arXiv:2602.07809v1 [cond-mat.quant-gas] 8 Feb 2026

通过量子干涉构造连续谱束缚态

Alexander Guthmann,[1] Louisa Marie Kienesberger,[1] Felix Lang,[1] Eleonora Lippi,[1] 和 Artur Widera[1], *

[1] *Department of Physics and Research Center OPTIMAS, RPTU University Kaiserslautern-Landau, 67663 Kaiserslautern, Germany*（日期：2026年2月10日）

量子力学相互作用势通常支持两类状态：一种是位于解离阈值以下的局域束缚态，另一种是位于阈值以上的离域散射态。束缚态在能量上彼此隔离，而散射态则使量子系统嵌入环境模的连续谱中，因此耗散和损失成为开放量子系统的固有特征。一个引人注目的例外是连续谱中的束缚态（BICs）：尽管处于散射连续谱之中，它们仍能因相消干涉而保持局域。理论预测，两个耦合到同一连续谱的 Feshbach 共振相互干涉可以产生此类状态，但这一机制此前在真正的量子系统中始终无法通过实验实现。在此，我们通过弗洛凯工程相干耦合两个可调谐的 Feshbach 共振，展示了在 ^{6}Li 原子的超冷碰撞中形成这种由干涉稳定的状态。在一个临界参数点，与连续谱的弹性耦合和非弹性耦合均消失，从而产生一个位于解离阈值以上的分子态。损失谱学、淬火动力学和射频光缔合直接揭示了该状态与散射态的解耦。完整耦合道计算和一个最简非厄米模型定量再现了我们的观测结果，并确定该状态为 Friedrich–Wintgen 束缚态连续谱。我们的研究结果确立了量子干涉是一种强有力的机制，可用于控制量子物质的开放性以及构造非厄米哈密顿量。

量子系统与其环境的相互作用既不可避免，也至关重要，它决定了耗散、退相干和不可逆性 [1]。尽管与外部连续谱的耦合常被视为一种限制，但它也能产生违反直觉的干涉效应，抑制而非增强衰减。一个引人注目的例子是嵌入连续谱中的束缚态。通常在量子力学中，粒子的能量和相互作用势的形状 $V(r)$决定粒子形成束缚态还是发生散射。对于具有有限阈值的势阱，束缚态通常只存在于低于该阈值的能量范围内，而更高能量的解则对应于离域的非束缚散射态 [图1(a)]。此类散射态可能产生散射共振，包括Feshbach共振 [图1(b)] ，在核物理和超冷原子物理中发挥着核心作用[2]。连续谱中的束缚态（BICs）打破了束缚态与散射态之间的传统区分。它们是薛定谔方程的解，尽管其能量位于解离阈值以上的散射态连续谱中，却仍保持空间局域且可归一化。这与周围不可平方可积的连续谱解形成鲜明对比。实现解耦的成熟方法包括降低相关能量处的态密度，即形成能隙 [1]，以及通过选择定则等方式设计对称性保护态 [3], 或拓扑保护态 [4], ，这些方法目前都在积极研究中，旨在利用含噪中等规模量子设备实现量子计算 [5]。我们的散射控制为解耦束缚态增添了一种新方法开放量子系统中的量子干涉。

冯·诺伊曼和维格纳在量子力学发展早期，通过明确构造一个势，首次预言了这一现象 [6, 7], 此后，连续谱中的束缚态被视为一种普遍的干涉现象 [8, 9]。1985年，弗里德里希和温特根提出，量子系统中的连续谱束缚态可能源于两个Feshbach共振之间的干涉 [10], ，如图1(c)所示。他们指出，通过改变外部调谐参数，可以诱导Feshbach共振之间发生避免交叉，从而产生连续谱束缚态。在两个原子碰撞的情形下，这种连续谱束缚态对应于一种违反直觉的分子束缚态，其能量高于解离阈值。

迄今为止，连续谱中的束缚态主要在光子晶体 [11], 光子波导 [12, 13], 和声学系统 [14]等经典系统中实现。在这些平台中，连续谱中的束缚态通常对应于局域在动量空间中的单粒子波模，且往往受到对称性保护，并由结构的底层几何形状决定。相比之下，超冷原子碰撞中形成的连续谱束缚态对应于一种真正的双体分子束缚态，它与散射态连续谱共存。除了具有基础意义之外，连续谱中的束缚态的实现还推动了光学和光子学领域的关键技术进步，促成了用于精密应用的超高品质因数Q 谐振器 [15], 、增强型传感平台 [16], 以及先进超表面的设计 [17]。

最近，研究表明，利用合成动量晶格构造的超冷原子拓扑角态能够承载高阶拓扑连续谱束缚态 [18]。近期的理论进展还包括对耗散驱动晶格中连续谱束缚态的研究 [19]，以及对自旋轨道耦合原子系统中连续谱束缚态的预测 [20]。早期的实验

