借助可扩展框架 TVAM AID 并使用核心成像库对断层体积增材制造进行惩罚优化照明设计的系统分析

Nicole Pellizzon[a,1]、Richard Huber[b]、Jon Spangenberg[a]、Jakob Sauer Jørgensen[c]

[a]丹麦技术大学土木与机械工程系，孔恩斯灵比，*2800*，丹麦[b]格拉茨大学 *IDea* 实验室，格拉茨，*8010*，奥地利[c]
丹麦技术大学应用数学与计算机科学系，孔恩斯灵比，*2800*，丹麦

arXiv:2602.12178v1 [cs.CE] 12 Feb 2026

摘要

断层体积增材制造（TVAM）是一种新型制造方法，能够以无分层方式快速制造复杂几何形状的物体。该过程基于光聚合物在吸收足够的光能阈值剂量后发生固化。为了制造复杂形状，必须设计照明方案，使某些期望区域固化，同时使其他区域保持液态。确定照明方案可视为一个优化问题，其中可采用多种目标泛函（惩罚项）。本文考察一组惩罚函数及其对所选打印指标的影响，将惩罚函数的形状与应打印的部件内区域以及应保持液态的部件外区域中的光能剂量水平范围联系起来。此外，通常用于界定部件内区域最低光能和部件外区域最高光能的阈值参数，被系统地作为设计参数，在现有方法与新方法上加以研究。这使得能够刻画它们对若干选定打印指标的影响，并为默认值的合理选择提供依据。本工作以可复现且可扩展的框架 TVAM 自适应照明设计（TVAM AID）为基础，该框架使用专为断层成像设计、并侧重重建的开源 Core Imaging Library（CIL）。因此，本文提出的 TVAM AID 基础可借助 CIL 中已有功能轻松增强，从而降低入门门槛，并鼓励采用重建优化中已有的策略。

关键词：体积增材制造、逆反投影、断层重建、工艺规划、优化模型

1. 引言

断层体积增材制造（TVAM） [1–3] 是一种制造技术，其原理是液态光聚合物受光照后发生固化 [4]。大多数增材制造方法 [5–9], 一次构建一层物体，这不仅会对制造质量产生负面影响 [10, 11]，还会导致打印时间过长，形成重大瓶颈 [12]。相比之下，TVAM 能够同时制造整个物体，因此在加快制造速度方面具有巨大潜力 [3]。

光聚合物的凝胶化或固化发生在吸收的光能超过阈值剂量 τ时。在 TVAM 中，固化度相对于所接收光能剂量呈非线性关系 [1, 13, 14] ，通常可认为存在两种状态 [1, 2, 13, 15]: 当累积剂量小于 τ时为液体状态，而当累积剂量大于 τ时则已固化。因此，打印域 Ω 为分解为部件内区域 $\Omega_{\text{in}} \subset \Omega$（需要固化的区域）和部件外区域 $\Omega_{\text{out}} \subset \Omega$（光聚合物应保持液态的区域）；示例性分解见图1。对于常见的平行投影系统 [1, 2, 16], ，垂直高度参数 $\mathbf{z}$ 处不同切片的照明方案完全相互独立，因此可以针对每个固定的 $\mathbf{z}$分别确定。基于此模型，第 2 节中介绍的方法针对单个切片 $\Omega \subset \mathbf{R}^2$进行描述。然而，TVAM 的目标是创建一个三维物体，使整个体积能够同时制造，这正是其名称中“体积”一词的由来，也促使人们使用三维体素而非二维像素。离散化后的切片可视为具有维度（m，n，1）。第 3.4 节将展示其在三维中的应用。

为了获得适宜的能量剂量分布（类似于重建图像），从而选择性地固化特定体素，有必要规划应如何对光聚合物进行照明。然而，由于照明过程会影响射入光聚合物的光线所经过路径上的所有材料，因此不可能在照明某一区域的同时不照亮其后方或前方的区域。这

[1]电子邮件地址： nicpel@dtu.dk(Nicole Pellizzon)

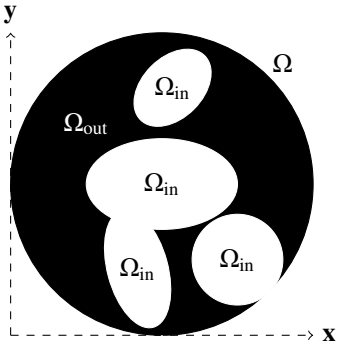


图1：将切片 Ω（一个连续域）分解为固化的部件内区域 Ω_{in}（白色）和液态外部分 Ω_{out}（黑色）。请注意，Ω 呈圆形，模拟了圆柱形比色皿的形状。

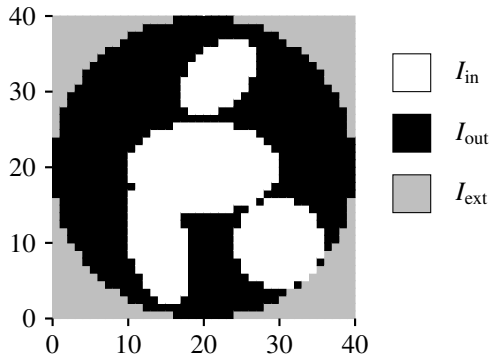


图 2：图像形式展示了图 1 所示区域的离散n = 40 体素表述。由于离散区域的$n \times n$ </style}形状，存在一个额外区域I_{ext}（灰色），位于圆形打印区域之外。

种情况下，如果光线仅从单一方向照射，忽略折射并假设光线能够穿透整个距离，那么只能沿照明方向形成条带状物体。这样的范式无法提供足够的灵活性来构建实践中所需的复杂几何体。

为克服可实现打印几何形状的这一限制，需要旋转光聚合物，以便从各个方向进行照明（实际操作中，通常会多次旋转比色皿，以提供足够的光能使其固化 [13, 17, 18]）。任何单条光线沉积的能量剂量都不足以触发聚合反应，而是需要不同角度的多个光源共同累积照射。这样便可对打印体积内部的体素进行照射，同时避免其他体素的能量剂量超标。从数学上讲，照明方案所实现的能量剂量分布可用反投影算子来描述（若要纳入衰减效应，也可使用指数反投影，或通过光线追踪方法实现 [19, 20]）；该算子与计算机断层成像（CT）问题密切相关 [21]。

滤波反投影 (FBP) 是一种成熟的重建技术，可用于求得理想的正弦图，使其经反投影后生成所需图像 [21, 22]。然而，无法保证通过 FBP 获得的正弦图为非负；在大多数情况下，正弦图都会出现负值。因此，这种正弦图并不适合作为照明方案，因为 TVAM 中使用的光源只能产生大于或等于零的发射值，故可行的照明方案自然受到非负约束。早期提出的解决方案是将正弦图中的负值部分置零，从而生成适用于 TVAM 的照明方案 [2, 3]。但这会破坏重建图像（即能量剂量分布），在 TVAM 中意味着打印几何体不再与目标几何相符。因此，这一非负约束通常与对照明方案的额外调整相结合，并采用迭代求解器 [1, 13–15, 18, 23]来改善结果。这些工作的基于梯度的优化特性在此得以延续，

具体而言，本文从文献中的两项工作汲取灵感：Rackson 等人 [15] 采用上阈值和下阈值取代优化算法物体空间模型优化 (OSMO) 中典型的二值目标几何；Wechsler 等人 [24, 25] 则在其 DrTVAM 框架中将双阈值概念构建为惩罚函数，并针对过度聚合设置了额外的惩罚项。

本研究将照明规划严谨地表述为带非负约束的最小二乘问题，从而确保真正收敛到解。所提出的框架 TVAM 自适应照明设计（AID）基于核心成像库（CIL）构建 [26, 27]，用于比较惩罚函数及其对能量剂量分布的影响，从而使解能够针对所选的关注打印指标（例如部件内剂量范围）进行定制。此外，本研究还考察了设计参数“上阈值和下阈值”的选择对现有优化方法 OSMO 以及在 TVAM AID 中实现的一种新型惩罚函数的影响。选择 OSMO 而非 DrTVAM 进行比较，是因为它采用相同的操作将照明方案映射为能量剂量分布，而且它是 TVAM 社区 [16, 18, 28, 29]在实践中常用的照明规划器。创建 TVAM AID 并使用 CIL，而非采用现有框架，是有意为之。CIL 是一个开源且持续维护的断层成像库，侧重于重建；选择它，正是为了确保可复现性和可扩展性。使用该库降低了入门门槛，因为许多操作已实现，使得 TVAM 领域的新工具能够借鉴经典 CT 重建中的成熟方法，同时也有助于专注于惩罚函数设计这一新颖内容。

