arXiv:2602.10873v1 [cond-mat.quant-gas] 11 Feb 2026

具有可调相互作用的 ^{39}K玻色–爱因斯坦凝聚体中物质波四波混频的实验研究

Yue Zhang,[1] Liangchao Chen,[1,2,*] Zekui Wang,[1] Yazhou Wang,[1] Pengjun Wang,[1,2] Lianghui Huang,[1,2] Zengming Meng,[1,2] Zhuxiong Ye,[1] Wei Han,[1,2] 以及 Jing Zhang[1,2,†]

[1] *State Key Laboratory of Quantum Optics Technologies and Devices, Institute of Opto-electronics, Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China*

[2] *Hefei National Laboratory, Hefei, Anhui 230088, China*（日期：2026年2月12日）

我们实验研究了 ^{39}K玻色–爱因斯坦凝聚体中物质波的四波混频（FWM），原子相互作用通过费什巴赫共振进行调节，并考察了两种几何构型。对于单自旋组分构型，四波混频产率随散射长度增大而提高。对于双自旋组分构型，我们专门研究了液滴相和气体参数区间中的四波混频。我们发现，四波混频产率在气体相与液滴相之间的临界参数区域附近达到最大值。本研究有助于优化用于物质波放大和纠缠原子对产生的四波混频产率，从而有利于其在量子信息处理和精密测量中的应用。

I. 引言

原子和光子在粒子性与波动性方面有许多相似之处。光子可以经历非线性四波混频（FWM）过程，即三个光子输入介质后，相干地产生第四个处于不同模式的光子 [1–4]。光学四波混频能够产生非经典光子态，使其在科学技术的诸多领域发挥重要作用 [5–8]。与光子类似，相干物质波中的原子也可以经历四波混频过程，即不同动量模式中的三个物质波波包相互作用，产生一个新的物质波波包。物质波四波混频通过原子间相互作用实现，无需非线性介质的辅助。物质波四波混频因其在物质波放大 [9–13], 、关联粒子对产生 [14–17], 以及其他物质波非经典态 [18–21], 方面的潜在应用而日益受到关注，这将为量子信息处理和精密测量开辟新的可能性 [22–26]。

迄今为止，物质波四波混频已得到广泛研究，主要集中于两种构型。在第一种构型中，参与过程的四个动量均属于同一自旋组分，从而仅在动量模式之间发生相干散射 [11–15，27–30]。Deng等人首次通过实验确认，单组分玻色-爱因斯坦凝聚体（BECs）中可以发生物质波四波混频，这极大地推动了非线性原子光学的发展 [27]。研究表明，具有高增益的原子四波混频能够产生两束宏观占据的对关联原子束 [14]。物质波的简并四波混频也已在光学晶格中被观测到 [9–11]。在第二种构型中，参与过程的四个动量分布于不同的自旋组分之间，由此产生同时涉及动量和自旋自由度的相干散射 [31–35]。在两种自旋态的原子碰撞中，人们已观测到共线物质波四波混频 [32], ，并发现引入自旋交换相互作用后，四波混频产率会发生周期性的塌缩与复苏 [33]。尽管原子相互作用对四波混频过程至关重要，但在以往的实验中，其可调控效应尚未得到系统考察或比较。

本文实验研究了 ^{39}K 玻色-爱因斯坦凝聚体中的物质波四波混频（FWM）。这类凝聚体具有多个费什巴赫共振，可对原子相互作用进行精确调控 [36–39]。通过调节两个自旋态之间的自旋内和自旋间相互作用，系统可从气相转变为液滴相。在液滴区，平均场效应相对较弱，而李-黄-杨修正所描述的量子涨落效应则显现出来，并可能引发有趣的强关联现象[40–47]。我们研究了可调原子相互作用对两种构型中四波混频的影响（见图1），发现相互作用会显著改变四波混频产率。在单自旋组分构型中，四波混频产率随相互作用强度增加。特别是，在双自旋组分构型中，我们在液滴区和气体参数区间均开展了四波混频研究，观察到四波混频产率在临界区域附近达到最大值。