* widera@rptu.de

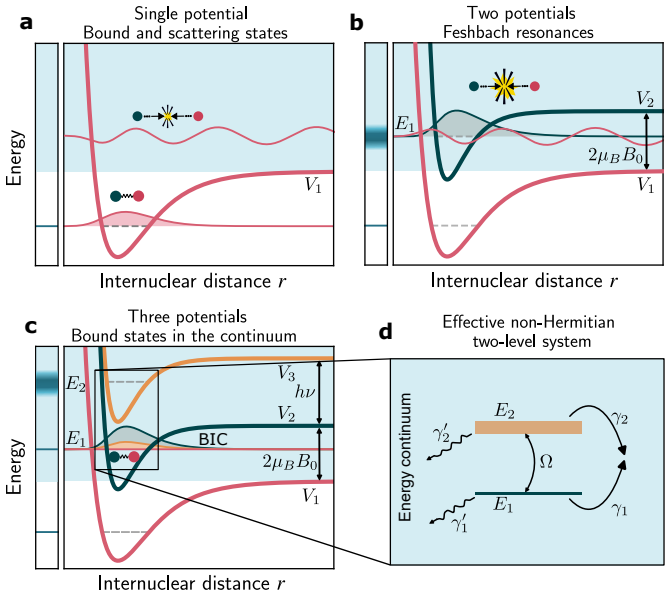

图 1. **Friedrich–Wintgen 束缚态连续谱的形成。(a)**分子势的能谱与波函数 V_1。在分子解离阈值 V_1（$r \to \infty$）以下，存在离散束缚态，其波函数局域在势阱中。高于阈值时，能谱变为连续谱，解则描述离域散射态。**(b)** 对于碱金属原子，开放通道 V_1 （三重态）与闭合通道 V_2（单重态）之间的自旋依赖耦合会产生 Feshbach共振，在能量 E_1 处形成具有有限寿命的共振态，该态混合了闭合局域通道（蓝色）和开放散射通道（红色）。由于单重态和三重态通道具有不同的磁矩，外部磁场 B_0 会改变它们的相对能量，因此可以调节共振位置。**(c)** 存在第二个闭合通道 V_3 （黄色）时，能量为$E_{1,2}$ 的两个独立 Feshbach 共振之间的相消干涉，若失谐 $\delta = E_1 - E_2$ 满足束缚态连续谱条件，便可使其中一个共振与连续谱解耦。在这种情况下，离域开放通道的贡献（红色）完全消失，只剩下空间局域的闭合通道贡献（蓝色和黄色），从而在分子解离阈值以上形成 Friedrich–Wintgen 束缚态连续谱。Floquet 工程将调制频率ν 作为 δ的连续调节参数。**(d)** 用于描述 Friedrich–Wintgen 束缚态连续谱机制的有效非厄米二能级系统。能量为 $E_{1,2}$ 的两个态彼此以拉比频率 Ω 耦合，并以相干速率$\gamma_{1,2}$耦合到共同的连续谱；速率$\gamma'_{1,2}$ 则考虑了非相干衰减。直接耦合路径与连续谱介导的耦合路径可以发生相消干涉，抵消其中一个共振的有效衰减，从而产生嵌入连续谱且不衰减的束缚态。

关于自电离和激光诱导连续谱结构（LICS）的实验揭示了由干涉产生的极窄谱特征 [21, 22]。

然而，尽管取得了这些广泛进展，基于两个可连续调谐的 Feshbach 散射共振之间的相消干涉、对原始 Friedrich–Wintgen机制的量子力学实现，在实验上仍难以实现。尽管他们的工作奠定了理论框架，却未指出实现可调谐性并观测两个 Feshbach 共振之间避免交叉所需的具体控制参数。基于激光的冷原子加速器能够控制碰撞能量，为此提供了一条可能的途径 [23], ; 此外，理论预测，在 [24] 个 ^{87}Rb 原子的碰撞中会出现 Friedrich–Wintgen 束缚态连续谱。理论研究还表明，可通过在磁性 Feshbach共振附近进行相干光耦合来构造束缚态连续谱 [25]。然而，迄今尚无直接观测的报道。

在这里，我们通过对 Feshbach 共振进行弗洛凯工程，在由 ^{6}Li 构成的超冷原子气体中实现了 Friedrich–Wintgen 束缚态连续谱。为此，我们利用近期实现的一种控制机制：通过强磁场调制产生额外的 Feshbach 散射共振，并可调节其位置和宽度 [26]。在多项理论和实验研究中，已对调制引起的散射性质变化进行了探究 [27–36]。在我们实现 Friedrich–Wintgen 束缚态连续谱的方法中，调制频率 ν 充当可调控制参数，使我们能够在实验可及的碰撞能量下实现束缚态连续谱。这建立了一类新型的态，它们因量子干涉而束缚；此外，还有因能隙或拓扑不变性而束缚的态。

I. 有效非厄米模型

Friedrich–Wintgen 束缚态连续谱机制可以通过一个包含两个耦合于共同连续谱的离散态的最简模型来理解 [图 1（d）]。这种情形可以用一个非厄米哈密顿量有效描述[8, 24],

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} E_1 & \Omega \\ \Omega & E_2 \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\begin{pmatrix} \gamma_1 + \gamma_1' & \sqrt{\gamma_1\gamma_2} \\ \sqrt{\gamma_1\gamma_2} & \gamma_2 + \gamma_2' \end{pmatrix} \tag{1}$$

其中，实部描述了能量分别为 E_1 和 E_2 的两个裸能级，它们在某种外部控制作用下以强度 Ω 发生相干耦合。虚部表示与连续谱的耦合：对角元素体现各能级的独立衰减，而非对角元素 $\sqrt{\gamma_1\gamma_2}$ 描述了由共享连续谱介导的两个能级之间的相干耦合。系数 $\gamma_{1,\,2}$ 量化了耦合的相干部分，而 $\gamma'_{1,\,2}$ 表示额外的非相干衰减路径，这些路径会产生有限的共振宽度。这一区分十分重要，因为不同于传统的马尔可夫浴，这里传递到连续谱中的信息可以相干地返回这些态，从而为干涉形成束缚态连续谱提供了关键条件。

方程的本征值1 通常为复数，其实部和虚部分别对应共振位置和宽度。随着失谐量 $\delta = E_1 - E_2$ 变号，会形成避免交叉。沿着这条避免交叉曲线，总共振宽度