因此，本研究的贡献可概括如下：

1. 对惩罚函数及其对所选打印指标的影响进行批判性分析；2. 将阈值作为设计参数处理，并进行系统的参数扫描（针对成熟的 OSMO 方法和所提出的新型框架），以表征其对所选打印指标的影响，并

从而有助于选择阈值，以获得最佳打印性能，

3. 一个可复现且易于扩展的框架，降低了采用新型照明规划方法的门槛。

本文其余部分安排如下。第 2 节（方法）概述了所研究的惩罚函数或方法，第 2.1 节详细介绍了用于量化其性能的指标。第 2.2 至 2.4 节详细说明了这些方法的优缺点。第 3 节给出并讨论结果，首先在第 3.1 节考察迄今已纳入 TVAM AID 的方法的特性。第 3.2 和 3.3 节将阈值参数扫描应用于表现最佳的方法以及 OSMO。第 3.4 节展示了该框架在三维几何结构上的验证。第 4 节总结全文，并展望该框架的未来发展。

2. 方法

为进行计算，将连续域 Ω 离散为 $n \times n$ 个体素，其索引为 $i = 1$、2、.....、n^2。因此，Ω_{in} 由内部区域中体素索引的集合 I_{in} 表示，Ω_{out} 由区域外部分中体素索引的集合 I_{out} 表示。因此，光聚合物所在的打印域为 $I_{\text{in}} \cup I_{\text{out}}$。尽管这些体素被组织在方形图像矩阵中，比色皿通常为具有圆形横截面的圆柱体，这意味着图像中存在表示比色皿外部区域的体素。在此类情况下，存在一个额外区域 $I_{\text{ext}} \supset (I_{\text{in}} \cup I_{\text{out}})$，该区域不应影响照明方案（图 2）。因此，能量剂量图像由 $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^{n^2}$ 表示，其中 $\mathbf{f}$ 是所有体素值列的垂直堆叠。能量剂量图像的体素值自然地分为与“内部”、“部件外”和“外部”域相关联的值：

1. 部件内部体素 $\mathbf{f}_i$，其中 $i \in I_{\text{in}}$（下文记为 $\mathbf{f}_{\text{in}}$），应接收足够的光能以完成固化；2. 部件外部体素 $\mathbf{f}_i$，其中 $i \in I_{\text{out}}$（下文记为 $\mathbf{f}_{\text{out}}$），应接收有限的光能，使其保持未固化状态；3. 其余体素 $\mathbf{f}_i$，其中 $i \in I_{\text{ext}}$，可以接收任意能量剂量，而不会因此受到惩罚，因为该区域位于打印域之外，其中不存在能够吸收光线的光聚合物。

在计算机断层成像中，未知图像 $\mathbf{f}$ 通过前向投影算子 $\mathbf{A}$ 映射为一组观测投影，称为正弦图 $\mathbf{g}$。根据观测数据 $\mathbf{g}$ 和对 $\mathbf{A}$ 的了解，目标是重建图像 $\mathbf{f}$，即求解线性系统

$$\mathbf{A}\mathbf{f} = \mathbf{g}. \tag{1}$$

在 TVAM 中，已知量与未知量是反过来的。给定一个照明方案（正弦图）$\mathbf{g}$，由反投影算子 $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$（用于模拟打印过程）进行反投影，所得到的能量剂量图像

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g} \tag{2}$$

需要与 $\mathbf{t}$（要打印的目标物体）相等，或尽可能接近它。然而，正如第 1 节所述，对 $\mathbf{g}$ 施加非负约束通常需要采用迭代方法。相反，我们要寻找一个最优的 $\mathbf{g}^*$，使其能够重建出尽可能接近目标 $\mathbf{t}$ 的 $\mathbf{f}$。因此，寻找合适的 TVAM 照明方案可表述为带非负约束的最小二乘问题

$$\mathbf{g}^* = \underset{\mathbf{g}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g} - \mathbf{t}\|_2^2, \quad \text{s.t. } \mathbf{g} \geq \mathbf{0} \tag{3}$$

该系统旨在使残差平方之和最小化，即差值平方之和 $[\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}]_i - \mathbf{t}_i$，其中 i =为 1、2、...、n^2。

使用二元材料模型时，$\mathbf{t}$ 是二值图像，即

$$\mathbf{t}_i = \begin{cases} 0 \text{ for } i \in I_{\text{out}}, \\ 1 \text{ for } i \in I_{\text{in}} \end{cases} \tag{4}$$

其中，能量值为 0 表示液体，能量值为 1 表示固体。因此，可将一般形式（3）拆分为两部分，以匹配二元材料模型：

$$\begin{aligned} \|\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g} - \mathbf{t}\|_2^2 &= \sum_{i=1}^{n^2} ([\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}]_i - \mathbf{t}_i)^2 \\ &= \sum_{i \in I_{\text{out}}} ([\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}]_i - \mathbf{t}_i)^2 + \sum_{i \in I_{\text{in}}} ([\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}]_i - \mathbf{t}_i)^2 \\ &= \sum_{i \in I_{\text{out}}} p_{\text{out}}([\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}]_i) + \sum_{i \in I_{\text{in}}} p_{\text{in}}([\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}]_i) \end{aligned} \tag{5}$$

其中，两个标量函数 p_{out} 和 p_{in} 用于封装阈值信息。例如，

$$p_{\text{out}}(x) = (x - 0)^2 = x^2 \tag{6}$$

包含以下信息：I_{out} 中的体素具有目标 $\mathbf{t}_i = 0$，并且

$$p_{\text{in}}(x) = (x - 1)^2 \tag{7}$$

I_{in} 中的体素具有目标 $\mathbf{t}_i = 1$。请注意，当 $I_{\text{ext}} \neq \varnothing$ 时，对于任何方法，I_{ext} 中的任何值都不会产生惩罚项：

$$p_{\text{ext}}(x) = 0 \text{ for } x \in I_{\text{ext}}. \tag{8}$$

综上，得到的优化问题

$$\mathbf{g}^* = \underset{\mathbf{g}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i \in I_{\text{out}}} p_{\text{out}}([\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}]_i) + \sum_{i \in I_{\text{in}}} p_{\text{in}}([\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}]_i), \text{ s.t. } \mathbf{g} \geq \mathbf{0} \tag{9}$$

构成本研究所用 TVAM AID框架的核心。该框架的模块化源于设计和组合不同 p_{out} 与 p_{in} 的灵活性，以提升打印性能。该框架将作为探索各种 p_{in} 和 p_{out} 惩罚函数的基础。

为求解由惩罚函数刻画的所提出的优化问题（这些问题是凸问题），采用快速迭代收缩阈值算法（FISTA）[30]，具体使用 CIL 中的实现。

2.1. 相关指标

为了评估不同方法的效果，并与现有的照明方案规划进行定量比较，可以采用多种指标。这些指标用于评估能量剂量图像$\mathbf{f}$的适用性。以下列出的三项指标改编自 Rackson等人。 [15]。

工艺窗口（功率）表示体素$\mathbf{f}_{\text{in}}$观测到的最小能量剂量值与体素$\mathbf{f}_{\text{out}}$观测到的最大能量剂量值之间的差距，即

$$\text{PW} = \min(\mathbf{f}_{\text{in}}) - \max(\mathbf{f}_{\text{out}}). \tag{10}$$

