GPS拒止环境下用于仅方位定位的多无人机轨迹优化

Alfonso Sciacchitano*、Liraz Mudrik†、Sean Kragelund‡和 Isaac Kaminer§美国海军研究生院，美国加利福尼亚州蒙特雷，邮编 *93943*

arXiv:2602.11116v1 [eess.SY] 11 Feb 2026

在 GPS拒止环境中，无人机（UAV）对海上目标进行精确定位仍面临挑战。通常使用配备云台式光电传感器的无人机定位目标，但依赖这些传感器会增加机械复杂性和成本，并提高发生单点故障的风险，从而限制多无人机协同作业的可扩展性和鲁棒性。本文提出一种新型轨迹优化框架，使配备固定式无云台相机的无人机能够与水面舰艇协同进行目标定位。这种估计感知优化生成动态可行轨迹，并明确考虑任务约束、平台动力学和出框事件。与启发式路径相比，估计感知轨迹可将定位误差降低一半以上，体现了其在协同作业中的应用价值。结果还表明，配备固定式无云台相机的协同无人机，其定位精度可达到或超过单个云台系统，同时显著降低系统复杂性和成本，提升可扩展性并增强任务韧性。

*机械与航空航天工程系博士生，电子邮箱：alfonso.sciacchitano@nps.edu，美国航空航天学会学生会员。

†机械与航空航天工程系博士后研究员，电子邮箱：liraz.mudrik.ctr@nps.edu，美国航空航天学会会员。

‡机械与航空航天工程系副研究教授，电子邮箱：spkragel@nps.edu，美国航空航天学会会员。§机械与航空航天工程系教授。电子邮箱：kaminer@nps.edu，美国航空航天学会高级会员。本文部分内容曾作为论文 AIAA 2025-2604 于2025年1月6日至10日在佛罗里达州奥兰多举行的 AIAA SCITECH 2025论坛上发表。

I. 引言

无人机（UAV）与无人水面艇（USV）协同作业能够增强态势感知、扩大传感范围，并在受限或对抗环境中实现自主交战 [1]。在这类任务中，目标定位至关重要，需要所用方案具备高精度、强鲁棒性、快速响应和成本效益 [2]。传统方法（如基于全球定位系统（GPS）的跟踪和主动测距（例如雷达、激光雷达））在宽松环境中表现良好，但在GPS拒止或电磁对抗环境下性能会显著下降。具体而言，GPS 信号可能遭到干扰或欺骗，而主动测距传感器不仅容易受到电子对抗措施影响，还可能通过自身发射信号暴露平台位置。这些局限使其不适用于低特征、长续航任务。

无源替代方案，尤其是通过摄像系统获取的仅方位测量，利用低功耗光电（EO）传感器通过方位测量估计目标位置，从而应对这些挑战。与主动测距系统不同，无源传感器不会发射信号，因此能够降低功耗和系统成本，并通过最大限度地降低在对抗环境中被探测的风险来增强生存能力。此外，许多协同场景（例如无人机辅助无人水面艇目标打击水面舰艇）依赖相对几何关系而非绝对位置，因此无源感知在受限环境中尤为有效 [3]。

配备被动式光电传感器的小型固定翼无人机非常适合这些应用。其机械结构简单、功耗需求低，因此在尺寸、重量、功耗和成本（SWaP-C）方面具有优势，使其能够胜任续航受限、需要隐身和机动性的低特征任务，同时还能降低成本；考虑到对抗环境中预期的高损耗率，这一点至关重要。近期中空长航时平台在行动中的损失进一步凸显了小型固定翼无人机的价值，例如单机成本超过 3000 万美元（USD）的 MQ-9“死神” [4]。尽管这些大型系统能够持续监视目标，但它们在对抗空域中的脆弱性会显著影响整体任务成功率，因为它们都是单点故障。相比之下，协同运用的低成本

无人机为此类任务提供了一种更具韧性且经济上可持续的替代方案；近期的无人机使用情况显示，可消耗的低空短程无人机单次出动成本仅为数千美元，甚至更低 [5]。

在本研究中，一组无人机使用仅方位测量来估计敌对水面目标和协作无人水面艇的位置。在 GPS 不可用时，无人水面艇无法确定自身的绝对位置，因此依赖无人机传输的相对位置估计，以确定精确瞄准所需的几何关系。

如图1所示，每架无人机都会获取敌对目标和协作无人水面艇的仅方位测量。这些测量值在无人机上进行处理，生成状态估计，并在飞行结束时传送给协作无人水面艇。收到这些估计后，无人水面艇会将其融合到主滤波器中，以确定相对几何关系的后验估计，从而无需使用其自身的机载传感器即可实现精确瞄准。

A. 运行与动力学约束

关于定位最优观测器运动的早期研究 [6–8] 优先考虑估计性能，却忽略了传感器视场（FOV）、任务区域边界和隐身要求等运行限制。在早期研究中，只有少数纳入了实际任务约束。例如， [6] 考虑了最短时间约束，而 [9] 引入了通信距离限制。因此，现有定位问题表述缺乏必要的保真度，难以在现实任务条件下保持可行。

要弥补这一不足，就需要对光电传感器的视场限制进行建模；当目标处于视场之外时，必须通过轨迹规划来优化测量值，同时利用贝叶斯估计方法，如 [10, 第 12]章所述。此外，轨迹还必须考虑滚转转弯（BTT）无人机动力学。这是固定翼无人机的一项特性：它们依靠协调转弯，滚转指令会引起航向变化 [11]。滚转与偏航之间的耦合限制了无人机的机动性，并制约了可实现的飞行路径，尤其是对于无法独立于机体转动的固定视场（FFOV）传感器。因此，

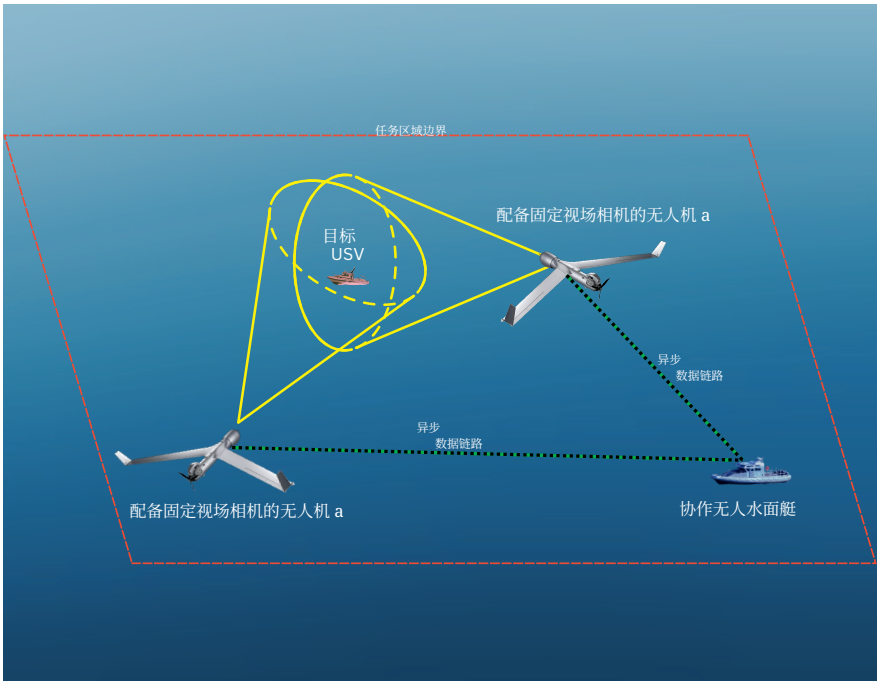


图 1 固定翼无人机配备固定视场摄像机，在 GPS拒止环境中进行协同定位的作战概念。每架无人机使用机载光电传感器，被动获取对抗目标无人水面艇和协作无人水面艇的仅方位测量值。测量值在本地处理以生成状态估计，并在任务终止时异步传输至协作无人水面艇。协同平台在主滤波器中融合收到的估计值，生成自身与目标无人水面艇之间相对几何关系的后验估计。这种协同定位使协作无人水面艇无需机载感知传感器或直接视线即可实施精确目标打击，同时支持在有限任务区域内开展分布式作战。

优化必须明确考虑BTT动力学，以确保规划轨迹保持动态可行，并在整个任务期间满足光电传感器的视线（LOS）约束。

此外，还施加了额外约束以维持隐身性和生存能力，包括在对抗目标周围设置禁飞区（NFZ）、限制无人机—无人水面艇通信距离以降低被探测风险和能量消耗，以及遵守作战空域限制，例如高度上限和地理边界 [12]。通过明确嵌入这些约束，本研究扩展了现有定位框架，生成符合实际作战要求的路径，从而提升无人机的生存能力并最大限度地提高整体任务效能。

B. 轨迹优化性能指标

用于提升估计性能的一个广泛采用的指标是 Fisher 信息矩阵（FIM），其逆矩阵可得到克拉美–罗下界（CRLB），这是估计误差的一个基本下界 [10, 13]。在二维表述中，许多研究人员选择最大化 FIM 的行列式，以生成能够产生丰富信息测量值的轨迹 [6, 7, 14–16]。

在三维目标定位中， [8] 证明，最小化 CRLB 的迹比最大化 FIM 的行列式具有更强的鲁棒性和更好的计算稳定性。具体而言，他们表明，最小化迹能够加快收敛、提高优化稳定性，并降低对局部极小值的敏感性。这些特性在仅方位定位的轨迹优化中尤为重要，因为测量值会受到传感器几何结构和平台约束的显著影响。从概念上说，CRLB 的迹类似于 GPS 中的位置精度因子（PDOP）：PDOP 数值越低，表示卫星–接收机几何结构越有利，定位精度也越高。同样，最小化 CRLB 的迹能够优先选择在受限三维环境中产生信息量更高的方位测量的轨迹，从而提升估计器性能。尽管有这些优势，仍鲜有研究将这些原则拓展到考虑传感器约束、任务边界和车辆动力学等实际因素的定位问题中。