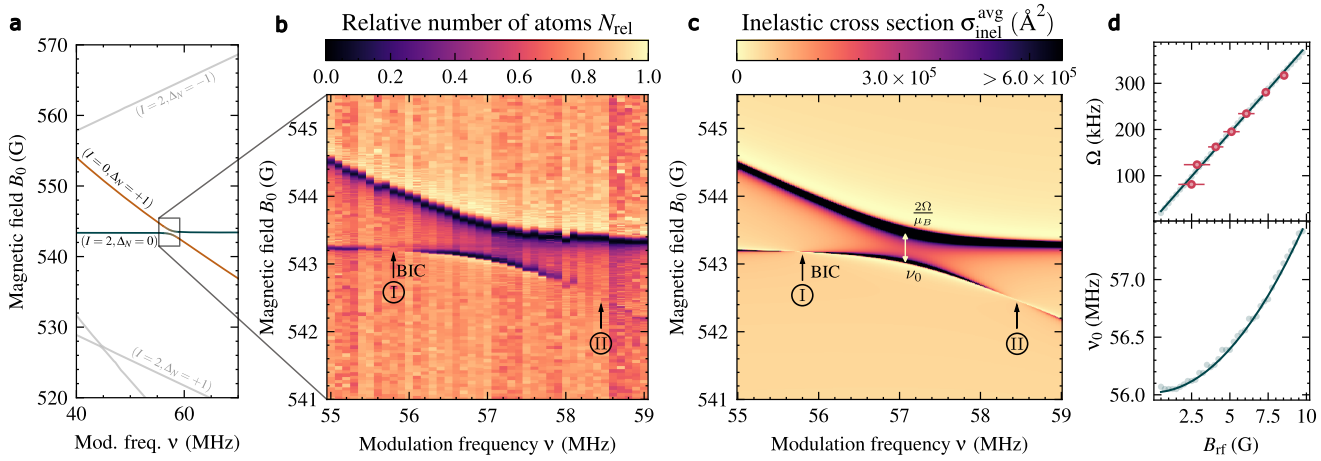

图 2. **Feshbach 共振避免交叉处束缚态连续谱的出现。（a）**Floquet–Feshbach 共振对调制频率的依赖性。Floquet调制对分子态进行缀饰，并诱导出额外的 Feshbach 共振；这些共振随调制频率的调谐方式不同，取决于引起共振的底层分子态。当两个此类共振彼此接近时，会形成避免交叉。**（b）**跨越（$I = 2,\ \Delta_N = 0$）和（$I = 0,\ \Delta_N = +1$）Floquet–Feshbach 共振之间避免交叉的实验原子损失谱。在两个不同区域中，下方的损失分支消失：I，调制频率约为 55.8 兆赫；II，接近 58.5 兆赫。束缚态连续谱形成于区域 I。两个分支之间微弱的水平特征源自静态 $I = 2$ 共振，是实验序列造成的伪影。**（c）**热平均非弹性散射截面 $\sigma^{\rm avg}{}_{\rm inel}$ 的耦合道计算再现了观测到的避免交叉，并确定了相同的区域 I 和 II。**（d）**耦合强度 Ω（上图）和数值计算得到的避免交叉位置 ν_0（下图）对调制振幅 $B_{\rm rf}$的依赖关系。耦合强度随 $B_{\rm rf}$线性增加（红点：实验；浅蓝点：耦合道计算；蓝线：线性拟合，斜率为 37.65 千赫/G）。强调制还会引起交流塞曼频移，使交叉中心频率发生二次偏移 ν_0（浅蓝点：数值数据；蓝线：二次拟合 $\nu_0 = \alpha B_{\rm rf}^2 + \beta$，其中：$\alpha = 0.0149$ 兆赫/G^2 和 $\beta = 56.04$兆赫）。

由本征值虚部之和给出，并保持不变。当满足连续谱中的束缚态条件时，系统会达到一个特殊点

$$\delta_{\rm BIC} = E_1 - E_2 = \Omega \frac{\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_1' - \gamma_2'}{\sqrt{\gamma_1 \gamma_2}} \qquad (2)$$

得到满足，此时一个本征态的宽度达到最大，而另一个达到最小。宽度最小的态对应于两个共振态的相干叠加，它们发生干涉，使得与连续谱的耦合消失，这与电磁诱导透明（EIT）中的暗态十分相似；在电磁诱导透明中，基态的相干叠加与激发态解耦 [37]。

II. 束缚态连续谱的实验特征

在实验中，我们通过束缚态连续谱对连续谱波函数的影响来识别它。束缚态连续谱的形成表现为弹性和非弹性散射相互作用同时受到抑制，这反映了其与散射连续谱的解耦。我们通过原子损失谱探测非弹性双体散射，同时通过分析原子云的集体激发来测量弹性相互作用。作为一种独立且互补的探测手段，我们进行射频光缔合，直接探测分子波函数。

A. 损失谱学

为研究避免交叉和束缚态连续谱的形成，我们在玻璃池中采用光学冷却和蒸发冷却技术制备超冷的 ^{6}Li样品，温度为 $T < 600$nK（见方法部分）。原子被制备成两种最低能超精细态的等量混合物，即 $|a\rangle = |f = 1/2, m_f = +1/2\rangle$ 和$|b\rangle = |f = 1/2, m_f = -1/2\rangle$，其中 f 表示总角动量，m_f 表示其投影。随后施加静磁场 B_0 和周期性弗洛凯驱动，并在施加100 ms调制脉冲后记录剩余原子数。弗洛凯调制由一对共振驱动的LC电路产生，其特征参数为频率 ν 和振幅 $B_{\rm rf} \approx 8.5$G。对于每个谱学数据点，至少对五次测量取平均，以减少逐次测量波动。通过同时扫描 B_0 和 ν，我们观察到两个弗洛凯–费什巴赫共振（$I = 0, \Delta_N = +1$）和（$I = 2, \Delta_N = 0$）之间显著的避免交叉 [图2(a-c)]，，其中 I 表示相应分子态 [2]，的总核自旋，Δ_N 表示弗洛凯驱动量子的相对数目 [26]。

图2(d)显示，两个 Floquet–Feshbach 共振之间的耦合强度 Ω 随调制振幅 $B_{\rm rf}$线性增加，这表明 Floquet 调制为控制不同 Feshbach共振之间的耦合提供了精确手段。在

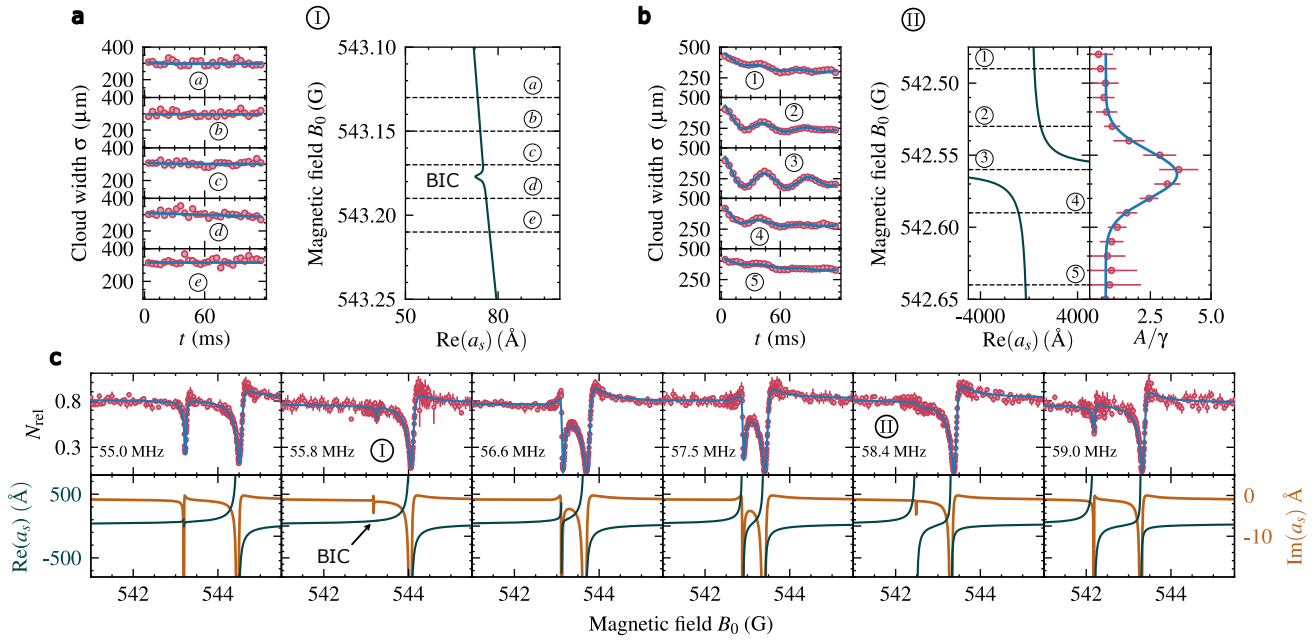

图 3. **束缚态连续谱的表征。(a)**，(b) 在 I 点(a) 和 II 点(b)记录的气体对突发陷阱猝冷的响应。在 I 点，Re(a_s) 中的极点消失，云团不表现出集体运动，这表明该态与连续谱解耦，从而形成束缚态连续谱。相比之下，在 II 点，Re(a_s) 中的共振极点驱动明显的集体呼吸振荡，可用振幅为 A 、衰减系数为 γ 的指数衰减正弦波拟合（见方法部分）。(c) 选定调制频率下穿过避免交叉的截面。上方面板显示调制后剩余原子数的相对值；下方面板显示与弹性和非弹性过程分别相关的 s-波散射长度 a_s 的实部（蓝色）和虚部（赭色）。在 I 点，Re(a_s) 中的极点和 Im(a_s) 中的极值均消失，表明系统与连续谱解耦并形成束缚态连续谱。在 II 点，只有虚部受到抑制，从而产生损失受抑制的共振弹性散射。

