通过混合序列到序列架构实现量子增强时间嵌入

Tien-Ching Hsieh[‡]、Yun-Cheng Tsai[*†]、Samuel Yen-Chi Chen[§]
[‡]美国洛杉矶南加州大学
[*]国立台湾师范大学技术应用与人力资源发展系，台湾台北
[†]通讯作者，电子邮件：pecu@ntnu.edu.tw[§]美国
纽约富国银行

arXiv:2602.11578v1 [cs.CE] 12 Feb 2026

摘要——**本研究探讨浅层、兼容NISQ的量子层如何提升真实世界序列数据的时间表示学习。我们构建了一种QLSTM序列到序列自编码器，将深度为1的变分量子电路嵌入每个循环门中，从而塑造所学潜在流形的几何结构。在2022–2025年间的十四个滚动标普500窗口上进行评估后发现，与经典LSTM基线相比，量子增强编码器生成的轨迹更平滑、状态转变更清晰，且行业一致性聚类更稳定。这些几何特性支持使用径向基函数（RBF）核进行下游投资组合配置；其中，RBF-Graph和RBF-DivMom策略在风险调整指标方面均持续优于各自的经典方法。跨时期分析表明，压缩的流形更有利于集中配置，而分散的流形更适合分散化，这说明潜在几何结构可作为状态指标。研究结果凸显了浅层混合量子-经典层在NISQ时代序列建模中的实用价值，并为改进金融及其他数据有限、对噪声敏感领域的时间嵌入提供了一条可复现的路径。**

索引词—**量子机器学习、变分量子算法、混合量子-经典系统、时间序列分析、量子LSTM序列到序列、金融应用**

I. 引言

交易所交易基金（ETF）和指数跟踪投资组合按照基于规则的成分股选择策略定期再平衡。标准普尔500或罗素指数系列等主要基准指数按季度再平衡，这意味着，如果策略仅按季度选择股票且不采用择时规则，其表现完全取决于所选子集捕捉财报后结构性市场动态的能力。

本研究探讨：我们能否从单个季度的每周收益模式中学习出股票的二维潜在流形，并利用它构建一个优于买入并持有基准的多元化投资组合？每只股票一个季度（约12–13 个观测值）的每周收益，均使用序列到序列（Seq2Seq）模型进行编码。最终的编码器状态被投影到二维潜在表示中，潜在图上的距离则被转换为径向基函数（RBF）相似性核，用以惩罚过度的共同变动。由此形成一种可解释的量子增强型可视分析机制，用于在学习得到的二维空间中表示股票。

混合量子—经典架构的最新进展为这一方法提供了启发。经典LSTM仍是强有力的序列基准，但在金融数据稀缺的情况下，存在参数低效和梯度消失局限。**量子增强长短期记忆网络（QLSTM）** [1]将参数化量子电路（VQC）嵌入循环门中，从而实现隐式正则化，并比经典LSTM具有更强的表达能力 [2]。实证研究进一步表明，混合量子—经典模型在金融预测任务中的表现可能优于经典网络 [2], [3]。时间序列表示学习领域的同步进展表明，对比式和基于掩码的自监督模型能够提取时间上稳定的嵌入 [4], [5],，而将此类嵌入转换为相似性核，则为分散化提供了一种有原则的机制。

在量子金融的更广泛背景下，投资组合优化已被构建为 QUBO问题，并部署于量子或量子启发式硬件上 [6], [7],，而混合式 D-Wave 实验验证了量子驱动的金融资产配置的实用性 [8]。综述指出，量子计算在投资组合选择、风险建模和金融安全领域的应用日益增长 [9], [10]。

基于这些进展，我们提出一种用于季度投资组合构建的统一**QLSTM–RBF框架**。QLSTM Seq2Seq编码器将每只股票单季度收益序列映射为紧凑的二维潜向量。这些嵌入定义了一个 RBF相似性核，并用于两种配置方案：（1）**RBF-DivMom**，一种强调动量并惩罚相似性的离散选择器；（2）**RBF-Graph**，一种基于同一核空间中图中心性的连续优化器。采用从2022年第二季度至2025年第二季度的滚动窗口设计，模型使用前一年的周收益率进行训练，并在随后一个季度进行评估，从而能够适应状态转移。

对标普500成分股的回测显示，RBF-Graph 的累计价值最高（2.4×），表现优于

本文所表达的观点仅代表作者，并不代表富国银行的观点。本文仅供参考。本文所载内容均不应被视为投资建议。富国银行不对本文作出任何明示或默示的保证，并明确声明不承担与本文相关的任何法律、税务或会计影响责任。

