上：香农熵。下：相对于原始投影的Kullback–Leibler散度。该趋势反映了原始强度分布的失真程度从高斯到非局部均值再到全变分逐渐增加。

为求完整，除信息论度量外，还使用全局结构相似性指数（结构相似性指数），将每个去噪投影与原始数据进行了比较。以原始投影为参考图像，结构相似性指数和互信息均从高斯到非局部均值再到全变分单调下降（结构相似性指数值分别为0.9998、0.9989、0.9979；互信息值分别为4.67、3.98、3.63比特）。这进一步强化了如下解释：逐渐增强的正则化会去除越来越多的高频结构，同时仍锚定于同一底层对象。因此，结构相似性指数所追踪的信息保留层级与信息论度量相同，同时仍与更为传统的图像相似性分析相容。

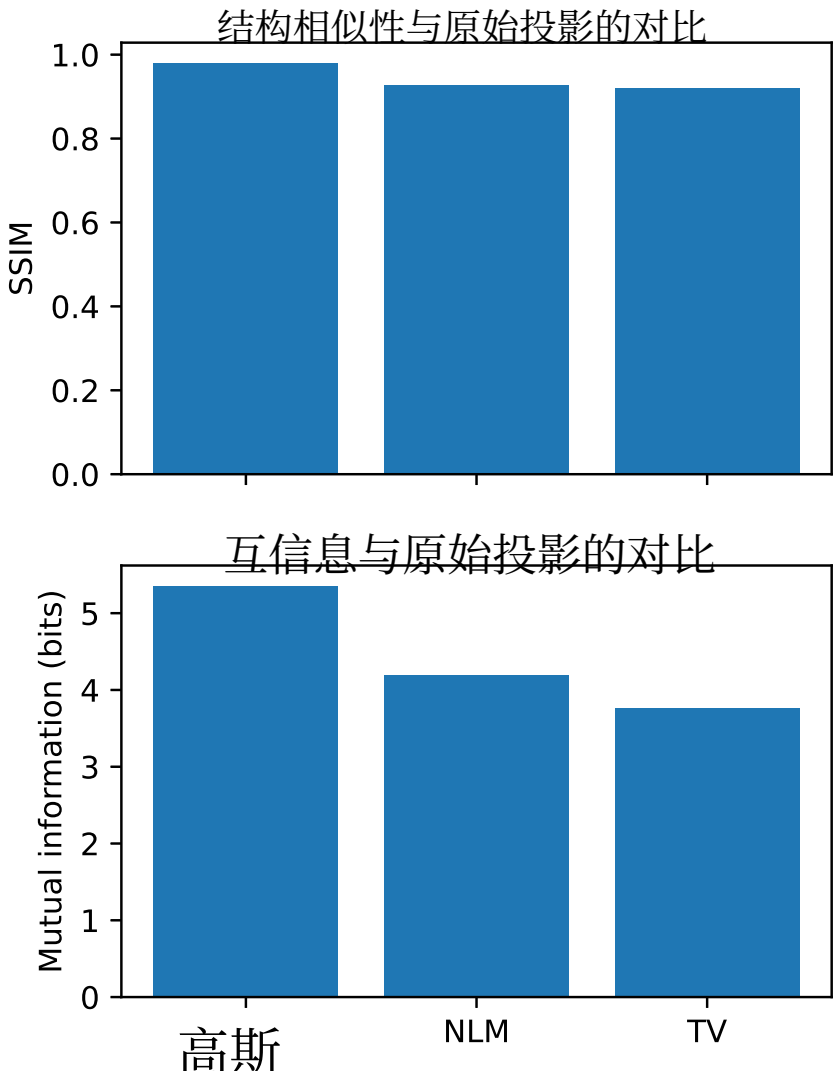


图4。 原始投影与其去噪对应图像之间的结构相似性指数（SSIM）和互信息（MI）。从高斯平滑到非局部均值，再到全变分正则化，SSIM和MI均呈单调下降趋势；这与逐渐增强的正则化在典型实验室X射线显微断层成像噪声条件下去除高频结构、同时保留主要衰减特征的效果一致。

总体而言，这些结果表明，每种去噪器都会以特有的方式重新分配灰度统计，并且可以直接使用熵和 KL散度量化这些变化。这隔离出去噪本身的影响，并为第 7.2 和 7.3 节的配准与稀疏采样分析提供了清晰的基线。

7.2 配准作为一种保留信息的操作

本小节旨在量化轻微错位如何改变投影数据的统计结构，以及配准在多大程度上能够恢复原始分布。错位会引入并非源自样品的人为变异，这种变异会直接反映在熵和互信息曲线中。配准通过恢复空间对应关系来纠正这一问题。使用信息论度量，可以直接衡量错位造成的信息损失，以及配准弥补该损失的程度。

使用了 CWI/ODL *Walnut 1* 数据集中的一个局部角度邻域。投影600接近中间角度，可代表性地呈现物体。围绕该索引在一个对称窗口（560–650）内选取了十个投影。该窗口保留了投影之间的结构重叠，同时避免了完整旋转范围内存在的几何变化，从而提供了一个可控的环境，用于隔离配准的影响。

为了系统地考察配准效应，每个非参考投影均被施加固定的人工错位，大小为 $(5, -3)$ 像素（行，列）。这引入了一个确定性偏移，该偏移

用作实验系统中微小机械不稳定性或插值漂移的替代。这种受控扰动使信息损失可完全归因于错位，从而确保熵或互信息的变化能够直接依据空间对应关系来解释，而非角度采样或噪声差异。随后，使用带有亚像素细化的相位互相关估计器，相对于投影600进行配准。所得逆向位移被应用于每幅错位图像，以恢复配准后的版本。该工作流程为每个投影索引提供三组图像：原始视图、其错位对应图像，以及随后得到的配准后结果。针对每种情况，均相对于参考投影计算了信息论度量。

图 5 展示了投影580的错位及其后续配准的效果。施加的位移使结构产生可见偏移，配准后大部分得到校正。当使用互信息和熵进行量化时，这一行为表现得更加清晰。图 6显示了每个投影与参考图像600之间的互信息，以及每个投影在错位前、错位后和配准后的相应熵。

互信息在整个投影窗口内因错位而持续下降，反映出合成位移所引入的空间对应关系损失。配准恢复了这种对应关系，使互信息曲线回升至接近其原始基线。尽管恢复后的数值与原始值并不完全一致——这与配准步骤中的插值效应相符——但大部分信息损失已被逆转。熵则以互补的方式变化。错位通过混合边缘位置并削弱结构一致性，使强度分布变宽，从而导致熵出现虽小但可测的增加。配准再次收窄该分布，并使熵更接近其原始值。

这些结果表明，配准并非简单的几何调整，而是一种保留信息的操作。合成位移引入了一个受控的人工

方差降低了互信息并增加了熵，而配准消除了这种方差，并恢复了与底层结构一致的分布。这些行为量化了错位带来的信息代价，并直接证明配准是X射线显微术信息处理流程中的关键组成部分。

