arXiv:2602.07352v1 [physics.atom-ph] 7 Feb 2026

激发态镱中的亚赫兹光学跃迁+

Patrick McMillin,[1,2,3,*] Hassan Farhat,[1,2,3] William Liu,[1,2,3] 和 Wesley C. Campbell[1,2,3]

[1] *Dept. of Physics & Astronomy, University of California Los Angeles, Los Angeles, CA, USA*

[2] *Challenge Institute for Quantum Computation, University of California Los Angeles, Los Angeles, CA, USA*

[3] *Center for Quantum Science and Engineering, University of California Los Angeles, Los Angeles, CA, USA*（日期: 2026年2月10日）

我们展示了在亚稳态 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态的单电离镱中观察到的三种半禁戒跃迁。由于相关上、下能级的寿命都很长，这些跃迁谱线很窄，可补充该原子中已被广泛用于量子信息和新物理搜寻的跃迁。我们报告了这些电四极跃迁的绝对频率、同位素位移、超精细结构，以及四极跃迁矩的测量结果。我们发现，这些激发态的自发辐射寿命受限于向较低能级奇宇称态的缓慢磁偶极辐射；其中能量最低的奇宇称态可通过从 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态进行激光激发到达，是承载长寿命量子比特的理想候选态。

镱原子是精密测量 [1–4] 和量子信息科学[5, 6] 中广受欢迎的平台，这主要归功于其易于操控且核性质理想。中性态和单电离态都具有多个亚稳态，可提供天然线宽低于 10 Hz 的光学跃迁；这些跃迁用于光学时钟 [7, 8] 以及对超越标准模型（BSM）的物理进行精密检验[9–11]。

尤其是，镱核素具有多种半禁戒跃迁和丰富的稳定同位素，因此能够高精度地测定同位素位移。近期一项研究在寻找 BSM 物理迹象时，发现了具有统计显著性的金图非线性 [12]。通过在金图分析中加入更多窄线宽跃迁和同位素对，可以消除高阶标准模型项的影响；这对于通过同位素位移测量确定是否存在 BSM 物理至关重要。此外，其他光学窄线宽跃迁还可用作替代光学时钟跃迁和量子比特跃迁。

镱中亚稳态 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态的寿命极长（$\approx$ 2 年， [13]），这一独特特性已被确认可使该态充当离子的第二基态，用于量子信息处理。在 ^{171}镱$^+$ 的 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态中，以零场超精细钟态（$M_F = 0$）定义的量子比特已展现出优异的态制备与测量（SPAM）保真度[14, 15], ，并可作为“omg协议”的一部分，用于囚禁离子量子信息处理 [16]。然而，要实现这一方案，关键在于开发 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态中 m型量子比特的量子比特-运动耦合，这可通过通往亚稳态的窄光学跃迁实现。镱$^+$ 的光谱包含数十个激发奇宇称态，它们源自 $4f^{13}(^2\mathrm{F}^o_{7/2})5d6s$的低能多电子组态，并由此产生多个按 J_1K耦合方案描述的亚稳态。

在这篇短文中，我们展示了额外的亚赫兹光学跃迁的存在，这些跃迁发生在镱$^+$的亚稳能级之间。我们报告了从 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 到三个由 J_1K耦合的态的电四极（$E2$）跃迁的激光光谱学研究，波长覆盖红光和近红外范围。我们给出了这些跃迁的同位素位移测量结果，以及激发能级的 ^{171}镱$^+$ 超精细 A 系数。我们报告了表现出亚赫兹光学跃迁线宽的激发态的 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[7/2]^o_{9/2}$ 跃迁矩和辐射寿命。此外，我们还报告了 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[9/2]^o_{9/2}$ 和 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^1[11/2]^o_{11/2}$ 跃迁的爱因斯坦 $E2$ 系数 A的上限。这些结果展示了线宽比镱$^+$中涉及 $^2\mathrm{D}_J$ 态的跃迁更窄的跃迁，表明亚稳态镱$^+$ 可能适用于时钟、精密测量和量子信息处理。由于跃迁矩 $E2$ 较小，我们发现，此处研究的激发态的自发辐射寿命受限于向具有相同电子组态的其他态发生的磁偶极（$M1$）衰变。