RBF-DivMom（1.1×）和基准（1.45×），且夏普比率更高、回撤更小。这些结果表明，量子增强型序列模型可以作为紧凑且可解释的特征提取器，并为基于核的投资组合多元化提供稳健基础。

II. 方法

该框架分为两个阶段：(i) QLSTM 序列到序列模型从多变量时间序列中学习紧凑的时间嵌入；(ii) 在潜在空间中构建 RBF核，供下游决策模块使用。尽管该流程是在金融序列上评估的，但它不依赖特定领域（例如，传感器或网络遥测）。

A. 阶段 *1*：用于时间表示学习的 *QLSTM* 序列到序列模型

每个实体 s_i 由一个长度为L 的每周观测值序列表示，

$$\mathbf{x}^{(i)} = \big(r^{(i)}_{t-L+1}, \ldots, r^{(i)}_{t}\big). \tag{1}$$

QLSTM 编码器将每个序列映射为一个二维潜在向量，

$$\mathbf{h}^{(i)} = f_\theta(\mathbf{x}^{(i)}), \tag{2}$$

其中，每个 LSTM 门都扩展了一个深度为 1 的变分量子电路。

为明确体现量子增强，每个 LSTM 门都使用一个深度为 1 的变分量子电路（VQC）作为有界非线性映射。对于时间 t 的门 $g \in \{i, f, o, \tilde{c}\}$，我们将 $\mathbf{v}_t = [\mathbf{x}_t\,;\ \mathbf{h}_{t-1}]$ 压缩为一个 q 维向量，将其编码到一个含 q 个量子比特的寄存器中，并使用具有量子纠缠和 Pauli-Z 期望值读出的固定深度试探态。随后，将得到的期望值投影回去，再经过 sigmoid/tanh 门非线性。在数据稀缺的时间序列情境下，将电路深度保持为 1，既符合 NISQ 噪声约束，又能提供额外的非线性。

这实现了一种符合 NISQ 要求的非线性变换，在保留整体序列到序列结构的同时，塑造潜在流形几何。

解码器 g_ϕ 以自回归方式重建序列。在步骤 j，解码器输入遵循教师强制规则，

$$\mathbf{u}_j = \begin{cases} \mathbf{x}_j, & \text{with prob. } p_{\mathrm{TF}}, \\ \hat{\mathbf{x}}_{j-1}, & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{3}$$

而在推理期间，仅使用模型自身的预测，从而促进时间一致性，同时减少暴露偏差。

重建目标为均方误差，

$$\mathcal{L}_{\mathrm{MSE}} = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L} \left\| x_j^{(i)} - \hat{x}_j^{(i)} \right\|^2. \tag{4}$$

TheQLSTM 每季度使用 12 个月的序列窗口进行训练，并在随后的季度进行评估。在完成 q_i 期间的训练后，编码器会被冻结并生成一个嵌入集合，

$$\mathbf{Z}^{(i)} = \{\mathbf{h}^{(1)}, \ldots, \mathbf{h}^{(N)}\}, \tag{5}$$

用于周期 q_{i+1}的样本外应用。随后从头训练一个新模型以用于下一个时间窗口，从2022年第二季度至2025年第二季度共生成十四个不同的自编码器。

B. 阶段 *2*：用于相似性结构的 *RBF*核

给定潜在向量$\mathbf{Z}^{(i)}$，将成对欧几里得距离转换为 RBF核，

$$K^{(i)}_{mn} = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{h}^{(i)}_m - \mathbf{h}^{(i)}_n\|^2}{2\sigma^2}\right), \tag{6}$$

其中 σ 设为成对距离的中位数。

该核捕捉的是 QLSTM 学习到的时间动态相似性，而非原始观测值的相似性，并可供下游 Graph、聚类、异常检测或决策模块使用。

C. 第三阶段：样本外评估

为评估不同时间窗口间的时间一致性，每个训练好的编码器都会生成一段样本外收益或得分序列。为确保时间顺序对齐，时期 q_i 的最终值将作为时期 q_{i+1}的初始值，

$$E_t^{(i+1)} = E_{\mathrm{end}}^{(i)} \prod_{j=t_0}^{t_1} \big(1 + R_j^{(i+1)}\big). \tag{7}$$