此处对 Rackson等人 [15] 给出的定义进行了调整：$\max(\mathbf{f}_{\text{out}}) - \min(\mathbf{f}_{\text{in}})$。该定义衡量的是两个区域光能值的重叠程度。相较之下，式（10）衡量的是两个区域光能值之间的差距；负值表示不存在差距，因此打印几何体无法与$\mathbf{t}$匹配；正值则表示差距的宽度。之所以作此调整，是因为我们关注的正是这一差距本身。较大的工艺窗口更理想，因为在实际应用中，它决定了固化内部分与液态外部分之间的固化度差异。这样可以提高工艺稳健性，使光照停止时间更加灵活：额外增加少量光照不太可能导致$\mathbf{f}_{\text{out}}$中的任何体素变为 $\geq \tau$，无论这是由光聚合物化学性质的细微变化还是未知的打印时间所造成。

内部剂量范围 (IPDR) 量化了$\mathbf{f}_{\text{in}}$ 的范围，此处定义为

$$\text{IPDR} = \max(\mathbf{f}_{\text{in}}) - \min(\mathbf{f}_{\text{in}}). \tag{11}$$

打印过程中，照明方案会在每次比色皿旋转时重复。在二元材料模型中，当某个体素的累积剂量首次超过阈值 τ 时，该体素便会固化。不同体素达到此剂量的时间可能不同，而这由照明方案决定。多次旋转只会按比例增加所接收的剂量。因此，较小的 IPDR 会缩窄部件各处发生固化的时间窗口，并提高体素在较窄的旋转次数范围内（理想情况下在一次旋转内）固化的可能性。同步固化时间是可取的，因为这会缩短固体与液体共存的时间，减少密度较高的固化聚合物发生沉降，并最大限度地缩短光线必须穿过固化区域的时间，因为这些区域的折射率会使投影图像发生畸变。基于这些原因，保持 IPDR 较小是照明方案的一项关键目标。此处对 IPDR 的定义同样改编自 Rackson等人 [15] 提出的定义，其将 IPDR 定义为 $1 - \min(\mathbf{f}_{\text{in}})$，并使用归一化剂量单位。正如将在第 2.4 节进一步讨论的那样，此处研究的照明方案生成方法使用的是绝对值，而非相对值，因此无法保证 $\max(\mathbf{f}_{\text{in}}) = 1$；因此对此进行了调整。

体素误差率（VER）与功率有一定关联，因为它衡量的是W，即$\mathbf{f}_{\text{in}}$ 与$\mathbf{f}_{\text{out}}$之间重叠的「体积」（即$\mathbf{f}_{\text{out}} > \min(\mathbf{f}_{\text{in}})$所对应的体素数量），并以总$n^2$ 个体素$I_{\text{in}} \cup I_{\text{out}}$归一化，即

$$\text{VER} = \frac{W}{n^2} \tag{12}$$

即I_{out} 中超过 $\min(\mathbf{f}_{\text{in}})$ 的体素数量与可打印区域中体素总数之比。VER > 0意味着$\mathbf{f}$ 无法通过任何 τ 进行分割并随后二值化，以使其与$\mathbf{t}$完全匹配。因此，期望获得 VER $= 0$。该定义与 Rackson等人 [15]所给出的定义保持不变。

上述指标的一个隐患在于它们易受离群值影响；单个剂量错误的体素（在通常用于可视化剂量分布的直方图中可能不可见）就可能大幅改变这些指标中任一指标的取值。所提出的解决方案是去除与离群值相关的部分数据，即给定百分比 2α，在定义 (10)、(11) 和 (12) 中，将最大值和最小值分别替换为 $(100 - \alpha)\%$ 和 $\alpha\%$。这些调整后的指标以上标 $(100 - \alpha)\%$ 和下标 $\alpha\%$ 表示（例如，功率$_{\alpha\%}^{(100-\alpha)\%}$），以及当$\mathbf{f}$ 中存在离群值时它们的显著差异，将在第 3.4 节中探讨。

2.2. L2 范数惩罚（*L2N*）

如第 1 节所述，使用光线固化光聚合物，意味着无法在不同时照亮其后方或前方区域的情况下照亮某个区域。因此，虽然可以将某个体素的能量剂量控制在低于固化阈值的水平，即$\mathbf{f}_{\text{out}} \leq \tau$，但无法保证$\mathbf{f}_{\text{out}} = \mathbf{0}$。同样，$\mathbf{f}_{\text{in}} = \mathbf{1}$ 也很难实现，而且这是比打印所需条件更严格的要求，因为$\mathbf{f}_{\text{in}} > \tau$ 才是二元材料模型中的“真正”要求。这引出了第一种示例性方法，旨在将阈值信息纳入优化过程。因此，这两个惩罚函数均定义为最小二乘函数

$$p_{\text{out}}(x) = (x - \tau_{\text{lower}})^2 \tag{13}$$

and

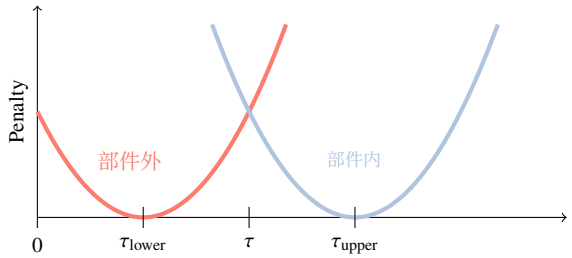
$$p_{\text{in}}(x) = (x - \tau_{\text{upper}})^2 \tag{14}$$

其中 $0 \leq \tau_{\text{lower}} < \tau < \tau_{\text{upper}}$，使惩罚项从二元目标转移到阈值（图 3a）。这种方法称为 L2N。

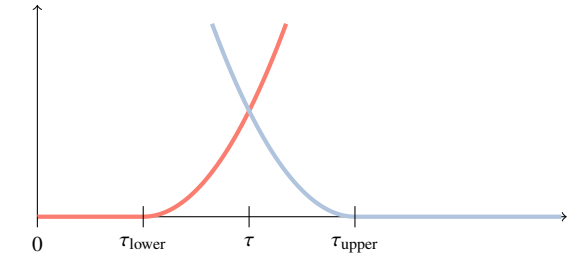
2.3. 单侧惩罚（*OSP*）

L2N 中使用的 L2范数惩罚项并未充分考虑二元材料模型，因此可能过于严格。针对本研究所用的二元材料模型，无需对$\mathbf{f}_{\text{out}} \leq \tau_{\text{lower}}$ 施加惩罚，也无需对$\mathbf{f}_{\text{in}} \geq \tau_{\text{upper}}$施加惩罚。因此，L2N 可能无法找到实际存在的可打印解，例如包含$\mathbf{f}_{\text{out}} \leq \tau_{\text{lower}}$和/或$\mathbf{f}_{\text{in}} \geq \tau_{\text{upper}}$的解。因此，第二种方法采用单侧惩罚

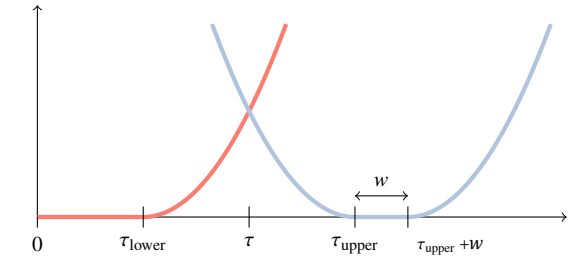
$$p_{\text{out}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq \tau_{\text{lower}}, \\ (x - \tau_{\text{lower}})^2 & \text{for } x > \tau_{\text{lower}} \end{cases} \tag{15}$$