本研究选取的 J_1K耦合激发态具有 $J > 7/2$、奇宇称，且与 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$具有相同的 $4f^{13}$ 原子实电子组态。与 $^2\mathrm{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\mathrm{D}_J$ 跃迁类似，从 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态到 J_1K 耦合激发态的每次 $E2$ 跃迁都涉及电子从 $6s$亚壳层到 $5d$ 亚壳层的单电子激发。然而，与源自 $^2\mathrm{S}_{1/2}$ 态的跃迁不同，这些跃迁发生在 $4f$ 亚壳层含有自旋空穴的态之间，并且对外层电子对而言可能是自旋禁戒的。

为对这些新跃迁进行光谱鉴定，将单个镱离子囚禁在射频保罗阱中，并施加 4.00(7) G 的磁场，以定义量子化轴并破坏相干暗态。为将离子初始化到 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 流形中，施加激光，将布居数从 $^2\mathrm{S}_{1/2}$ 态转移到 $^2\mathrm{D}_{5/2}$ 态（$\tau = 7.2$ms）；随后该态会优先以 0.83(3) [17] 的分支比衰变至 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态。线偏振和 k

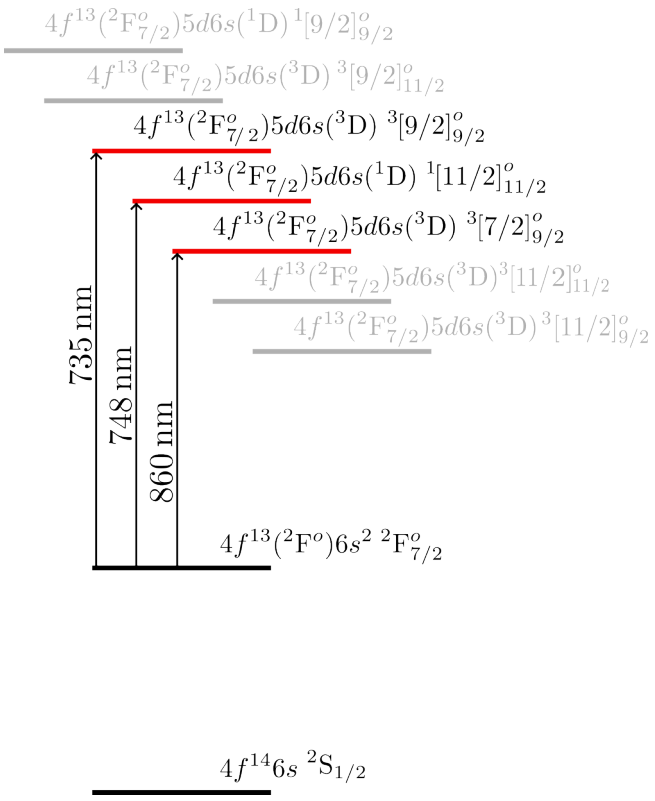

图 1. 能级图展示了镱$^+$中从$^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态出发的受驱动跃迁。

该激光的传播矢量均设置为垂直于磁场（$\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\epsilon}} \perp \mathbf{B}$），以选择 $\Delta m_J = \pm 2$跃迁 [18]。通过驱动 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^1[3/2]^o_{3/2}$ $E2$ 跃迁的激光频率分量，可实现激发态读出；该跃迁使布居数优先衰变回 $^2\mathrm{S}_{1/2}$ 基态。通过观察强 $^2\mathrm{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\mathrm{P}^o_{1/2}$ 跃迁上是否存在激光诱导荧光，测量 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 布居数。