这将形成一条贯穿全部十四个评估时期的连续轨迹。我们计算波动率、夏普比率和最大回撤等绩效指标，以量化所学习潜在结构的稳定性与实用性。

III. 结果

本节报告所提出的QLSTM–RBF框架的实证结果。所有实验均使用2022年至2025年标普500成分股的周收益数据，并通过滚动季度回测进行评估，以确保时间稳健性。

A. 潜在空间可视化与可解释性

在这个潜在平面中，股票形成了清晰的基于行业的聚类；表II总结了主导簇、行业构成和市场背景与RBF-DivMom及RBF-Graph投资组合在滚动窗口中的表现之间的关系。

图1中，RBF密度较高的区域揭示了收益动态高度相关的股票群组。图2进一步表明，这种潜在拓扑在各季度之间保持稳定，说明 QLSTM 编码器能够捕捉对短期噪声和制度变化具有稳健性的市场结构。

B. 滚动窗口间的时间一致性

季度滚动设计从2022年第一季度到2025年第三季度生成了13个连续的训练–测试对。尽管存在宏观经济体制转变（例如通胀周期和政策收紧），潜在径向基函数聚类仍随时间保持一致的几何布局。这种时间一致性使得基于潜在流形构建的投资组合能够跨时段进行比较，而无需额外的对齐步骤，并支持在整个回测周期内采用统一的基于核的分散化逻辑。