II. 实验结果与分析

A. 实验方法

在不同自旋态下制备 ^{39}K 玻色-爱因斯坦凝聚体的实验装置已在我们此前的论文 [48], 中详细介绍，因此这里简要介绍本工作中需要注意的主要实验过程——

* 通讯作者：chenlchao87@sxu.edu.cn

† 通讯作者：jzhang74@sxu.edu.cn

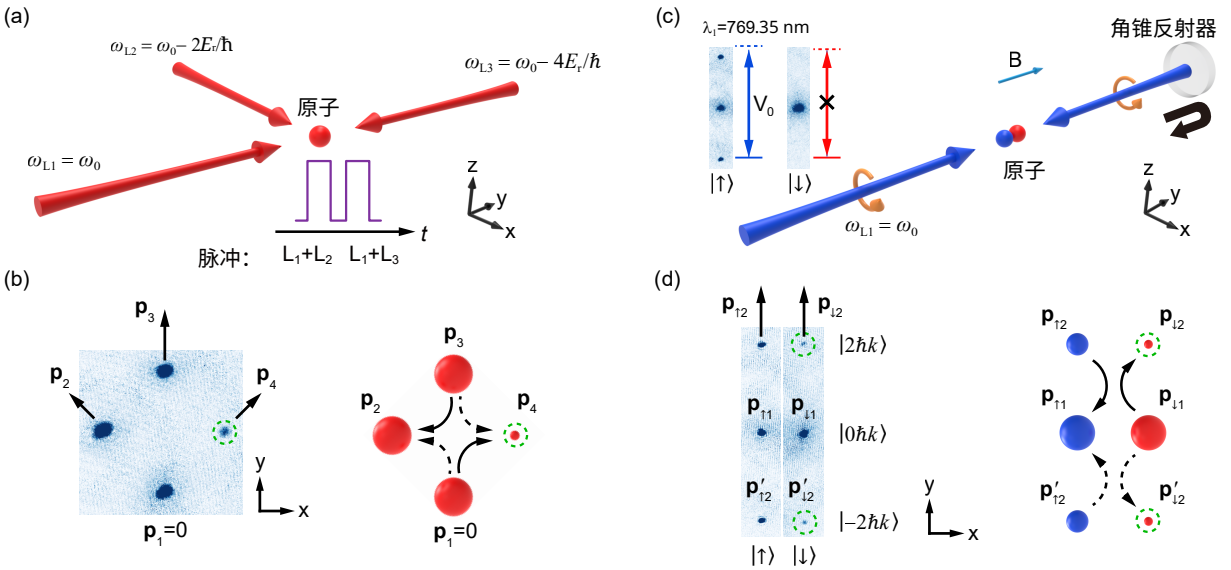

图1. (a) 单自旋组分四波混频的实验光学构型。两组布拉格脉冲 L_1+L_2 和L_1+L_3 依次施加，以产生三个不同的动量态$\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, 和 $\mathbf{p}_3$, , 如(b)所示。三束光的波长几乎相同，均为790.00 nm。(b) 左图显示方形几何构型中单自旋组分四波混频的典型吸收图像，其中三个波包的碰撞导致第四个波包的产生。右图显示相应的四波混频过程示意图，其中实线箭头和虚线箭头分别表示两个分离的原子动量跃迁过程。(c) 双自旋组分四波混频的实验光学构型。光晶格光束所用激光工作在769.35 nm的失谐零点波长，偏置磁场取向平行于激光传播方向，从而确保处于 $|\uparrow\rangle$ 态的原子感受到光晶格势 V_0，而处于 $|\downarrow\rangle$ 态的原子不受影响。(d) 左图显示共线几何构型中双自旋组分四波混频的典型吸收图像。当初始原子自旋态为 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$的混合时， $|\downarrow\rangle$ 态在 $|\pm 2\hbar k\rangle$处呈现两个散射动量态。右图显示相应的四波混频过程示意图，其中实线箭头和虚线箭头分别表示两个对称的四波混频过程。在(b, d)中，绿色虚线圆圈表示由四波混频产生的波包。

在使用 ^{87}Rb 原子进行蒸发冷却后，我们成功在 120.16 G 的磁场中获得了 ^{39}K-^{87}Rb 双组分玻色-爱因斯坦凝聚体，其中 ^{87}Rb 和 ^{39}K 原子均处于 $|F,m_F\rangle=|1,-1\rangle$ 态，散射长度分别为$a_{\mathrm{KK}}=13.2\ a_0$、 $a_{\mathrm{RbK}}=58.1\ a_0$和 $a_{\mathrm{RbRb}}=100.4\ a_0$。随后，进一步降低光偶极阱的深度，质量较大的 ^{87}Rb 原子因其质量高于 ^{39}K 原子而被选择性地驱逐出阱，最终获得单组分 ^{39}K 玻色-爱因斯坦凝聚体，其典型温度为 30(5) nK，原子数为 $3.0(2)\times 10^5$。

对于单自旋玻色-爱因斯坦凝聚体中的四波混频，我们在磁场为 57.51 G 时，将所有原子从 $|1,-1\rangle$ （标记为 $|\uparrow\rangle$）态转移到$|1,0\rangle$ （标记为 $|\downarrow\rangle$）态。在磁场为 58.86 G 的费什巴赫共振附近，我们的实验可将自旋内散射长度 $a_{\downarrow\downarrow}$ 从 $7.4\ a_0$ 调节至 $485.1\ a_0$ ，如图 2 所示。对于双自旋玻色-爱因斯坦凝聚体中的四波混频，我们将原子制备在占比为 1 : 1 的混合自旋态 $|\uparrow\rangle$ 和$|\downarrow\rangle$ 中。我们将磁场从 50.65 G 调至 57.87 G，在此过程中，自旋内散射长度 $a_{\downarrow\downarrow}$ 从 $12.7\ a_0$ 增至 $185.9\ a_0$， $a_{\uparrow\uparrow}$从 $52.9\ a_0$ 变化至 $31.4\ a_0$，而自旋间散射长度 $a_{\uparrow\downarrow}$ 则几乎保持不变，如图 2的插图。散射长度对于确定气相与液滴区之间的相图至关重要。相边界由$\delta a=a_{\uparrow\downarrow}+\sqrt{a_{\uparrow\uparrow}a_{\downarrow\downarrow}}$表征，它代表残余平均场相互作用。当 $\delta a>0$时，系统保持在气相，而 $\delta a<0$ 则对应液滴区 [40]。

B. 单自旋玻色–爱因斯坦凝聚体中的物质波四波混频 Cs

我们首先在单自旋玻色-爱因斯坦凝聚体中进行四波混频实验。对于由磁场设定的给定散射长度，初始处于零动量态 $\mathbf{p}_1=0$的原子经两个连续的布拉格脉冲部分转移到另外两个动量态 $\mathbf{p}_2=-\hbar k\mathbf{e}_x+\hbar k\mathbf{e}_y$ 和 $\mathbf{p}_3=2\hbar k\mathbf{e}_y$，其中 $\hbar$ 为约化普朗克常数， $k=2\pi/\lambda$ 为激光的波矢，且$\lambda=790.00$ nm。布拉格脉冲的光学配置如图 1(a) 所示，三束激光的波长几乎相同，但具有特定的频率差，以实现共振布拉格散射。 L_1 与 L_3 之间的频率差设为$4E_{\mathrm{r}}$，而 L_1 与 L_2 之间的频率差设为 $2E_{\mathrm{r}}$，其中 $E_{\mathrm{r}}=\hbar^2k^2/(2m)=h\times 8.2$ kHz 为