我们采用脉冲光谱序列，并通过双程声光调制器控制光谱激光器的频率，以确定跃迁频率。首先，通过激发 $^2\mathrm{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\mathrm{D}_{5/2}$ 跃迁 200 ms，将离子布居数制备在 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态。随后施加一个频率可变、持续 5 ms 的光谱脉冲，将布居数从 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 驱动至一个与 J_1K耦合的激发态。光谱光沿$\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ 方向传播，且偏振为$\mathbf{B}$的线偏振 $\hat{\boldsymbol{\epsilon}} \parallel$，从而选择$\Delta m_J = \pm 1$ 跃迁 [18]。接着，我们立即通过驱动 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^1[3/2]^o_{3/2}$ 跃迁 50 ms，使 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态的布居数耗尽，然后在 $^2\mathrm{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\mathrm{P}^o_{1/2}$ 跃迁上施加 1 ms 的光进行态探测。检测到离子荧光表明未能将离子转移出 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 流形，而未检测到离子荧光则表明转移成功。

记录失败和成功事件的数量随激光频率的变化，可得出布居数保留在 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 流形中的布居数。图 2 展示了镱各稳定偶数同位素中 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[7/2]^o_{9/2}$ 跃迁的详细线扫描。跃迁频率的不确定度约为数十兆赫，主要是由于 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态塞曼子能级中的布居数制备不相干，以及激光线宽（≈ 2兆赫）所致。

图 3 展示了偶数镱同位素中 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[7/2]^o_{9/2}$, $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^1[11/2]^o_{11/2}$ 和 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[9/2]^o_{9/2}$ 跃迁相对于 $^2\mathrm{S}_{1/2} \leftrightarrow {}^2\mathrm{D}_{5/2}$ 跃迁的金图。对于 $^{168}\mathrm{Yb}^+$，仅测量了 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[7/2]^o_{9/2}$ 跃迁。

为了对 $^{171}\mathrm{Yb}^+$ 中由 J_1K-耦合的态进行超精细光谱学研究，我们利用超精细选择定则。我们首先通过 $^2\mathrm{S}_{1/2}$, $F = 0 \rightarrow {}^2\mathrm{D}_{5/2}$, $F = 2$ 跃迁，仅在 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态中制备一个超精细流形（F=3），从而简化激发态超精细系数符号的判定。测得 $^3[7/2]^o_{9/2}$、$^1[11/2]^o_{11/2}$ 和 $^3[9/2]^o_{9/2}$ 态的超精细 A 系数分别为 2131(5)、288(3) 和 1616(4) 兆赫。随后，通过在 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态中制备 $F = 4$ 流形并驱动可用跃迁，验证了超精细分裂。图 4 展示了这些跃迁的质心频率，以及激发态的超精细分裂。

本文研究的奇宇称激发态可以通过磁偶极（$M1$）跃迁衰变至其他奇宇称态，这可能导致布居数困在无法访问的状态中。由于 J_1K 耦合方案无法完美描述这些状态，因此在评估 $M1$ 衰变通道时，必须考虑项的次主导阶贡献。$M1$ 跃迁强度可通过将磁偶极算符 $\boldsymbol{\mu}$ 表示为分别作用于原子实和外层电子的算符$\boldsymbol{\mu}_\mathrm{c}$ 与 $\boldsymbol{\mu}_\mathrm{o}$ 之和来计算。计算得到的 $^3[7/2]^o_{9/2}$、$^1[11/2]^o_{11/2}$和 $^3[9/2]^o_{9/2}$ 态的 $M1$ 寿命分别为 9.9 秒、0.41 秒和 0.24 秒。许多 $M1$ 衰变产物本身也是亚稳态，因为一次 $M1$ 衰变事件常会产生“暗”离子，这些离子最长需要 45 分钟才能重新进入多普勒冷却循环。 $^1[11/2]^o_{11/2}$ 和 $^3[9/2]^o_{9/2}$ 态较短的 $M1$ 寿命，加上其衰变产物较长的 $M1$ 寿命，妨碍了我们测量这些跃迁的有限 $E2$矩。

我们利用激光束参数和测得的转移速率，测量了$^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[7/2]^o_{9/2}$ 跃迁的 $E2$ 爱因斯坦 A 系数。转移速率实验在序列结构上与频率测定实验相同。然而，光谱激光器频率保持固定，同时改变脉冲时间。剩余布居数遵循简单的速率方程，因为光谱激光线宽远大于跃迁线宽。