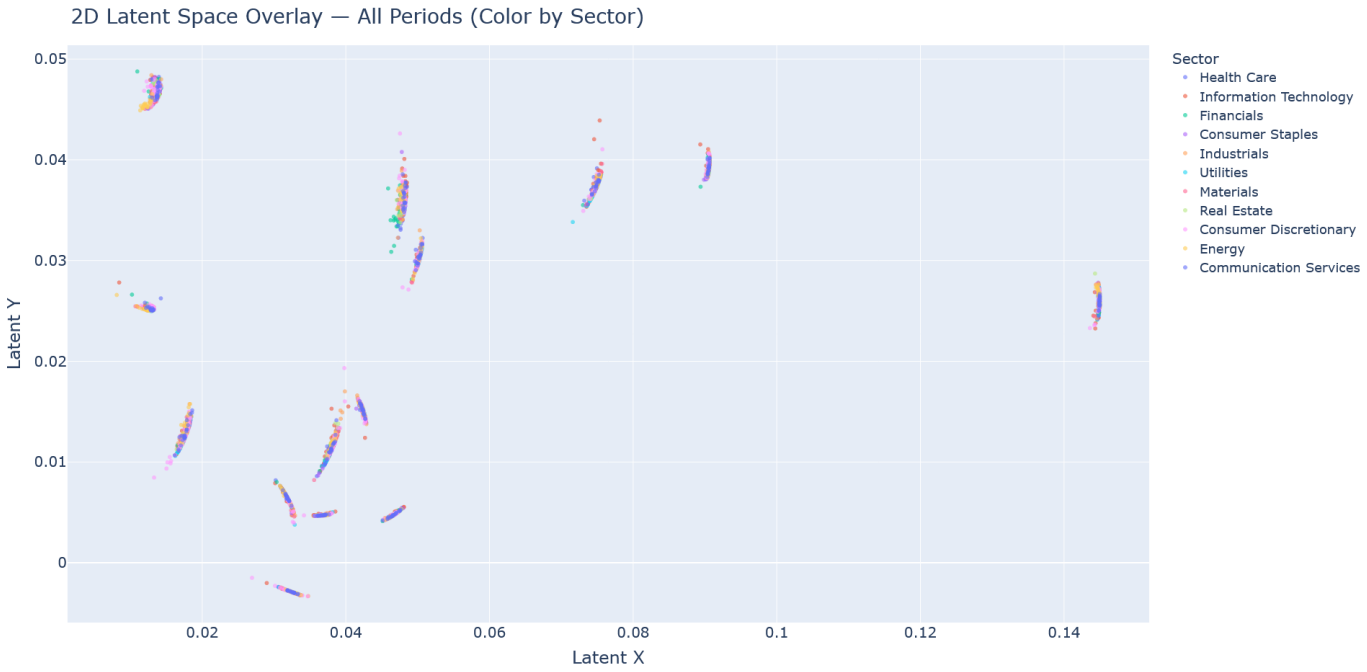

图1. 所有滚动周期中潜在嵌入的二维投影。每个点代表潜在空间中的一只股票；颜色深浅表示径向基函数核密度。密集区域对应高度相关的时间行为。

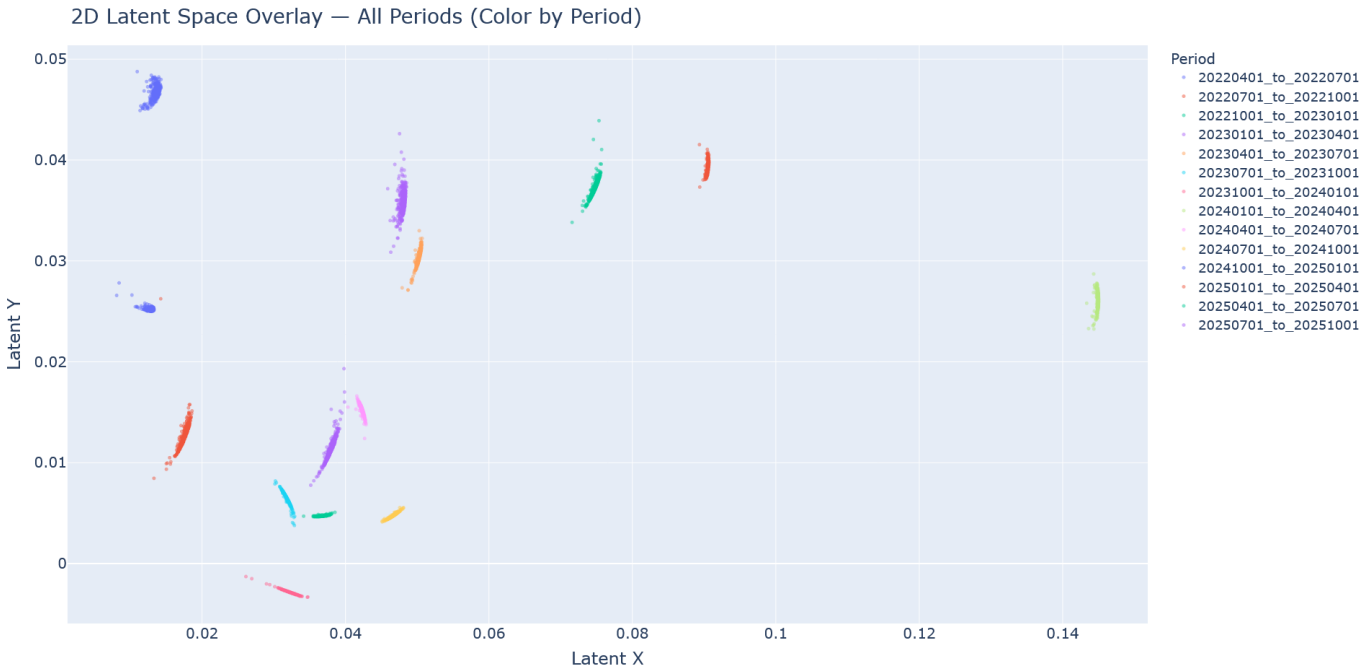

图2. 各季度测试窗口的潜在嵌入。颜色表示不同的行业板块。各周期中稳定的几何结构证实了 QLSTM 表征的时间泛化能力。

C. 投资组合绩效验证

我们将两种投资组合策略与标准普尔500指数基准进行比较：(1) *RBF-DivMom*，一种通过核相似度进行正则化的离散动量选择器；(2) *RBF-Graph*，一种使用相同RBF核的连续图正则优化器。图3显示，两种策略均优于基准，其中RBF-Graph实现了最高的期末权益，而RBF-DivMom的复利走势更平稳，回撤也更小。

表I报告了RBF-DivMom、RBF-Graph和标普500指数各季度的超额统计数据（复合年增长率、波动率、夏普比率和最大回撤）。通过对每个季度的输出进行复利计算，可还原绝对绩效；在2022–2025年期间，最终净值约为1.10×（DivMom）、2.40×（Graph）和1.45×（标准普尔）。这些结果表明，潜在RBF核能够将时间表征转化为既有盈利能力又易于解释的配置信号。

总体而言，**RBF-Graph**在累积财富上实现了最强劲的增长，而**RBF-DivMom**则表现得更为保守，但仍优于买入并持有。稳定的潜在流形与基于RBF的分散化惩罚相结合，对于同时实现稳健性与可解释性似乎至关重要。