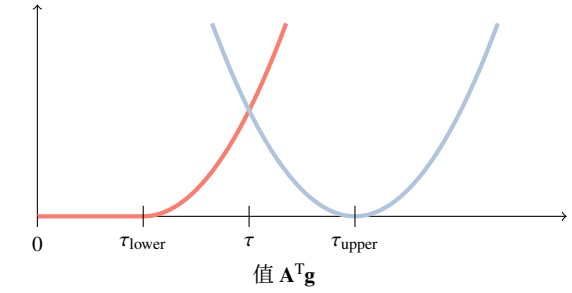
(a) L2N 惩罚函数。



(b) OSP 惩罚函数。



(c) OSPW 惩罚函数，适用于$w > 0$。



(d) $w = 0$ 的 OSPW 惩罚函数。

图 3：部件外（红色）和部件内（蓝色）的惩罚项：(a) L2N，采用针对特定目标拟合的 L2 范数惩罚；(b) OSP，采用单侧惩罚；(c) OSPW($w > 0.0$)，采用单侧惩罚，并对部件内部区域中能量剂量值大于 $\tau_{\text{upper}} + w$ 的体素施加惩罚；(d) OSPW($w = 0.0$) 是 OSPW($w > 0.0$) 的一个特例，可视为对部件外区域的体素采用单侧惩罚，对部件内部区域的体素采用 L2 范数惩罚。照明方案产生的能量剂量值会根据其具体数值产生相应的惩罚。在 L2N 中，任何偏离目标能量值的情况都会受到惩罚，且偏差越大，总成本越高；而在 OSP 中，只有部件内部区域低于目标值的偏差，以及部件外区域高于目标值的偏差会受到惩罚。在 OSPW($w > 0.0$) 中，采用 OSP 的惩罚项，并在数值超过给定剂量值时额外施加惩罚；这可视为一种带有宽度为 w 的无惩罚区域的非连续 L2 范数惩罚函数。因此，OSPW($w = 0.0$) 缩小了无惩罚区域，并结合了部件内的 L2 范数惩罚与部件外的 OSP。照明方案的总成本是所有体素产生的成本之和。

and

$$p_{\text{in}}(x) = \begin{cases} (x - \tau_{\text{upper}})^2 & \text{for } x < \tau_{\text{upper}}, \\ 0 & \text{for } x \geq \tau_{\text{upper}}, \end{cases} \tag{16}$$

并将其称为 OSP。

2.4. 带高剂量惩罚的 *OSP* 扩展（*OSPW*）

OSP 中使用的单侧p_{in} 由于缺少对$\mathbf{f}_{\text{in}}$ 中高值的惩罚，因此无法促使 IPDR 降低，如图3b所示。正如 Wechsler等人 [24], 为促使$\mathbf{f}$达到上限所做的那样，现对体素$\mathbf{f}_{\text{in}}$ 的惩罚进行更新。体素$\mathbf{f}_{\text{out}}$ 的惩罚保持不变，即

$$p_{\text{out}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq \tau_{\text{lower}}, \\ (x - \tau_{\text{lower}})^2 & \text{for } x > \tau_{\text{lower}} \end{cases} \tag{17}$$

而更新后的体素$\mathbf{f}_{\text{in}}$ 惩罚为

$$p_{\text{in}}(x) = \begin{cases} (x - \tau_{\text{upper}})^2 & \text{for } x < \tau_{\text{upper}}, \\ 0 & \text{for } \tau_{\text{upper}} \leq x < \tau_{\text{upper}} + w, \\ (x - (\tau_{\text{upper}} + w))^2 & \text{for } x \geq \tau_{\text{upper}} + w \end{cases} \tag{18}$$

其目标是将$\mathbf{f}_{\text{in}}$ 的最大值限制为 $\tau_{\text{upper}} + w$，其中w 决定无惩罚区域的宽度。此方法称为 OSPW（$w > 0.0$）。

OSPW 的新颖之处在于求和项 $\tau_{\text{upper}} + w$ 没有预先设定的值，这与 Wechsler等人的工作不同；他们的公式将 $\tau_{\text{upper}} + w$ 定义为：$= 1$，以限制取值范围，使$\mathbf{f} \in [0, 1]$。这模拟了许多 TVAM 优化方法 [1, 13, 15] 中对$\mathbf{f}$进行的归一化，以促使$\mathbf{f} \in [0, 1]$。然而，归一化也会缩放阈值，使其成为相对值而非绝对值。例如，若 $\tau_{\text{upper}} = 0.9$，但能量剂量图像按 $\max(\mathbf{f})$ 缩放，那么 $\tau_{\text{upper}} = 0.9/\max(\mathbf{f})$ 也会随之缩放，并变为相对于 $\max(\mathbf{f})$定义的值。因此，通过在归一化中使用惩罚项，可以用绝对值定义阈值，同时避免缩放造成的意义损失。

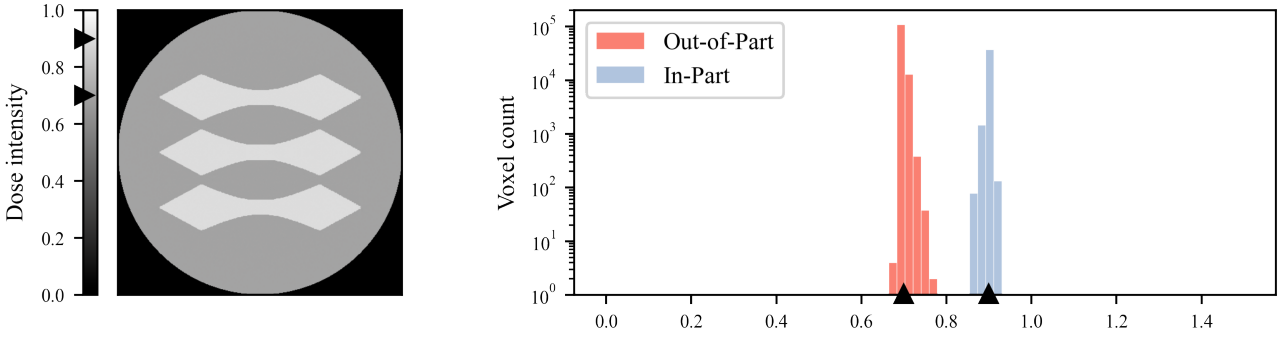
参数 w 与 IPDR 有着明确的联系，因为$\mathbf{f}_{\text{in}}$可以在 τ_{upper} 和 $\tau_{\text{upper}} + w$ 之间取值，而无需进一步审查。因此，需要在降低 IPDR（通过最小化w）与尽可能放宽惩罚项以鼓励探索解之间取得平衡。极端情况下，$w = 0$，使惩罚函数变为

$$p_{\text{out}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq \tau_{\text{lower}}, \\ (x - \tau_{\text{lower}})^2 & \text{for } x > \tau_{\text{lower}} \end{cases} \tag{19}$$

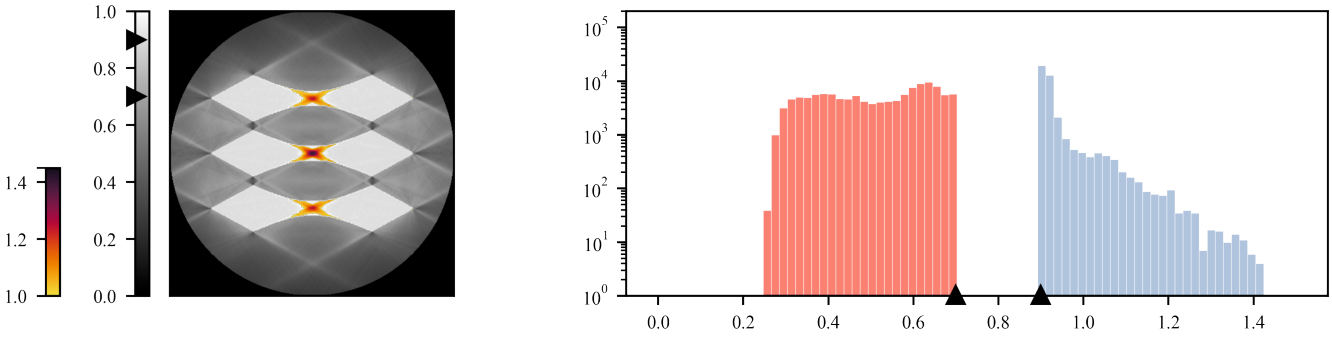
and

$$p_{\text{in}}(x) = (x - \tau_{\text{upper}})^2. \tag{20}$$

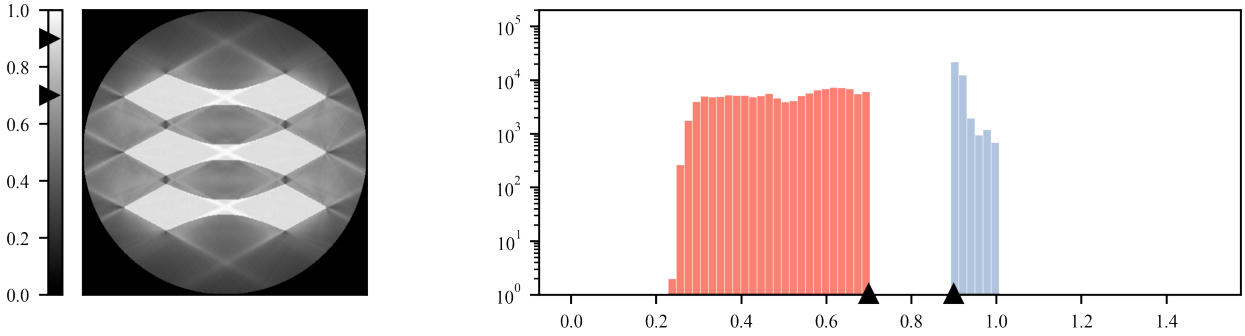
这种新方法 OSPW($w = 0.0$) 是本文最后考虑的方法，也可以视为 OSP (17)（针对$\mathbf{f}_{\text{out}}$）与 L2N (14)（针对$\mathbf{f}_{\text{in}}$）的组合。