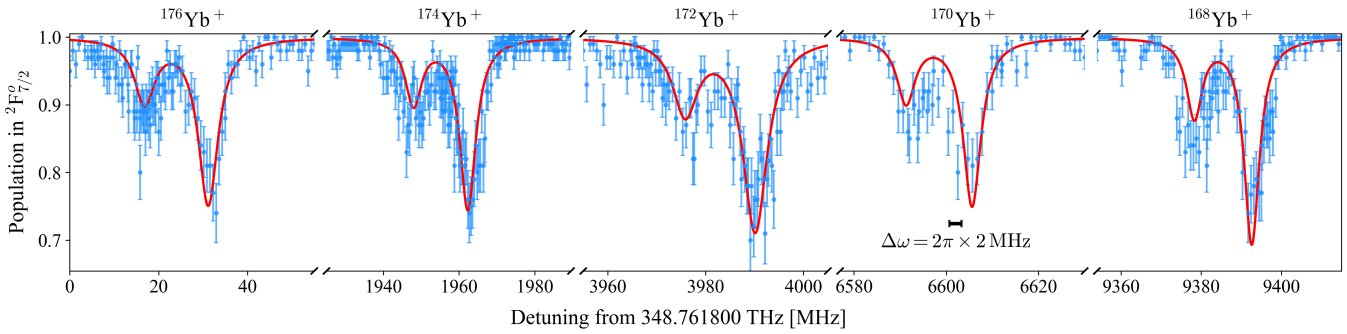

图 2. $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[7/2]^o_{9/2}$, $|\Delta m_J| = 1$ 镱$^+$所有稳定偶数同位素的跃迁光谱。$^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态的塞曼子能级布居分布，导致每种同位素中 $\Delta m_J = -1$ （较低频率）特征与$\Delta m_J = +1$ （较高频率）特征之间出现不对称。 ^{170}镱$^+$ 子图中的比例尺表示我们所用光谱激光器的线宽。

同位素	$^3[7/2]^o_{9/2}$ (THz)	$^1[11/2]^o_{11/2}$ (THz)	$^3[9/2]^o_{9/2}$ (THz)
168	348.77119(3)	未测量	未测量
170	348.76841(3)	400.71232(3)	407.73232(3)
172	348.76579(3)	400.70937(3)	407.72974(3)
174	348.76376(3)	400.70708(3)	407.72774(3)
176	348.76183(3)	400.70490(3)	407.72583(3)

表 I. 新观测到的跃迁的绝对频率测量。

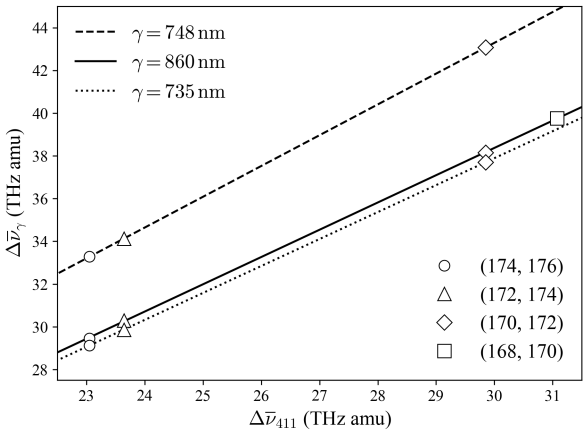

图 3. 金图：比较驱动跃迁与 Vuleti´c 研究组测得的 ^{2}S$_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ 的修正同位素位移 [19]。请注意，对于 ^{168}Yb$^+$，仅测量了 $^2\mathrm{F}^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[7/2]^o_{9/2}$ 跃迁。

将结果拟合到表示 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 态布居数（N_F）和激发 $^3[7/2]^o_{9/2}$ 态布居数（N_B）的双能级系统速率方程，

$$\dot{N}_\mathrm{F}(t) = A_{E2} N_\mathrm{B}(t) + B\rho(\omega)(N_\mathrm{B}(t) - f N_\mathrm{F}(t))$$
$$\dot{N}_\mathrm{B}(t) = -\dot{N}_\mathrm{F}(t)$$