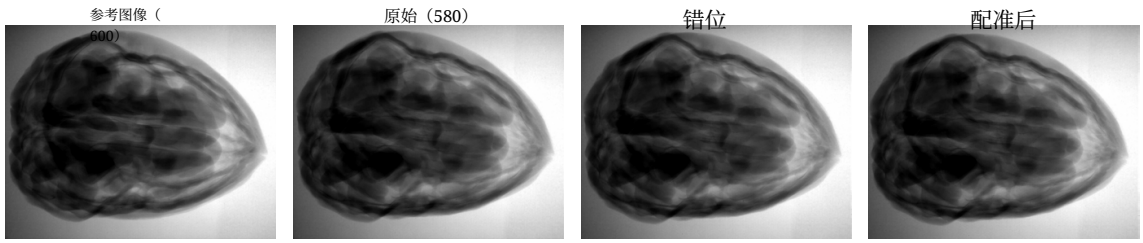


图 5. 投影 580 的错位与配准效果。从左至右：参考投影 600、原始投影 580、施加了合成位移（5, −3）像素的错位版本，以及使用亚像素相位相关进行配准后的重建。

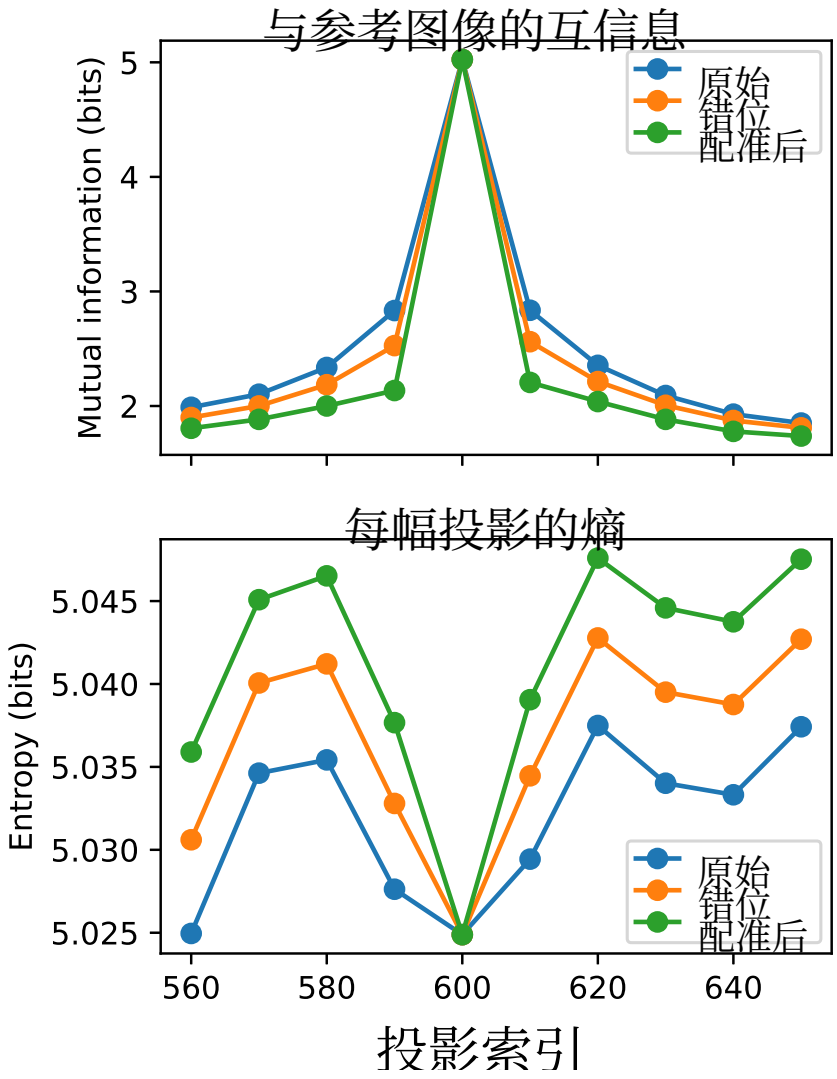


图6. 十投影窗口内的互信息（上）和熵（下）。错位会降低与参考图像的互信息，并使熵略微增加。配准使这两项指标恢复至接近原始值，表明空间对应关系得以恢复，人为变异有所减少。

这些结果基于实证，反映了受控错位条件下实际实验室XRM数据集的行为。它们提供了应用层面的证据，说明配准如何影响测量分布；这与配套论文中提出的算子层面的处理相互独立。

7.3 稀疏角度采样作为一种信息瓶颈

当扫描时间或剂量限制了可采集的投影数量时，实验室X射线显微术中通常采用稀疏角采集。减少角度数量会改变测量集的统计结构，但这种变化的幅度不易仅凭目视检查推断。熵提供了一种直接方法，用以量化随着角度被移除，投影数据中的变异性如何降低。本小节测量代表性投影窗口的熵在角度密度受控降低时如何变化。

此处使用了第7.2节中所用的相同十幅投影（索引560–650）。该窗口包含足够的角度变化以捕捉结构变化，同时在各投影之间保持较强的重叠。通过以均匀间隔选取投影生成稀疏角子集，得到大小为2、4、6、8和10的子集；这些子集保持总体角度跨度，同时逐步降低采样密度。每个子集的熵通过将所含投影的灰度值拼接为单一测量向量来计算。

图 7 展示了所得趋势。正如预期，增加角度数量会导致熵单调上升。在采样密度较低时，增幅较为 modest；但随着加入更多中间角度，增幅会变得更加明显。此窗口中的相邻投影

具有较高的冗余，因此只有当新角度之间的角度间隔足够大、能够展现物体的不同方面时，新角度才会带来明显的额外变异性。
这些结果表明，减少投影角度数量不仅会使重建问题更加欠定，还会降低投影数据本身可测得的变异性。熵提供了一种简洁的量化方式，可用于衡量这种减少。

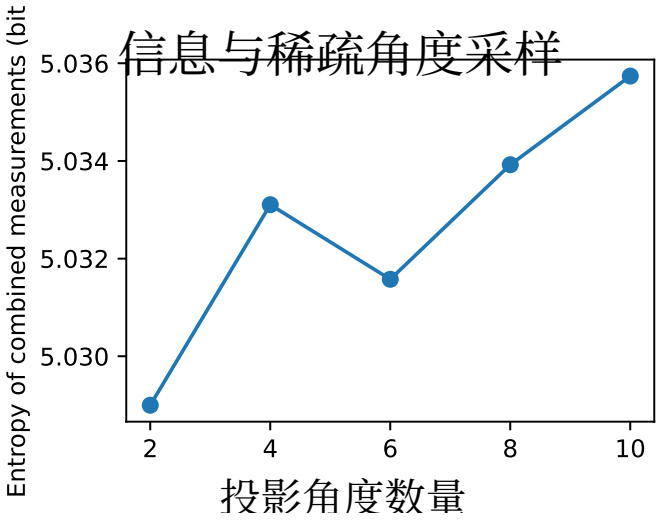


图7. 拼接后的投影子集的熵随稀疏角度采样密度的变化。使用更多投影角度会增加测量集的总信息含量，而角度覆盖范围的缩小则会形成信息瓶颈，限制重建过程中可恢复的信息。