调制振幅较大时，二次交流塞曼频移还会使避免交叉的中心发生偏移。值得注意的是，可以确定两个原子损失受到强烈抑制的频率区间：区域 I 为 55.7 至 55.9 兆赫，区域 II 为 58.1 至 58.9 兆赫。

为在实验上区分区域 I 和区域 II，我们对陷阱进行突然猝冷（详见方法部分），并监测原子云随后产生的动力学响应 [图3(a,b)]。该响应可灵敏地探测弹性相互作用 [26, 38, 39]。在区域 II 中，云团表现出快速热化和明显的集体振荡，表明弹性相互作用很强。相比之下，在区域 I 中未观察到振荡。

为了理解这些观察结果，我们分析复数 s波散射长度 a_s，它表征低能碰撞：其[2, 40]实部描述弹性相互作用，而虚部编码非弹性损失。图 a_s 3(c) 展示了避免交叉过程中多个调制频率下的相应损失谱。在区域 I 和 II 中， a_s 的虚部共振特征都变得非常微弱，这解释了非弹性损失为何受到强烈抑制。然而，实部的表现有所不同。在区域 I 中，实部几乎不再呈现明显特征，这表明共振与连续谱脱耦，并证实

形成了束缚态连续谱。相比之下，在区域 II 中，实部仍呈现强烈的共振，因此尽管不存在非弹性损失，弹性散射仍得到增强。最近，有研究通过双色激发实现了与我们在此处区域 II 中观察到的类似的非弹性损失抑制，但没有出现避免交叉 [26]。

图 4定量刻画了 Friedrich–Wintgen 机制。图 (a) 对比了实验获得的共振位置、完整耦合道计算得到的共振位置，以及有效双能级哈密顿量（方程（1））本征值的实部。图 (b) 展示了沿避免交叉演化的相应共振宽度。束缚态连续谱表现为宽度显著降至仅 2。7mG，与其起源所对应的未着装 $I = 2$ Feshbach共振的 17。0 mG 宽度形成鲜明对比。

由于宽度之和在避免交叉过程中保持不变 [10]，，互补共振相应地获得最大宽度，有时称为超辐射态 [9]。实验测得的原子损失反映了非弹性过程；因此，弹性宽度由耦合道计算得出。由于与高阶Floquet连续谱耦合，在束缚态连续谱点仍存在微小的残余宽度；这种效应通过非相干

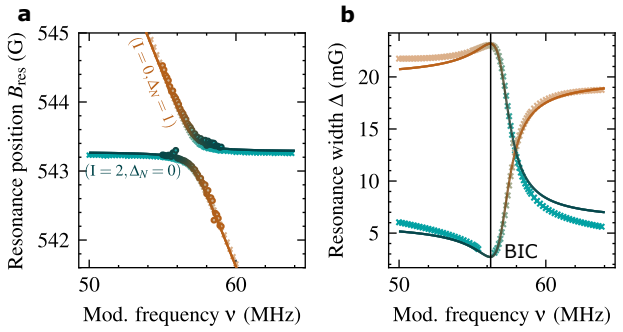

图4。 **与非厄米二能级模型的比较。(a)** 由有效非厄米二能级哈密顿量本征值的实部提取的共振位置（实线），与完整耦合道计算结果（叉号）和实验数据（圆点）进行比较。**(b)** 由本征值的虚部（实线）和耦合道计算（叉号）得出的对应共振宽度。束缚态连续谱出现在共振宽度的最小值处。预测的束缚态嵌入连续谱频率与实验观测值之间的微小差异，可能源于校准的调制振幅以及底层相互作用势存在不确定性。对方程 1 中的参数进行了迭代优化，以重现耦合道计算结果；详情见方法部分。颜色表示未耦合裸态在所得本征态中的混合比例。

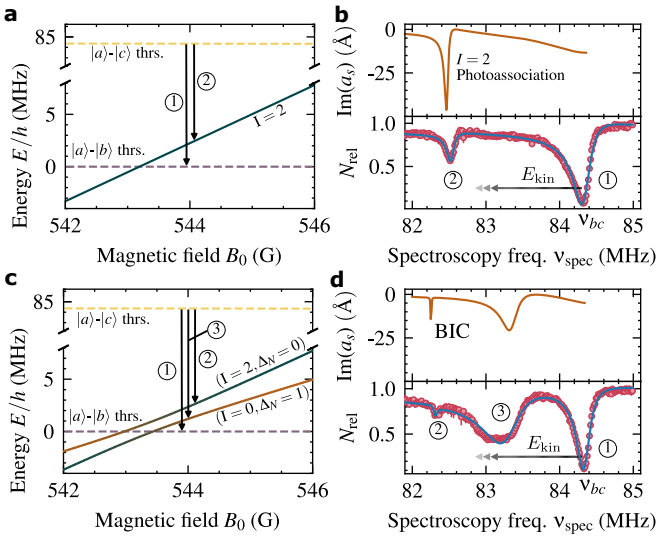

图5. **射频光缔合光谱。(a)** 射频光缔合的能级图和工作原理。虚线表示原子阈值（thrs.），实线表示阈值以下的分子束缚态和阈值以上的散射态。气体制备为 $|a\rangle$-$|c\rangle$ 混合物，射频场驱动 $|c\rangle \to |b\rangle$ 跃迁（箭头(1)）。除单原子自旋翻转外， $|a\rangle$-$|c\rangle$道中的两个碰撞原子还可通过光缔合形成 $|a\rangle$-$|b\rangle$分子（箭头(2)），其速率由散射态的弗兰克–康登重叠决定。**(b)** 无弗洛凯调制时，射频光缔合产生的原子损失谱（下图）以及 a_s 的虚部（上图）。射频失谐 ν_δ 确定了所探测的动能 $E_{\rm kin}$。谱中出现两个损失特征：(1) 单原子自旋翻转跃迁；(2) 与静态 $I = 2$ 费什巴赫共振相关的二体射频光缔合共振。**(c)** 施加55.74兆赫的弗洛凯调制后，着装态($I = 0, \Delta_N = +1$)共振在 $|a\rangle$-$|b\rangle$ 阈值处与静态($I = 2, \Delta_N = 0$)共振相交。**(d)** 对应的光谱显示了原子自旋翻转共振(1)和两个光缔合特征：原有的窄共振(2)和宽共振(3)。(3)具有完整的展宽，而(2)变窄，标志着束缚态连续谱的形成。拟合曲线与(3)的数据之间的偏差可能是由能量展宽与光谱频率变化时拉比频率改变共同造成的。由于两个共振之间的耦合，可以观察到轻微的位置偏移。