在本研究中，性能指标遵循 [8] 的公式，采用后验克拉美–罗下界（PCRLB）的迹。Van Trees 等人提出的 PCRLB，通过纳入先验不确定性、从新测量值中获取的信息以及过程噪声 [13]，为估计器误差协方差提供贝叶斯下界。在高斯情形下，PCRLB 定义了围绕估计状态的不确定性椭球，其迹表示沿各主轴的方差之和，对应于椭球半轴长度的平方。在规划时域内最小化 PCRLB 的迹，可引导无人机沿着既能改善测量几何构型、又能基于先验知识有效降低整体不确定性的轨迹飞行。

C. 轨迹设计的数值优化

由于信息驱动的轨迹设计固有的非线性和复杂约束，通常难以获得闭式解析解。因此，本研究采用直接数值优化技术，将无限维最优控制问题转化为有限维非线性规划（NLP）形式，从而能够在现实的传感、运动学和环境约束下生成动态可行轨迹。

尽管伪谱（PS）技术因收敛速度快、精度高而得到广泛应用 [17], ，但PS方法的根本局限在于其非均匀时间离散化，这会使配点集中在轨迹端点附近。近期研究表明，伯恩斯坦多项式基函数优于PS方法 [18, 19], ，因为它具有多项有利优势，例如均匀时间离散化且能够避免龙格现象 [20]。尽管其收敛速度比PS方法慢，但仅凭这些优势，它就成为轨迹生成的有效选择，尤其适用于对平滑状态曲线和控制曲线有严格要求的场景。

D. 研究贡献

本研究通过在高效时间优化方案中纳入任务约束、动力学约束和感知约束，推进了面向仅方位定位的估计感知轨迹优化。该方法明确纳入了视场角限制、BTT动力学、禁飞区和通信边界，从而生成动态可行且符合运行要求的轨迹，可供低尺寸、重量、功耗和成本无人机使用。

本研究的会议版聚焦于单架无人机 [21], ，而本文将研究扩展至三维空间中的多无人机协同作业，并证明与启发式路径相比，优化后的轨迹能显著提升估计器性能。优化结果表明，最小化PCRLB的迹能够形成信息量更丰富的运动几何构型，并在蒙特卡洛验证中显著降低定位误差。

分析函　　进一步量化了电光传感器选择，具体而言，测量可见　　e

光的摄像机如何影响可实现的估计精度。具体而言，结果指出，要达到或超过配备云台相机的单架无人机的定位性能，至少需要多少架低尺寸、重量、功耗和成本的 FFOV 无人机。

E. 论文结构

本文其余部分安排如下。第二节介绍平台动力学和传感器模型，并结合源自估计理论的关键性能指标，构建联合轨迹优化与估计问题。第三节详细介绍两个示例性案例研究。第一个案例评估单架固定视场无人机的优化轨迹与启发式解；第二个案例则比较配备万向架稳定的传感器的单架无人机与由固定视场无人机组成的协同团队在性能和尺寸、重量、功耗和成本方面的权衡。最后，第四节总结研究发现，并阐述本研究得出的更广泛的系统层面见解。

II. 问题表述

本文针对配备万向架稳定的传感器和固定视场传感器的无人机，定义了用于仅方位定位的轨迹优化问题。在拒止 GPS 环境中，协作无人水面艇仅依靠无人机提供的方位角和仰角测量值，来确定自身相对于对抗目标的位置。优化目标是设计无人机飞行路径，通过最小化 PCRLB 的迹来提高定位精度。

A. 平台运动学

对于 N 架无人机，假设每架无人机在整个任务期间均以较低的固定高度运行。此高度约束有三个主要作战目的：(1) 最大限度地降低被对抗传感器和武器系统探测到的风险；(2) 减少在其他无人机附近运行时发生误伤的可能性；(3) 通过消除垂直状态动力学，简化动力学模型。尽管利用仅方位测量 [22], 得出的方位角和仰角信息进行三维定位，但固定高度假设

足以支持对无人机动力学模型进行降阶。通过约束高度，垂直自由度被消除，从而得到平面（二维）动力学表述。对于地面目标交战场景，这种降阶模型仍然有效，因为静止目标的仰角实际上是恒定的，不会影响机动要求。

为对无人机平台的运动进行建模，采用 BTT构型。在该构型下，无人机的连续时间运动方程为

$$\dot{x}_A(t) = V_A \cos\psi_A(t), \tag{1a}$$

$$\dot{y}_A(t) = V_A \sin\psi_A(t), \tag{1b}$$

$$\dot{z}_A(t) = 0, \tag{1c}$$

$$\dot{\psi}_A(t) = \frac{g}{V_A}\tan\phi_A(t), \tag{1d}$$

其中， $x_A(t)$、 $y_A(t)$ 和 $z_A(t)$ 表示无人机在惯性参考系中的位置， V_A为恒定空速， $\psi_A(t)$ 为航向角。横滚角 $\phi_A(t)$ 作为控制输入，用于控制转弯率 $\dot{\psi}_A(t)$；转弯率由重力加速度 g 和瞬时滚转指令决定。过大的倾斜可能导致结构疲劳或不稳定性，因此横滚角受平台特定限制约束

$$\phi^{\min} \le \phi_A(t) \le \phi^{\max}, \quad \forall t \in [0, t_f], \tag{2}$$

其中， $\phi^{\min}$ 和 $\phi^{\max}$ 根据机体设计和最大载荷因数定义允许的最小和最大横滚角。对于每架无人机，以 i为索引，其中 $\mathrm{i} = 1...N$ ，定义该平台的状态向量和控制向量为

$$\mathbf{x}_{A,i}(t) \triangleq \begin{bmatrix} x_{A,i}(t) & y_{A,i}(t) & z_{A,i}(t) & \psi_{A,i}(t) \end{bmatrix}^{\top}, \tag{3a}$$

$$\mathbf{u}_{A,i}(t) \triangleq \phi_{A,i}(t), \tag{3b}$$

其中，控制输入仅由横滚角构成。这种表述同样适用于

配备万向架稳定摄像机和机体固定相机的无人机。

对于配备万向架稳定的相机的无人机，通过启用相机在方位角和仰角方向上的独立转动，引入了额外的自由度，分别记为 ψ_g 和 θ_g。这使传感器指向与载具航向相互解耦，从而为目标跟踪提供了更大的灵活性。问题建模从一架配备万向架稳定的相机的无人机开始；为使符号简洁，省略无人机索引（下标 i）。机体相关变量和相机云台相关变量分别以下标 A 和 g区分，从而得到扩展的状态向量和控制向量

$$\mathbf{x}_{A,g}(t) \triangleq \begin{bmatrix} x_A(t) & y_A(t) & z_A(t) & \psi_A(t) & \psi_g(t) & \theta_g(t) \end{bmatrix}^\top, \tag{4a}$$

$$\mathbf{u}_{A,g}(t) \triangleq \begin{bmatrix} \phi_A(t) & u_{\psi_g}(t) & u_{\theta_g}(t) \end{bmatrix}^\top, \tag{4b}$$

其中，云台角度由单积分器动力学描述

$$\dot{\psi}_g(t) = u_{\psi_g}(t), \tag{5}$$

$$\dot{\theta}_g(t) = u_{\theta_g}(t). \tag{6}$$

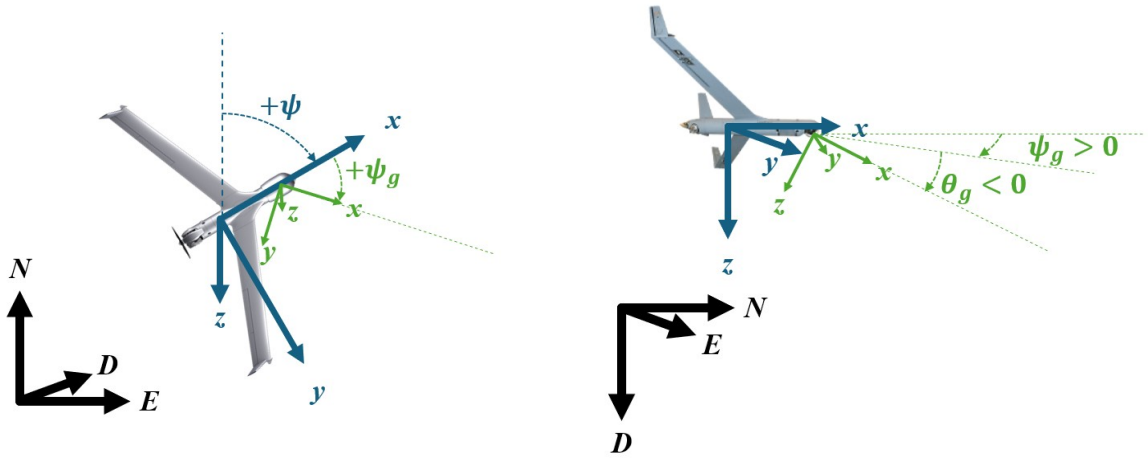
相机云台受到角速度限制，以模拟云台电机执行器的约束

$$u_{\psi_g}^{\min} \le u_{\psi_g}(t) \le u_{\psi_g}^{\max}, \quad \forall t \in [0, t_f], \tag{7}$$

$$u_{\theta_g}^{\min} \le u_{\theta_g}(t) \le u_{\theta_g}^{\max}, \quad \forall t \in [0, t_f]. \tag{8}$$

图 2 从俯视和侧视角度展示了云台相机坐标系的坐标约定。无人机机体固定坐标系以蓝色表示，并遵循标准航空航天惯例，其坐标轴（x，y，z）分别指向前方、右方和下方。该

云台坐标系以绿色表示，引入了两个额外的旋转自由度：方位角 ψ_g，定义为绕无人机垂直 z 轴的旋转；以及仰角 θ_g，定义为绕云台局部俯仰轴的旋转。地固北-东-地（NED）坐标系以黑色表示，用作空间参照。



(a) 云台参考坐标系的俯视图。 **(b) 云台参考坐标系的侧视图。**

图 2 无人机上相对于无人机的直装式万向架稳定相机系统的参考坐标系示意图。

B. 运行约束

为在保持隐身、通信可靠性和整体任务可行性的同时确保有效的目标定位，根据实际考虑因素，对无人机轨迹施加若干运行约束。这些因素包括尽量降低遭反侦测的风险、确保能够与协作无人水面艇通信，以及确保传感器-目标几何关系有效。具体而言，考虑三类主要约束：（1）在对抗目标周围设置禁飞区；（2）与协同平台保持在限定的通信范围内；（3）遵守运行边界规定的整体任务区域限制。