因此，本小节报告了角度覆盖范围缩减时熵的实证表现，并提供了应用层面的证据，以补充第6.2节中提出的稀疏性—信息表述。

代理指标的适用范围。 由于 H_k 是根据拼接强度计算得出的，因此它综合反映了：(i) 增加角度后显现出的新结构变异性，(ii) 强角度相关性导致的冗余，以及 (iii) 固定归一化下的噪声贡献。因此，应将其视为一种实证的测量集变异性 代理指标，而非每增加一个投影所带来的条件信息增益的直接度量。

7.4 剂量对可用信息的限制

辐射剂量决定了每个投影中参与成像的光子数量，因此会影响随机变化与结构对比度之间的平衡。较低剂量会减少光子统计量并提高噪声占比，而较高剂量则使测得的分布更接近底层衰减模式。本小节通过同一投影角度（投影181）下以10%、25%、50%和100% 剂量记录的四次采集，直接量化这些影响。

需要强调的是，剂量增加时熵随之增大，不应被解读为图像质量本身有所提高。在此处采用固定的归一化和估计器约定时，更高的剂量会揭示此前被随机噪声掩盖的额外结构变异性。因此，熵反映的是可测量变异性的总量，而非视觉洁净度或诊断效用。

图 8 展示了经过一致显示归一化的四个剂量水平。10% 剂量和 25% 剂量图像呈现出广泛的灰度变异性，且主要由随机波动主导。在 50% 剂量下，结构模式开始变得更加明显；在 100% 剂量下，主要的衰减特征清晰可见。

熵提供了关于每个投影所包含变异程度的首个定量指标。表2 汇总了数值结果。熵随剂量单调递增，从 10% 剂量时仅.03 比特升至 100% 剂量时的 1.85 比特。这反映了随着光子预算增加，随机强度波动逐渐被有意义的结构变化所取代。这一表现反映了在该数据集上进行的实测结果，也符合对低剂量泊松主导采集的预期。

相对于 100% 剂量投影的互信息（MI）提供了一个互补视角。MI 从 10% 剂量时的 ~ 1.9 比特增至 50% 剂量时的 2.5 比特，并在 100% 剂量时大幅跃升至 6.1 比特。MI 在 10% 至 50% 剂量之间逐渐增加，表明在中等剂量下只能恢复有限部分的结构信号。100% 剂量时则观察到显著增加，这与较高剂量采集在统计上更接近全剂量参考图像的情况一致。

KL散度呈现出相同的趋势：在10%和25%剂量下，与100%参考图像的散度非常大，这与低光子计数时显著的统计差异相符。散度在50%剂量时有所降低，在100%剂量时趋近于零，这与互信息和熵测量中观察到的收敛趋势一致。

综合来看，这些测量表明，剂量会强烈影响投影的信息特征。在低剂量下，所测得的熵大部分对应于随机变化，而非结构。随着剂量增加，分布更接近底层衰减模式，结构相关变异所占的比例随之上升。该响应在各剂量水平上并不均匀；在本数据集中，结构相似性在50%与100% 剂量之间出现更为急剧的增加。

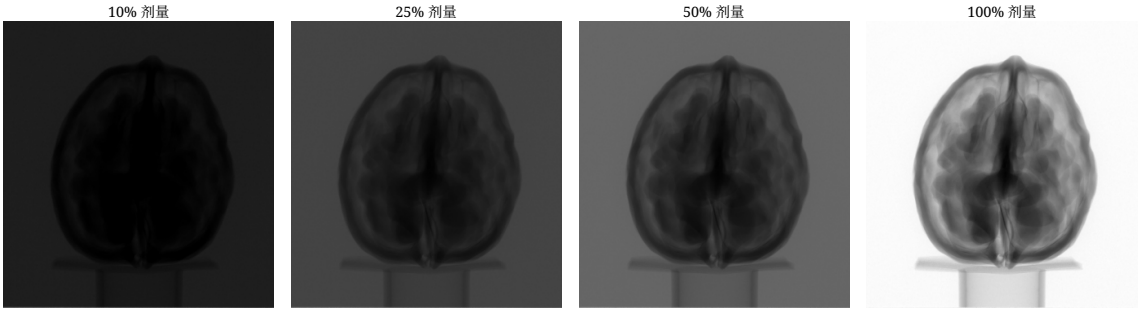


图8. 来自 *Walnut 1* 数据集的投影181在四种剂量水平（10%、25%、50%、100%）下的图像，采用全局对比度归一化显示。低剂量图像受随机变化的影响较大；随着剂量增加，结构对比度逐渐清晰。

