迈向概率战略定时CTL

Wojciech Jamroga 波兰科学院计算机科学研究所 & 托伦哥白尼大学
jamroga@ipipan.waw.pl

Marta Kwiatkowska 波兰科学院计算机科学研究所 & 牛津大学计算机科学系
marta.kwiatkowska@cs.ox.ac.uk

Wojciech Penczek 波兰科学院计算机科学研究所 波兰华沙
penczek@ipipan.waw.pl

Laure Petrucci LIPN，法国国家科学研究中心UMR 7030，巴黎北索邦大学 法国维勒塔讷斯
petrucci@lipn.univ-paris13.fr

Teofil Sidoruk
波兰科学院计算机科学研究所，波兰华沙
t.sidoruk@ipipan.waw.pl

arXiv:2602.10824v1 [cs.LO] 11 Feb 2026

摘要
我们定义了**PSTCTL**，这是一种战略定时**CTL**（**STCTL**）的概率式变体，其解释基于具有连续时间和异步执行语义的随机多智能体系统。**STCTL** 以**ATL**的方式为**TCTL** 扩展了战略算子。此外，我们展示了采用irP策略进行验证的可行性。

关键词
模型检验，策略能力，概率验证，实时

1 引言

战略定时计算树逻辑（**STCTL**） [5] 沿两个重要方向扩展了经典分支时间逻辑 **CTL** [11, 12]：首先，加入离散时间或连续时间表示；其次，使多智能体系统中的战略推理成为可能。因此，它回应了形式化验证中持续出现的需求与挑战，提供了一种比类似形式体系（即交替时序逻辑 **ATL**[2, 3, 17, 21] 及其定时变体 [5, 25]）更丰富的规范语言，同时不会增加计算复杂性开销。

然而，要充分刻画现实世界行为的多样性——这些行为受不确定性影响——我们需要考虑概率模型和规约。因此，我们研究 **PSTCTL**，即 **STCTL** 的概率式变体。一方面，它是对广为人知的形式体系 **PCTL** 和**PTCTL** [6, 9, 15]的战略扩展。与这两种逻辑通常用于同步或轮流制环境不同，**PSTCTL** 在概率式连续时间异步多智能体系统（PCAMAS）上进行解释，从而能够对不完美信息策略进行推理。另一方面，**PSTCTL** 也是近期提出的线性时间逻辑**PTATL** [19], 的一种自然的分支时间对应形式，也是分支时间框架平行研究路线中缺失的一环。我们展示了在实践中对 **PSTCTL** 进行模型检验的可行性。不同于近期关于 **PTATL** [19],的研究，我们关注的是不完美信息无记忆智能体的概率式（irP）策略，而非确定式（irp）策略。

相关工作。 **SCTL** 和**STCTL** [5] 分别在经典分支时间逻辑**CTL** [11, 12] 及其（连续或离散）时间扩展**TCTL** [1] 中加入了策略模态。**ATL** [2, 3] 和**TATL** [22, 25] 则是相应的线性时间形式化体系，基于**LTL** [28]。**ATL** 随后沿多个方向得到进一步发展，例如加入认知推理 [14, 18],策略上下文 [10, 24], ，或对智能体的不确定性进行量化[30]。与**PSTCTL** 最接近的线性时间对应逻辑，是近期提出的**PTATL** [19], ，尤其是在不完美信息设定下（由于验证复杂度显著更高，这类设定很少与概率逻辑和模型结合考察）。文献 [7, 8],从理论上研究了不完美信息下的无时间**PATL** （但其解释基于同步模型），并证明其对确定式和概率策略分别是 Δ_2^{P}-完全，且属于**指数时间**。

2 预备知识

本节回顾来自[5, 19, 20]的相关理论背景。随后，我们定义 **PSTCTL**的语法和语义。

智能体。 概率连续时间异步多智能体系统（PCAMAS） [19] 是由概率定时自动机（PTA）组成的网络，其组件代表单个智能体。遵循并发系统理论中的建模传统，局部（私有）转换以异步方式交错执行，而同步则发生在两个或更多智能体共享的动作上 [13, 20, 26]。然而，该形式体系还具有同步框架中通常存在的一项特性，即协议，它列出了智能体可执行的动作。组件乘积（或 PCAMAS模型）刻画了系统的全局行为，而具体模型则为状态添加了连续时间表示。

策略。 智能体（联盟中的智能体）的条件计划规定了其在每种可能情况下的选择，称为（联合）策略，通常根据智能体的状态信息分类：完美（I）与不完美（i）；状态历史记忆：完美（R）与无记忆（r）；以及动作选择：概率式（P）与确定式（p）。