1. 目标周围的禁飞区

为降低被对抗系统反侦测的可能性，在目标周围划定一个禁飞区。无人机必须在该区域之外作业，以避免被目标系统探测、分类或交战。禁飞区半径根据目标的探测能力、无人机的隐身特征以及环境风险因素确定。每架无人机的位置向量 $\mathbf{p}_{A,i}$（无人机索引为 i），表示为

$$\mathbf{p}_{A,i}(t) = \begin{bmatrix} x_{A,i}(t) & y_{A,i}(t) & z_{A,i}(t) \end{bmatrix}^{\top} \tag{9}$$

目标无人水面艇的位置 $\mathbf{p}_T$ 为

$$\mathbf{p}_T(t) = \begin{bmatrix} x_T(t) & y_T(t) & z_T(t) \end{bmatrix}^{\top}. \tag{10}$$

设 r_{NFZ} 表示禁飞区的半径。约束条件为

$$\|\mathbf{p}_T(t) - \mathbf{p}_{A,i}(t)\| \geq r_{\mathrm{NFZ}}, \quad \forall t \in [0, t_f] \tag{11}$$

其中，$\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数。此几何排斥约束确保无人机在整个任务时间线内始终处于目标有效探测范围之外。

2. 最大通信范围

完成目标定位后，无人机必须与协作无人水面艇建立通信链路，以交换关键目标数据。为确保安全的同时维持有效通信，在终端时刻对最大通信范围施加边界条件，t_f。这一约束确保收集到的数据能够有效传输至协作平台，同时避免被外部威胁反侦测，也无需为传输配备高功率通信系统，从而不会增加单个平台的尺寸、重量、功耗和成本。

令 r_{com} 表示允许的最大通信范围，并令

$$\mathbf{p}_{USV}(t) = \begin{bmatrix} x_{USV}(t) & y_{USV}(t) & z_{USV}(t) \end{bmatrix}^{\top} \tag{12}$$

设其为协作无人水面艇的位置。该约束表示为

$$\|\mathbf{p}_{USV}(t_f) - \mathbf{p}_{A,i}(t_f)\| \leq r_{\text{com}} \tag{13}$$

该通信边界通过设定允许电磁辐射的最大范围，在维护协同策略功能完整性方面发挥着关键作用。

3. 任务区域边界

除了目标和协作无人水面艇附近的局部约束外，无人机还必须在有界的任务区域内运行，该区域反映了可用空域、传感器覆盖范围和作业风险容限的限制。这些边界并非依据全局持续有效的知识或绝对地理定位设定，而是根据先前的任务规划、相对传感器约束以及与任务相关的感兴趣区域确定。

设任务区域为一个与惯性坐标轴对齐的矩形区域。每架无人机 i 的允许运行域受以下边界限制

$$x_{\min} \leq x_{A,i}(t) \leq x_{\max}, \quad \forall t \in [0, t_f] \tag{14}$$

$$y_{\min} \leq y_{A,i}(t) \leq y_{\max}, \quad \forall t \in [0, t_f] \tag{15}$$

其中 $x_{\min}$， $x_{\max}$， $y_{\min}$ 和 $y_{\max}$ 定义了任务区域在水平面上的空间范围。施加这些边界可将无人机的运动限制在与任务相关的区域内，通过避免不可行或无界的轨迹来改善优化的数值条件性，并支持使用机载传感器或协同数据共享在局部实施约束。禁飞区、通信范围和任务区域边界共同界定了每架无人机必须

活动的空间范围。这些约束被明确纳入轨迹优化公式中，以确保生成的所有轨迹均可行且符合任务要求。

C. 传感器建模

准确地对无人机机载相机传感器进行建模，对于利用仅方位角测量实现真实的轨迹优化至关重要。传感器测量所提供的信息取决于无人机与目标之间的相对几何关系，以及传感器视场约束；这些因素决定了某项测量是否有效，以及它对降低目标定位误差的贡献程度。这里的信息是指基于传感器-目标几何关系，某项测量对目标估计位置的约束程度。

本节详细介绍了在传感器坐标系中计算相对测量值所需的坐标变换，采用平滑的基于 Sigmoid 的函数对视场约束进行建模，以确保与基于梯度的优化兼容，并纳入无人机搭载万向架稳定的相机所需的增广动态模型。尽管物理视场由严格的角度界限定义，但为实现高效的数值优化，本文使用可微的 Sigmoid函数对其进行近似 [23]。该近似保留了实际传感器模型的基本几何约束，同时避免了硬阈值视场约束带来的不连续性。

1. 相对位置与坐标系变换

令 ${}^{I}\mathbf{p}_{c,i}(t) \triangleq [x_{A,i}(t), y_{A,i}(t), z_{A,i}(t)]^{\top}$表示无人机 i在局部切平面（NED）坐标系中的相机位置，并假设相机与无人机质心重合。目标或协作无人水面艇在惯性坐标系中的位置（通过 j 编号）记为${}^{I}\mathbf{p}_{j}(t) \triangleq [x_j(t), y_j(t), z_j(t)]^{\top}$。相对于无人机的位置为

$$ {}^{I}\Delta\mathbf{p}_{i,j}(t) \triangleq {}^{I}\mathbf{p}_{j}(t) - {}^{I}\mathbf{p}_{c,i}(t). \tag{16} $$

相对于无人机机体固定相机坐标系的位置为

$$ {}^{c}\mathbf{p}_{i,j}(t) \;=\; \mathbf{R}_{I}^{c,i}(t)\; {}^{I}\Delta\mathbf{p}_{i,j}(t) \tag{17} $$

其中 $\mathbf{R}_{I}^{c\,i}(t)$ 表示从惯性坐标系到无人机 i相机坐标系的旋转矩阵，该矩阵由偏航角、俯仰角和横滚角依次旋转构成

$$ \mathbf{R}_{I}^{c,i}(t) = \mathbf{R}\big(\phi_i(t)\big)\,\mathbf{R}\big(\theta_i(t)\big)\,\mathbf{R}\big(\psi_i(t)\big). \tag{18} $$

对于配备云台相机的单架无人机，我们可以省略下标 i，并通过指令方位角ψ_g 和仰角 θ_g 进行两次额外旋转，以在云台坐标系中表示该相对位置

$$ {}^{c_g}\mathbf{p}_j(t) \;=\; R_{c}^{c_g}(t)\; {}^{c}\mathbf{p}_j(t), \tag{19} $$

其中

$$ \mathbf{R}_{c}^{c_g}(t) = \mathbf{R}\big(\theta_g(t)\big)\,\mathbf{R}\big(\psi_g(t)\big). \tag{20} $$

对于任一类型的相机，传感器提取方位角（α_j）和仰角（β_j），具体如下

$$ \alpha_{i,j}(t) \triangleq \operatorname{atan2}\left({}^{c,i}r_{y,i,j}(t),\; {}^{c,i}r_{x,i,j}(t)\right), \tag{21a} $$

$$ \beta_{i,j}(t) \triangleq \tan^{-1}\frac{{}^{c,i}r_{z,i,j}(t)}{\sqrt{({}^{c,i}r_{x,i,j}(t))^2 + ({}^{c,i}r_{y,i,j}(t))^2}}. \tag{21b} $$

2. 视场约束

每台相机都具有由方位角和仰角界限所限定的有限视场。以 j 为索引的目标与协作无人水面艇，若其相机坐标系中的方位角和仰角满足以下角度视场约束，则被视为对无人机 i 可见

$$ \alpha_{\min} \le \alpha_{i,j}(t) \le \alpha_{\max}, \quad \beta_{\min} \le \beta_{i,j}(t) \le \beta_{\max}. \tag{22} $$

当任一角度超出这些界限时，便会发生视场外事件，即目标暂时离开传感器视场。这些事件会中断采集方位测量并降低信息增益。为在优化中考虑这一影响，可见性被建模为一个连续加权函数，该函数在目标接近视场边界时平滑下降至零。这使得优化器能够预判并尽量减少由这些视场外状况造成的信息损失。

为了针对实值决策变量进行基于梯度的优化，使用平滑的参数化 Sigmoid函数近似式（22）中的每个角度可见性约束。由此可为原始的不连续示性函数构造一个连续可微的代理函数，该函数的输出值位于 $[0,1]$，并以可微的方式近似二元可见性判定。每个角度约束对应的 Sigmoid函数为

$$\mathbb{I}_{\delta_{\text{limit}}} = \frac{1}{1 + e^{k(\delta - \delta_{\text{limit}})}}, \tag{23}$$

其中，δ 是测得的角度，δ_{limit} 是阈值，$k > 0$ 控制过渡的陡峭程度。

随后，将视场示性函数的完整近似记为 $\mathbb{I}_{FOV_{i,\ j}}(t)$，并将其构造为四个基于 Sigmoid 的函数的乘积；这些函数分别对应传感器视场中方位角和仰角的上界与下界，

$$\mathbb{I}_{FOV_{i,j}}(t) = \mathbb{I}_{\alpha_{\min},i,j}(t) \cdot \mathbb{I}_{\alpha_{\max},i,j}(t) \cdot \mathbb{I}_{\beta_{\min},i,j}(t) \cdot \mathbb{I}_{\beta_{\max},i,j}(t), \tag{24}$$

其中每一项都以平滑的方式约束角度可见性的一侧，从而确保 $\mathbb{I}_{FOV_{i,\ j}}(t) \in [0,1]$。图3展示了重叠的 Sigmoid函数如何近似方位角 $\alpha \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 的角度可见性边界。

– –

由此得到的可见性函数 $\mathbb{I}_{FOV_{i,\ j}}(t)$，为目标可见性提供了连续且可微的近似。这一特性保留了使用支持梯度的数值求解器 [24], 所需的平滑性，并确保信息加权在物理意义上保持合理

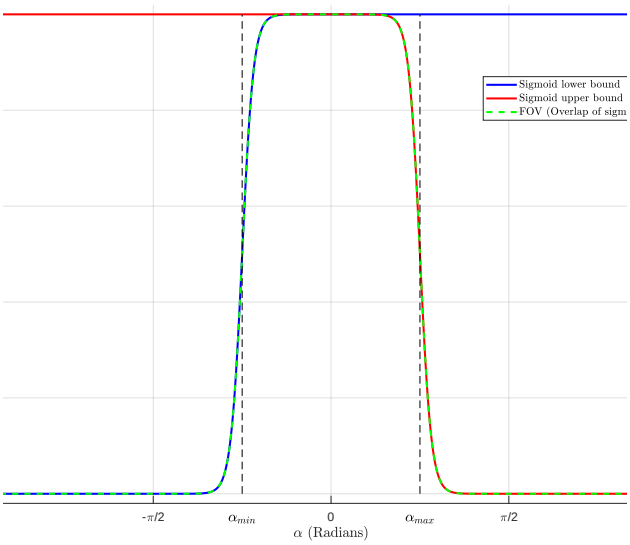


图3　　Smo采用重叠的 Sigmoid函数近似视场约束　　.