其中， $\rho(\omega)$为所施加激光的能量谱密度， f 为被激光

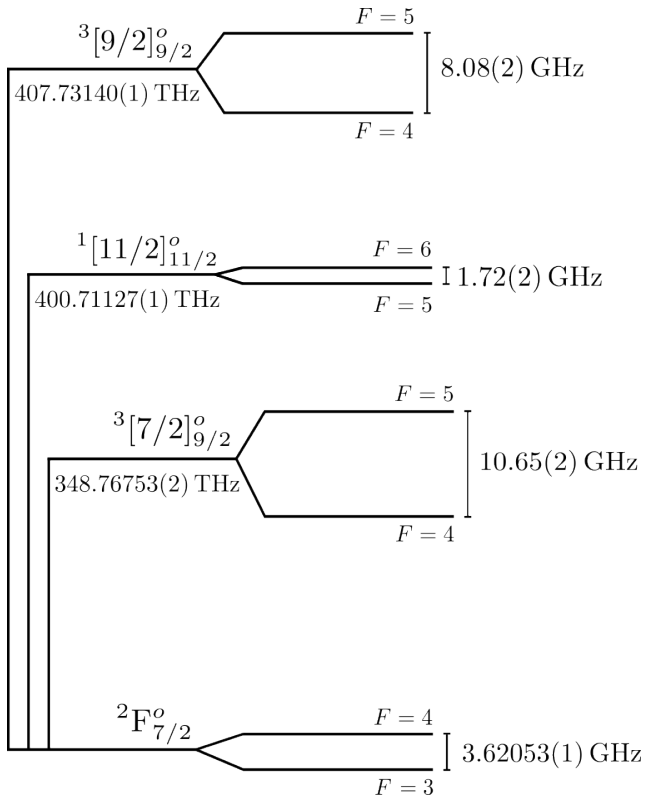

图 4. 激发态的 ^{171}Yb$^+$ 和 $^2\mathrm{F}^o_{7/2}$ 的超精细结构。图中给出了每个跃迁的重心频率，以及每个激发态的超精细分裂。

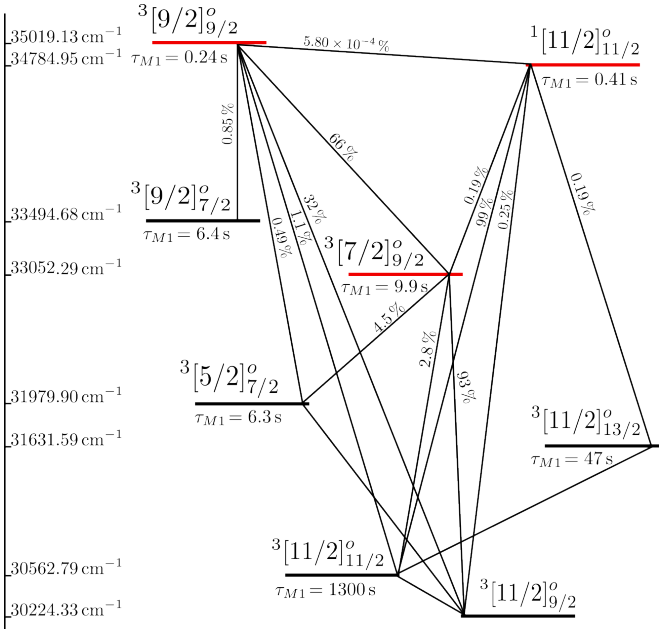

图 5. $M1$ 从 $^3[7/2]^o_{9/2}$、$^1[11/2]^o_{11/2}$ 和 $^3[9/2]^o_{9/2}$ 出发的衰变路径。所示的 $M1$ 寿命和分支比为理论计算结果。能级数据取自 [20]。