我们关注无回忆的无记忆策略，即 irP 类型的策略。形式上，智能体 i 的 irP策略是一个函数，它将 i的局部状态映射到这些状态下可用动作 i上的概率分布。请注意，确定式（irp）策略是 irP 的特例，其中仅考虑点分布。

逻辑。 概率式战略定时**CTL** （**PSTCTL**）的语法：

$$\varphi ::= \mathrm{p} \mid \neg\varphi \mid \varphi \wedge \varphi \mid \langle\langle A \rangle\rangle \gamma,$$
$$\gamma ::= \varphi \mid \neg\gamma \mid \gamma \wedge \gamma \mid \mathbb{P}^{\bowtie z}\gamma \,\mathsf{U}_I \gamma \mid \mathbb{P}^{\bowtie z}\gamma \,\mathsf{R}_I \gamma,$$

包括战略模态 A（表示智能体联盟A 拥有一种策略，能够确保后续性质成立）、连续时间区间 $I \subseteq \mathbb{R}_{0+}$ （用于限制其所修饰的时态算子的求值），以及**PCTL**风格的概率路径算子 $\mathbb{P}^{\bowtie z}$ （表示满足后续性质的路径发生概率与常数 z之间满足关系 $\bowtie$ ）。

原子命题 p、时序算子 U_I、R_I（以及派生算子 F_I、G_I）和它们的布尔组合均按通常方式定义 [5, 19]。下面给出 **PSTCTL** 特有情形的语义子句：

- $M, (s, v) \models A\mathbb{P}^{\bowtie z}\psi$ 当且仅当存在一个联合策略 σ_A，使得对于所有 $\mu_M((s, v)\ \sigma_A) \in out_M((s, v)\ \sigma_A)$，都有$\mu_M((s, v)\ \sigma_A)(\{\rho \mid M\ \rho \models \psi\}) \bowtie z$，其中：
  - $M\ \rho \models \gamma_1 U_I \gamma_2$当且仅当存在 $r \in I$，使得：$M^{\pi_\rho}(r) \models \gamma_2$并且对于所有 $0 \le r' < r$：$M^{\pi_\rho}(r') \models \gamma_1$。
  - $M\ \rho \models \gamma_1 R_I \gamma_2$当且仅当对于所有 $r \in I$：$M^{\pi_\rho}(r) \models \gamma_2$，或者存在 $0 \le r' < r$：$M^{\pi_\rho}(r') \models \gamma_1$。

在上述内容中，$out_M((s, v)\ \sigma_A)$表示具体状态（s，v）下策略 σ_A 的结果，也就是从（s，v）出发、与 σ_A一致的执行所诱导的所有概率分布的集合。形式化定义请参见 [19]。此外，π_ρ表示与执行 ρ对应的稠密路径，见 [27]。

3 实验

本节讨论采用概率策略对**PSTCTL**（$\mathbf{PSTCTL}_{\mathrm{irP}}$）进行实际模型检测。该方法与针对$\mathbf{PTATL}_{\mathrm{irP}}$的算法截然不同；后者结合了两个验证器：IM-ITATOR（处理 irp 策略和时间约束）与 PRISM（处理概率约束），详见 [19]。由于 irP策略可以在每次访问局部状态时选择不同的动作，[19]中介绍的策略编码不再适用；而时间和概率都可以由 PRISM 处理（不过，记住 irp 策略所选的动作并不容易）。

为解决这一问题，对于输入PCAMAS S中联盟智能体的每个局部状态，我们为每个可用动作定义一个参数，表示在该智能体的irP策略中选择此特定动作的概率，见图1。

```
const double p, q, r; // 控制器模块参数 ...

[] locC=0 -> p : (locC'=1) + q : (locC'=2) + r : (locC'=3) + 1-p-q-r : (locC'=4);
```

图1：n = 4 时 PRISM模型中的概率选择。

基准测试。 经典的 Train-Gate-Controller (TGC) 场景 [4, 16, 20] 按照列车数量 n进行了扩展。第 i 辆列车通过隧道需要 $n+1-i$ 个时间单位，例如第一辆需要 n，最后一辆需要 1。公式 $\varphi = C$ $\mathbb{P}^{\geq 0.8}\mathbf{F}^{[0,T]}(\text{passed}_1 \wedge \text{passed}_2)$ 表示控制器 C 有一个策略，能够让前两辆列车在时间 T 之前通过隧道，且概率至少为 0.8。显然，任何 irp 策略都不满足该公式；与之相反，irP策略会在 C的初始状态下，为选择列车 1 和 2 的动作赋予足够高的概率。