衰减系数 $\gamma'_{1,\ 2}$ 见方程 1。方法部分提供了优化过程的详细信息，该过程用于使有效模型与我们的系统相匹配。

B. 射频光缔合

为进一步研究 Feshbach 共振的干涉如何改变散射波函数并导致束缚态连续谱的形成，我们采用射频光缔合这一手段。自由原子散射连续谱中的光缔合可作为探测分子波函数的灵敏方法，因为谱线强度取决于自由原子散射态与分子态之间的 Franck–Condon波函数重叠 [33, 41, 42]。

为此，我们将冷原子样品制备成由超精细态 $|a\rangle$ 和 $|c\rangle = |f = 3/2$组成的混合物，$m_f = -1/2\rangle$。除了弗洛凯调制外，我们还施加第二个射频脉冲，其频率为$\nu_{\rm spec}$，偏振方向垂直于量子化轴，从而驱动从 $|c\rangle$ 到 $|b\rangle$的自旋翻转跃迁。

通过将 $\nu_{\rm spec}$ 调至低于 $|c\rangle \to |b\rangle$跃迁频率 ν_{bc}，我们可以探测$|a\rangle$-$|b\rangle$ 道中的散射波函数。失谐 $\nu_\delta = \nu_{bc} - \nu_{\rm spec}$ 直接对应于 $E_{\rm kin} = h\nu_\delta$ 高于$|a\rangle$-$|b\rangle$ 阈值的动能，在该能量处探测波函数，如图5所示。

在图5(a,b)中，展示了不存在弗洛凯调制时的能级以及相应的光缔合谱

静磁场为 $B_0 = 544.0$G 时的情况。光缔合谱呈现出两个特征：84.35 兆赫处的显著凹陷，对应单原子自旋翻转跃迁 ν_{bc}；以及 82.6 兆赫处较弱的凹陷，这是由射频光缔合至 $I = 2$Feshbach共振态所致。

施加弗洛凯调制后[图5（c、d）],能级和光缔合光谱均发生改变。对于调制频率$\nu = 55.74$ 兆赫、驱动强度 $B_{\rm rf} = 8$G，缀饰（$I = 0$， $\Delta_N = +1$）共振与（$I = 2$, $\Delta_N = 0$）共振在 $|a\rangle$-$|b\rangle$阈值以上形成反交叉。在这些条件下进行的耦合道计算预测，在动能

约为2兆赫 $\times h \approx 100\,\mu$K、位于阈值之上时，将出现束缚态连续谱。

由此产生的光缔合谱呈现出三个明显特征：单原子自旋翻转跃迁和两个射频光缔合共振。启用弗洛凯驱动后，与未驱动的情况相比，其中一个缔合共振受到强烈抑制[图 5(b)], 而另一个则相应地获得了完整的共振宽度。

这种抑制反映出束缚态连续谱在开放的 $|a\rangle$-$|b\rangle$ 道中的波函数振幅大幅减小，证实其与散射连续谱解耦。

III. 开放系统中的干涉保护量子态

通过弗洛凯控制构造束缚态连续谱的能力，为调控超冷物质中的相互作用和耗散提供了强有力的手段。这类受干涉保护的态可作为长寿命通道，通过拉曼技术或受激拉曼绝热通道技术实现基态分子形成 [43], ，也可用作探索非厄米和拓扑量子动力学（包括例外点 [44, 45]）的可控平台。

这项工作的一个直接延伸是探究能否利用多色 Floquet 驱动进一步降低束缚态连续谱的残余宽度。这种方法已被证明可有效抑制 Floquet–Feshbach 共振 [26] 和驱动的 Floquet–Hubbard 系统 [46]中的非弹性损失。此外，本文展示的相干耦合与受控耗散之间可调控的相互作用，为可编程开放量子系统以及干涉稳定的驱动量子物质的探索奠定了基础。

致谢

我们感谢 Akash Kamra、Andr´e Eckardt、Julian Fess、Yifei Bai、Andreas Guthmann 和 Aur´elien Perrin 提供富有洞见的意见，并认真审阅我们的手稿。本研究得到了德国研究基金会（DFG）通过合作研究中心 Sonderforschungsbereich SFB/TR185（项目编号 277625399）以及欧洲研究委员会（ERC）在欧盟“地平线欧洲”计划研究与创新项目下的 ERC 高级资助（编号 101200776）的支持。

[1]H.-P. Breuer 和 F. Petruccione，《开放量子系统理论》（牛津大学出版社，2007 年）。[2] C. Chin、R. Grimm、P. Julienne 和 E. Tiesinga，超冷气体中的费什巴赫共振，《现代物理评论》82，1225（2010）。[3] C. Cohen-Tannoudji、J. Dupont-Roc 和 G. Grynberg，《原子—光子相互作用》（Wiley-VCH，2008 年）。[4] M. Z. Hasan 和 C. L. Kane，专题综述：拓扑绝缘体，《现代物理评论》82，3045（2010）。[5] J. Preskill，NISQ 时代及其之后的量子计算，《Quantum》2，79（2018）。[6] J. von Neuman 和 E. Wigner，¨奇异的离散本征值。¨绝热过程中本征值的行为，《物理学杂志》30，467（1929）。[7] F. H. Stillinger 和 D. R. Herrick，连续谱束缚态，《物理评论 A》11，446（1975）。[8] C. W. Hsu、B. Zhen、A. D. Stone、J. D. Joannopoulos 和 M. Solja˘ci´c，连续谱束缚态，《自然综述：材料》1，16048（2016）。[9] A. F. Sadreev，干涉在开放系统中捕获波：连续谱束缚态，《物理学进展报告》84，055901（2021）。[10] H. Friedrich 和 D. Wintgen，干涉共振与连续谱束缚态，《物理评论 A》32，3231（1985）。[11] C. W. Hsu、B. Zhen、J. Lee、S.-L. Chua、S. G. John- son、J. D. Joannopoulos 和 M. Solja˘ci´c，辐射连续谱中的陷获光观测，《自然》499，188（2013）。[12] Y. Plotnik、O. Peleg、F. Dreisow、M. Heinrich、S. Nolte，A. Szameit 和 M. Segev，连续谱中光学束缚态的实验观测，《物理评论快报》107，183901（2011）。[13] A. Crespi、L. Sansoni、G. Della Valle、A. Ciamei、R. Ramponi、F. Sciarrino、P. Mataloni、S. Longhi 和 R. Osellame，粒子统计影响量子衰变和法诺干涉，《物理评论快报》114，090201（2015）。[14] R. Parker，平行板尾流脱落的共振效应：一些实验观测，《声学与振动杂志》4，62（1966）。[15] M. Kang、T. Liu、C. T. Chan 和 M. Xiao，连续谱束缚态在光子学中的应用，《自然综述：物理》5，659（2023）。[16] Y. Qiu、X. Zhang、K. Wang 和 L. Qian，基于连续谱束缚态与横向限制的微型化折射率传感器，《光学通讯》575，131265（2025）。[17] Z. Liu、Y. Xu、Y. Lin、J. Xiang、T. Feng、Q. Cao、J. Li、S. Lan 和 J. Liu，用于非线性超表面的高Q 连续谱准束缚态，《物理评论快报》123，253901（2019）。[18] Z. Dong、H. Li、H. Wang、Y. Pan、W. Yi 和 B. Yan，利用超冷原子观测连续谱中的高阶拓扑束缚态（2025），arXiv:2501.13499 [cond-mat.quant-gas]。[19] Y. Zhao、H. Wu、X. Li、L. Li、J. Xiao、Z.-Y. Zeng、Y. Chen 和 X. Luo，耗散弗洛凯光学晶格中连续谱束缚态的产生与稳定，《物理评论 A》112，053308（2025）。[20] Y. V. Kartashov、V. V. Konotop 和 L. Torner，自旋轨道耦合原子系统中的连续谱束缚态，《物理评论 A》96，033619（2017）。