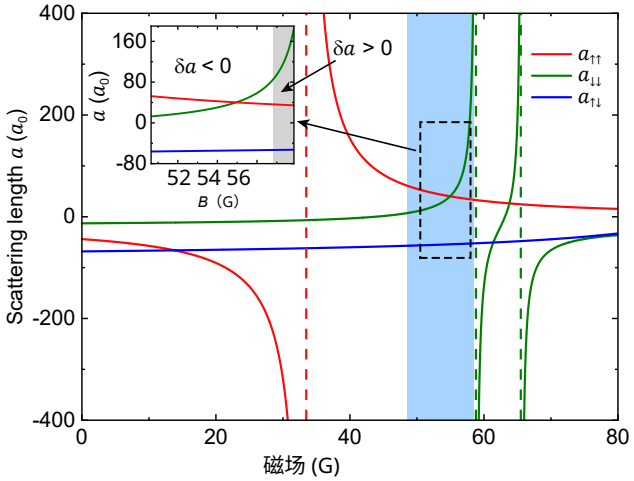

图 2. ^{39}K原子的自旋内和自旋间散射长度随Feshbach磁场的变化，其中自旋$|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 分别标记 $|1,-1\rangle$ 和 $|1,0\rangle$ 态。浅蓝色阴影区域表示单自旋玻色-爱因斯坦凝聚体中进行四波混频所采用的磁场范围。左上角插图放大了虚线矩形区域，表示双自旋玻色-爱因斯坦凝聚体中进行四波混频所采用的磁场范围；阴影区域代表具有 $\delta a > 0$ 的气体区，其余区域则表示具有 $\delta a < 0$ 的液滴区。

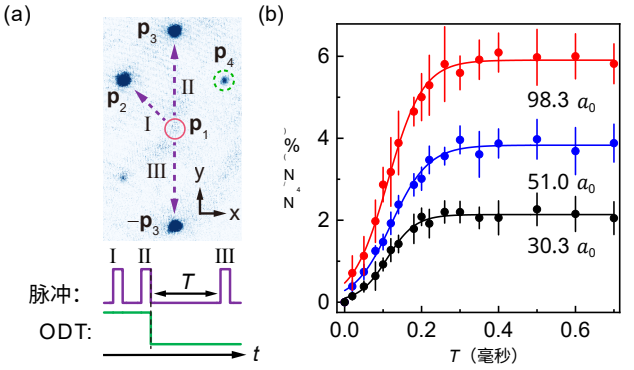

图 3。（a）中断四波混频过程的示意图。脉冲 I 和 II 为四波混频准备三个动量态，而脉冲 III（30 μs）将原子从动量态$\mathbf{p}_1$ 移除至 $-\mathbf{p}_3$, ，从而中断该过程。光偶极阱（ODT）在脉冲 I 和 II 之后关闭，使波包能够在自由空间中演化 T。（b）不同散射长度下四波混频过程的增长曲线。实线表示对实验数据进行的 S 形拟合。拟合公式为 $f(T) = A/\{1+\exp[-K(T-T_c)]\}$，其中 A 表示曲线的最大值， T_c 表示达到最大值一半时的时间， K 表示增长率。拟合得到的 T_c 值分别为 0.11 ms、0.12 ms 和 0.11 ms。每个数据点代表五次实验运行的平均值，误差棒表示重复实验测量的标准差。

光子反冲能，这确保散射光子的能量差能够补偿原子在不同动量态之间跃迁时的动能变化。通过调整布拉格脉冲的持续时间，可以很好地控制三个动量态中原子的相对占比。在实验中，两个脉冲的宽度均为 24 μs，间隔为 16 μs，因此原子均匀分布在三个动量态中。

来自三个动量模式的原子之间发生碰撞，产生一个新的动量模式$\mathbf{p}_4 = \hbar k\mathbf{e}_x + \hbar k\mathbf{e}_y$。这种物质波四波混频过程同时满足动量守恒（$\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_3=\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_4$）和能量守恒（$\mathbf{p}_1^2+\mathbf{p}_3^2=\mathbf{p}_2^2+\mathbf{p}_4^2$）。在实验中，为了消除光偶极阱的影响，我们先将玻色-爱因斯坦凝聚体制备在三个动量态中，然后关闭光偶极阱，使原子在自由空间中演化。通过飞行时间（TOF）吸收成像检测四波混频过程后的原子动量分布。原子云首先在四波混频所用的高磁场下膨胀 5 ms，释放其内能。随后，我们将偏置磁场调至 3.7 G，并让原子云额外自由飞行 15 ms。最后，施加一束探测光进行吸收成像。图 1(b)展示了一幅典型的吸收成像图像，其中可以清楚地看到，产生了一个新的动量态 $\mathbf{p}_4$。

四波混频演化过程可通过施加第三个布拉格脉冲来终止。该脉冲使用光束L_1 和 L_3，并将频率 L_3 设为 $\omega_0 + 4E_r/\hbar$，其中 ω_0 是 L_1的频率。这样的频率设置可使原子从动量 $\mathbf{p}_1$ 转移到$-\mathbf{p}_3$。图 3(a)上方面板所示的吸收成像图表明，第三个布拉格脉冲有效地将几乎所有原子从 $\mathbf{p}_1$态转移到 $-\mathbf{p}_3$ 态；与此同时，处于 $\mathbf{p}_2$ 态和 $\mathbf{p}_4$ 态的少量原子分别发生非共振布拉格散射，转移到 $-\mathbf{p}_4$ 态和 $-\mathbf{p}_2$ 态。新的三动量构型（$-\mathbf{p}_3$, $\mathbf{p}_2$, $\mathbf{p}_3$）不再能产生同时满足动量守恒和能量守恒的新动量模式 $\mathbf{p}_4'$ ，因此四波混频过程终止。