请注意，尽管 PRISM 不支持对定时自动机模型进行参数化验证，但可以通过使用 -exportdigital 参数提取数字时钟引擎生成的中间模型来规避这一问题

n	T=5	T=30	T=100
1 列车	不适用（需要 $n \geq 2$ 列车）		
2 列车	0.1 秒	0.1 秒	0.1 秒
3 列车	0.1 秒	0.7 秒	28.6 秒
4 列车	0.4 秒	4.1 秒	493 秒
5 列车	4.1 秒	849 秒	内存超限

表 1：TGC 在 n 列车和时间约束 T 下的结果。

在 [23], 适当的限制条件下，该模型是一个保留概率可达性值并保留参数声明的离散时间马尔可夫决策过程，因此可以反馈回 PRISM。

测试平台。 PRISM 在适用于 Linux 的 Windows 子系统（WSL）上运行，测试设备配备 4.0 GHz 中央处理器（8 个核心、16 个线程）和 64 GB 内存。表 1 中的结果包含验证和模型生成时间（后者始终可以忽略不计）；内存超限 表示内存使用量超过 32 GB（即总可用内存的一半，遵循 WSL 的默认设置）时进程终止。

结果。 虽然我们首次成功验证了涉及智能体概率选择的战略性质，但显然，我们的初始方法可扩展性有限。当列车数量超过 $n = 5$ 时，PRISM 不再返回所定义参数的任何综合概率值（或其取值范围）。因此，对于较大的模型，以这种方式编码概率选择的成本可能过高。不过，这一结果并不意外，因为 PSTCTL 验证在理论上具有较高的复杂度；这凸显了我们不仅需要实现更高效算法的专用工具，还需要近似方法和模型抽象等互补技术。

4 结论

我们提出了**PSTCTL**，这是一种带有连续时间的战略**CTL**概率式变体，并首次在实际模型检测中处理了 irP策略的情况。未来有多个研究方向，包括正式确立$\mathbf{PSTCTL}_{\mathrm{irP}}$ 和$\mathbf{PSTCTL}_{\mathrm{irP}}$的表达能力及模型检验复杂度，以及研究定时策略与非定时策略。

致谢

本研究得到了法国国家科学研究中心国际研究项目“Le Trójkąt”、波兰国家研究与发展中心和卢森堡国家研究基金会资助的 PolLux/FNR-CORE 项目 SpaceVote (POLLUX-XI/14/SpaceVote/2023)、PHC Polonium 项目 MoCcA (BPN/BFR/2023/1/00045)，以及 ANR-22-CE48-0012 项目 BISOUS 的支持。M. Kwiatkowska 在休假期间参与了本研究，并感谢欧洲研究委员会通过欧盟地平线 2020 研究与创新计划（FUN2MODEL，资助协议编号 834115）提供的资助。

参考文献

[1] Rajeev Alur、Costas Courcoubetis 和 David L. Dill。1993。稠密实时系统中的模型检测。*Information and Computation* 104, 1（1993），2–34。[2] Rajeev Alur、Thomas A. Henzinger 和 Orna Kupferman。1997。交替时序逻辑。载于*FOCS'97* 论文集。IEEE 计算机学会，100–109。[3] Rajeev Alur、Thomas A. Henzinger 和 Orna Kupferman。2002。交替时序逻辑。*ACM Journal* 49（2002），672–713。[4] Rajeev Alur、Thomas A. Henzinger 和 Moshe Y. Vardi。1993。参数化实时推理。载于*STOC '93* 论文集（美国加利福尼亚州圣迭戈）。ACM，592–601。https://doi.org/10.1145/167088.167242