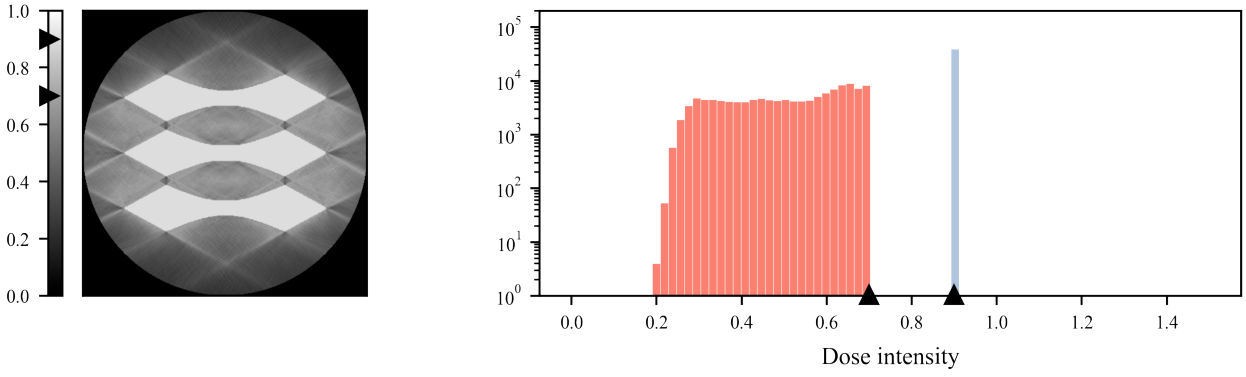
(a) L2N 得出的结果。



(b) OSP 得出的结果。



(c) OSPW(w = 0.1) 得出的结果。



(d) OSPW(w = 0.0) 得出的结果。

图 4：采用四种方法各迭代 1000 次所生成的实际剂量分布（右）及其对应直方图（左）的比较。阈值固定为 $\tau_{\text{lower}} = 0.70$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$，并以黑色三角形标记表示。

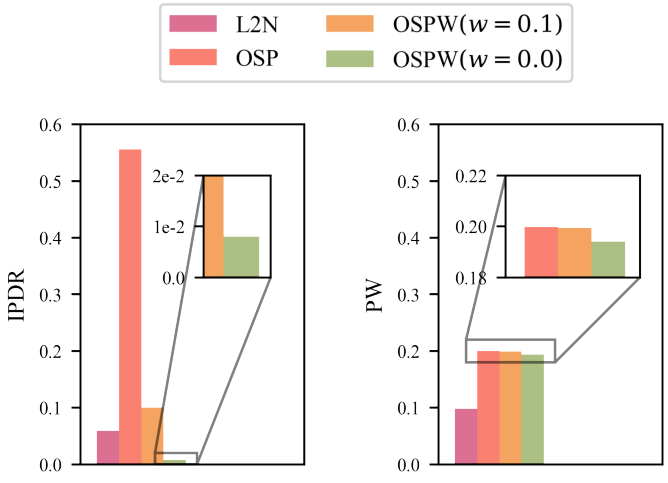


图 5：第 3.1 节中比较的不同方法的 IPDR 和功率汇总。

3. 结果与讨论

首先，对四种方法进行比较，并讨论其实现剂量分布的特征。在观察到 OSPW($w = 0.0$) 方法能够产生“最佳”的实现剂量分布后，进一步讨论 τ_{lower} 和 τ_{upper} 的不同组合对实现剂量分布质量的影响。针对多种几何体，将这些结果与 OSMO 进行比较。最后，展示这些方法在三维几何结构上的有效性，并再次将其与 OSMO 进行对比。此外，还评估了指标对第 2.1 节所述异常值的敏感性。

生成这些结果的代码可通过 GitHub仓库 [31]获取，并使用了来自 [32] 的代码来实现 OSMO。

3.1. 惩罚项的比较

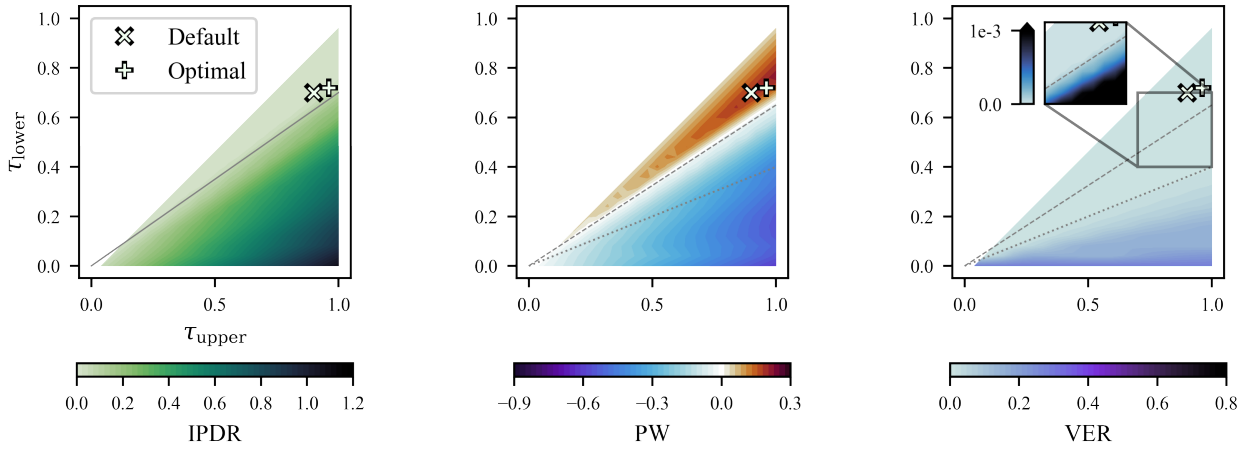
TVAM AID框架的一项关键特性，是能够根据打印要求或期望特征，灵活选择不同的代价函数和约束条件。然而，作出选择也意味着有责任选取或设计适当的惩罚函数，以促使能量剂量分布呈现特定行为。为说明这一点，我们将上述四种方法应用于DTU 标志几何形状。该几何形状由三个“哑铃形”组成（实际上代表狮子 [33]），包含尖角和曲边；见图4a。请注意，所示图像通过L2N获得，在视觉上与目标几何完全相同。图4展示了上述四种方法在设定阈值为 $\tau_{\text{lower}} = 0.70$和 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$时得到的实际剂量分布。此外，图5绘出了各方法对应的IPDR和功率。