四波混频过程可在演化时间达到T后，通过第三个布拉格脉冲将其中断来测量。在不同散射长度 $a_{\downarrow\downarrow}$ 下，四波混频的演化过程如图3(b)所示，其中我们系统地分别将 $a_{\downarrow\downarrow}$ 设为 30.3 a_0、 51.0 a_0和 98.3 a_0。我们发现，随着散射长度的增大，所产生的四波混频模式增长更快，并最终在更高的布居数处饱和。值得注意的是，图3(b)中的所有增长曲线均在约 $T = 0.3$ ms时达到最大值，表明此时三个波包不再彼此完全重叠。

我们还在更宽的范围内改变散射长度 $a_{\downarrow\downarrow}$ ，并测量相应的四波混频产率，如图4所示。当 $a_{\downarrow\downarrow}$ 接近零时，几乎没有原子被散射到$\mathbf{p}_4$ 动量态。随着 $a_{\downarrow\downarrow}$增大，四波混频产率也随之上升，并在.附近达到最大值 5.5% 118 a_0。进一步增

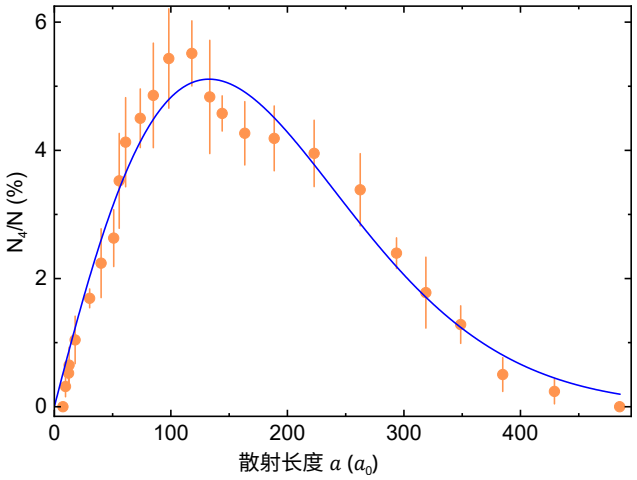

图 4. 不同散射长度下单自旋组分的四波混频产率。随着散射长度趋近于零，四波混频产率消失；当散射长度约为 118 a_0时，产率达到最大值，随后随着散射长度进一步增大，由于三体损失增强，产率下降。每个数据点代表五次实验运行的平均值，误差棒表示重复实验测量的标准差。蓝色实线表示基于经验公式 $f(x) = ax\exp(-x^b/c)$ 对实验数据进行的拟合。根据图中横轴和纵轴的单位，可得无量纲拟合参数为 $a = 7.0435 \times 10^{-4}$、$b = 1.6550$ $c = 5401.0$ 和 。

大 $a_{\downarrow\downarrow}$时，四波混频产率下降，最终趋近于零。实验数据可以用经验公式 $f(x) = ax\exp(-x^b/c)$很好地拟合。公式右侧的第一个 x来自四波混频过程的耦合强度，该强度随散射长度 $a_{\downarrow\downarrow}$ [31, 49]线性变化。指数依赖关系可归因于多种机制，包括三体损耗、不同动量原子之间的自发s波散射，以及量子耗尽效应。随着散射长度增大，这些机制的影响都会更加显著，最终导致原子损失，并使超冷原子气体中的凝聚分数降低，进而降低四波混频产率。

C. 双自旋玻色-爱因斯坦凝聚体中的物质波四波混频

接下来，我们研究具有两个自旋态的原子玻色-爱因斯坦凝聚体中的四波混频过程。将自旋自由度引入四波混频，可实现更灵活的动量构型。与单组分系统中的方形动量构型不同，双组分玻色-爱因斯坦凝聚体中的四波混频也可在共线动量构型中实现。我们利用 $|\downarrow\rangle$态的失谐零点波长，构建一维自旋相关光学晶格。在该构型中，$|\uparrow\rangle$ 态受到光晶格势的作用，而 $|\downarrow\rangle$态不受任何光学晶格势的影响[50–52]。在该晶格中，处于 $|\uparrow\rangle$态的原子可通过卡皮查–狄拉克散射转移到高动量态，而 $|\downarrow\rangle$ 原子仍处于零动量态。通过精确的波长扫描，我们确定失谐零点波长为 769.35 nm。图1(c) 表明，在该波长下，当所有原子都占据 $|\uparrow\rangle$态时，KD散射脉冲能高效地将它们转移到 $|\pm 2\hbar k\rangle$ 动量态。相比之下，对于处于 $|\downarrow\rangle$ 态的原子，晶格脉冲不会引起动量转移。 $|\uparrow\rangle$ 原子向更高动量态的布居转移分数可通过调节光学晶格势阱深度来控制。

有趣的是，当原子被制备成由 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 态组成的混合态时，除了由自旋相关光学晶格制备的初始动量态外，在 $|\downarrow\rangle$组分中还会出现两个新的高动量态，如图 1(d)所示。这些新动量态的产生归因于两个对称且同时发生的四波混频过程，分别如图 1(d)右图中的实线箭头和虚线箭头所示。这两个过程均满足动量守恒（例如 $\mathbf{p}_{\downarrow 1} + \mathbf{p}_{\uparrow 2} = \mathbf{p}_{\downarrow 2} + \mathbf{p}_{\uparrow 1}$）和能量守恒（$\mathbf{p}^2_{\downarrow 1} + \mathbf{p}^2_{\uparrow 2} = \mathbf{p}^2_{\downarrow 2} + \mathbf{p}^2_{\uparrow 1}$）。