[5] Jaime Arias、Wojciech Jamroga、Wojciech Penczek、Laure Petrucci 和 Teofil Sidoruk。2023。战略（定时）计算树逻辑。载于*AAMAS'23* 论文集。ACM，382–390。[6] Christel Baier 和 Joost-Pieter Katoen。2008。模型检测原理。麻省理工学院出版社。[7] Francesco Belardinelli、Wojciech Jamroga、Munyque Mittelmann 和 Aniello Murano。2023。随机环境中遗忘型智能体的战略能力。载于*KR'23* 论文集。726–731。[8] Francesco Belardinelli、Wojciech Jamroga、Munyque Mittelmann 和 Aniello Murano。2024。使用遗忘型策略验证随机多智能体系统。载于*AAMAS'24* 论文集。ACM，160–169。[9] Andrea Bianco 和 Luca de Alfaro。1995。概率与非确定性系统的模型检验。载于*FSTTCS 1995*（《计算机科学讲义》，第*1026*卷）论文集。施普林格，499–513。[10] Thomas Brihaye、Arnaud Da Costa Lopes、François Laroussinie 和 Nicolas Markey。2009。具有策略上下文和有界记忆的 ATL。载于 *LFCS'09*（《计算机科学讲义》，第*5407*卷）论文集。施普林格，92–106。[11] E.M. Clarke 和 E.A. Emerson。1981。使用分支时序逻辑设计和综合同步骨架。载于程序逻辑研讨会（《计算机科学讲义》，第*131*卷）论文集。52–71。[12] Edmund M. Clarke、Orna Grumberg、Daniel Kroening、Doron A. Peled 和 Helmut Veith。2018。模型检测原理，第二版。麻省理工学院出版社。[13] Ronald Fagin、Joseph Y. Halpern、Yoram Moses 和 Moshe Y. Vardi。1995。关于知识的推理。麻省理工学院出版社。[14] Dimitar P. Guelev 和 Catalin Dima。2012。具有完美回忆、过去时态和策略上下文的认知 ATL。载于*CLIMA-XIII*（《计算机科学讲义》，第*7486*卷）论文集。施普林格，77–93。[15] Hans Hansson 和 Bengt Jonsson。1994。用于时间与可靠性推理的逻辑。*Form. Asp. Comp.* 6, 5（1994），512–535。[16] W. van der Hoek 和 M. Wooldridge。2002。面向认知目标的易处理多智能体规划。载于*AAMAS'02* 论文集。ACM 出版社，1167–1174。[17] Wojciech Jamroga。2015。多智能体系统规约与验证的逻辑方法。波兰科学院计算机科学研究所出版社。[18] Wojciech Jamroga 和 Nils Bulling。2011。比较战略能力的变体。载于*IJCAI'11* 论文集。252–257。

[19] Wojciech Jamroga、Marta Kwiatkowska、Wojciech Penczek、Laure Petrucci 和 Teofil Sidoruk。2025。概率定时交替时序逻辑。载于*AAMAS'25*会议论文集。ACM，1051–1059。[20] Wojciech Jamroga、Wojciech Penczek、Teofil Sidoruk、Piotr Dembinski 和 Antoni W. Mazurkiewicz。2020。面向策略能力的偏序约简。人工智能研究杂志68 (2020)，817–850。[21] Magdalena Kacprzak 和 Wojciech Penczek。2005。交替时序逻辑的完全符号化无界模型检验。自主智能体与多智能体系统11, 1 (2005)，69–89。[22] Michal Knapik、Étienne André、Laure Petrucci、Wojciech Jamroga 和 Wojciech Penczek。2019。定时交替时序逻辑：忘掉记忆，只需计数。人工智能研究杂志66 (2019)，197–223。[23] Marta Z. Kwiatkowska、Gethin Norman、David Parker 和 Jeremy Sproston。2006。使用数字时钟对概率定时自动机进行性能分析。形式化方法与系统设计29, 1 (2006)，33–78。[24] François Laroussinie 和 Nicolas Markey。2015。为ATL增添策略上下文。*Information and Computation*245 (2015)，98–123。[25] François Laroussinie、Nicolas Markey 和 Ghassan Oreiby。2006。针对持续时间并发博弈结构的定时ATL模型检验。载于*FORMATS'06*会议论文集（《计算机科学讲义》第*4202*卷）。施普林格，245–259。[26] Alessio Lomuscio、Wojciech Penczek 和 Hongyang Qu。2010。交错多智能体系统上的时序认知逻辑模型检验的偏序约简。*Fundam. Informaticae* 101, 1-2 (2010)，71–90。[27] Wojciech Penczek 和 Agata Pólrola。2006。时间*Petri*网与定时自动机验证进展：时序逻辑方法。《计算智能研究》第20卷。施普林格。[28] Amir Pnueli。1977。程序的时序逻辑。载于*FOCS*会议论文集。46–57。[29] Pierre-Yves Schobbens。2004。具有不完美回忆的交替时逻辑。载于*LCMAS'03*会议论文集，第85(2)卷。1–12。[30] Masoud Tabatabaei 和 Wojciech Jamroga。2023。为学习而博弈，还是为保密而博弈：交替时逻辑遇上信息论。载于*AAMAS'23*会议论文集。ACM，766–774。https://doi.org/10.5555/3545946.3598710