在目标移出画面的过渡过程中。

D. 性能指标 – PCRLB

为量化候选无人机轨迹的估计性能，本文采用 PCRLB 作为主要性能指标。PCRLB 为任何贝叶斯估计器的协方差提供理论下界，并作为评估所研究的仅方位跟踪场景中定位精度的参考。

在本研究中纳入先验至关重要，因为假设目标和协作无人水面艇均保持静止。先验表示获取任何方位测量之前状态估计的初始协方差，反映了任务前引导或先前传感所带来的不确定性。实际应用中，该先验可能来自外部情报或监视设备，例如雷达、卫星图像或地面传感器；这些来源可提供目标和协作无人水面艇的粗略初始定位。随着新测量值不断采集，这

些先验信息会在估计过程中得到更新，从而产生反映累计信息增益的后验界。

该矩阵的迹，即对各个状态维度上的方差求和，可作为总位置估计不确定性的标量度量。该标量在概念上类似于基于 GPS 的系统中使用的 PDOP，其中 PDOP 用于量化卫星几何构型如何放大测量噪声对位置精度的影响。同样，最小化 PCRLB 的迹有利于选择能够改善感知几何并降低估计误差理论下界的轨迹，从而提升整体定位性能。

光电传感器通常以固定采样频率运行，因此，本文采用离散时间方法对方位测量进行建模。该表述与传感器数据在无人机上生成和处理的方式自然一致，因为测量值会按照由硬件和计算限制决定的固定时间间隔到达。在这些条件下，与估计性能相关的信息也会随时间离散累积，使得 FIM 和 PCRLB 的离散表述既具有实用性，又与标准滤波和数值优化方法保持一致。

本文所采用的 PCRLB 递归形式遵循 [25], 的表述，其中先验信息通过 FIM 传播，以同时考虑预测和测量更新。对于本文所研究的静止目标情况，该递推过程简化为方位测量信息的序贯累积，其起点是与先验不确定性相对应的初始协方差。这确保所得界能够反映对目标状态的初始认知，以及从新测量值中获得的增量信息。后验界满足

$$\mathbb{E}\{[\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{x}_k][\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{x}_k]^\top\} \geq \mathbf{PCRLB}(k) = \mathbf{FIM}(k)^{-1}, \tag{25}$$

其中，$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 是估计的目标状态，$\mathbf{x}_k$ 是时间 k的真实状态。

静止目标 j 的 FIM 由无人机 i 在 $\mathrm{N_k}$ 个离散时间步上观测，并根据估计理论 [10, 13] 中的标准公式计算为

$$\mathbf{FIM}_j = \sum_{k=1}^{\mathrm{N_k}} \left(\frac{\partial \boldsymbol{h}_{i,j}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}_j(k))}{\partial \mathbf{x}_j(k)} \right)^{\top} \mathbf{R}_{i,j}^{-1}(k) \left(\frac{\partial \boldsymbol{h}_{i,j}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}_j(k))}{\partial \mathbf{x}_j(k)} \right), \tag{26}$$

其中 $\boldsymbol{h}_{i,j}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}j(k)) = [\alpha_{i,j}(k), \beta_{i,j}(k)]^{\top}$ 包含从无人机i到目标 j的方位角和仰角，且 $\mathbf{R}_{i,j}(k)$ 为相应的测量噪声协方差矩阵

$$\mathbf{R}_{i,j}(k) = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\alpha_{i,j}}(k) & 0 \\ 0 & \sigma^2_{\beta_{i,j}}(k) \end{bmatrix}. \tag{27}$$

方位角和仰角的测量函数在北东地坐标系中根据几何关系定义如下

$$\boldsymbol{h}_{i,j}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}_j(k)) \triangleq \begin{bmatrix} \alpha_{i,j} \\ \beta_{i,j} \end{bmatrix}, \tag{28}$$

其中，$\mathbf{x}_i(k)$ 是无人机 i 的已知位置，假设可从第三方目标定位或任务规划数据等先验信息中获取，并通过机载惯性测量加以维持；$\mathbf{x}j(k)$ 则是待估计的未知目标状态。

测量函数 $\boldsymbol{h}_{i,j}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}j(k))$ 关于目标状态$\mathbf{x}j(k)$ 的雅可比矩阵改编自 [8]，表示为

$$\frac{\partial \boldsymbol{h}_{i,j}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}_j(k))}{\partial \mathbf{x}_j(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha_{i,j}}{\partial x_j} & \frac{\partial \alpha_{i,j}}{\partial y_j} \\ \frac{\partial \beta_{i,j}}{\partial x_j} & \frac{\partial \beta_{i,j}}{\partial y_j} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} -\frac{r_{y,i,j}}{r^2_{x,i,j}+r^2_{y,i,j}} & \frac{r_{x,i,j}}{r^2_{x,i,j}+r^2_{y,i,j}} \\ -\frac{r_{x,i,j} r_{z,i,j}}{r^2_{i,j}\sqrt{r^2_{x,i,j}+r^2_{y,i,j}}} & -\frac{r_{y,i,j} r_{z,i,j}}{r^2_{i,j}\sqrt{r^2_{x,i,j}+r^2_{y,i,j}}} \end{bmatrix}_k, \tag{29}$$

其中，$r_{i,j}$ 是无人机 i 与目标 j 之间的欧几里得距离。请注意，尽管目标和无人机的位置包含 z 分量，但并不估计垂直方向上的变化。由于假设无人机和目标高度已知且保持不变，测量雅可比矩阵可简化为仅涉及目标状态 x、y 分量的 2×2 形式。

为了体现实际 在感知约束下，每个 FIM 贡献均由连续的 s

可见性因子 $\mathbb{I}_{FOV_{i,\ j}}(k)$，其定义见式（24）。此外，外部提示被纳入 FIM 的初始化中，初始先验以 $\mathbf{P}_{0}^{-1}{}_{,\ j}$ 的形式进入信息矩阵。该先验通过均匀加权规则分配给所有无人机

$$\lambda_i = \frac{1}{N_{\text{UAV}}}, \qquad \sum_{i=1}^{N_{\text{UAV}}} \lambda_i = 1, \tag{30}$$

其中 λ_i 为总和为 1 的均匀权重。考虑所有无人机所提供的综合信息增益后，融合形式如下：

$$\mathbf{FIM}_j = \sum_{i=1}^{N_{\text{UAV}}} \left\{ \lambda_i \, \mathbf{P}_{0,j}^{-1} + \sum_{k=1}^{N_k} \mathbb{I}_{FOV_{i,j}}(k) \left(\frac{\partial \boldsymbol{h}_{i,j}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}_j(k))}{\partial \mathbf{x}_j(k)} \right)^{\top} \mathbf{R}_{i,j}^{-1}(k) \left(\frac{\partial \boldsymbol{h}_{i,j}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}_j(k))}{\partial \mathbf{x}_j(k)} \right) \right\} \tag{31}$$

由该 FIM 的逆矩阵得到的 PCRLB，是目标 j 估计误差协方差的下界。研究发现，最小化 PCRLB 的迹是 [8] 中一种有效的优化性能指标。因此，本文采用 PCRLB 的迹，以便直接比较不同无人机配置和任务场景下的性能。

E. 优化

轨迹设计问题被表述为一个约束优化问题，其目标是最小化结合估计性能与任务持续时间的加权目标函数。这种多目标表述体现了目标定位性能与时间效率之间的权衡，同时满足前文提出的运动学、传感和运行约束。

代价函数纳入了目标的PCRLB的迹（PCRLB_{T}）以及协作无人水面艇的PCRLB的迹（$\text{PCRLB}_{\text{USV}}$）。可调参数 $w_1,\ w_2 \in [0, 1]$分别用于控制它们对于定位的相对重要性。代价函数中还包含一个由 $w_3 \geq 0$ 缩放的额外惩罚项，用于惩罚不必要的过长轨迹。对于 N 架无人机，代价函数的形式为

$$\min_{\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t)} \quad J = w_1 \cdot \mathrm{Tr}\big(\mathrm{PCRLB}_T\big) + w_2 \cdot \mathrm{Tr}\big(\mathrm{PCRLB}_{\mathrm{USV}}\big) + w_3 \cdot t_f, \tag{32}$$

其中，$\mathbf{x}(t)$和$\mathbf{u}(t)$表示所有无人机的状态轨迹和控制轨迹，$\mathrm{Tr}(\cdot)$表示矩阵迹算子，t_f为任务的最终时间。该代价函数受以下约束条件限制

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = f(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{u}_i(t)), \tag{33a}$$

$$\phi^{\min} \le \phi_A(t) \le \phi^{\max}, \qquad \forall t \in [0, t_f], \tag{33b}$$

$$x_{\min} \le x_{A,i}(t) \le x_{\max}, \qquad \forall t \in [0, t_f], \tag{33c}$$

$$y_{\min} \le y_{A,i}(t) \le y_{\max}, \qquad \forall t \in [0, t_f], \tag{33d}$$

$$\|\mathbf{p}_T(t) - \mathbf{p}_{A,i}(t)\| \ge r_{\mathrm{NFZ}}, \qquad \forall t \in [0, t_f], \tag{33e}$$

$$\|\mathbf{p}_{\mathrm{USV}}(t_f) - \mathbf{p}_{A,i}(t_f)\| \le r_{\mathrm{com}}. \tag{33f}$$