D. *RBF-DivMom*与*RBF-Graph*之间的关系

为评估离散RBF-DivMom策略对连续RBF-Graph解的逼近程度，我们在全部十四个滚动窗口上，对 $\lambda \in 0.00, 0.15, \ldots, 1.00$ 进行网格搜索。较小的惩罚（$\lambda \leq 0.30$）可获得最高的平均夏普比率，以及与RBF-Graph之间最小的差距，而较大的惩罚则会显著降低表现。因此，我们采用 $\lambda = 0.15$作为代表性的DivMom设定。DivMom的行为体现出明确的权衡：过小的 λ会导致分散化有限的动量主导配置，而过大的 λ则会过度分散化并削弱收益。在接近$\lambda = 0.15$时，该策略对这些效应的平衡最佳，所生成的权益曲线紧密跟随RBF-Graph的转折点，并显示出最小的夏普差异。主要区别在于自适应性。RBF-Graph通过对核矩阵进行连续优化来隐式调整其有效正则化，而DivMom在所有时期都依赖固定的 λ。因此，DivMom能够逼近、但无法复现Graph对不断演化的潜在几何结构的动态响应。网格搜索证实（见表 III），两种策略源于同一RBF驱动的分散化原则，差异主要在于灵活性而非意图。

IV. 讨论

图1和图2显示，在全部十四个滚动窗口中，量子增强编码器均能生成平滑的轨迹和行业一致性聚类，即使在

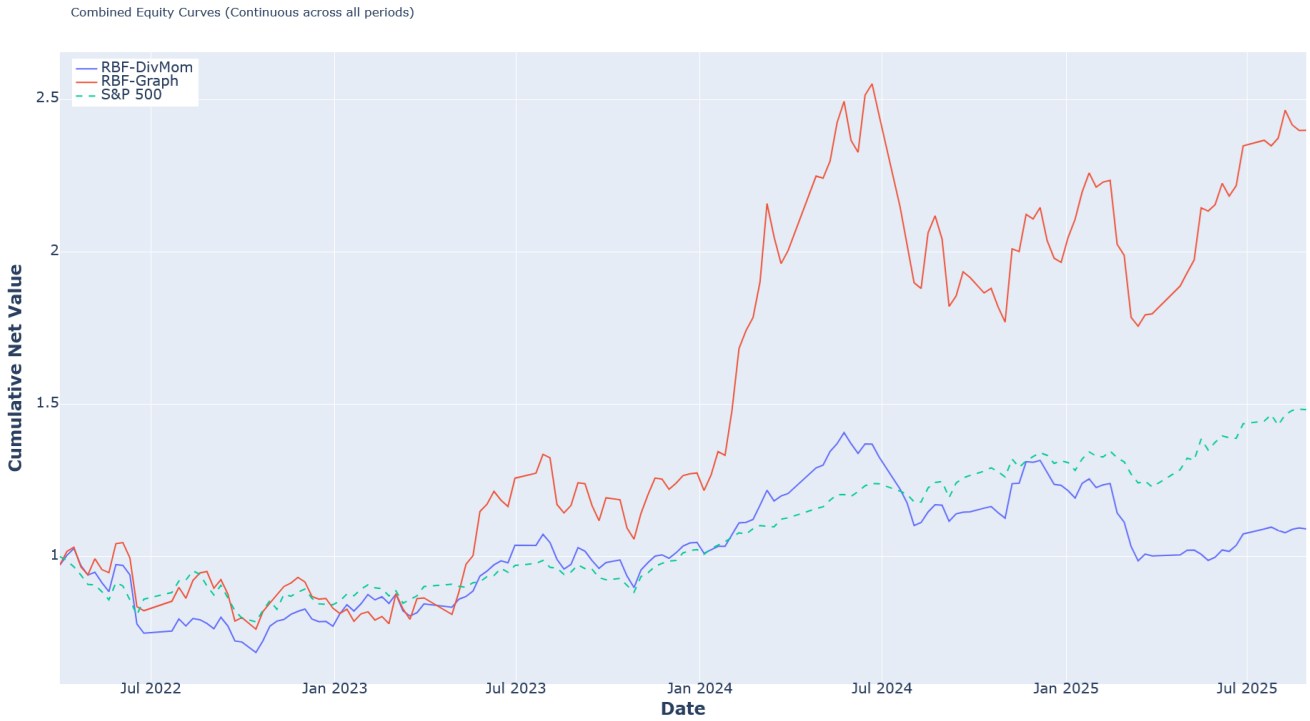

图3. RBF-DivMom、RBF-Graph与标准普尔500指数基准在2022年至2025年的累计权益曲线。QLSTM–RBF模型每季度重新训练，并在测试期间进行复利计算。RBF-Graph实现了最高的累计收益率，而RBF-DivMom的增长更平稳，回撤也更小。