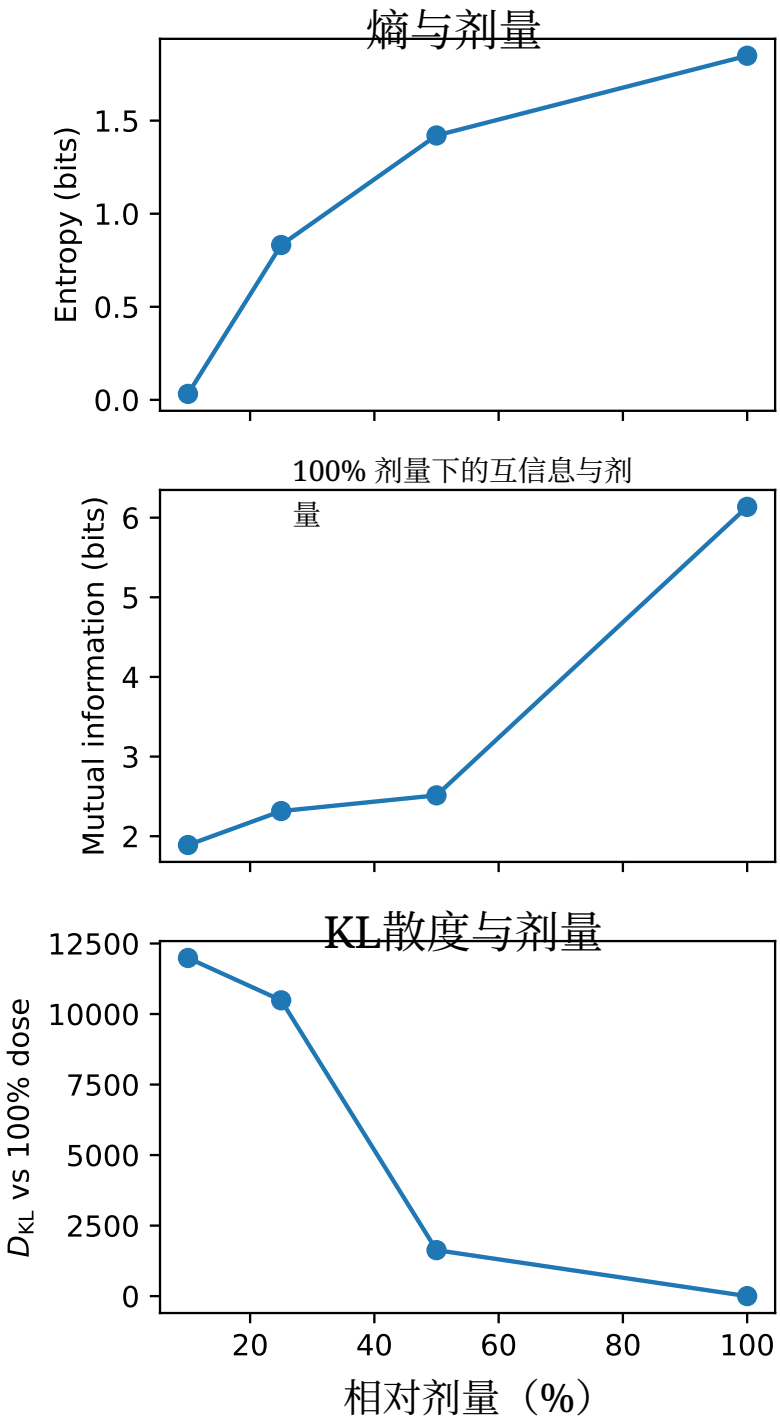


图9. 相对于100% 剂量投影的熵、互信息（互信息），以及相对于100% 剂量分布的KL散度。剂量增加会提高熵和互信息，同时降低KL散度，表明投影分布向全剂量参考收敛。

表2. 四个剂量水平的信息论度量（用于图8）。互信息与KL散度均相对于100% 剂量投影进行测量。

剂量（%）	熵（比特）	互信息对比100%（比特）	D_{KL} 对比100%（定性）
10	0.0321	1.89	非常大
25	0.8318	2.32	非常大
50	1.4201	2.51	小于 10% 和 25%
100	1.8485	6.14	0

KL散度的报告约定。 在本小节中，D_{KL} 是在第7节开头所述的、带 ε-平滑的相同 $B = 256$ 分箱分布上计算的。极低剂量直方图

归一化后包含许多近乎空置的分箱，因此所得KL值在数值上主要受这些尾部影响；因此，此处我们仅报告定性的大小顺序，并使用图9 来呈现这一趋势。

解释说明。表2 中的熵值是根据归一化并经过掩膜处理的投影强度计算得出的，使用的是第7节开头所述的固定估计器；这些值应被视为相对变异性度量，适用于这种受控归一化情形，而非探测器位深利用率的绝对度量。

这些结果描述了该数据集中实测的剂量-信息行为，并为第6.2节中引入的剂量-信息一阶近似缩放关系提供了应用背景。

7.5 重建作为一种信息变换

重建将投影数据映射回物体空间，而不同算法以不同方式表征测量信息。通过比较在固定估计量选择下，对同一投影集应用不同重建方法时熵、互信息和分布统计量的变化，可以考察这些差异。本小节通过对比标准滤波反投影（FBP）重建与应用于同一投影集的迭代方法，明确展示这一点。

仅用于演示的说明。本文不声称任一重建在任何意义上都是最优的；这一比较旨在固定且未经优化的设置下，隔离由重建算子引起的表征差异。本次重建比较旨在通过受控演示说明，两种常见求解器如何从同一测量集中得出不同的灰度统计；它并非收敛性研究，也不旨在对不同几何构型、先验或迭代预算下的重建方法作出权威排名。

不应根据此处报告的绝对熵值，对重建质量、收敛性或最优性作出推断；本次比较的唯一目的是展示，不同的重建算子会从相同数据中产生可测量的不同统计表示。

所有重建参数（包括迭代次数、初始化、滤波和归一化）均预先固定，未针对优化任何信息论度量进行调整。因此，该比较隔离了由重建算子本身导致的表征差异，而非特定算法的优化或参数选择。

使用了来自 *Walnut 1* 数据集的连续 100 个投影（索引 400–499）。对中央 100 行的水平带取平均，为每个投影生成一维剖面；将这些剖面堆叠后，得到一个包含 972 个探测器单元和 100 个投影角度的平行束正弦图。利用该正弦图重建了一张二维切片。

FBP 使用斜坡滤波器和圆形重建掩模实现。对于迭代重建，从均匀图像初始化，并执行若干次同步代数重建技术（SART）迭代。五次迭代足以获得视觉上稳定的解。在计算信息度量之前，先使用百分位截断和线性重标度，将两种重建结果归一化至相同的动态范围。图10 展示了所得切片。

这两种重建结果具有相同的大尺度结构，但纹理和对比度有所不同。FBP切片的边缘更锐利，但条纹伪影也更多，尤其是在高对比度边界周围。迭代重建抑制了条纹伪影，并降低了较均匀区域的局部方差，因此边界略显平滑。这些定性观察也反映在信息度量中。

使用256箱直方图，根据每种重建结果的灰度级分布估算熵。FBP切片的熵为 $H_{\mathrm{FBP}} = 5.83$ 比特，而迭代重建的熵为 $H_{\mathrm{Iter}} = 5.90$ 比特。迭代方法的熵略有增加，表明灰度占据情况发生了轻微的重新分布；这与条纹伪影减少后显现出额外的中间范围变化相符，因而有效占据的灰度级数量略有增加，尽管图像在视觉上显得更加平滑。

为直接比较这两个重建结果，计算了其强度分布之间的互信息和 Kullback–Leibler（KL）散度。本文小节中的所有基于直方图的量

（熵、互信息和 KL）均采用 $[0,1]$ 上相同的分箱方式，以及第7节开头所述的相同 ε 平滑约定。两个图像之间的互信息为I（FBP；迭代） ≈ 1.83 比特，表明二者编码了大量共享结构，但其表征远非完全相同。两个灰度直方图之间的对称KL散度为，

$$D_{\mathrm{KL}}^{\mathrm{sym}} = \tfrac{1}{2}\big(D_{\mathrm{KL}}(P_{\mathrm{FBP}}\|P_{\mathrm{Iter}}) + D_{\mathrm{KL}}(P_{\mathrm{Iter}}\|P_{\mathrm{FBP}})\big),$$

很大（$\sim 3.2\times 10^{2}$），表明尽管两种方法编码了相同的大尺度结构，它们产生的灰度分布却明显不同（图11）。换言之，两种重建结果都锚定于同一底层对象，但重建算子对这一信息在灰度空间中的表达方式具有强烈的塑造作用。

这些结果表明，不同重建方法对测量数据的呈现方式各异，也会影响变异性在不同灰度级间的分布。滤波反投影和迭代方法使用相同的测量通道，但在伪影抑制、局部方差和灰度级利用率之间形成了不同的权衡。熵和KL散度可简洁地概括强度的重新分布情况，而互信息则量化了两种重建结果所编码的相同结构内容的程度。因此，在本节的整体背景下，重建应被视为处理流程中的关键环节之一：信息不仅会在此丢失，还会因算法选择而被主动重新参数化。