这些约束确保所得无人机轨迹在动态上可行，且不会违反运行约束。然而，由于轨迹和控制曲线都是时间的连续函数，这种表述构成了一个无限维优化问题，其精确解通常难以求得。因此，需要采用数值近似方法来获得计算上可行的解。

F. 伯恩斯坦近似

为获得便于求解的形式，本文使用伯恩斯坦多项式近似每架无人机的连续时间状态和控制轨迹，从而将问题转化为有限维非线性规划问题。这种参数化方式尤其有优势，因为伯恩斯坦基是已知的唯一一种可在均匀间隔时间节点上运行的多项式基，能够确保与固定的传感器采样率兼容，并避免其他多项式近似中出现的龙格现象 [20]。

次数为 n 的伯恩斯坦基多项式定义为

$$b_{j,n}(t) = \binom{n}{j} \frac{t^j (t_f - t)^{n-j}}{t_f^n}, \quad j = 0, \ldots, n, \quad \forall t \in [0, t_f] \tag{34}$$

其中，二项式系数为

$$\binom{n}{j} = \frac{n!}{j!(n-j)!} \tag{35}$$

相应的时间节点等距分布，定义为

$$t_j = \frac{j}{n} t_f, \quad j = 0, \ldots, n \tag{36}$$

其中 $t_f > 0$ 已给定。随后将状态和控制轨迹近似表示为伯恩斯坦基函数的线性组合

$$\mathbf{x}(t) \approx \sum_{j=0}^{n} \bar{\mathbf{x}}_{j,n} b_{j,n}(t), \tag{37}$$

$$\mathbf{u}(t) \approx \sum_{j=0}^{n} \bar{\mathbf{u}}_{j,n} b_{j,n}(t), \tag{38}$$

其中 $\bar{\mathbf{x}}_{j,n} \in \mathbb{R}^{n_x}$ 和 $\bar{\mathbf{u}}_{j,n} \in \mathbb{R}^{n_u}$ 分别为状态和控制对应的伯恩斯坦系数。这些系数用于定义矩阵

$$\bar{\mathbf{x}}_n = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_{0,n} & \cdots & \bar{\mathbf{x}}_{n,n} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_x \times (n+1)}, \tag{39}$$

$$\bar{\mathbf{u}}_n = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_{0,n} & \cdots & \bar{\mathbf{u}}_{n,n} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_u \times (n+1)} \tag{40}$$

伯恩斯坦多项式的一项重要优势是具有明确的求导性质，该性质适用于任何通过伯恩斯坦基进行近似的函数

$$\dot{\mathbf{x}}_n(t) = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{n}{t_f} (\bar{\mathbf{x}}_{j+1,n} - \bar{\mathbf{x}}_{j,n}) b_{j,n-1}(t) = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{n} \bar{\mathbf{x}}_{i,n} \mathbf{D}_{i,j} b_{j,n-1}(t) \tag{41}$$

其中$\mathbf{D}_{i,j}$是微分矩阵的第（i, j）个元素，如 [19]所述。

对于满足 $\dot{\mathbf{x}}_i(t) = f(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{u}_i(t))$ 的动力学模型，以及一个数值 $1 > \delta > 0$，可通过松弛来近似该微分约束

$$\left\| \sum_{i=0}^{n} \bar{\mathbf{x}}_{i,n} \mathbf{D}_{i,j} - \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}_{j,n}, \bar{\mathbf{u}}_{j,n}) \right\| \leq \delta^n, \qquad \forall j = 0, \ldots, n \tag{42}$$

其中，δ^n 是一种松弛，随着 $n \to \infty$ 而收敛至零。另一个重要性质是，任何伯恩斯坦近似都位于其控制点构成的凸包内

$$\min_{j=0,\ldots,n} \bar{\mathbf{x}}_{j,n} \leq \mathbf{x}_n(t) \leq \max_{j=0,\ldots,n} \bar{\mathbf{x}}_{j,n} \qquad \forall t \in [0, t_f] \tag{43}$$

这一性质使得可以直接对伯恩斯坦控制点施加不等式约束，例如任务边界，$\bar{\mathbf{x}}_{j,n}$。由于轨迹不会超出这些控制点的最大数值，在控制点处施加约束即可确保约束在整个连续轨迹上均得到满足，从而简化优化过程中的约束处理。对于定义排除区域（例如禁飞区）的几何约束，凸包性质可提供近似保证。只要控制点的凸包不与受限区域相交，相应的轨迹也将保持可行。

关于在轨迹生成问题中使用伯恩斯坦多项式的更多详细信息，请参见 [18–20, 26–29]。

G. 基于扩展卡尔曼滤波的联邦传感器融合

多无人机目标定位的一种架构是集中式方法：协作无人水面艇接收来自所有无人机的仅方位测量，并在单个全局扩展卡尔曼滤波器（EKF）中进行处理。虽然这种方法能够得到一致且完全融合的估计，但要求协作无人水面艇在整个任务期间与所有无人机保持持续的高带宽通信，因此会带来更高的尺寸、重量、功耗和成本负担。

为克服这一局限，本文采用联邦卡尔曼滤波器（FKF），并在

任务结束时进行数据融合。对于多架 FFOV 无人机协同进行的目标定位，每架无人机都基于自身的方位测量，使用本地 EKF 独立跟踪目标和协作无人水面艇。在整个任务期间，这些本地 EKF 在无人机团队中并行运行，为每个目标 j 生成随时间变化的状态估计 $\mathbf{x}_{i,j}(k)$ 及相应的协方差矩阵$\mathbf{P}_{i,j}(k)$。

为将这些估计合成为一个系统级估计，在最终时间步应用联邦卡尔曼滤波器（FKF），此时每架无人机均已完成数据采集并返回协作无人水面艇。该联邦融合步骤采用信息加权共识规则，集中汇总所有局部估计。FKF 根据标准估计公式 [30–32] 计算如下：

$$\mathbf{x}_j(k_f) = \left(\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{UAV}}} \mathbf{P}_{i,j}(k_f)^{-1} \right)^{-1} \sum_{i=1}^{\mathrm{N_{UAV}}} \mathbf{P}_{i,j}(k_f)^{-1} \mathbf{x}_{i,j}(k_f), \tag{44}$$

$$\mathbf{P}_f(k_f) = \left(\sum_{i=1}^{\mathrm{N_{UAV}}} \mathbf{P}_{i,j}(k_f)^{-1} \right)^{-1}, \tag{45}$$

其中，k_f 表示最终融合时间，$\mathrm{N_{UAV}}$ 表示参与的无人机数量。该公式无需在飞行期间进行无人机间通信或集中式处理，即可确保融合结果的一致性，因此适用于带宽受限系统，例如为低尺寸、重量、功耗和成本而设计的系统。

每个局部扩展卡尔曼滤波器的初始化都与轨迹优化过程相关联。部署前，每架无人机都会根据第三方引导或先验任务知识，获得对目标与无人水面艇状态的共同估计。该共享先验定义了用于估计器初始化的初始状态和协方差。为避免联邦融合期间重复计数，先验信息的初始化按式（30）所示在各无人机之间进行划分。值得注意的是，轨迹优化也使用相同的协方差进行初始化，从而确保规划轨迹能够针对实际的估计器初始化降低不确定性。因此，规划与估计均以最大化每架无人机单独测量的数值为目标

，同时考虑任务开始时预期的状态不确定性。

通过将数据融合集中在最后一步，这种基于 FKF 的方法能够在不牺牲估计器一致性的前提下，实现稳健、低带宽的协同定位。它支持可扩展的联邦式架构，使 FFOV 无人机能够独立运行，同时仍能有效参与共享的目标定位方案，适用于 GPS拒止或电磁对抗环境。

III. 结果

传统上，用于定位的无人机路径规划依赖启发式轨迹。这类轨迹（例如跑道形航迹或圆形轨道）易于实现，也符合传统作战条令。虽然在作战中便于使用，但这些路径可能无法最大限度地提升信息增益。相比之下，采用信息论目标函数（例如最小化 PCRLB的迹）优化得到的轨迹，能够显著提高定位精度和估计器性能。通过明确考虑时变几何关系、可见性约束和传感器视场限制，这些优化路径可针对任务目标进行定制，从而实现更智能、更有效的无人机作战。

除了性能指标之外，轨迹优化不仅要从估计性能的角度考量，还必须置于更广泛的系统级约束背景下审视。尺寸、重量、功耗和成本考量，尤其是与机体和传感器配置相关的因素，会直接影响平台设计和作战部署。优化可能会缩短飞行时间或减少所需飞行器数量，但平台级设计权衡（例如采用机械万向架稳定的相机传感器还是固定视场相机传感器）同样在决定系统适用性方面发挥着关键作用。这些权衡使轨迹优化既成为一种控制理论增强手段，也有助于打造更经济、更易部署的系统设计。

随后的案例研究凸显了估计精度、飞行路径设计与硬件配置之间的相互依存关系。第一项案例研究将启发式跑道形轨迹与单架固定视场无人机的优化路径进行比较，着重考察仅凭轨迹形状如何影响定位性能。

第二项案例研究评估了配备云台相机的单架无人机与由 FFOV 无人机构成的协同团队之间的权衡。尽管云台平台受益于独立的传感器转动，但它会带来更高的尺寸、重量、功耗和成本负担。然而，固定视场团队借助多无人机协同，使定位性能达到或超越前者，表明分布式感知系统能够以更低的成本和更高的冗余实现高保真。

在所有结果中，使用标量界 $\sqrt{\mathrm{Tr}(\mathrm{PCRLB})}$，以便与EKF和FKF蒙特卡洛均方根误差（RMSE）进行直接且单位一致的比较。优化器旨在最小化Tr(PCRLB)，但所有数值、图和表均呈现 $\sqrt{\mathrm{Tr}(\mathrm{PCRLB})}$。本研究所用的关键仿真常数和优化参数汇总于IV节。