在我们的实验中，首先将玻色-爱因斯坦凝聚体制备在 $|\uparrow\rangle$ 态，并将磁场稳定在目标值。随后，通过射频脉冲在 1 ms 内将约一半的原子转移至 $|\downarrow\rangle$态。紧接着，施加一个持续 12 μs、晶格深度为 $V_0 = 6E_r$ 的 KD散射脉冲（针对处于 $|\uparrow\rangle$态的原子），以制备四波混频所需的初始动量模式。然后关闭光学阱，开始自由空间中的四波混频演化。我们采用与单组分四波混频相同的飞行时间吸收成像程序来观测动量分布。为了区分处于相同动量态的原子的自旋态，我们在飞行时间期间的最后 15 ms 内，沿水平方向 x 施加斯特恩–盖拉赫梯度磁场。

我们测量了原子散射长度对四波混频产率的影响，如图 5 所示。如前所述，调节磁场强度后，两种自旋态的混合物会经过两个不同的参数区间：气相，此时散射长度满足 $\delta a > 0$ ；以及量子液滴相，此时 $\delta a < 0$。研究发现，四波混频产率在临界区域附近的液滴参数区间达到最大值；当系统偏离该区域时，产率逐渐降低。这可以解释为，在液滴相区间内，波包在整个四波混频演化过程中都保持相对较高的原子数密度，从而实现最高的四波混频产率。

两个自旋态之间的原子布居显著影响四波混频产率。在实验中，Feshbach磁场设为 $B = 56.79$ G，接近对应于图中最大四波混频产率的数值——

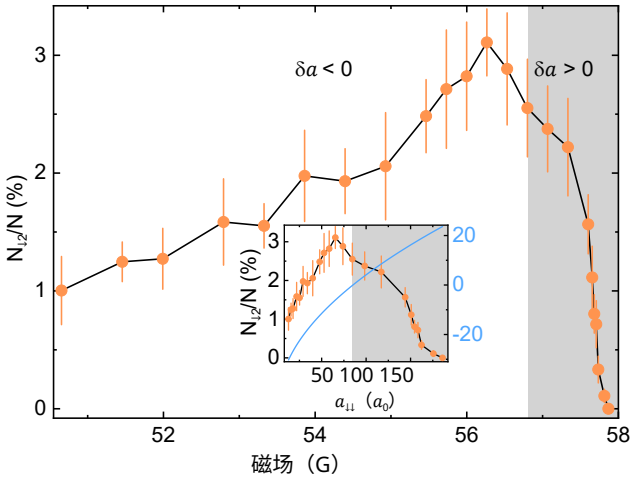

图5. 不同Feshbach磁场强度下双自旋组分的四波混频产率。插图显示了四波混频产率和 δa 随散射长度$a_{\downarrow\downarrow}$变化的曲线。四波混频产率在 $\delta a = -6\ a_0$附近达到最大值。每个数据点表示五个实验轮次的平均值，误差棒表示重复实验测量的标准差。

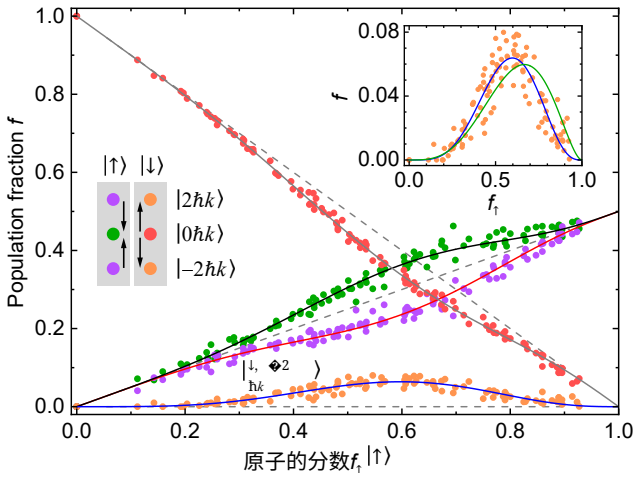

图 6. 参与四波混频的所有动量模式的布居分数随 $|\uparrow\rangle$态布居分数的变化。每个数据点代表一次实验运行。蓝色实线表示基于经验公式 $f(x) = ax^{2+2b}(1-x)^{1+c}$ 对 $|\downarrow, \pm 2\hbar k\rangle$ 模式布居分数的拟合。无量纲拟合参数为 $a = 10.974$、 $b = 1.2829$ 和 $c = 2.0723$。随后，将这些参数代入经过适当调整的公式（见正文），拟合其余动量模式的布居分数，拟合结果以其他颜色的实线表示。所有拟合曲线都与实验数据点吻合良好，表明所有动量模式之间的布居转移高度相关。虚线表示四波混频前的初始布居分数。图例中的箭头表示不同动量模式之间的布居转移。插图展示了 $|\downarrow, \pm 2\hbar k\rangle$ 模式布居分数的两条拟合曲线。蓝色实线与主图中的曲线相同，而绿色实线表示使用公式 $f(x) = ax^{2+2b}(1-x)^{1+b}$ 进行的拟合，拟合参数值为 $a = 1.8343$ 和 $b = 0.79350$。前一种拟合考虑了 $|\uparrow\rangle$ 态与 $|\downarrow\rangle$ 自旋态之间自旋内散射长度的差异，而后一种没有考虑。蓝色实线与实验数据的拟合效果更好，并且在较低的分数 $f_\downarrow$ 处呈现峰值。