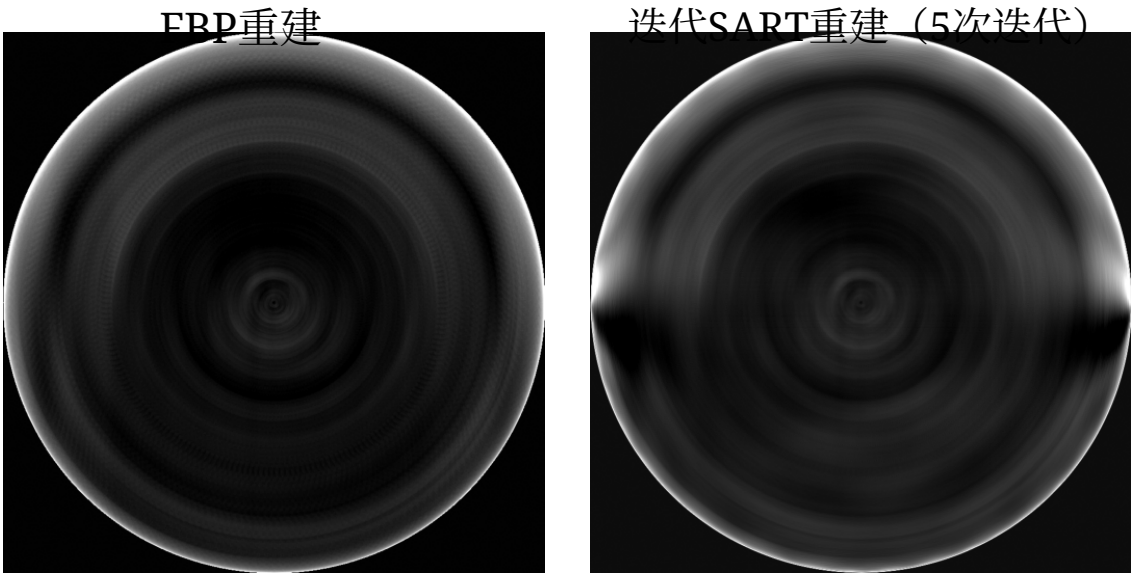


图10. 由 *Walnut 1* 数据集第400–499号投影重建的中心切片。左：采用斜坡滤波器的滤波反投影（FBP）。右：五次迭代后的迭代SART重建。两幅图像均归一化至共同的动态范围。迭代重建抑制条纹伪影，并降低均匀区域的局部方差，同时保留主要结构特征。

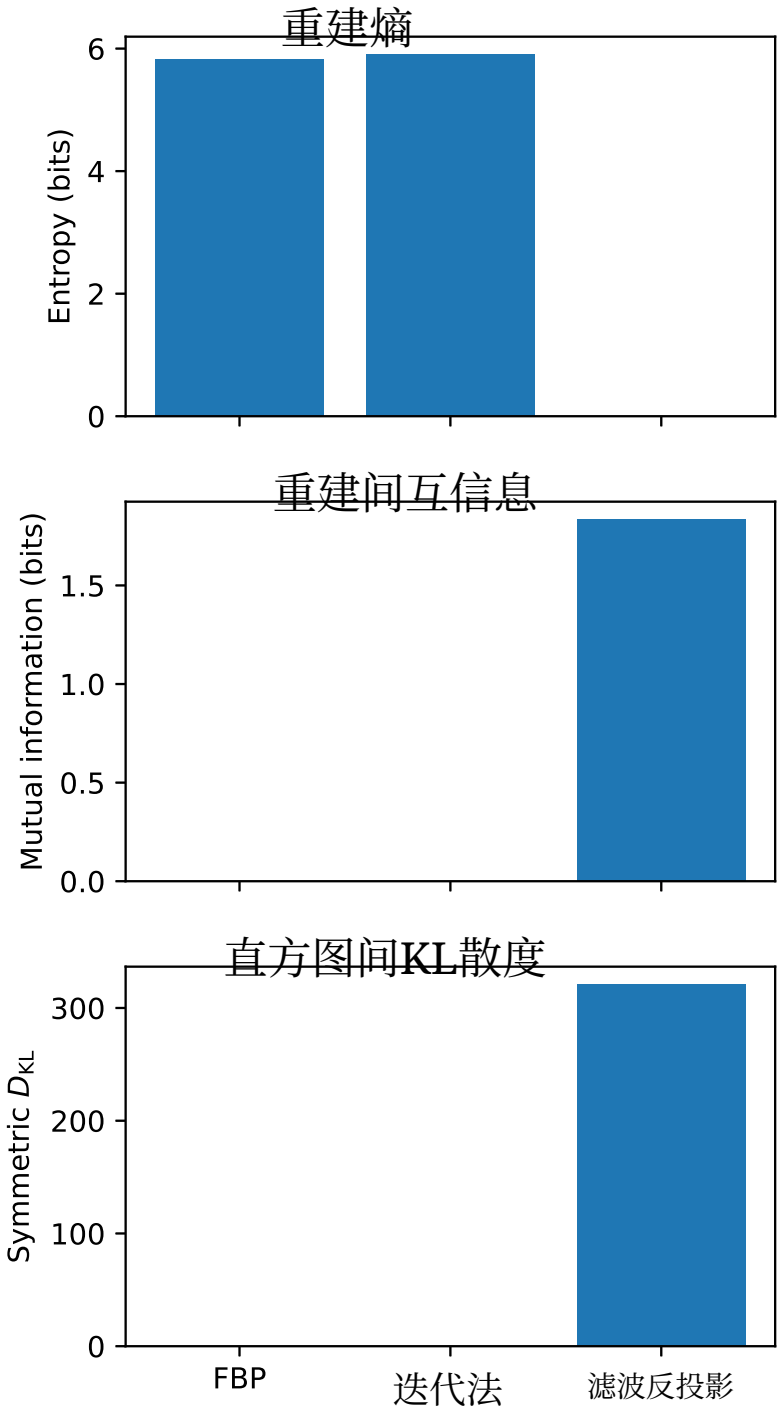


图 11. 两种重建方法的信息论比较。上：各重建结果的熵。中：滤波反投影与迭代法重建结果之间的互信息。下：两者灰度级直方图之间的对称KL散度。这些指标表明，两幅图像包含大量相同的结构信息，但这些信息在灰度级上的分布方式存在显著差异。

本小节报告了两种常用重建方法应用于同一投影集时的实证表现。重建的算子层面视角及其正式的信息论处理将在配套论文中单独阐述。

7.6 跨数据集鲁棒性

第 7.1–7.5 节中的分析是在 *Walnut 1* 数据集上进行的，该数据集提供了受控环境，具有性态良好的投影统计量和稳定的真值。为检验信息论表征能否推广到这一特定样品类别之外，使用 LoDoPaB-CT数据集进行了额外评估 [21]。

该数据集与*Walnut 1*存在根本差异：它包含在模拟低剂量条件下采集的二维临床风格横截面，其对比度、噪声特性和结构变异性均显著不同。这些差异为检验先前观察到的经验关系是否在不同物体类别和成像条件下仍然成立提供了有力检验。