案例研究1：重新分配任务后跑道轨迹与最优固定视场无人机轨迹的比较

本案例研究比较了图4所示情境中，单架固定视场无人机在更大范围的海上搜索任务期间意外发现目标后采用的两种不同定位策略。该情境模拟了一种常见的作业环境：无人机执行常规监视，直至有人平台或分布式传感器等外部资产发出提示，对已识别目标进行定位。完成定位后，无人机必须进入指定通信范围，以报告目标相对于协作无人水面艇的位置。

重新分配任务时，无人机的位置会在有界任务区域内随机设定，以模拟现实部署中固有的不确定性。定位两艘无人水面艇并缩短任务时间同等重要。基于这一初始状态，本文考虑两种定位策略。

第一种方法采用一种启发式轨迹，通常称为“跑道形”航迹。该轨迹由一条椭圆形飞行路径构成，旨在始终位于指定禁飞区之外，同时尽可能保持与目标的视线。重新分配任务后，无人机立即进入跑道形航迹，采集仅方位测量值。跑道形航迹在运行上简单直接，但并非为了在保证时间效率的同时实现目标的最优定位而设计。

相比之下，第二种方法采用伯恩斯坦多项式参数化和数值优化，生成一条可行轨迹，以使该任务的 PCRLB 的迹最小。该轨迹通过离线计算得出，并明确纳入载具运动学、传感器视场约束，以及禁飞区边界和通信约束等运行限制。最终路径会调整无人机的几何位置，以最大化方位角变化率，并保持信息丰富的相对位置。尽管这条轨迹不太直观，但它会策略性地利用无人机的机动性，在允许的传感和运行约束范围内最大化信息增益。

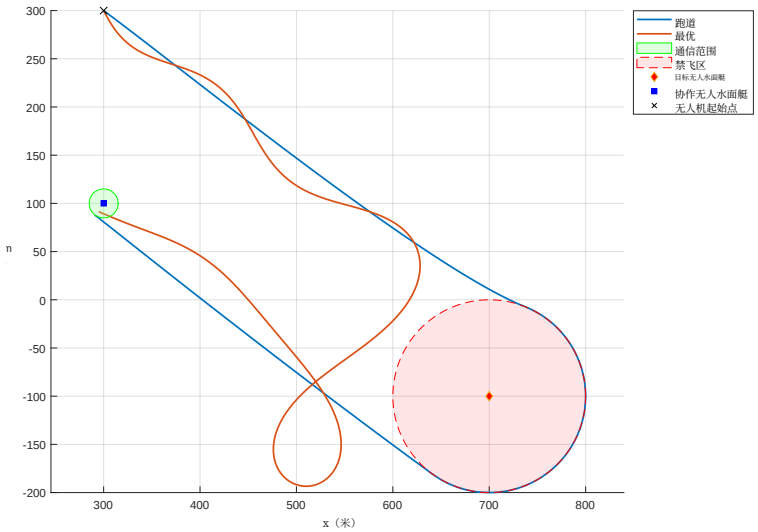


图 4 HeuristicUAV 跑道形轨迹与优化后的伯恩斯坦轨迹。

每条轨迹都根据 PCRLB的迹 进行评估，该指标用作设计指标。随后，分别在蒙特卡洛试验中使用扩展卡尔曼滤波器，以评估实际估计性能是否接近这一理论下界。需要强调的是，PCRLB的迹被用作设计和评估指标，代表在给定感知几何和测量模型的情况下，估计器所能达到的最佳性能。相比之下，扩展卡尔曼滤波器仿真反映的是实际估计器性能，并考虑了线性化误差和非线性动力学。

表1总结了比较结果。优化轨迹使目标的√PCRLB的迹更低，同时协作无人水面艇的 √PCRLB的迹相当，表明在不显著减少对支撑平台的测量值的情况下，目标的信息几何得到了改善。基于扩展卡尔曼滤波器的蒙特卡洛验证进一步证实了这些趋势，

结果显示标准差（SD）总体降低，其中优化轨迹使目标标准差降低了65.0%，并使USV标准差提高了12.8%。此外，与跑道基准相比，总任务时间缩短了10.3%。

T表1 优化FFOV无人机与启发式FFOV无人机性能对比

指标	优化FFOV无人机	启发式FFOV无人机
目标数据		
$\sqrt{\text{PCRLB的迹}}$，m	0.93	2.08
标准差，m	1.32	3.77
协同USV数据		
$\sqrt{\text{PCRLB的迹}}$，m	0.70	0.64
标准差，m	1.64	1.88
总体仿真数据		
飞行时间，s	47.3	52.7
总成本	0.68	2.36

图5中的直方图展示了采用启发式轨迹与优化轨迹所获得的组合均方根误差值的对比分布。垂直虚线表示所有蒙特卡洛运行的均方根误差均值。启发式轨迹导致均方根误差分布高度偏斜并具有长尾，表明偶尔会出现严重的定位失败；而优化轨迹的均值低于启发式轨迹，因而表现出更好的性能。此外，优化轨迹产生了显著更紧凑的均方根误差分布，这意味着即使在最坏情况下也具有更好的整体性能。

优化轨迹的 $\sqrt{\text{PCRLB的迹}}$和标准差性能有所提升，这是因为它对感知机会进行了时间上的分配。跑道形轨迹在飞行的前半段专注于目标无人水面艇，随后在后半段转而对协作无人水面艇进行定位。因此，前期能够对目标进行高信息量的重复观测。然而，由于估计器在任务后期无法获得目标的新测量值，最终的标准差反映了累积的过程不确定性。相比之下，优化轨迹在观测目标与无人水面艇之间持续交替，从而保持均衡的可观测性，并使信息流持续到任务终止。

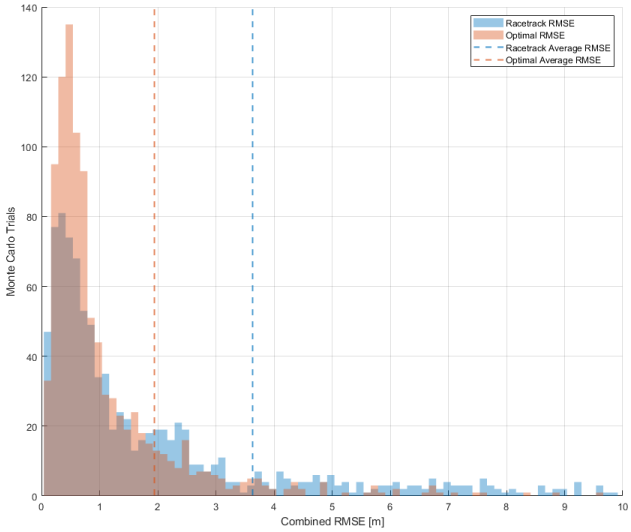


图5 目标和协作无人水面艇位置的综合均方根误差直方图。优化轨迹始终能降低均方根误差并消除较大的离群值，同时缩短任务时间。跑道形轨迹的方差较高，且偶尔会出现严重的定位失败。

这些结果凸显了理论信息度量与估计器实际行为之间的区别。PCRLB的迹是衡量可实现性能的必要但不充分指标。估计器的精度最终取决于测量值在时间上的分布及其质量。优化轨迹表明，以信息为导向的设计能够将理论上的可观测性转化为稳定的实际性能，同时缩短总任务时间。

单架固定视场无人机的案例研究凸显了轨迹优化的优势以及固定视场平台固有的局限性。由于缺乏独立的传感器转向能力，单架无人机无法长期保持最优观测几何，因此估计性能会对车辆动力学和感知对准高度敏感。为解决这些局限性，后续案例研究将估计框架扩展为比较协同固定视场无人机编队与配备云台相机的单架无人机所实现的目标定位性能。每架固定视场无人机均沿经过优化的互补轨迹飞行，以最大化信息增益。此项比较旨在探究分布式协同能否弥补单个传感器的局限，并实现可比甚至更优的定位性能。此外，

该研究还考察了更广泛的系统层面权衡因素，包括韧性、可扩展性和成本；这些因素对未来在受争夺或资源受限环境中的行动至关重要。

案例研究2：配备云台相机的无人机与多架固定视场无人机

本案例研究评估了配备云台相机的单架无人机与由多架 FFOV 无人机组成的协同团队在仅方位目标定位方面的相对性能及系统权衡，如图 6 和图 7 所示。轨迹生成过程始于一个典型场景：一架或多架无人机从协作无人水面艇出发，执行静止对抗水面目标的定位任务。每架无人机均以恒定空速 V_A 飞行，并保持预设的固定高度，以实现空域冲突消解。

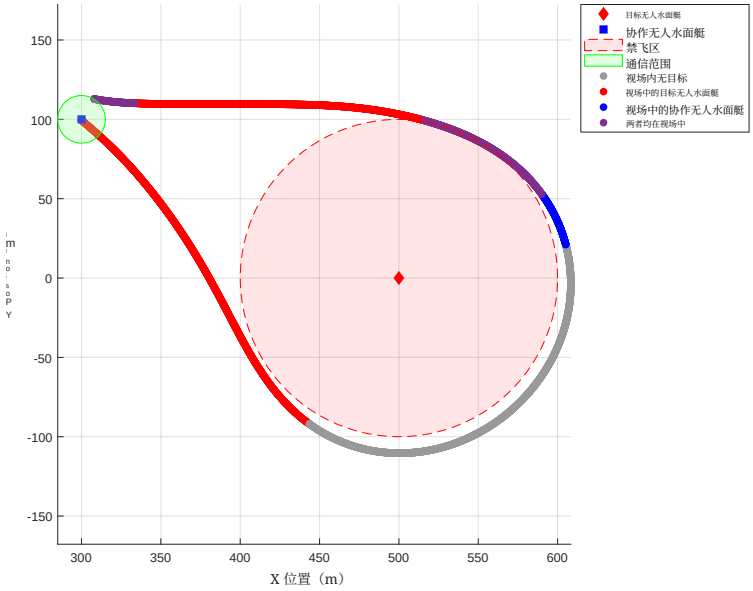


图 6 配备云台相机的无人机的优化轨迹。无人机在遵守任务飞行约束的同时，以最短时间对静止目标和协作无人水面艇进行定位。无人机轨迹上的视场分段——红色：目标无人水面艇在视场中。蓝色：协作无人水面艇在视场中。紫色：两艘无人水面艇均可见。灰色：两艘无人水面艇均不可见。