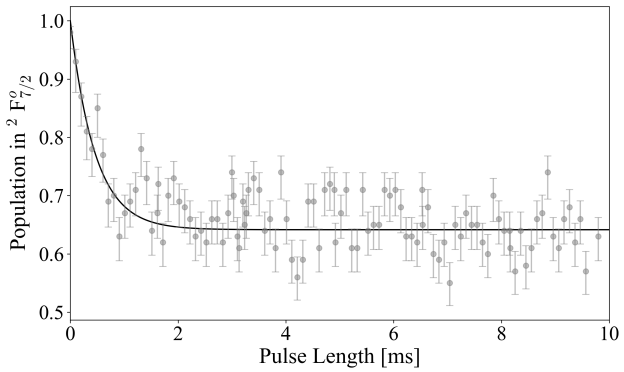

图 6. 光谱激光器照射时间对 $^2F^o_{7/2}$ 态剩余布居数的影响。数据采用简单的速率方程拟合；结合我们的激光参数，即可提取跃迁矩。

着装的布居数比例。将此模型应用于$^2F^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[7/2]^o_{9/2}$ 跃迁后，我们测得 $E2$ 爱因斯坦 A 系数为 $A_{E2} = 6(3) \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$，相应的约化矩阵元（相对于 J）为$1.6(9)\ ea_0^2$。将该约化矩阵元作为 $^2F^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[9/2]^o_{9/2}$ 跃迁的上限，我们估算其 $E2$ 爱因斯坦 A 系数为$\approx 10 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$。对于 $^2F^o_{7/2} \leftrightarrow {}^1[11/2]_{11/2}$跃迁，我们估算其 $E2$ 爱因斯坦 A 系数为 $\approx 1\ \mathrm{s}^{-1}$。已报道的 $E2$跃迁速率表明，激发态的辐射寿命受限于向其他与 J_1K耦合的态发生的 $M1$ 衰变。测得的跃迁矩

矩阵元比 $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{3/2}$ 和 $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$ 跃迁的矩阵元小一个数量级（分别为 10.1 ea_0^2 和 12.5 ea_0^2 [17, 21]）。由于这些跃迁中的电子组态发生变化，我们预计 $^2F^o_{7/2}$ 态与激发的 J_1K-耦合态之间的 $M1$ 耦合远小于 $E2$ 耦合的贡献。

所展示测量的主要局限在于，无法在 $^2F^o_{7/2}$ 态中制备单一塞曼态；对于无自旋同位素，可通过在 $^2F^o_{7/2} \leftrightarrow {}^1[3/2]^o_{3/2}$ 跃迁上施加额外的激光频率分量来克服这一问题。如果在 $^2F^o_{7/2}$ 态的态制备过程中施加光，使得不允许发生 $\Delta m_J = \pm 2$ 跃迁（即 $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$、$\hat{\boldsymbol{\epsilon}} \parallel \mathbf{B}$），布居数就会滞留在 $^2F^o_{7/2}$ 态的 $m_J = \pm 7/2$ 子能级中。在 ^{171}镱$^+$ 中，可通过联合施加共振微波和高度流形选择性的激光频调来制备 $m_F = 0$ 态，实现高保真度的预示态制备 [14]。在 ^{171}镱$^+$ 中制备 m 型量子比特时，若要以非相干方式布居 $^2F^o_{7/2}$，这一步本来就是必需的。

从激发态 J_1K耦合态频繁衰变，可能意味着某些应用需要使用额外的再泵浦光，以确保在发生一次 $M1$ 衰变事件后能够恢复光学循环。与双光子 $E1$介导跃迁相比，利用亚稳态实现量子比特-运动耦合可能更具吸引力，因为镱+中激发的偶宇称（J_1，J_2）耦合态有大量自发辐射通道可供选择。来自更高能级 J_1K 态的 $M1$ 衰变路径可能会导致较大的量子比特子空间泄漏误差。因此，$^2F^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[11/2]^o_{11/2}$ 和$^2F^o_{7/2} \leftrightarrow {}^3[11/2]^o_{9/2}$ 跃迁是实现量子比特-运动耦合的理想候选方案，因为它们所需的激光源易于获得，而且这两个低能激发态的 $M1$寿命极长；它们在图5中显示为最低的两个能级。

为了进一步降低同位素位移光谱学中高阶SM项造成的系统误差，必须在King图分析中加入更多跃迁，并结合更多同位素对。镱有五种稳定无自旋同位素，也有许多长寿命无自旋放射性同位素。特别是，^{164}Yb、^{166}Yb和 ^{178}Yb的半衰期分别为76分钟、57小时和74分钟 [22]，，足以进行激光光谱学。单个离子可以被分离并俘获，这意味着这些放射性同位素的原子源可以保持低活度 [23], 并得到高效利用 [24]。