L2N 显示出与目标极为相似的实际剂量分布（图 4a）。这可以归因于两个方面。首先，部件内和部件外区域呈现出均匀的色彩，这意味着每个区域中的能量剂量近乎均匀。直方图对此提供了支持：在应用于每个区域的抛物线形 L2 范数惩罚函数的作用下，形成了两个窄宽度分布。对于内部区域直方图而言，其较小的宽度与较小的 IPDR 相关。其次，在实际剂量分布中，部件内和部件外区域的实现剂量（由显著不同的色彩表示）存在明显差异，从而形成了区域之间清晰可辨的边界。在直方图中，这表现为两个直方图彼此分离，即具有正的功率（PW）。然而，PW $\neq \tau_{\text{upper}} - \tau_{\text{lower}}$ 因为优化并未完美遵循旨在通过 L2 范数惩罚加以促进的上阈值和下阈值。内部区域直方图的峰值大约位于 τ_{upper}，而部件外直方图的峰值大约位于 τ_{lower}。因此，可以认为，可实现的 PW 会因每个直方图宽度的一半左右而有所削弱。

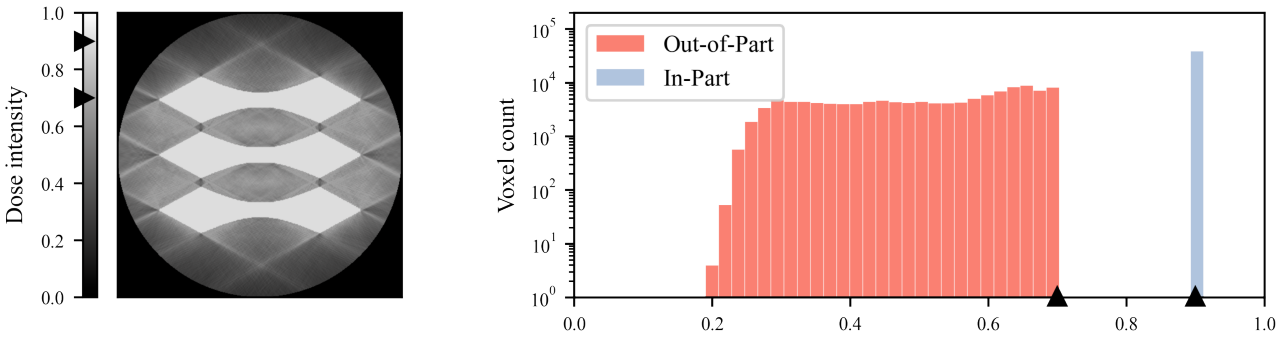
OSP 会大幅提高功率。限制较少的单侧惩罚可能会鼓励在优化过程中进行更广泛的探索，从而使I_{in} 中剂量值低于τ_{upper} 的体素更少，并使I_{out} 中剂量值高于 τ_{lower}的体素更少。虽然这可以从两个直方图之间更大的间距（图4b）中清楚地看出，但由于剂量分布不均匀，单从实际剂量分布中并不能立即看出这一点。这种情况在区域外部分最为普遍，那里有许多明显的条纹。在部件内区域，大面积区域的剂量分布似乎仍接近均匀，但每个“哑铃形”的狭窄中央区域都存在严重的剂量不均匀性。这是因为，与L2N相比，单侧惩罚允许两个区域内的可接受剂量值范围更宽。由于对剂量值没有上限约束，部件内区域中较宽的实际剂量值范围导致IPDR非常高。

OSPW($w = 0.1$) 成功地对I_{in} 中剂量值大于 1 的体素施加惩罚，使内部区域直方图（图4c）的分布范围变窄，因此 IPDR 显著改善。额外的惩罚对功率和区域外直方图的整体形状影响甚微。因此，在实际剂量分布中，与 OSP 结果相比，区域外部分在视觉上没有变化。内部区域的实际剂量分布看起来也与 OSP 相似，但中心区域除外；虽然这些区域仍是剂量不均匀性的来源，但其剂量大小现在受到控制。除了内部区域实际剂量分布这一预期改善之外，其他地方几乎看不出变化，这表明 OSP 中的惩罚过于宽松，因为即使额外惩罚高剂量值，仍然可以满足这些惩罚条件。

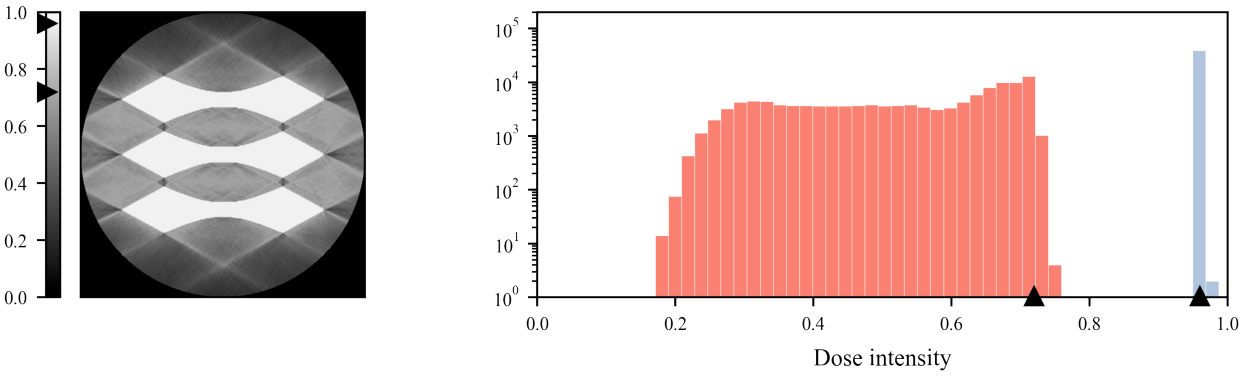
OSPW($w = 0.0$) 实现了剂量分布（图4d），凸显了TVAM AID框架能够灵活选择惩罚代价函数以实现特定特征。视觉上均匀的剂量分布出现在至关重要的内部区域，这一特征得益于 L2 范数惩罚，并由 L2N 结果所展示。在区域外部分，则保留了较宽松的单侧惩罚，因为只要剂量值低于转换阈值，此处的剂量不均匀性便无需担忧。因此，正如 OSP 和 OSPW($w = 0.1$) 的结果所示，OSPW($w = 0.0$) 中较为宽松的惩罚能够实现远高得多的功率，且.....



(a) 使用 OSPW($w = 0.0$) 方法，通过 325 个阈值对的结果得出的三个关键指标的色彩图。实线 $\tau_{\text{lower}} = 0.75\tau_{\text{upper}}$ (左)标示出 IPDR ≈ 0近乎恒定区域的边界。虚线 $\tau_{\text{lower}} = 0.65\tau_{\text{upper}}$ (中、右)标示出 PW ≥ 0区域的边界。点线 $\tau_{\text{lower}} = 0.4\tau_{\text{upper}}$ (中、右)标示出 VER $= 0$ 的表观区域，但如插图所示，该区域实际上由 $\tau_{\text{lower}} = 0.65\tau_{\text{upper}}$ 界定，只有大幅限制色彩图的显示范围才能观察到。

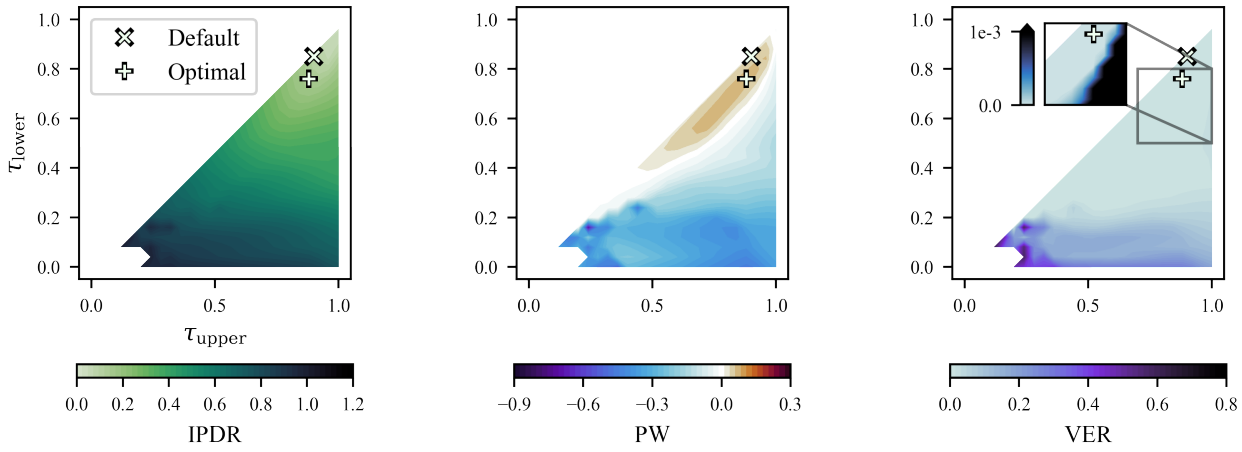


(b) 使用 OSPW($w = 0.0$) 方法，通过默认阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.70$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$ 得到的实现剂量及相应直方图。