表I QLSTM–RBF策略与标普500指数基准的季度表现（2022–2025）

期间	RBF-DivMom（超额收益）				RBF-Graph（超额收益）				标普500（超额收益）			
	CAGR	Vol	夏普比率	最大回撤	CAGR	Vol	夏普比率	最大回撤	CAGR	Vol	夏普比率	最大回撤
2022年第二季度	-0.6874	0.4444	-2.3719	-0.2720	-0.5452	0.4572	-1.4911	-0.2140	-0.4556	0.2713	-2.1045	-0.1933
2022年第三季度	-0.1927	0.2613	-0.6985	-0.1029	-0.1462	0.3843	-0.2321	-0.1726	-0.3162	0.2563	-1.3608	-0.1656
2022年第四季度	0.2994	0.2440	1.1869	-0.0709	0.1320	0.2746	0.5775	-0.1116	0.2118	0.2212	0.9704	-0.0600
2023年第一季度	0.3743	0.2502	1.3912	-0.0851	0.1206	0.3854	0.4674	-0.0978	0.2556	0.1656	1.4549	-0.0706
2023年第二季度	0.1497	0.2039	0.7398	-0.0608	0.3972	0.3147	1.2620	-0.0910	0.1868	0.1544	1.2014	-0.0529
2023年第三季度	0.2842	0.2471	1.0789	-0.0893	0.4178	0.3090	1.3521	-0.1043	0.2586	0.1951	1.3257	-0.0771
2023年第四季度	0.1094	0.2362	0.3973	-0.0719	0.2655	0.2992	0.8877	-0.0837	0.1533	0.1733	0.9281	-0.0599
2024年第一季度	0.2529	0.2131	1.0745	-0.0838	0.3732	0.2915	1.2009	-0.1011	0.1659	0.1451	1.1274	-0.0533
2024年第二季度	0.1781	0.2332	0.7639	-0.0894	0.2826	0.3080	0.9420	-0.0999	0.1320	0.1581	0.8347	-0.0612
2024年第三季度	0.1420	0.2457	0.5785	-0.0972	0.2413	0.3228	0.8284	-0.1083	0.0959	0.1694	0.6551	-0.0688
2024年第四季度	0.2247	0.2345	0.9578	-0.0841	0.3311	0.3011	1.1003	-0.0997	0.1531	0.1576	0.9248	-0.0595
2025年第一季度	0.1755	0.2264	0.7753	-0.0883	0.3072	0.2969	0.9730	-0.1032	0.1194	0.1460	0.7825	-0.0560
2025年第二季度	0.1869	0.2307	0.8104	-0.0905	0.2988	0.3025	1.0241	-0.1061	0.1277	0.1493	0.8568	-0.0578
季度均值	0.1750	0.2291	0.6965	-0.0907	**0.9845**	0.3609	1.0703	-0.1143	0.1833	0.1548	1.3152	-0.0610
最终净值（来自图3）：DivMom = 1.10×，Graph = 2.40×，标准普尔 = 1.45×												

注。 表中报告了超额收益统计数据的各窗口（季度）平均值。最终净值是基于用于绘制图3的同一数据集计算的复利投资组合水平；因此，基于均值的指标与累计曲线可能有所不同。