值。图中5所示。在这里，我们有 $a_{\uparrow\downarrow} = -53.2\ a_0$, $a_{\uparrow\uparrow} = 33.3\ a_0$, $a_{\downarrow\downarrow} = 84.6\ a_0$，以及 $\delta a = -0.2\ a_0$。随后，我们改变两个自旋态之间的布居比例，并测量四波混频演化后所有动量态的原子分布，如图6所示。从图6可以看出，在四波混频作用下，动量态 $|\uparrow, \pm 2\hbar k\rangle$和 $|\downarrow, 0\rangle$ 中的原子数减少，而动量态 $|\downarrow, \pm 2\hbar k\rangle$ 和 $|\uparrow, 0\rangle$中的原子数增加。四波混频在不同动量模式中引起的这些布居变化，与图1(d)所示过程一致（图6的图例中也有示意）。

图 6 所示的实验数据可以通过以下简化的物理图像来解读。图1(d)所示上、下两个四波混频过程的增长率分别由耦合项 $U_{\uparrow\downarrow}\Phi^*_{\uparrow 1}\Phi_{\uparrow 2}\Phi_{\downarrow 1}$ 和 $U_{\uparrow\downarrow}\Phi^*_{\uparrow 1}\Phi'_{\uparrow 2}\Phi_{\downarrow 1}$ 决定[31–33, 49]。这里， $U_{\uparrow\downarrow} = 4\pi\hbar^2 a_{\uparrow\downarrow}/m$, m 是碰撞原子的质量，Φ 是相应动量模式的波函数。在该原子混合物的三种散射长度中，只有自旋间散射长度$a_{\uparrow\downarrow}$ 直接决定四波混频的耦合强度。当不同动量模式之间的原子布居分布发生改变时，增长率和最终的四波混频产率也会随之变化。设四波混频演化前处于 $|\uparrow\rangle$ 态的总原子数占比为 x，则 $|\downarrow, 0\hbar k\rangle$ 模式中的原子布居占比应为 $1-x$。实验中施加的KD脉冲将 $|\uparrow, 0\hbar k\rangle$ 模式中的占比固定为 $x/2$，其余原子则分别分布在 $|\uparrow, 2\hbar k\rangle$ 和 $|\uparrow, -2\hbar k\rangle$ 模式中，每个模式占 $x/4$。因此，四波混频产率预计按 $x^2(1-x)$变化。此外，物质波波包的尺寸随原子数增加而增大，较大的波包尺寸能够带来更长的四波混频的演化时间，从而提高四波混频产率。考虑到波包尺寸对原子数的依赖关系，我们建立了如下经验公式：$f(x) = ax^{2+2b}(1-x)^{1+c}$。如图 6 中的蓝色实线所示，该公式很好地拟合了 $|\downarrow, \pm 2\hbar k\rangle$ 模的布居分数。

从图1(d)所示的四波混频过程中可以看出，原子在不同动量模式之间的布居转移高度相关。因此，我们可以推断，四波混频后， $|\downarrow, 0\hbar k\rangle$、 $|\uparrow, 0\hbar k\rangle$和 $|\uparrow, \pm 2\hbar k\rangle$模式中的原子布居分数分别为 $g(x) = 1 - x - f(x)$、 $h(x) = x/2 + f(x)$和 $q(x) = x/2 - f(x)$。如图 6中的彩色实线所示，使用与 $f(x)$相同的拟合参数 a、 b和 c，我们可以用 $g(x)$、 $h(x)$和 $q(x)$很好地拟合所有其他动量模式中的布居分数。在拟合实验数据时，我们发现

不同的参数 b 和 c需要分别用于 $|\uparrow\rangle$和 $|\downarrow\rangle$ 态中的波包，这主要是由于这两种自旋态中的原子具有不同的自旋内散射长度。图6中的插图比较了 $c \neq b$ 和 $c = b$的拟合结果，前者与实验数据的吻合更好。前者拟合得到的拟合参数为 $c > b$，这很合理，因为在我们的实验中有 $a_{\downarrow\downarrow} > a_{\uparrow\uparrow}$。当强制 $c = b$ 成立时，函数 $f(x)$在 $x = 2/3$处达到最大值；然而，实验上，最大四波混频产率出现在 $x = 0.6$附近。采用$c > b$ 进行拟合，得到的峰值位置更准确。

III. 结论

总之，我们研究了在两种不同的动量构型下，^{39}K 原子的单组分和双组分玻色-爱因斯坦凝聚体中可调原子相互作用下的四波混频过程。通过在两种构型中利用费什巴赫共振精确调节原子相互作用，可以显著改变四波混频产率。在单组分玻色-爱因斯坦凝聚体的方形构型中，实验可调的散射长度直接决定了物质波波包之间的耦合强度。因此，四波混频产率起初会随着散射长度增大而提高。然而，随着散射长度进一步增大，三体损失、碰撞原子云之间的自发 s 波散射以及量子耗尽等效应会显著增强。这些效应大幅降低了超冷原子气体中的原子数和凝聚分数，最终导致四波混频产率下降。在双组分系统的共线构型中，可调散射长度主要影响波包的大小及其空间重叠。我们发现，在气相与液滴相之间临界区域附近的液滴参数区域，四波混频产率达到最大值。液滴区的量子涨落使四波混频研究尤为引人关注。这一效应不仅因四波混频产率显著提高，为量子信息处理和精密测量的潜在应用铺平道路，也为探索新颖的量子多体动力学提供了平台。

致谢

本研究得到中国国家重点研发计划（项目编号：2021YFA1401700 和 2022YFA1404101）、国家自然科学基金（项目编号：12034011、U23A6004、12488301、92476001、12374245、12474266、12474252、12322409 和 12004229）以及量子科学与技术创新计划（项目编号：2021ZD0302003）的资助。