在云台配置中，无人机的传感器视线与无人机的机体坐标系运动学相互解耦。这种系统选择使云台能够独立转向，无论飞行方向如何，都能最大限度地提高可见性和信息增益。如图 6 所示，无人机的轨迹由

基于伯恩斯坦多项式的优化方法生成，旨在遵循任务约束的同时，以最短时间最大限度地实现目标定位。图中沿轨迹的视场分段采用颜色编码，以表示目标船（红色）、协作无人水面艇（蓝色）或两者（紫色）在相机视线中可见的时段。灰色部分表示无人机重新调整位置时倾侧角增大，导致两艘船均不可见的时段。

相比之下，FFOV 无人机仅依靠机体航向来调整其传感器方向，因此需要协同群体行为以维持近乎连续的覆盖。图 7 展示了对五架 FFOV 无人机进行协同优化后得到的轨迹。

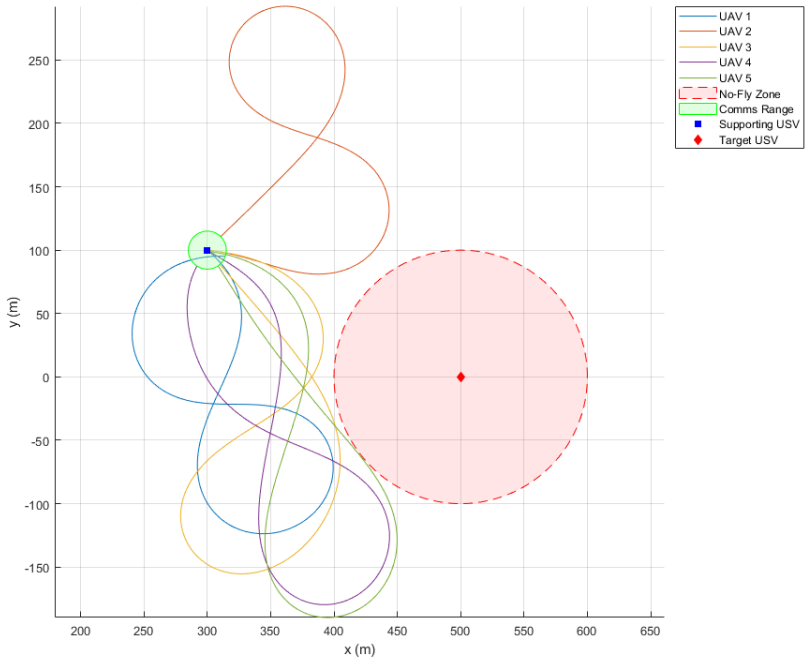


图 7 多架 FFOV 无人机的优化轨迹。无人机在遵守任务飞行约束的同时，以最短时间对静止目标和协作无人水面艇进行定位。

表 2 总结了目标和协作无人水面艇的优化成本及相应的估计精度下界，以及仿真中达到的最终标准差。由于优化成本根据式 32 计算，是目标项和无人水面艇项的加权和，再加上时间惩罚，因此其数值低于任一单独项。它体现了估计性能与任务持续时间的归一化综合指标。

表 2　$\sqrt{\mathrm{Tr}(\overline{\mathbf{PCRLB}})}$、优化成本和目标的最终定位误差

无人机类型	数量	$\sqrt{\mathrm{Tr}(\overline{\mathrm{PCRLB}})}$，米		优化所需时间	优化	最终
		目标	协作无人水面艇	完成时间，秒	Cost	目标标准差，米
万向架稳定的	1	1.610	1.211	32.8	0.9777	2.559
FFOV	1	7.774	2.726	38.0	1.0956	12.805
	2	4.320	1.837	43.8	1.0669	5.388
	3	3.647	1.802	43.3	1.0282	4.230
	4	2.390	1.490	33.0	0.7818	3.156
	5	1.846	1.184	31.5	0.6718	2.193

配备云台相机的无人机对目标无人水面艇实现了最小的 $\sqrt{\mathrm{PCRLB}}$的迹。这体现了其估计能力，因为它能够在整个轨迹过程中主动调整相机朝向。然而，相应的优化成本表明，将时间惩罚纳入代价函数后，这一优势是以更长的任务完成时间和较低的整体效率为代价的。因此，云台配置以复杂性、任务持续时间和潜在的单点脆弱性为代价，提供了最佳估计性能。尽管单独来看，配备云台相机的无人机展现出出色的定位性能，但评估其可扩展性时，还必须权衡其较高的尺寸、重量、功耗和成本负担 [33]。云台系统需要更多功率来实现稳定，增加了机械复杂性，并构成单点故障。在高度重视鲁棒性、简便性和成本效益的大规模作业或资源受限作业中，这些特性使此类系统的吸引力较低 [34]。

相比之下，单架固定视场无人机的性能明显较差：目标和协作无人水面艇的$\sqrt{\mathrm{PCRLB}}$的迹数值都更大，目标定位误差也大得多，飞行时长也更长。更高的优化成本反映了固定视场相机的几何限制导致估计精度降低、飞行时间增加。万向架稳定相机与单架固定视场相机配置之间的性能差距，凸显了协同感知策略的必要性。

随着 FFOV 无人机数量增加，结果显示，估计精度和整体任务成本均有所改善。总体而言，目标和协作

无人水面艇的 {v1}PCRLB的迹会随着优化成本降低。随着无人机之间的协同程度提高，最终目标定位误差也呈现类似趋势。这种改善源于几何多样性的增加以及测量值数量的增加，因为每增加一架无人机都会带来新的信息。

随着引入的固定视场无人机数量增加，任务完成时间也大幅缩短。这一缩短得益于协同效果的提升，同时减少了每个平台为获取有效测量而进行大幅重新定位的需求。代价函数中的时间惩罚项进一步放大了多无人机协同带来的优势，从而在定位精度和时间效率方面均降低了总成本。

表3综合比较了性能与尺寸、重量、功耗和成本方面的特征。值得注意的是，由五架或更多固定视场无人机组成的团队，其估计性能可媲美或优于配备云台相机的无人机，同时在完成时间和可扩展性方面也具有优势。

表3　　估计性能与SWaP-C指标综合比较　　s

无人机类型	数量	$\sqrt{\text{PCRLB}}$的迹		完成时间		
		目标	协作无人水面艇	完成时间	尺寸、重量、功耗和成本	韧性
万向架稳定的	1	基准	基准	基准	High	None
FFOV	1	Poor	Poor	Poor	Low	None
	2	Poor	Near	Poor	Low	Low
	3	Near	Near	Poor	Low	中等
	4	Near	Near	Near	Low	High
	5	Near	更佳	更佳	Low	High

数据表明，尽管云台无人机的单无人机估计精度更高，但多无人机 FFOV 配置能够以更短的任务持续时间和更低的成本达到相当甚至更好的性能。五 FFOV 配置的 $\sqrt{\text{PCRLB}}$ 的迹数值相近，最终目标标准差小于云台无人机方案，同时所需飞行时间更短。这表明，只要协调得当，多无人机系统就能以较低成本实现充分的传感，并增强韧性。从实际运行角度看，这凸显了固定传感器集群的可扩展性和鲁棒性：通过逐步增加低成本无人机的数量即可提升性能，而不必依赖单一高性能平台。因此，FFOV 系统具有更强的

韧性和可扩展性。其尺寸、重量、功耗和成本负担较低，因此能够部署更多数量，使其成为对成本敏感或存在对抗环境的场景中颇具吸引力的替代方案，尤其适用于损耗、续航能力或资源限制构成运行考量的情况。

IV. 结论

本文研究了在GPS拒止环境中运行的无人机如何通过轨迹优化和传感器架构影响仅方位目标定位。本文构建了一个信息论优化框架，利用伯恩斯坦多项式参数化生成动态可行轨迹，并采用联邦卡尔曼滤波器融合测量值和评估估计器性能。

结果表明，与启发式飞行路径相比，估计感知轨迹优化显著提高了定位精度，且估计器性能非常接近理论PCRLB下限。研究发现，FFOV 无人机协同团队的定位精度可媲美甚至超过单个云台平台，同时所需任务时间更短、尺寸、重量、功耗和成本更低。这些发现证实，在对抗环境中，协同固定视场系统可作为机械结构复杂的云台无人机系统的一种实用且具韧性的替代方案。

伯恩斯坦多项式参数化对于生成平滑且动态可行的轨迹至关重要，这些轨迹能够满足禁飞区规避、通信约束和平台限制等条件，同时考虑出框事件。研究表明，轨迹优化不仅是一个控制问题，还是一种系统级设计工具，能够将估计性能与实际任务需求联系起来。这些见解对战术与商业无人机作业均具有直接意义。在军事行动中，FFOV 无人机团队可在尺寸、重量、功耗和成本及隐身约束下支持目标打击和超视距监视。在商业应用中，多智能体固定视场系统可为巡检、测绘和搜救任务提供可扩展且经济高效的解决方案。

这项研究表明，具备估计意识的轨迹设计能够实现可扩展、具有韧性且经济高效的无人机系统设计，适用于GPS拒止和对抗环境。

附录

表4 案例研究1和2的优化权重参数

参数	符号	数值	
		案例研究1	案例研究2
目标权重因子	w_1	0.5	0.9
协作无人水面艇权重因子	w_2	0.5	0.1
时间惩罚权重因子	w_3	0.5	0.4

表5 所有无人机配置的通用仿真参数

参数	符号	数值
禁飞区半径	r_{NFZ}	100米
通信范围	r_{com}	15 m
初始时间估计	t_f	30 s
无人机速度	V_A	25米/秒
最大滚转角	$\phi^{\max}$	π/4 弧度
相机采样率	f	1 Hz
测量噪声方差	σ^2	7.5×10^{-6} 弧度
过程噪声方差	σ_w^2	0.49
FFOV相机视轴角	–	π/4 弧度
相机分辨率（像素）	–	2592×1944