波动较大的季度（例如2022年第三季度、2023年第二季度、2024年第三季度）中也是如此，而经典LSTM则变得信息量不足。这表明

在每个循环门中嵌入一个深度为1的变分电路，可提供额外的有界非线性，从而

表II 与观测到的表现相对应的季度定性特征（2022年第二季度至2025年第二季度）

季度	市场 市场状态	主要行业	Lead	表现解读
2022年第二季度	波动性复苏	能源、公用事业	DivMom	通胀冲击下潜在聚类高度分散；DivMom 的相似性惩罚避免了过度配置相关标的，并略微缓和了大盘回撤。
2022年第三季度	看跌阶段	能源、必需消费品	Graph	以能源为中心的聚类在流形上保持连贯；Graph 集中于这些稳健的区域，并且回撤幅度小于 DivMom 和基准。
2022年第四季度	早期反弹	信息技术、可选消费品	Graph	成长板块形成了紧密的高动量聚类；Graph 倾向于这一紧凑区域，同时控制冗余，捕捉了早期反弹的大部分涨幅。
2023年第一季度	成长股上涨行情	信息技术，通信	Graph	一轮强劲的成长股上涨行情形成了高度连贯的信息技术和通信集群；Graph 集中于这一主导流形区域，带来了最高的风险调整后收益。
2023年第二季度	横盘市场	工业，金融	DivMom	横盘市场状态下，聚类边界变得模糊；DivMom 将风险分散到结构较弱的区域，并避免押注任何不稳定主题。
2023年第三季度	利率平台期	金融，能源	Graph	价值板块形成了稳定的潜在质心，动量适中；Graph 跟踪了这些质心采取更激进的策略，并获得了稳定的超额收益。
2023年第四季度	混合信号	医疗保健，必需消费品	DivMom	防御性板块的流形离散度有所增加；DivMom 更强的分散化降低了相关性风险敞口，并带来了更平滑的权益曲线。
2024年第一季度	看涨趋势	信息技术、通信。	Graph	看涨环境使增长簇重新聚集；Graph 将权重集中于最具一致性的高动量区域，并且表现优于 DivMom 和指数。
2024年第二季度	轮动至价值	工业，能源	DivMom	集群中心从成长股转向周期股；DivMom 在多个新兴集群中保持均衡配置并避开了剧烈的风格轮动噪声。
2024年第三季度	盘整	材料、必需消费品	DivMom	趋势信号减弱，簇趋于扁平；DivMom 优先选择低相似度选择，从而在低阿尔法环境中改善了回撤控制。
2024年第四季度	宽松前反弹	信息技术，可选消费品	Graph	宽松前乐观情绪再次收紧了增长簇；Graph 增加了在这些持续动量区域的敞口，并扩大了其累积优势。
2025年第一季度	波动率回归	能源、公用事业	DivMom	重新加剧的波动率拓宽了流形并模糊了行业边界；DivMom 通过避免过度集中于任何单一高波动率集群，缓冲了损失。
2025年第二季度	周期后期强势	工业、信息技术	Graph	周期后期强势使工业和信息技术领域重新形成中度紧密的簇；Graph 利用这一结构进一步扩大了其相对基准的领先优势。

表 III RBF-DIVMOM 惩罚项的网格搜索 λ 与 RBF-GRAPH 的比较

DivMom λ	平均夏普比率	与 Graph 的差距	最终净值
0.00	0.96	0.11	1.41×
0.15	0.95	0.12	1.36×
0.30	0.91	0.16	1.40×
0.45	0.86	0.21	1.33×
0.60	0.87	0.20	1.24×
0.75	0.73	0.34	1.09×
0.90	0.68	0.39	1.15×
1.00	0.65	0.42	0.98×
RBF-Graph	**1.07**	—	**2.40×**

在NISQ约束下充当紧凑的特征扩展器，并作为抵御潜在空间中噪声驱动的失真的隐式正则化器。总体而言，图3和表I显示，两种基于核的策略都受益于这些嵌入：Graph实现了最强的长期增长，而DivMom则改善了复利平滑性和回撤表现。

潜在几何结构也具有经济学解释。表II显示，当嵌入压缩成紧密聚类时，Graph 的表现更好，因为连贯的相似性邻域有助于在稳定的时间群组内进行集中配置。当嵌入变得分散时，DivMom 的表现更好，因为离散性反映了碎片化动态（例如行业轮动或相关性崩解），而这类动态能从分散化控制中受益。从这一视角来看，流形压缩对应于由更强的共同市场模态（共同变动更高）主导的市场状态，而离散则对应于主导地位较弱或不断变化的市场状态。DivMom 的相似性惩罚可缓解冗余敞口和拥挤交易，从而将几何结构与具有经济意义的配置行为联系起来，但并未声称存在量子优势。表 III 进一步支持了这一联系：适度的惩罚可缩小与 Graph 的差距，这与图1中观察到的几何模式一致。

最后，该方法在现实约束下仍具备实用性。混合编码器采用与经典基线相同的训练流程，但每个时间步都要评估一个固定深度（深度为 1）的量子层，因此会带来恒定倍数的额外开销。保持电路深度较浅，有助于满足周期性再训练和时效性再平衡的可行性，这表明在 NISQ时代，当数据有限且表示必须对下游决策保持稳定时，混合量子架构可在序列建模中发挥现实作用。