本节使用 LoDoPaB-CT 测试集，选取成对的（观测值、真实值）切片，以便在受控扰动下直接进行信息度量比较。随机选取了十个切片，以避免偏向特定的解剖模式。每个切片均接受了此前采用的相同分析：去噪时的熵和 KL散度、人工错位时的互信息，以及稀疏采样时的熵变化趋势。

尽管 LoDoPaB-CT 由二维重建图像构成，而非完整的投影堆栈，但通过直接处理重建结果，可以重现第 7.1–7.3 节探讨的统计问题。

去噪。按照第 7.1 节所述，采用了高斯平滑、非局部均值（NLM）和全变分（TV）正则化。熵和KL散度的变化趋势与 *Walnut 1* 中观察到的定性结果完全一致。高斯平滑对强度的重新分布影响极小，NLM 带来了中等程度的变化，而全变分正则化使灰度分布收缩得最为显著。LoDoPaB-CT 图像包含较大的均匀区域，且基线噪声较高，因此熵的绝对值有所不同，但所有切片的变化顺序均保持一致（表 3）。

表3. 对具有代表性的 LoDoPaB-CT 切片应用三种去噪方法后的熵和 KL散度。排序与 *Walnut 1* 中观察到的结果一致，表明该方法在不同数据集间具有稳健性。

方法	熵（比特）	D_{KL}（原始 ‖去噪图像）
Raw	4.21	–
高斯	4.20	0.28
NLM	4.16	1.87
TV	4.07	4.92

人工错位。 按照第7.2节所述，施加了固定的 $(5, -3)$ 像素平移。错位后，相对于原始切片的互信息降低，而配准后互信息升高，这与 *Walnut 1* 中观察到的情况相呼应。由于 LoDoPaB-CT 的解剖边界更清晰，互信息的降幅通常更大，但定性模式保持不变（图 12）。

稀疏采样类比。 由于 LoDoPaB-CT 未像*Walnut 1*那样以相同格式提供完整的投影堆栈，因此我们通过处理所提供的正弦图表示构建了稀疏角度实验的类比：均匀地对投影角度（正弦图列）进行子采样，创建大小为 k 的子集；应用与第7节相同的强度归一化和直方图估计器；并计算每个子集中拼接后的正弦图强度的熵。子采样降低了正弦图的熵，并呈现出与第7.3节观察到的相同单调趋势，这表明采样密度与熵之间的联系并非特定于单一的旋转 CT 几何结构。

总体而言，LoDoPaB-CT 的结果证实，第 7.1–7.5 节所记录的经验行为并非特定于单一数据集或成像场景。去噪、错位和采样密度会以一致的方式影响结构和统计特性各异的数据集中的熵、KL散度和互信息。这种稳健性进一步表明，本文提出的信息论表征具有普适性，并不局限于实验室微型CT的具体特性。

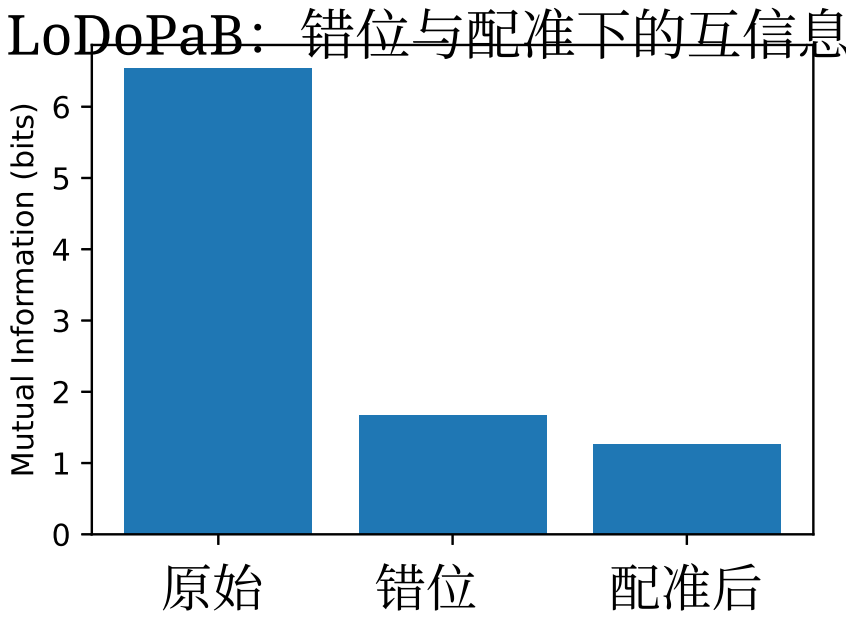


图 12. 错位与配准条件下，具有代表性的 LoDoPaB-CT 切片的互信息。其趋势与 *Walnut 1* 中观察到的趋势一致：错位会降低互信息，而配准则会使其恢复。

7.7 使用 *LoDoPaB-CT* 进行基于任务的验证

第 7.1–7.6 节的分析刻画了信息度量在受控变换下的表现，但尚未将这些变化与下游任务的性能联系起来。

本小节使用 LoDoPaB-CT 测试集中的成对（观测值、真实值）数据建立这种联系。目的并非引入一个完整的重建框架，而是证明信息论量与简单定量任务中的准确度相关。

对每个切片，计算了以下三个量：

（i）重建切片的熵，

（ii）低剂量重建与真实切片之间的互信息，

(iii) 估算预定义感兴趣区域（ROI）内平均衰减的绝对误差。

使用大津阈值法对真实切片进行自动处理，选取感兴趣区域（ROI），以分离出高对比度解剖区域。随后，根据相应的低剂量重建估算该ROI内的平均衰减，并记录绝对误差。由此得到一个标量任务型指标，无需进行分割或监督训练。

图13 展示了 200 个切片中互信息与 ROI 估计误差之间的关系。观察到明显的负相关：相对于真值，MI 越高的切片，其定量误差越低。与前文一致，单独的熵不具备预测能力，而 MI 捕捉到了准确进行衰减估计所需的相关结构一致性。这确立了信息论度量与具体成像任务性能之间的直接联系。