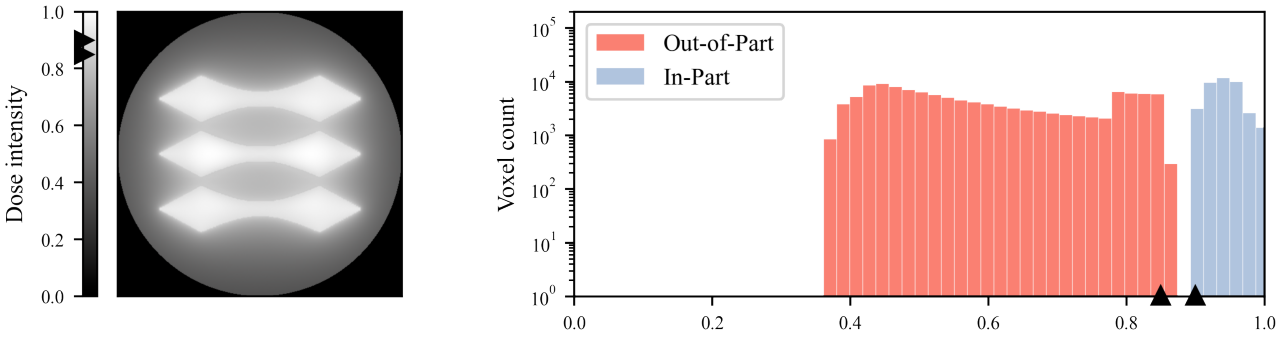


(c) 使用 OSPW($w = 0.0$) 方法，通过 PW最优阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.72$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.96$ 得到的实现剂量及相应直方图。

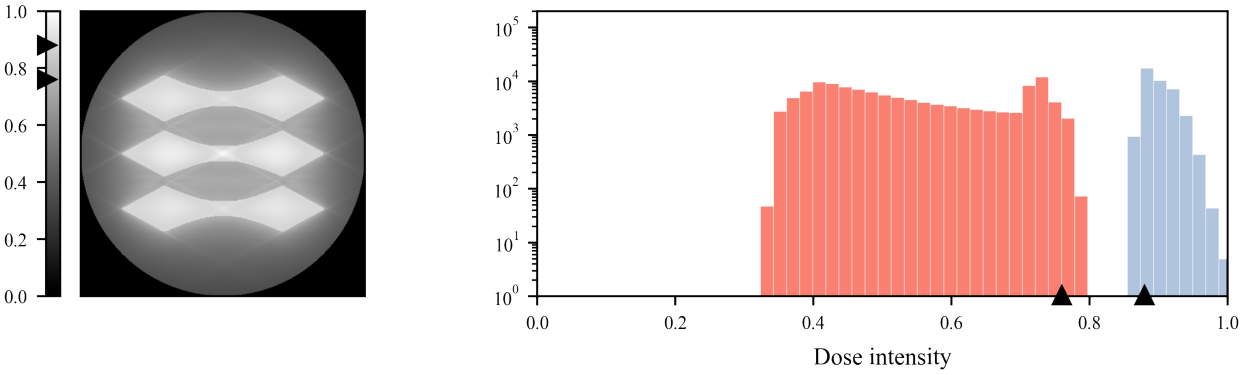
图 6：阈值选择对 OSPW($w = 0.0$) 方法迭代 1000 次后所得指标的影响。默认阈值对与 PW最优阈值对彼此接近，因此两者都能提供相似的实现剂量分布，且具有较高的功率和较小的 IPDR。



(a) 使用 OSMO 对 325 个阈值对的结果计算得出的三个关键指标的色彩图 d VER = 0 区域只能通过 wi우우우우우 使用 OSMO 得出的 325 个阈值对的结果。与图 6 所示的 OSPW(w() = 0.0) 方法类似，真实的分界天天爱彩票 th a restricted colour map. n



(b) 使用 OSMO 时，默认阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.85$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$ 对应的实际剂量分布及其直方图。



(c) 使用 OSMO 时，PW最优阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.76$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.88$ 对应的实际剂量分布及其直方图。

图7：阈值选择对 OSMO 迭代 1000 次后所得指标的影响。默认阈值对与 PW 最优阈值对十分接近，但由此带来的 PW 增幅显著。请注意 OSMO 度量彩色图左下角：对于这些阈值对，未计算指标。这似乎是因为对所谓模型的区域外部分进行更新后，得到的正弦图中所有值均小于 0。处理该正弦图时，低于所谓最小投影值（定义为 ≥ 0，默认设为 $= 0$）的值会被重新赋值为最小投影值。因此，像此处这样使用默认设置时，整个正弦图会变成零值矩阵，优化无法继续有效进行。

与 L2N 相比。另一种看法是，此处的结果保留了 OSP 和 OSPW（$w = 0.1$）结果所实现的较大功率，同时通过对I_{in}中的体素使用 L2范数来“收紧”惩罚项，从而显著降低了 IPDR。IPDR 的降幅非常大，甚至低于 L2N 的结果。与功率的增加类似，这也可归因于放宽了对I_{out} 中体素的惩罚，使部件内 L2范数惩罚能够发挥更强的作用。

由于兼具较大的功率和极小的 IPDR，从而使部件内区域的剂量分布更加均匀，OSPW（$w = 0.0$）相较于其他方法表现最佳（见图 5）。因此，以下各节将更详细地讨论这种方法。不过，这并不意味着进一步研究其他方法毫无价值，尤其是探讨 OSPW 中$w \neq 0.0$ 的其他取值。与例如 DrTVAM [24, 25]相比，能够自由选择w 是新型 OSPW 方法的一项关键优势；在 DrTVAM 中，w 并非由用户选择，而是通过计算确定，以确保 $\tau_{\text{upper}} + w := 1$。如图 5 所示，当$w$ 可以明确设为$w = 0.0$ 时，所获得的能量剂量场性能显著提升，这表明 OSPW 是一种改进的惩罚泛函。

3.2. 阈值选择

尽管目标几何是固定参数，但仍需选择阈值参数 τ_{lower} 和 τ_{upper}，它们对最终获得的功率尤其有显著影响。如果某种优化能够完美地遵循上述惩罚项，那么功率就只会是 $\tau_{\text{upper}} - \tau_{\text{lower}}$。然而，正如先前讨论并在图 4 中所示，实际情况未必如此。例如，在 L2N 的结果中，获得的功率因每个直方图的正宽度而有所损失。不过，采用另一组阈值，并减小 $\tau_{\text{upper}} - \tau_{\text{lower}}$，或许能够得到更窄的直方图。因此，$\tau_{\text{upper}} - \tau_{\text{lower}}$ 的损失可能会减少，从而使整体功率更大。相反，结果表明，其他三种方法对测试的阈值反应良好；对于 OSPW($w = 0.0$)，进一步提高功率或许值得探究。不过，这必然存在上限，因为如第 2.2 节所述，选择 $\tau_{\text{lower}} = 0$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 1$ 会因非负约束而无法得到令人满意的结果。