五、结论

我们表明，混合量子-经典序列建模能够在实际的含噪声中等规模量子约束下改善股票配置。在十四个滚动季度中，QLSTMSeq2Seq编码器学习到的潜在流形在几何上比经典LSTM更为稳定，轨迹更平滑，行业一致性更强，状态区分也更清晰。由于这些嵌入定义了所使用的RBF相似性核以进行配置，表征质量直接塑造投资组合决策。从实证来看，表I和表II表明，量子增强嵌入比原始收益率或经典嵌入提供了更可靠的相似性基础，从而在各季度带来更强的风险调整后表现。这些结果还解释了每种优化器何时效果最佳：当潜在空间压缩为紧密、一致的簇并支持集中押注时，RBF-Graph占主导；而当嵌入趋于分散、跨行业动态发生碎片化时，RBF-DivMom更为稳健，并能从分散化中受益。循环门内的浅层变分电路能够高效且可解释地塑造时间几何，从而改善配置表现，同时并不声称量子优势。

虽然我们采用经典LSTM基线，以隔离浅层量子增强的影响，但未来的工作将与更强大的时间序列表示模型（例如基于Transformer的架构）和自监督嵌入方法进行基准比较。我们还将报告更多金融指标（例如索提诺比率和跟踪误差），并评估模型在更广泛的投资标的（交易所交易基金/加密资产）和更长预测期限上的可扩展性。最后，我们将探索适用于金融数据分布的电路拟设和编码选择，以进一步了解浅层变分量子电路何时以及为何能够充当有效正则化器。

参考文献

[1] S. Y.-C. Chen、S. Yoo 和 Y.-L. L. Fang，“量子长短期记忆网络”，载于 *ICASSP 2022 - 2022 IEEE声学、语音与信号处理国际会议 (ICASSP)*，2022年，第8622–8626页。[2] K. Kea、D. Kim、C. Huot、T.-K. Kim 和 Y. Han，“一种利用量子增强长短期记忆网络进行股票价格预测的量子-经典混合模型”，*Entropy*，第26卷，第11期，2024年。 [在线]。可访问：https://www.mdpi.com/ 1099 4300 26 11 954 - / / / P. Mironowicz、A. S. [3] H.、A. Mandarino、A. E. Yilmaz 和 T. Ankenbrand，“量子机器学习在量化金融中的应用”，2024年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/ 2405 10119 . J. Lee、I. Ham、Y. Kim 和 H. Ko，“对比学习中 [4] 采用可学习掩码增强框架进行时间序列表示特征精炼”，*Sensors*，第24卷，第24期，2024年。 [在线]。可访问：https://www.mdpi.com/ 1424 8220 24 24 7932 - / / / X. Kong、Z. Chen、 [5] W. Liu、K. Ning、L. Zhang、S. Muhammad Marier、Y. Liu、Y. Chen 和 F. Xia，“时间序列预测的深度学习：综述”，《国际机器学习与控制论杂志》，第16卷，第7–8期，第5079–5112页，2025年2月。 [在线]。可访问：http://dx.doi.org/10.1007/s13042-025-02560-w [6] K. Zaman、A. Marchisio、M. Kashif 和 M. Shafique，“Po-qa：一种使用量子算法进行投资组合优化的框架”，2024年。 [ ] 2407 19857 在线。可访问： [7] https://arxiv.org/abs/。Y.-C. Lu、C.-M. Fu、L.-P. Yu、Y.-J. Chang 和 C.-R. Chang，“QUBO框架下的量子启发式投资组合优化”，2024 [ ] 2410 05932 。在线。可访问： [8] https://arxiv.org/abs/。W. Sakuler、J. M. Oberreuter、R. Aiolfi、L. Asproni、B. Roman 和 J. Schiefer，“量子退火投资组合优化的真实世界测试”，*Quantum Machine Intelligence*，第7卷，第1期，第43页，2025年。 [ ] 10 1007 42484 025 00268 2 在线。可访问： [9] https://doi.org/。/s - - - A. S. Naik、E. Yeniaras、G. Hellstern、G. Prasad 和 S. K. L. P. Vishwakarma，“从投资组合优化到量子区块链与安全：金融量子计算系统综述”，*Financial Innovation*，第11卷，第1期，第88页，2025年。 [在线]。可访问：https://doi.org/ 10 1186 40854 025 00751 6 。/s - - - O. [10] Mengara，“金融量子计算的艺术：简要概述与展望”，*SSRN Electronic Journal*，2025年7月，可在SSRN获取：https://ssrn.com/abstract=5373357 或 http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.5373357。