作者感谢 Michael K¨ohl 和 Vladan Vuleti´c 富有帮助的讨论。本工作得到 ARO W911NF-24-S-0004、NSF PHY-2207985 和 OMA-2016245，以及 Gordon and Betty Moore 基金会 DOI：10.37807/GBMF11566 的支持。

* pmcmi17@physics.ucla.edu

[1] A. Tofful、C. F. A. Baynham、E. A. Curtis、A. O. Parsons、B. I. Robertson、M. Schioppo、J. Tunesi、H. S. Margolis、R. J. Hendricks、J. Whale、R. C. Thompson 和 R. M. Godun，《计量学》**61**，045001（2024）。[2] J. Stenger、C. Tamm、N. Haverkamp、S. Weyers 和 H. R. Telle，《光学快报》**26**，1589（2001）。[3] M. Roberts、P. Taylor、S. V. Gateva-Kostova、R. B. M. Clarke、W. R. C. Rowley 和 P. Gill，《物理评论A》**60**，2867（1999）。[4] Z. W. Barber、J. E. Stalnaker、N. D. Lemke、N. Poli、C. W. Oates、T. M. Fortier、S. A. Diddams、L. Hollberg、C. W. Hoyt、A. V. Taichenachev 和 V. I. Yudin，《物理评论快报》**100**，103002（2008）。[5] S. Moses、C. Baldwin、M. Allman、R. Ancona、L. Ascar-runz、C. Barnes、J. Bartolotta、B. Bjork、P. Blanchard、M. Bohn、J. Bohnet、N. Brown、N. Burdick、W. Bur-ton、S. Campbell、J. Campora、C. Carron、J. Chambers、J. Chan、Y. Chen、A. Chernoguzov、E. Chertkov、J. Col-ina、J. Curtis、R. Daniel、M. DeCross、D. Deen、C. De-laney、J. Dreiling、C. Ertsgaard、J. Esposito、B. Estey、M. Fabrikant、C. Figgatt、C. Foltz、M. Foss-Feig、D. Fran-cois、J. Gaebler、T. Gatterman、C. Gilbreth、J. Giles、E. Glynn、A. Hall、A. Hankin、A. Hansen、D. Hayes、B. Higashi、I. Hoffman、B. Horning、J. Hout、R. Jacobs、J. Johansen、L. Jones、J. Karcz、T. Klein、P. Lauria、P. Lee、D. Liefer、S. Lu、D. Lucchetti、C. Lytle、A. Malm、M. Matheny、B. Mathewson、K. Mayer、D. Miller、M. Mills、B. Neyenhuis、L. Nugent、S. Olson、J. Parks、G. Price、Z. Price、M. Pugh、A. Ransford、A. Reed、C. Ro-man、M. Rowe、C. Ryan-Anderson、S. Sanders、J. Sed-lacek、P. Shevchuk、P. Siegfried、T. Skripka、B. Spaun、R. Sprenkle、R. Stutz、M. Swallows、R. Tobey、A. Tran、T. Tran、E. Vogt、C. Volin、J. Walker、A. Zolot 和 J. Pino，《物理评论X》**13**，041052（2023）。[6] J. A. Muniz、M. Stone、D. T. Stack、M. Jaffe、J. M. Kindem、L. Wadleigh、E. Zalys-Geller、X. Zhang、C.-A. Chen、M. A. Norcia、J. Epstein、E. Halperin、F. Hum-mel、T. Wilkason、M. Li、K. Barnes、P. Battaglino、T. C. Bohdanowicz、G. Booth、A. Brown、M. O. Brown、W. B. Cairncross、K. Cassella、R. Coxe、D. Crow、M. Feldkamp、C. Griger、A. Heinz、A. M. W. Jones、H. Kim、J. King、K. Kotru、J. Lauigan、J. Marjanovic、E. Megidish、M. Meredith、M. McDonald、R. Mor-shead、S. Narayanaswami、C. Nishiguchi、T. Paule、K. A. Pawlak、K. L. Pudenz、D. R. P´erez、A. Ryou、J. Si-mon、A. Smull、M. Urbanek、R. J. M. van de Veerdonk、Z. Vendeiro、T.