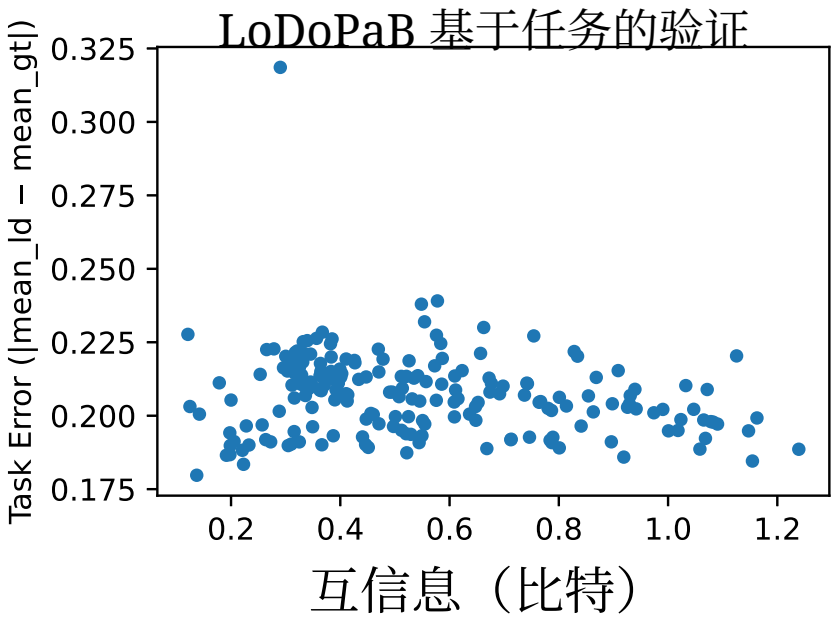


图13. 200 个 LoDoPaB-CT 切片中，互信息（MI）与平均衰减误差之间的关系。较高的互信息与较低的 ROI 误差相关，表明互信息能够捕捉与定量分析相关的结构相似性。

KL散度提供了一个互补的视角。相对于真实分布，KL散度较小的切片始终对应较低的 ROI 误差，而 KL散度较大的切片则产生较高的误差。其相关性弱于 MI，但仍具有显著性（表4）。综合来看，这些结果表明，前文量化的信息度量并非仅具描述性，还能为下游分析提供预测价值。

表4. 200 个 LoDoPaB-CT 切片中，ROI 平均衰减误差与信息度量之间的相关系数。

指标	与 ROI误差的相关性
熵	0.07
互信息	−0.82
KL散度	0.54

这些结果提供了第 7.1–7.6 节所缺少的基于任务的证据。结果表明，全文研究的信息论量对采集和处理操作敏感，并且能够预测简单定量测量任务中的下游性能。

8 对成像协议设计的启示

本文 प्रस्तुत的信息论分析对 X射线显微术协议的设计与优化具有直接意义。

首先，优化工作应优先关注采集参数，而非重建复杂度。与调整重建或后处理相比，对剂量、角度采样和探测器性能进行调整，始终能在保留信息方面带来更大的提升。

其次，应明确认识到采集受限饱和，并据此选择重建算法。一旦可用的信息预算固定下来，更激进的正则化或更高的模型复杂度并不会增加可恢复信息，反而可能抑制细微结构。

第三，熵和互信息等基于信息的度量提供了不依赖具体重建方法的工具，可用于比较不同方案。借助这些度量，无需限定特定算法或视觉准则，即可评估剂量、分辨率和采样密度之间的权衡。

综上所述，这些观点表明，应将重点从以算法为中心的优化转向流水线级设计，在这种设计中，采集和重建被视为受约束的信息处理系统中相互关联的组成部分。

9 讨论

本研究的贡献不在于引入新的信息度量，而在于证明，将这些度量进行系统性的、处理流程级的耦合，能够对采集主导的约束和重建饱和进行经验上稳定且实际有用的表征；若在局部、针对特定算法或孤立地应用这些指标，则无法显现这些表征。

第 7.1–7.5 节的结果基于一个具体的基准数据集表明，X射线显微术中的信息并不会原封不动地通过处理流程。每个阶段都如同一个算子，会揭示、隐藏、重新分布或压缩样品的底层结构。去噪会在重建开始之前改变局部变化。配准和角度下采样决定物体的哪些方面能够在反投影后保留下来。剂量通过塑造测量点的光子统计，限制了可恢复细节的总量。随后，重建决定可用信息如何在重建后的灰度空间中呈现。这些操作不可互换；它们彼此作用，其综合效果最好通过信息预算来理解，而不能仅靠目视检查。

分析得出的一个关键结论是，熵本身并不是衡量图像质量的可靠指标。在若干小节中，即使视觉观感表明图像经过了平滑处理或伪影抑制，熵仍有所增加。这反映出熵衡量的是灰度分布的占用情况，而非该分布的语义质量。相反，互信息始终能够分离出与真实结构信号相关的变化成分，即使总体熵受到噪声、平滑处理或算法正则化的影响也是如此。KL散度则凸显出，许多常见处理步骤会显著改变概率分布，而传统图像指标无法捕捉这些变化。这一点在第7.5节的重建对比中尤为明显：编码同一物体的两幅图像可以具有很强的结构相关性，但信息在各灰度级间的分配方式却可能有显著差异。

在 $Walnut\ 1$ 分析中，呈现出一个一致的规律：信息损失很少由单个阶段主导，而是逐步累积。轻度去噪可能会使直方图变宽，轻微的配准误差或角度采样的适度减少，也都会使信息预算发生细微变化。然而，这些影响叠加起来，就会改变投影的统计结构，进而影响哪些特征能够被恢复。这种累积效应表明，优化不应针对任何单一步骤。相反，必须将处理流程视为一个耦合系统，其目标不是在每个阶段最大化信息，而是保留对重建真正重要的信息。

剂量研究凸显了另一个要点：除非采集条件有利，否则成像系统的运行状态不会接近其理论容量。在低剂量区间，熵变化可能主要由随机变化而非结构变化所驱动，因此熵的增加或减少并不一定意味着图像质量有所改善。原则上，高剂量区间可以使系统更接近其容量，但前提是探测器性能、配准和重建都能将这些信息传递到下游。从这个角度看，熟悉的分辨率、剂量和伪影抑制三者关系，与其说是硬件限制，不如说是一个信息分配问题。更高的分辨率扩大了原则上可捕获的结构变化范围，但可用剂量决定了这一范围有多少能够得到填充，而重建算子则决定了最终有多少信息可以恢复。

最重要的是，信息论分析揭示了其他方法无法观察到的关系。例如，第7.3节表明，只要缺失的角度不对应主导结构取向，稀疏角度采样即使在视觉伪影出现很久之后，仍能保留互信息。第7.4节表明，即使熵随剂量呈非单调变化，互信息丰富的结构仍然存在。第7.5节证明，重建算子不仅会滤除噪声，还会重塑样品的底层表征。这些例子说明，为什么直接检查或传统误差度量无法捕捉处理流程更深层的行为。相比之下，信息论度量以统一的方式捕捉样品、测量通道与重建算法之间的联系。

总体而言，结果表明，应将X射线显微术视为一个信息处理系统，而不是一系列松散连接的任务。采集参数、去噪方法、配准流程和重建算法都会在数据上施加各自的信息几何。理解这些变换并非单纯的学术活动；它为更有原则地优化成像协议提供了路径，尤其适用于低剂量或时间受限环境。虽然本文聚焦于实验室微型CT，但这一框架原则上具有普适性。它适用于同步辐射断层成像、扫描成像模式以及新兴的相位衬度系统，并为未来将信息论与系统设计及X射线成像的理论极限相联系的研究提供了实践基础。