[21] J. Neukammer、H. Rinneberg、G. J¨onsson、W. E. Cooke、H. Hieronymus、A. K¨onig、K. Vietzke 和 H. Spinger-Bolk，内部干涉抑制自电离，《物理评论快报》55, 1979（1985）。[22] K. B¨ohmer、T. Halfmann、L. P. Yatsenko、D. Charalam- bidis、A. Horsmans 和 K. Bergmann，氙的两个电离连续谱中的激光诱导连续谱结构，《物理评论 A》66，013406（2002）。[23] A. Rakonjac、A. B. Deb、S. Hoinka、D. Hudson、B. J. Sawyer 和 N. Kjærgaard，超冷原子激光加速器，《光学快报》37，1085（2012）。[24] M. Chilcott、S. Gayen、J. Croft、R. Thomas 和 N. Kjær- gaard，共振相互作用中S矩阵极点流的观测，《少体系统》65，61（2024）。[25] B. Deb 和 G. S. Agarwal，利用激光创建和操控连续谱束缚态：在冷原子和分子中的应用，《物理评论 A》90，063417（2014）。[26] A. Guthmann、F. Lang、L. M. Kienesberger、S. Bar- bosa 和 A. Widera，超冷气体中 Feshbach 共振的弗洛凯工程，《科学进展》11，eadw3856（2025）。[27] T. V. Tscherbul、T. Calarco、I. Lesanovsky、R. V. Krems、A. Dalgarno 和 J. Schmiedmayer，射频场诱导的Feshbach共振，《物理评论 A辑》81，050701（2010）。[28] D. J. Papoular、G. V. Shlyapnikov 和 J. Dalibard，微波诱导的法诺–费什巴赫共振，《物理评论 A》81，041603（2010）。[29] Q. Beaufils、A. Crubellier、T. Zanon、B. Laburthe-Tolra、E. Marechal、L. Vernac 和 O. Gorceix，分子的射频缔合：一种辅助费什巴赫共振，《欧洲物理学杂志D辑》56，99（2010）。[30] D. J. Owens、T. Xie 和 J. M. Hutson，利用射频场为超冷分子形成创建Feshbach共振，《物理评论 A》94，023619（2016）。[31] M. Holthaus，周期驱动光学晶格准能带中的弗洛凯工程，《物理学杂志B辑》49，013001（2015）。[32] A. Eckardt，专题综述：周期驱动光学晶格中的原子量子气体，《现代物理评论》89，011004（2017）。[33] Y. Ding、J. P. D'Incao 和 C. H. Greene，利用射频场有效控制冷碰撞，《物理评论 A》95，022709（2017）。[34] D. H. Smith，利用调制磁场在超冷原子中诱导共振相互作用，《物理评论快报》115，193002（2015）。[35] C. Dauer、A. Pelster 和 S. Eggert，理解超冷量子气体散射中的弗洛凯共振，《物理评论快报》135，033402（2025）。[36] M. Ballu、Z. Yao、B. Mirmand、D. J. Papoular、H. Per- rin 和 A. Perrin，超冷钠最弱束缚分子态的微波光谱学，《物理评论 A》112，013312（2025）。[37] M. Fleischhauer、A. Imamoglu 和 J. P. Marangos，电磁诱导透明：相干介质中的光学，《现代物理评论》77，633（2005）。[38] M. Bartenstein、A. Altmeyer、S. Riedl、S. Jochim、C. Chin、J. H. Denschlag 和 R. Grimm，BEC-BCS交叉处简并气体的集体激发，《物理评论快报》92，203201（2004）。[39] A. Altmeyer、S. Riedl、C. Kohstall、M. J. Wright、R. Geursen、M. Bartenstein、C. Chin、J. H. Denschlag、

and R. G rimm, Precisi关于测量 ts of collecti^ve os-

BEC-BCS交叉中的振荡，《物理评论快报》98, 040401 (2007)。[40] J. M. Hutson，超冷原子和分子碰撞中的 Feshbach 共振：阈值行为及散射长度中极点的抑制，《新物理学杂志》9, 152 (2007)。[41] K. M. Jones、E. Tiesinga、P. D. Lett 和 P. S. Julienne，超冷光缔合光谱：长程分子与原子散射，《现代物理评论》78, 483 (2006)。[42] W. C. St walley 和 H. Wang，超冷原子的光缔合：一种新的光谱技术，《分子光谱学杂志》195, 194 (1999)。[43] N. V. Vitanov、A. A. Rangelov、B. W. Shore 和 K. Bergmann，物理、化学及其他领域中的受激拉曼绝热通道，《现代物理评论》89, 015006 (2017)。[44] E. J. Bergholtz、J. C. Budich 和 F. K. Kunst，非厄米系统的例外拓扑，《现代物理评论》93, 015005 (2021)。[45] H. Xu、D. Mason、L. Jiang 和 J. G. E. Harris，具有例外点的光机械系统中的拓扑能量传递，《自然》537, 80 (2016)。[46] K. Viebahn、J. Minguzzi、K. Sandholzer、A.-S. Walter、M. Sajnani、F. G¨org 和 T. Esslinger，抑制 Floquet-Hubbard系统中的耗散，《物理评论 X》11, 011057 (2021)。[47] B. G¨anger、J. Phieler、B. Nagler 和 A. Widera，一种基于干涉滤光片激光系统的多功能费米型锂量子气体实验装置，《科学仪器评论》89, 093105 (2018)。[48] M. T. Cvita˘s、P. Sold´an、J. M. Hutson、P. Honvault 和 J.-M. Launay，Li+Li2超冷碰撞中的相互作用与动力学，《化学物理杂志》127, 074302 (2007)。[49] G. H. Rawitscher 和 I. Koltracht，一种求解薛定谔方程的高效数值谱方法，《计算机科学与工程》7, 58 (2005)。[50] R. Gonzales、J. Eisert、I. Koltracht、M. Neumann 和 G. Rawitscher，连续谱径向薛定谔方程的积分方程方法，《计算物理学杂志》134, 134 (1997)。[51] R. Gonzales、S.-Y. Kang、I. Koltracht 和 G. Rawitscher，耦合薛定谔方程的积分方程方法，《计算物理学杂志》153, 160 (1999)。[52] R. J. Le Roy、N. S. Dattani、J. A. Coxon、A. J. Ross、P. Crozet 和 C. Linton，$Li_2\left(X^1\Sigma_g^+\right)$ 和 $Li_2\left(A^1\Sigma_u^+\right)$ 从 2 到 90 °A 的精确解析势，以及 Li(2p) 的辐射寿命，《化学物理杂志》131, 204309 (2009)。[53] N. S. Dattani 和 R. J. Le Roy，DPF 数据分析得出精确解析势，适用于 $Li_2\left(a^3\sigma_u^+\right)$ 和 $Li_2\left(1^3\sigma_g^+\right)$，并将 $1^3\sigma_g^+$态渐近线附近的三态混合纳入其中，《分子光谱学杂志》268, 199 (2011)。[54] P. S. Julienne 和 J. M. Hutson，对比 ^{6}Li 和 ^{7}Li 中较宽的 Feshbach 共振，《物理评论 A》89, 052715 (2014)。[55] U. Fano 和 J. W. Cooper，稀有气体远紫外吸收光谱中的谱线轮廓，《物理评论》137, A1364 (1965)。