-Y. Wu、X. Xie 和 B. J. Bloom，《PRX量子》**6**，020334（2025）。[7] C. W. Hoyt、Z. W. Barber、C. W. Oates、T. M. Fortier、S. A. Diddams 和 L. Hollberg，《物理评论快报》**95**，083003（2005）。[8] N. Huntemann、C. Sanner、B. Lipphardt、C. Tamm 和 E. Peik，《物理评论快报》116，063001（2016）。[9] K. Ono、Y. Saito、T. Ishiyama、T. Higomoto、T. Takano、Y. Takasu、Y. Yamamoto、M. Tanaka 和 Y. Takahashi，物理评论X 12，021033（2022）。[10] C. Sanner、N. Huntemann、R. Lange、C. Tamm、E. Peik、M. S. Safronova、S. G. Porsev，*et al.*，自然 567，204（2019）。[11] L. S. Dreissen、C.-H. Yeh、H. A. F¨urst、K. C. Grense- mann、T. E. Mehlst¨aubler，*et al.*，自然通讯 13，7314（2022）。[12] J. Hur、D. P. Aude Craik、I. Counts、E. Knyazev、L. Cald- well、C. Leung、S. Pandey、J. C. Berengut、A. Geddes、W. Nazarewicz、P.-G. Reinhard、A. Kawasaki、H. Jeon、W. Jhe 和 V. Vuleti´c，《物理评论快报》128，163201 2022( )。[13] R. Lange、A. A. Peshkov、N. Huntemann、C. Tamm、A. Surzhykov 和 E. Peik，《物理评论快报》127，213001（2021）。[14] C. Roman，*Expanding the* $^{171}Yb^{+}$ *toolbox: the* $F_{7/2}$ *state as resource for quantum information science*，博士论文，加州大学洛杉矶分校（2021）。[15] H.-X. Yang、J.-Y. Ma、Y.-K. Wu、Y. Wang、M.-M. Cao、W.-X. Guo、Y.-Y. Huang、L. Feng、Z.-C. Zhou 和 L.- M. Duan，自然-物理 18，1058（2022）。[16] D. T. C. Allcock、W. C. Campbell、J. Chiaverini、I. L. Chuang、E. R. Hudson、I. D. Moore、A. Ransford、C. Ro- man、J. M. Sage 和 D. J. Wineland，应用物理快报 119，214002（2021）。[17] T. R. Tan、C. L. Ed munds、A. R. Milne、M. J. Biercuk 和 C. Hempel，《物理评论A》104，L010802（2021），出版方：美国物理学会。[18] W. C. Campbell，“原子多极跃迁的角几何”，（2025），arXiv:2510.07451 [量子物理]。[19] J. Hur，*Probing New Physics with Spectroscopy of Trapped Ions*，博士论文，麻省理工学院（2022）。[20] A. Kramida、Yu. Ralchenko、J. Reader 和 and NIST ASD 团队，NIST 原子光谱数据库（版本 5.12），[在线]。网址：https://physics.nist.gov/asd [2025, 9月 8]。美国国家标准与技术研究院，马里兰州盖瑟斯堡。（2024）。[21] H. Shao、H. Yue、Z. Ma、Y. Huang、H. Guan 和 K. Gao，《物理评论研究》5，023193（2023），出版方：美国物理学会。[22] F. Kondev、M. Wang、W. Huang、S. Naimi 和 G. Audi，中国物理C 45，030001（2021）。[23] D. Hucul、J. E. Christensen、E. R. Hudson 和 W. C. Campbell，《物理评论快报》119，100501（2017）。[24] M. Fan、R. A. Ready、H. Li、S. Kofford、R. Kwapisz、C. A. Holliman、M. S. Ladabaum、A. N. Gaiser、J. R. Griswold 和 A. M. Jayich，《物理评论研究》5，043201（2023）。