本研究侧重于受控的实证分析，而非完整的形式推导。研究采用单一基准数据集，以隔离处理流程组件的信息论行为；更广泛的模态覆盖范围将在后续工作中加以研究。文中以首阶形式或实证形式呈现了若干理论关系，完整证明则留待配套的基于算子的理论论文。上述选择体现了本文在更广泛的信息论框架中作为应用部分的定位。

9.1 未来方向

本文构建的信息论框架为未来研究拓展了若干值得探索的方向。其中一个方向是将信息度量与基于任务的性能更直接地联系起来。熵、互信息和KL散度为概括成像流程如何转换数据提供了有原则的方式，但它们与具体科学任务——特征检测、分割、定量计量——之间的关系仍基本未得到探索。将信息预算与下游测量的可靠性联系起来，可以使该框架从描述性框架转变为预测性框架，并为针对预期分析定制采集设置提供路径。

第二个方向是将研究范围扩展到吸收衬度微型CT之外。相位衬度、光栅干涉测量和近场全息术都会在投影数据上形成不同的信息几何结构。它们的传递函数以仅靠基于吸收的模型无法捕捉的方式影响熵和互信息。将相同的分析应用于这些成像模态，或许能够揭示它们的优势从信息论角度而言源自何处，以及在什么实验条件下它们会偏离理论极限。

第三个方向涉及重建算法。第7.5节表明，滤波反投影和迭代求解器在不同的表征空间中表达了同一个测量通道。这一思路还可以进一步拓展，考察现代重建范式——即插即用先验、学习型正则化器或混合物理信息网络——并量化这些算子如何改变信息预算。目标并非找出一种唯一的最优方法，而是理解哪些算子会以影响特定科学目标的方式保留、舍弃或重新参数化信息。

最后，还有机会为X射线显微术发展一种系统级容量概念。第2节提出的信道容量概念为成像系统的信息吞吐量设定了理论上限，但实际估算仍难以实现。结合熵测量、剂量—分辨率权衡和重建引入的约束，或许能够得到经验容量曲线，描绘特定系统的运行状态与其理论极限有多接近。这样的框架将提供一种统一的语言，用于比较实验室仪器、同步辐射光束线和新兴的紧凑型光源系统。

10 结论

在此背景下，熵的增加不应被解读为图像质量的提升；相反，熵反映的是总变异性，而这种变异性可能源于有意义的结构，也可能源于随机噪声，具体取决于采集条件。因此，必须结合互信息和与任务相关的指标来解读熵。

本文从明确的信息论视角考察了X射线显微术，将采集、去噪、配准、剂量、角度采样和重建视为作用于有限信息预算的算子。通过使用熵、互信息和KL散度对这些变换进行量化，我们以实证方式证明，每个阶段不仅会引入或抑制噪声，还会主动重塑数据的统计结构。分析表明，不能仅凭熵推断图像质量；关键在于

测得的变化中有多少对应真实的结构信号，以及处理流程在实际约束下能多有效地保留该信号。

更广泛地说，X射线显微术最好被理解为一种信息处理系统，而非被动的成像链条。以此为框架，长期以来关于剂量、分辨率和重建的问题，便转化为信息如何流动、累积或丢失的问题。这一视角为优化采集方案、使重建选择更加透明，以及为比较不同成像配置提供更有原则依据的方式，开辟了路径。

尽管本研究聚焦于实验室微型CT，但这一框架具有普适性，可扩展至相位衬度、多模态X射线技术以及新一代紧凑型光源系统。研究结果表明，信息论不仅仅是分析工具的附加项，更为描述现代X射线显微术的局限与可能性提供了一种自然的方式。

这些关系的完整基于算子的分析目前正在准备中，将对本文提出的应用型表述形成补充。

致谢
作者声明无需致谢。

资金支持
本研究未获得专项资金支持。该研究是作者在朴茨茅斯大学履行常规职责的一部分。

作者贡献

作者构思了本研究，建立了理论框架，设计并完成了全部分析，并撰写了文稿。本研究依托作者在数学科学方面的背景以及在X射线显微术方面的专长，包括在成像系统设计、重建方法和多模态分析方面的长期经验。

数据可用性

本文中用于生成分析、图和信息论度量的所有编码均已公开提供，并将作为补充材料提供，其中包括第 7.1 节用于计算结构相似性指数（SSIM）和互信息（MI）值的脚本。案例研究中使用的 Walnut 数据集可公开获取，并在断层成像领域得到广泛应用。第 7.1–7.5 节所用数据的预处理子集，以及重建和分析脚本，均作为补充文件提供，以确保结果的可复现性。

补充数据

补充材料包括：

- 第 7.1–7.5 节中用于生成图和信息论度量的所有 Python 脚本（涉及去噪、配准、稀疏角度采样、剂量变化和重建），包括第 7.1 节用于计算结构相似性指数（SSIM）和互信息（MI）的脚本；
- 由原始、高斯、非局部均值和全变分投影生成的 SSIM–MI 对比图（figure ssim mi denoise.pdf）；
- 运行公开可用的 *Walnut 1* 数据集分析所需的最简配置文件和说明；以及
- 案例研究中使用的预处理投影数据子集和重建切片 s, 以与所提供脚本兼容的格式提供。

参考图像

[1] Kak A C 和 Slaney M，2001，SIAM，1988 年 IEEE 原版的重印版[2] Stock S R，2008，CRC出版社[3] Boas F E 和 Fleischmann D，2012，影像医学 4 229–240[4] Hsieh J，2015，SPIE出版社[5] 香农 C E，1948，贝尔系统技术杂志 27 379–423，623–656[6] Cover T M 和 Thomas J A，2006，信息论基础，第 2 版（Wiley）[7] Gonzalez R C 和 Woods R E，2018，培生[8] Barrett H H 和 Myers K J，2004，Wiley[9] Siewerdsen J H 和 Jaffray D A，2001，医学物理学 28 220–231[10] Nuyts J 等，2013，医学物理学 40 021905[11] Foi A、Trimeche M、Katkovnik V 和 Egiazarian K，2008，IEEE图像处理汇刊 17 1737–1754[12] Ma J 等，2012，医学与生物学中的物理学 57 R1–R35[13] Zhang R 和 Zhou S，2014，医学与生物学中的物理学 59 N43–N53[14] Kullback 和 Leibler，1951，数理统计学年刊 22 79–86[15] Maes F、Collignon A、Vandermeulen D、Marchal G 和 Suetens P，1997，IEEE医学成像汇刊 16 187–198[16] Viola P 和 Wells W M，1997，通过最大化互信息进行配准，IEEE ICCV 论文集，第 16–23 页[17] Sijbers J 和 Postnov A，2004，医学与生物学中的物理学 49 N165–N173[18] Howells M R 等，2009，电子能谱学及相关现象期刊 170 4–12[19] Pluim J P、Maintz J 和 Viergever M A，2003，IEEE医学成像汇刊 22 986–1004[20] Der Sarkissian H、Lucka F、van Eijnatten M、Colacicco G、Coban S B 和 Batenburg K J，201，科学数据 6 215[21] Leuschner J、Schmidt M、Otero Baguer D 和 Maaß P，2021，科学数据 8 109

9