IV. 方法

A. 实验细节

首先，我们制备由 ^{6}Li原子组成的双组分热气体，原子处于两个最低超精细态 $|a\rangle$ 和$|b\rangle$，并将其限制在钢制真空腔内的光学偶极阱中 [47]。随后，利用焦距可调透镜将受限气体转移至玻璃池中。在玻璃池内进行实验对于达到振荡磁场所需的调制深度至关重要。图中示意性地展示了实验流程。6。转移后，施加一个较短的宽谱射频脉冲，以确保 $|a\rangle$和 $|b\rangle$形成等比例的自旋混合物。随后将磁场升至 820 G，并开启第二个偶极阱，形成交叉偶极阱，从而实现高效蒸发冷却。在分子形成开始之前停止蒸发，使温度低于 600 nK。随后将超冷云移至 543 G 附近的目标磁场，并保持 200 ms 以使磁场稳定，因此静态 $I = 2$ Feshbach共振的微弱水平特征得以显现，如图 2(a) 所示。随后施加 Floquet调制，持续 100 ms，由两个谐振驱动的 LC电路产生 [26]。调制结束后，将磁场升回 760 G，并通过 D_2跃迁的共振吸收成像检测剩余原子。

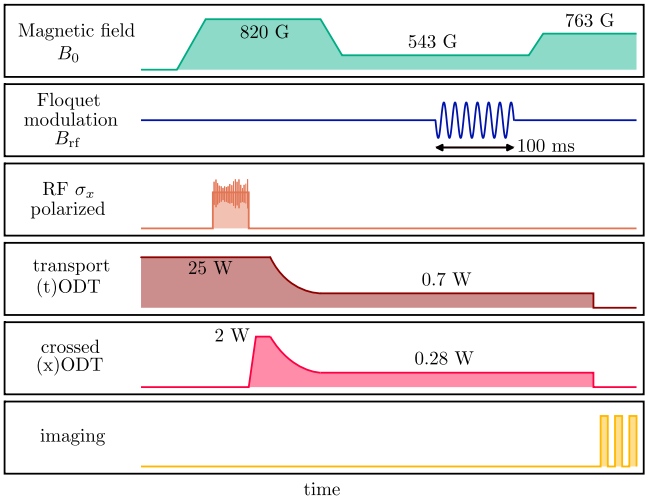

图 6. **实验损失光谱序列**。转移至玻璃池后，磁场迅速斜升至 820 G，并施加一个频谱展宽的射频脉冲，以制备 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$的等量混合物。随后，在交叉偶极阱中对气体进行蒸发冷却，使温度降至 600 nK 以下，然后将磁场斜升至目标值。待磁场稳定后，施加频率可变的弗洛凯调制，持续 100 ms。最后，将磁场斜升回 763 G，并通过共振吸收成像检测剩余的原子。

为探测弹性相互作用强度，我们按照参考文献 [26] 所述进行阱猝灭测量。气体按照上述步骤制备，不同之处在于，仅在输运阱中进行蒸发，不采用交叉光束构型。在施加 Floquet 驱动期间，阱功率突然从 1 W 降至 200 mW，从而激发集体呼吸动力学。经过可变的演化时间后，关闭 Floquet 驱动，并立即对云团成像。

射频光缔合测量的实验序列略有调整（见图 7）。制备好由 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$组成的等比例混合物后，将磁场扫至 600 G，并在此处通过 Landau–Zener扫描将原子从 $|b\rangle$ 转移至 $|c\rangle$。随后，在 300 G 下对所得 $|a\rangle$-$|c\rangle$ 混合物进行蒸发冷却，然后将磁场扫至目标值 544 G。待磁场稳定后，施加一个高功率、沿 σ_x方向偏振的射频脉冲，其拉比频率为 $2\pi \times 81$ kHz，持续 400 ms，以驱动从连续谱中的 $|a\rangle$-$|c\rangle$ 散射态到 $|a\rangle$-$|b\rangle$ 连续谱的光缔合跃迁。为观测束缚态连续谱，同时施加沿量子化轴偏振的弗洛凯调制。剩余原子采用上述相同的共振吸收成像方法进行探测。

Floquet 调制深度 $B_{\rm rf}$ 通过由.....引起的超精细能级交流塞曼频移进行校准

驱动，遵循文献 [26]中的步骤。

B. 耦合道计算

在超冷温度下，二体碰撞由 s波散射主导，可用复数 s波散射长度 a_s 来表征。对于纯弹性碰撞， a_s 为实数，而非弹性过程会引入一个虚部，用于描述损失。弹性和非弹性散射截面可直接由 a_s [48]得出。

为计算 a_s ，我们采用耦合道方法；对于冷原子系统而言，这类方法非常适用，因为多个内通道会参与散射过程。这些方法求解完整的多通道薛定谔方程，既可采用微分形式，也可等价地表示为一组耦合的利普曼–施温格积分方程。我们使用一种算法求解耦合的利普曼–施温格方程，该算法将散射波函数展开为切比雪夫多项式，从而获得准确且数值稳定的结果 [49–51]。

准确的耦合道计算需要精确的分子相互作用势。本工作所使用的相互作用势基于高分辨率光谱数据[52, 53] ，并按照文献 [54]中的步骤进行了进一步优化。本文数值结果所使用的 Floquet 哈密顿量的详细信息见文献[26]。对于与射频相关的 Im(a_s)的计算，