表6 万向架稳定的无人机配置仿真参数

参数	符号	数值
最大方位角	$\psi_g^{\max}$	π/2 弧度
最小方位角	$\psi_g^{\min}$	$-\pi$/2 弧度
最大仰角	$\theta_g^{\max}$	π/2 弧度
最小仰角	$\theta_g^{\min}$	0 弧度
最大方位角转动速率	$u_{\psi_g}^{\max}$	5.24 rad/s
最小方位角转动速率	$u_{\psi_g}^{\min}$	–5.24 rad/s
最大仰角角速度	$u_{\theta_g}^{\max}$	5.24 rad/s
最小仰角角速度	$u_{\theta_g}^{\min}$	–5.24 弧度/秒

参考文献

[1] Telli, K., Kraa, O., Himeur, Y., Ouamane, A., Boumehraz, M., Atalla, S., and Mansoor, W., “无人机（UAV）最新研究趋势综合综述”，*Systems*，第 11 卷，第 88 期，2023 年，第 400 页。https://doi.org/10.3390/systems11080400。

[2] Krystosik-Gromadzińska, A.，《无人机在海事领域的应用——领域与优势》，什切青海事大学学报，第67卷（139），2021年。https://doi.org/10.17402/473。

[3] Chung, S.-J.、Paranjape, A. A.、Dames, P.、Shen, S. 和 Kumar, V.，《空中集群机器人综述》，*IEEE*机器人学汇刊，第34卷，第4期，2018年，第837–855页。https://doi.org/10.1109/ TRO.2018.2857475。

[4] Peck, M.，《“死神”无人机的主导地位或将走向终结》，，2025年5月。网址 https: // www.businessinsider.com/reign-of-drones-like-us-reaper-may-be-ending-2025-5。

[5]Hambling, D.,《隐形杀手：乌克兰战斗无人机统计数据揭秘》，福布斯，2025年4月。网址：https://www.forbes.com/sites/davidhambling/2025/04/16/hidden-killers-inside-ukraines--combat-drone-statistics/。

[6] Hammel, S. E., Liu, P. T., Hilliard, E.J., 和 Gong, K. F.,《基于方位测量进行定位的最优观测器运动》，《计算机与应用数学》，第18卷，第1期，1989年，第171–180页。https://doi.org/10.1016/0898-1221(89)90134-X。

[7] Oshman, Y., 和 Davidson, P.,《仅方位目标定位的观测者轨迹优化》，*IEEE* 航空航天与电子系统汇刊，第35卷，第3期，1999年，第892–902页。https://doi.org/10.1109/7.784059。

[8] Ponda, S.、Kolacinski, R. 和 Frazzoli, E.，《使用小型无人机进行目标定位的轨迹优化》，*AIAA*制导、导航与控制会议，美国航空航天学会，2009年，第1–25页。https://doi.org/https://doi.org/10.2514/6.2009-6015。

[9] Vander Hook, J.、Tokekar, P. 和 Isler, V.，《通信约束下使用移动方位传感器对静态目标进行协同主动定位的算法》，*IEEE*机器人学汇刊，第31卷，第4期，2015年，第864–876页。https://doi.org/10.1109/TRO.2015.2432612。

[10] Ristic, B., Arulampalam, S. 和 Gordon, N.，《超越卡尔曼滤波器：用于跟踪应用的粒子滤波器》，Artech House，2003，第4、6章，第67–80、103–138页。

[11] Yokoyama, N. 和 Ochi, Y.，“侧滑转弯无人机的路径规划算法”，《制导、控制与动力学杂志》，第32卷，第5期，2009年，第1531–1543页。https://doi.org/10. 2514/1.41822。

[12] Chai, R., Savvaris, A., Tsourdos, A., Xia, Y. 和 Chai, S.，“通过扩展进化算法求解多目标约束轨迹优化问题”，《*IEEE*控制论汇刊》，第 50 卷，第 4 期，2020，页码 1630–1643。https://doi.org/10.1109/TCYB.2018.2881190。

[13] Van Trees, H. L., Bell, K. L. 和 Tian, Z.，检测、估计与调制理论，第一部分：检测、估计与滤波理论， 2nd 编者，威利，2013，第 2 章，第 66–68 页。

[14] Passerieux, J. 和 Van Cappel, D.，“仅基于方位角跟踪的最优观测器机动”，*IEEE* 航空航天与电子系统汇刊，第 34 卷，第 3 期，1998年，页码 777–788。https: // doi.org/10.1109/7.705885。

[15] Ousingsawat, J.和Campbell, M. E.，“使用多车辆的最优协同侦察”，《制导、控制与动力学杂志》，第30卷，第1期，2007年，第122–132页。https://doi.org/10. 2514/1.19147。

[16] Lee, W.、Bang, H.和Leeghim, H.，“利用异构传感器组合实现小型无人机之间的协同定位”，《航空航天科学与技术》，第27卷，第1期，2013年，第105–111页。https://doi.org/10.1016/j.ast.2012.07.002。

[17] Robinson, D. R.、Mar, R. T.、Estabridis, K.和Hewer, G.，“非凸环境中异构多智能体系统最优轨迹生成的高效算法”，《*IEEE*机器人与自动化快报》，第3卷，第2期，2018年，第1215–1222页。https://doi.org/10.1109/LRA.2018.2794582。

[18] Cichella, V., Kaminer, I., Walton, C., and Hovakimyan, N.，“使用伯恩斯坦近似的微分平坦系统最优运动规划”，《*IEEE*控制系统快报》，第2卷，第1期，2018年，第181–186页。https://doi.org/10.1109/LCSYS.2017.2778313。

[19] Cichella, V., Kaminer, I., Walton, C., Hovakimyan, N. 和 Pascoal, A. M.，“使用伯恩斯坦逼近多项式的最优多车辆运动规划”，*IEEE*自动控制汇刊，第 66 卷，第 4 期，2021年，第 1453–1467 页。https://doi.org/10.1109/TAC.2020.2999329。

[20] Farouki, R. T.，“伯恩斯坦多项式基：百年回顾”，计算机辅助几何设计，第 29 卷，第 6 期，2012年，第 379–419 页。https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cagd.2012.03.001。

[21] Mudrik, L., Sciacchitano, A., Kragelund, S., Kang, J. 和 Kaminer, I.，《受限三维场景下协同纯方位定位的观测器轨迹优化》，美国航空航天学会 *SciTech* 论坛，美国航空航天学会，奥兰多，佛罗里达州，2025年，页码 1–19。https://doi.org/10.2514/6.2025-2604。

[22] Ning, Z., Zhang, Y., Li, J., Chen, Z. 和 Zhao, S.，《基于视觉测量值的未知目标运动分析方位角方法》，《国际机器人研究期刊》，第 43 卷，第 8 期，2024年，页码 1228–1249。https://doi.org/10.1177/02783649241229172。

[23] Kragelund, S., Walton, C., Kaminer, I. 和 Dobrokhodov, V.，《自主反水雷任务的广义最优控制》，*IEEE*海洋工程期刊，第 46 卷，第 2 期，2021年，页码 466–496。https://doi.org/10.1109/JOE.2020.2998930。

[24] Andersson, J. A. E., Gillis, J., Horn, G., Rawlings, J. B. 和 Diehl, M.,《CasADi：用于非线性优化和最优控制的软件框架》，《数学规划计算》，第 11 卷，第 1 期，2019年，第 1–36 页。https://doi.org/10.1007/s12532-018-0139-4。

[25] Tichavsky, P., Muravchik, C. 和 Nehorai, A.,《离散时间非线性滤波的后验克拉美-罗界》，*IEEE*信号处理汇刊，第 46 卷，第 5 期，1998年，第 1386–1396 页。https: // doi.org/10.1109/78.668800。

[26] Kielas-Jensen, C., Cichella, V., Casbeer, D., Manyam, S. G. 和 Weintraub, I.,《利用伯恩斯坦多项式进行多无人机持续监测》，《优化理论与应用期刊》，第 191 卷，第 2 期，2021年，第 899–916 页。https://doi.org/10.1007/s10957-021-01921-z。

[27] Kielas-Jensen, C., Cichella, V., Berry, T., Kaminer, I., Walton, C., and Pascoal, A.,《基于伯恩斯坦多项式的方法求解最优轨迹生成问题》，*Sensors*，第 22 卷，第 5 期，2022 年，第 1869 页。https://doi.org/10.3390/s22051869.

[28] Cichella, V., Kaminer, I., Walton, C., Hovakimyan, N. 和 Pascoal, A.，《近似的一致性

——基于伯恩斯坦多项式的最优控制直接方法》，*Machines*，第 10 卷，第 12 期，2022 年，第 1132 页。https://doi.org/10.3390/machines10121132。

[29] Tabasso, C. 和 Cichella, V.，《使用伯恩斯坦多项式进行在线运动规划以增强自动驾驶车辆中的目标定位》，2024年4月。https://doi.org/10.48550/arXiv.2210.03187。

[30] Carlson, N.，《用于分散式并行处理器的联邦平方根滤波器》，*IEEE* 航空航天与电子系统汇刊，第 26 卷，第 3 期，1990年，第 517–525 页。https://doi.org/10.1109/7.106130。

[31] Carlson, N. A. 和 Berarducci, M. P.，《联邦卡尔曼滤波器仿真结果》，*NAVIGATION*，第 41 卷，第 3 期，1994年，第 297–322 页。https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1994.tb01882.x。

[32] Kim, J.、Jee, G.-I. 和 Lee, J. G.，《使用增益融合算法的联邦卡尔曼滤波器设计》，*IFAC* 会议论文集，第 31 卷，第 21 期，1998年，第 385–391 页。https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)41107-4。

[33] Korobov, N., Shipitko, O., Konovalenko, I., Grigoryev, A. 和 Chukalina, M.：《基于尺寸、重量、功耗和成本的无人驾驶车辆机载计算机比较》，第*14*届国际机电与机器人会议“扎瓦利申读会”论文集，A. Ronzhin 和 V. Shishlakov 编，施普林格，新加坡，2020年，第573–583页。https://doi.org/10.1007/978-981-13-9267-2_47。

[34] Petritoli, E.、Leccese, F. 和 Ciani, L.：《无人驾驶飞行器的可靠性与维护分析》，*Sensors*（瑞士巴塞尔），第18卷，第9期，2018年，第3171页。https://doi.org/10.3390/ s18093171。