[1] N. Bloembergen，非线性光学与光谱学，《现代物理评论》54，685（1982）。[2] F. Bencivenga、S. Baroni、C. Carbone、M. Chergui、M. B. Danailov、G. De Ninno、M. Kiskinova、L. Raimondi、C. Svetina 和 C. Masciovecchio，利用短波长四波混频实验研究纳米尺度动力学，《新物理学杂志》15，123023（2013）。[3] J. C. Vaughan、T. Hornung、K. W. Stone 和 K. A. Nelson，相干控制超快四波混频光谱学，《物理化学杂志 A》111，4873（2007）。[4] J. Qiu、Z. Wang、D. Ding、W. Li 和 B. Yu，非对称半导体量子阱中的高效涡旋四波混频，《光学快报》28，2975（2020）。[5] L. Podhora、P. Obˇsil、I. Straka、M. Jeˇzek 和 L. Slodiˇcka，使用单个驱动激光在热原子蒸气中产生非经典光子对，《光学快报》25，31230（2017）。[6] O. J. Morris、R. J. A. Francis-Jones、K. G. Wilcox、A. C. Tropper 和 P. J. Mosley，利用 1.5 GHz 锁模 VECSEL 在光子晶体光纤中产生光子对，《光学通信》327，39（2014）。[7] L. Zatti、J. E. Sipe 和 M. Liscidini，在线性解耦谐振器中通过自发四波混频产生光子对，《物理评论 A》107，013514（2023）。[8] A. Y. Dmitriev、R. Shaikhaidarov、V. N. Antonov、T. H¨onigl-Decrinis 和 O. V. Astafiev，波导中的量子波混频及相干与叠加光子态的可视化，《自然·通讯》8，1352（2017）。

[9] N. Gemelke、E. Sarajlic、Y. Bidel、S. Hong和S. Chu，周期平移光学晶格中物质波的参量放大，《物理评论快报》95, 170404（2005年）。[10] K. M. Hilligsøe和K. Mølmer，周期势中物质波的相位匹配四波混频与量子光束分束，《物理评论 A》71, 041602(R)（2005年）。[11] G. K. Campbell、J. Mun、M. Boyd、E. W. Streed、W. Ketterle和D. E. Pritchard，散射原子对的参量放大，《物理评论快报》96, 020406（2006年）。[12] S. W¨uster和R. El-Ganainy，玻色–爱因斯坦凝聚体中的非厄米物质波混频：耗散诱导放大，《物理评论 A》96, 013605（2017年）。[13] E. Infeld和M. Trippenbach，通过引入失配增强玻色–爱因斯坦凝聚体中的四波混频，《物理评论 A》68, 015603（2003年）。[14] J. M. Vogels、K. Xu和W. Ketterle，通过玻色–爱因斯坦凝聚体中的四波混频产生宏观成对关联原子束，《物理评论快报》89, 020401（2002年）。[15] A. Perrin、H. Chang、V. Krachmalnicoff、M. Schellekens、D. Boiron、A. Aspect和C. I. Westbrook，两个碰撞的玻色–爱因斯坦凝聚体自发四波混频中原子对的观测，《物理评论快报》99, 150405（2007年）。[16] R. G. Dall、L. J. Byron、A. G. Truscott、G. R. Dennis、M. T. Johnsson和J. J. Hope，通过四波混频产生的成对原子激光束，《物理评论 A》79，