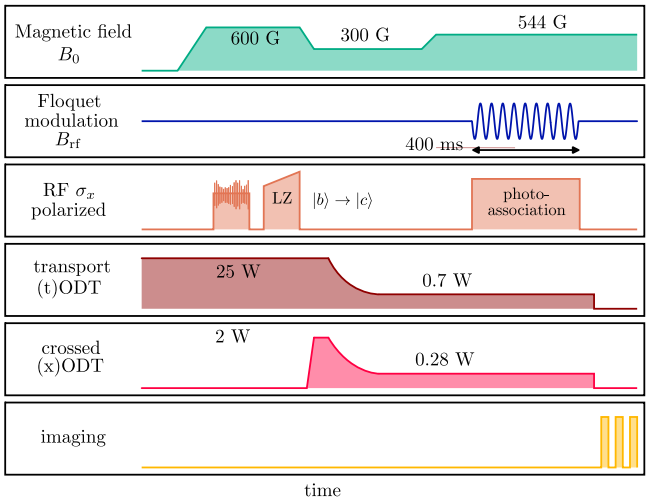

图 7. **实验射频光缔合序列**。 在玻璃池中制备超冷气体后（见图 6），将磁场升至 600 G，并施加一个频谱展宽的射频脉冲。随后通过 Landau–Zener 扫描，将原子从 $|b\rangle$ 转移到 $|c\rangle$，生成 $|a\rangle$-$|c\rangle$ 混合物。随后在 300 G 下对该混合物进一步进行蒸发冷却，再将磁场升至目标值 544 G。在此磁场下，高功率射频脉冲驱动原子从 $|a\rangle$-$|c\rangle$ 连续谱向 $|a\rangle$-$|b\rangle$ 道进行光缔合，同时施加 Floquet 调制以访问束缚态连续谱。检测采用与损耗光谱序列相同的吸收成像程序。

图5中所示的光缔合数据图5（d）中，我们扩展了哈密顿量，加入了一个额外的场项，用于描述 σ_x偏振射频光谱驱动。

对于 图 2(c) 中所示的热平均非弹性截面，我们计算 $\sigma_{\rm inel}(E_c$ 在若干碰撞能量 E_c 下的值，并进行玻尔兹曼加权平均。令 $p(E_c)$ 为玻尔兹曼分布，平均截面为

$$\sigma_{\rm inel}^{\rm avg} = \int p(E_c)\sigma_{\rm inel}(E_c)\mathrm{d}E_c\,. \tag{3}$$

C. 双能级哈密顿量的参数

为利用公式 1对（$I = 2$，$\Delta_N = 0$）与（$I = 0$，$\Delta_N = +1$）Floquet–Feshbach 共振之间的避免交叉进行建模，需要重新定义裸能级 E_1 和E_2 。我们将 E_2 赋予静态（$I = 2$，$\Delta_N = 0$）共振，该共振未经过 Floquet 修饰，因此与调制频率无关。其能量为 $E_2 = \mu_B B_0$，其中 B_0表示传统静态 $I = 2$ Feshbach共振的磁场位置，而 μ_B 表示玻尔磁子。相比之下，赋予（$I = 0$，$\Delta_N = +1$）共振的 E_1 取决于驱动频率 ν。尽管这种依赖通常是非线性的， [26], 但在实验所涉及的频率范围内可以很好地近似为线性相关频率范围内。因此，我们将其建模为$E_1 = \mu_B[B_0 + \kappa(\nu - \nu_0)]$，，其中 ν_0 是两个 Floquet–Feshbach 共振在无耦合 Ω 的情况下于 B_0 处相交时的调制频率。根据这些定义，哈密顿量公式 1变为

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} \mu_B[B_0 + \kappa(\nu - \nu_0)] & \Omega \\ \Omega & \mu_B B_0 \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\begin{pmatrix} \gamma_1 + \gamma_1' & \sqrt{\gamma_1\gamma_2} \\ \sqrt{\gamma_1\gamma_2} & \gamma_2 + \gamma_2' \end{pmatrix} \tag{4}$$

由其复特征值 $\lambda_{1/2}$ 可通过除以 μ_B得到共振位置和宽度。

公式 4 的参数 通过迭代拟合过程确定。首先，优化哈密顿量的实部，使 Re($\lambda_{1/2}$) 重现实验观测到的共振位置。接着，调整虚部，使 Im($\lambda_{1/2}$) 与数值计算得到的共振宽度相匹配。由于改变虚部会使共振位置略微偏移，因此交替进行这两个步骤，直至收敛。最终优化得到的参数列于 表 I。

表 I. 公式 4 的参数，经过优化以拟合观测到的 ($I = 2, \Delta_N = 0$) 与 ($I = 0, \Delta_N = +1$) Floquet–Feshbach 共振之间的避免交叉。

参数	数值
B_0	543.28 G
κ	-0.5443 G/兆赫
ν_0	57.0 兆赫
Ω/h	327。79 千赫兹
γ_1/h	48。69 千赫兹
γ_2/h	9.18 千赫兹
γ_1'/h	6.93 千赫
γ_2'/h	7.70 千赫

D. 损耗光谱数据拟合

为了拟合实验损耗数据，我们使用法诺线型之和 [55],

$$N_{\rm rel}B = \sum_i N_i \frac{(q_i + \beta_i)^2}{1 + \beta_i^2} + N_0\,, \tag{5}$$

其中形状参数为 q，并且

$$\beta_i = \frac{B - B_i^{(0)}}{\Delta_i/2}\,, \tag{6}$$

其中 $B_i^{(0)}$ 对应第 i 个共振的位置， Δ_i 对应其宽度。因子 N_0 表示恒定偏移， N_i 则缩放各个共振的高度。

从损耗光谱数据中提取出磁劈裂$\Delta_B = (B_1^{(0)} - B_2^{(0)})$，并据此通过 2Ω 得到耦合强度 $= \mu_B\Delta_B$，从而得到图 2(d)。

E. 猝冷响应拟合

为量化图3(a,b) 所示的弹性散射贡献，我们按照文献 [26]中的方法，分析云团对突然施加的陷阱猝冷的响应。在每个演化时刻，记录并平均多张吸收图像，并用高斯函数拟合横向密度分布，以提取云团宽度 $\sigma(t)$。随后采用以下模型拟合所得的时间序列：

$$\sigma(t) = \sigma_0 + Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \theta) + Be^{-\gamma_B t}, \qquad (7)$$

其中， σ_0 表示无振荡时的平衡宽度。振荡项描述了受限气体的呼吸模响应，其振幅为 A、阻尼率为 γ、频率为 ω 、相位为 θ。最后的指数项刻画了非振荡弛豫过程，其振幅为 B 、衰减率为 γ_B。绘制A/γ 即可呈现弹性共振响应。