011601(R)（2009年）。[17] J.-C. Jaskula、M. Bonneau、G. B. Partridge、V. Krachmalnicoff、P. Deuar、K. V. Kheruntsyan、A. Aspect、D. Boiron和C. I. Westbrook，物质波四波混频中的亚泊松数差，《物理评论快报》105，190402（2010年）。[18] S. L. Rolston和W. D. Phillips，非线性与量子原子光学，《自然》416，219（2002年）。[19] K. Mølmer，玻色–爱因斯坦凝聚体的量子原子光学，《新物理学杂志》5，55（2003年）。[20] V. Krachmalnicoff、J.-C. Jaskula、M. Bonneau、V. Leung、G. B. Partridge、D. Boiron、C. I. Westbrook、P. Deuar、P. Zin、M. Trippenbach和K. V. Kheruntsyan，德布罗意波的自发四波混频：超越光学，《物理评论快报》104，150402（2010年）。[21] E. V. Goldstein和P. Meystre，玻色–爱因斯坦凝聚体中的原子四波混频量子理论，《物理评论 A》59，3896（1999年）。[22] T. Berrada、S. Van Frank、R. B¨ucker、T. Schumm、J.-F. Schaff和J. Schmiedmayer，用于玻色–爱因斯坦凝聚体的集成马赫–曾德尔干涉仪，《自然通讯》4，2077（2013年）。[23] K. Bongs和K. Sengstock，相干物质波物理，《物理学进展报告》67，907（2004年）。[24] S. Liu、Y. Lou和J. Jing，双光束相位敏感放大器中干涉诱导的量子压缩增强，《物理评论快报》123，113602（2019年）。[25] X. Pan、S. Yu、Y. Zhou、K. Zhang、K. Zhang、S. Lv、S. Li、W. Wang和J. Jing，热原子蒸气中四波混频产生的轨道角动量复用连续变量纠缠，《物理评论快报》123，070506（2019年）。[26] N. P. Robins、P. A. Altin、J. E. Debs和J. D. Close，原子激光器：产生、性质及其精密惯性测量前景，《物理报告》529，265（2013年）。[27] L. Deng、E. W. Hagley、J. Wen、M. Trippenbach、Y. Band、P. S. Julienne、J. E. Simsarian、K. Helmerson、S. L. Rolston和W. D. Phillips，物质波四波混频，《自然》398，218（1999年）。[28] W. RuGway、S. S. Hodgman、R. G. Dall、M. T. Johnsson和A. G. Truscott，物质波放大四波混频中的关联，《物理评论快报》107，075301（2011年）。[29] M. Trippenbach、Y. B. Band和P. S. Julienne，玻色–爱因斯坦凝聚体散射中的四波混频，《光学快报》3，530（1998年）。[30] Y. Wu、X. Yang、C. P. Sun、X. J. Zhou和Y. Q. Wang，不采用未耗尽泵浦近似的物质波四波混频理论，《物理评论 A》61，043604（2000年）。[31] J. P. Burke、P. S. Julienne、C. J. Williams、Y. B. Band和M. Trippenbach，多自旋态玻色–爱因斯坦凝聚体系统中的四波混频，《物理评论 A》70，033606（2004年）。[32] D. Pertot、B. Gadway和D. Schneble，双组分物质波的共线四波混频，《物理评论快报》104，200402（2010年）。[33] W.-T. Wu、Z.-X. Duan和S.-J. Yang，玻色气体中原子四波混频塌缩与复苏的观测，《物理评论 A》109，063316（2024年）。[34] N. V. Hung、P. Sza´nkowski、V. V. Konotop和M. Trippenbach，自旋–轨道耦合玻色–爱因斯坦凝聚体中的四波混频，《新物理学杂志》22，053019（2020年）。[35]E. M. Bookjans、C. D. Hamley 和 M. S. Chapman，《原子自旋混合中观测到的强量子自旋关联》，《物理评论快报》107，210406（2011年）。[36] A. Fr¨olian、C. S. Chisholm、E. Neri、C. R. Cabrera、R. Ramos、A. Celi 和 L. Tarruell，《在光学缀饰玻色–爱因斯坦凝聚体中实现一维拓扑规范理论》，《自然》608，293（2022）。[37] G. Semeghini、M. Landini、P. Castilho、S. Roy、G. Spagnolli、A. Trenkwalder、M. Fattori、M. Inguscio 和 G. Modugno，《三维安德森局域化迁移率边的测量》，Nat. Phys. 11，554（2015）。[38] J. Etrych、G. Martirosyan、A. Cao、J. A. P. Glidden、L. H. Dogra、J. M. Hutson、Z. Hadzibabic 和 C. Eigen，《确定 ^{39}K中的费什巴赫共振并检验Efimov普适性》，Phys. Rev. Res. 5，013174（2023）。[39] N. B. Jørgensen、L. Wacker、K. T. Skalmstang、M. M. Parish、J. Levinsen、R. S. Christensen、G. M. Bruun 和 J. J. Arlt，《在玻色 – 爱因斯坦凝聚体中观测到吸引和排斥极化子》，《物理评论快报》117，055302（2016）。[40] C. R. Cabrera、L. Tanzi、J. Sanz、B. Naylor、P. Thomas、P. Cheiney 和 L. Tarruell，《玻色–爱因斯坦凝聚体混合物中的量子液滴》，Science 359，301（2018）。[41] G. Semeghini、G. Ferioli、L. Masi、C. Mazzinghi、L. Wolswijk、F. Minardi、M. Modugno、G. Modugno、M. Inguscio 和 M. Fattori，《自由空间中原子混合物的自束缚量子液滴》，《物理评论快报》120，235301（2018）。[42] Z. Guo、F. Jia、L. Li、Y. Ma、J. M. Hutson、X. Cui 和 D. Wang，《具有吸引种间相互作用的 ^{23}Na与 ^{87}Rb超冷混合物中的Lee–Huang–Yang效应》，Phys. Rev. Res. 3，033247（2021）。[43] L. Cavicchioli、C. Fort、F. Ancilotto、M. Modugno、F. Minardi 和 A. Burchianti，《玻色–玻色混合物中多个量子液滴的动力学形成》，《物理评论快报》134，093401（2025）。[44] T. G. Skov、M. G. Skou、N. B. Jørgensen 和 J. J. Arlt，《Lee–Huang–Yang流体的观测》，《物理评论快报》126，230404（2021）。[45] C. D'Errico、A. Burchianti、M. Prevedelli、L. Salasnich、F. Ancilotto、M. Modugno、F. Minardi 和 C. Fort，《异核玻色混合物中量子液滴的观测》，Phys. Rev. Res. 1，033155（2019）。[46] P. Cheiney、C. R. Cabrera、J. Sanz、B. Naylor、L. Tanzi 和 L. Tarruell，《玻色–爱因斯坦凝聚体混合物中从亮孤子到量子液滴的转变》，《物理评论快报》120，135301（2018）。[47] D. S. Petrov，《坍缩玻色–玻色混合物的量子力学稳定化》，《物理评论快报》115，155302（2015）。[48] C.-D. Mi、K. S. Nawaz、P.-J. Wang、L.-C. Chen、Z.-M. Meng、L.-H. Huang 和 J. Zhang，《 ^{39}K与 ^{87}Rb双组分玻色–爱因斯坦凝聚体的制备》，Chin. Phys. B 30，063401（2021）。[49] M. Trippenbach、Y. B. Band 和 P. S. Julienne，《玻色–爱因斯坦凝聚体物质波四波混频理论》，《物理评论 A》62，023608（2000）。[50] K. Wen、Z. Meng、L. Wang、L. Chen、L. Huang、P. Wang 和 J. Zhang，《 ^{87}Rb玻色–爱因斯坦凝聚中自旋依赖光学晶格的失谐波长实验研究》，J. Opt. Soc. Am. B 38，3269（2021）。

[51] O. Mandel、M. Greiner、A. Widera、T. Rom、T. W. H¨ansch 和 I. Bloch，自旋依赖光学晶格势中中性原子的相干输运，《物理评论快报》**91**，010407（2003年）。

[52] B. Yang、H.-N. Dai、H. Sun、A. Reingruber、Z.-S. Yuan 和 J.-W. Pan，自旋依赖光学超晶格，《物理评论 A》**96**，011602(R)（2017年）。