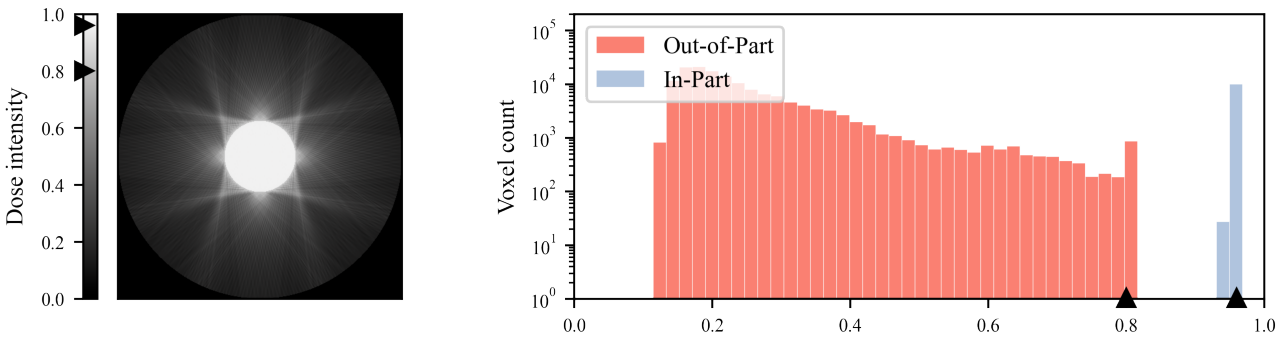
这促使我们开展以下研究，以更好地理解阈值选择对实际剂量分布的影响及其对相关指标的影响。阈值取值范围为 (0, 1)，步长为 0.04，因此每个阈值共有 26 个可选值。由此产生的组合数（不重复，因此自然满足 $\tau_{\text{lower}} \neq \tau_{\text{upper}}$）得出 $\binom{26}{2} = 25(25 + 1)/2 = 325$ 对阈值。由于一对阈值中的一个值始终严格小于另一个值，因此可以轻松满足 $\tau_{\text{lower}} < \tau_{\text{upper}}$。如前所述，结果将重点讨论 OSPW($w = 0.0$) 惩罚项方法。FISTA 固定迭代 1000 次，以确保所有阈值组合的指标都能充分收敛。

三种指标对应的色彩图如图 6a 所示。IPDR 应尽可能小，总体而言，可将其描述为两个相连的平面，约由直线 $\tau_{\text{lower}} = 0.75\tau_{\text{upper}}$分隔。区域 $\tau_{\text{lower}} \geq 0.75\tau_{\text{upper}}$ 值得关注，因为该区域的 IPDR 最低，且实际上恒为零。PW 色彩图所示的表面更为复杂，但其中有一个边界清晰的区域 $\tau_{\text{lower}} \geq 0.65\tau_{\text{upper}}$，该区域内指标为正，符合预期。与 IPDR 类似，VER 的色彩图也可描述为两个平面，这次似乎由 $\tau_{\text{lower}} = 0.4\tau_{\text{upper}}$分隔。同样，上方区域 $\tau_{\text{lower}} \geq 0.4\tau_{\text{upper}}$ 值得关注，因为其中的 VER 似乎恒为 = 0。这出乎意料，因为要得到 VER = 0，需要 PW ≥ 0。插图以较小的数值范围，更详细地展示了区域 $0.4\tau_{\text{upper}} < \tau_{\text{lower}} < 0.65\tau_{\text{upper}}$的一部分。可以看出 VER $\neq 0$，这意味着两个直方图存在重叠。此外，该区域内 VER 的数值较低，表明此重叠部分仅包含少量体素。这些少量体素竟导致如此差的 PW，说明这些错误体素对应的实现剂量值存在严重偏差。这支持了第 2.1 节提出的观点：指标容易受到离群值影响；这一点将在第 3.4 节进一步探讨。

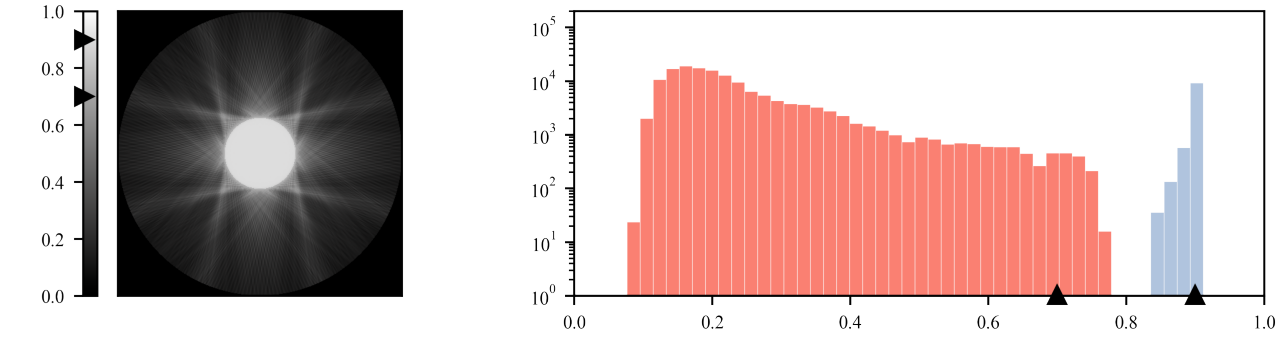
由于 IPDR 和 VER 色彩图中理想区域高度重叠，且这些区域内的指标为常数（IPDR 的情况则接近常数），因此可以认为，该区域 $\tau_{\text{lower}} \geq 0.75\tau_{\text{upper}}$内的任意阈值对都能充分满足这两项指标。因此，寻找“最优”阈值对的工作现在由功率驱动，因为功率在这一理想区域内确实会变化。如前所述，功率 ≥ 0 是达到 VER = 0 的最低要求；若要通过单一凝胶化阈值 τ 对实际剂量分布进行分割，并使其与目标图像完美匹配，这一点是必要的。然而，前文也提到，提高功率有助于增强工艺稳健性。因此，“最优”阈值对是使功率最大化的阈值对；对于该目标图像，此阈值对为 $\tau_{\text{lower}} = 0.72$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.96$。请注意，最大实现剂量强度大于 1 的阈值对将不纳入选择过程。其他三种方法（图 A1）以及其他目标图像也呈现出相似的色彩图，后者将在第 3.3 节中进一步讨论（另见图 A2 和图 A3）。因此，建议采用的默认阈值为 $\tau_{\text{lower}} = 0.70$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$。

默认阈值对对应的实际剂量分布如图 6b 所示。与该案例中最优阈值对对应的实际剂量分布（图 6c）相比，最显著的改进是部件内区域的亮度提高了。这是预期之中的，直方图也印证了这一点：τ_{upper} 从 0.90 增至 0.96，使整个内部区域直方图向正方向偏移，同时 IPDR 略有增加。正如预期，这一变化被功率（PW）的轻微增加所抵消，因为寻找最佳阈值的过程完全由这一指标驱动。总体而言，两种实现剂量分布之间差异很小，进一步证明了所建议的默认阈值是合适的。

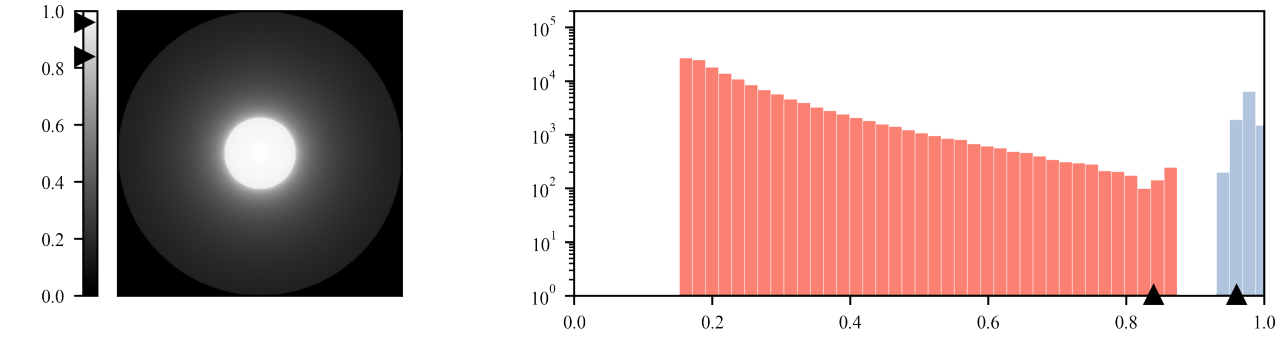
当然，这种通用的参数扫描方法与所采用的照明规划技术无关。因此，如前所述，选择 OSMO 方法来.....



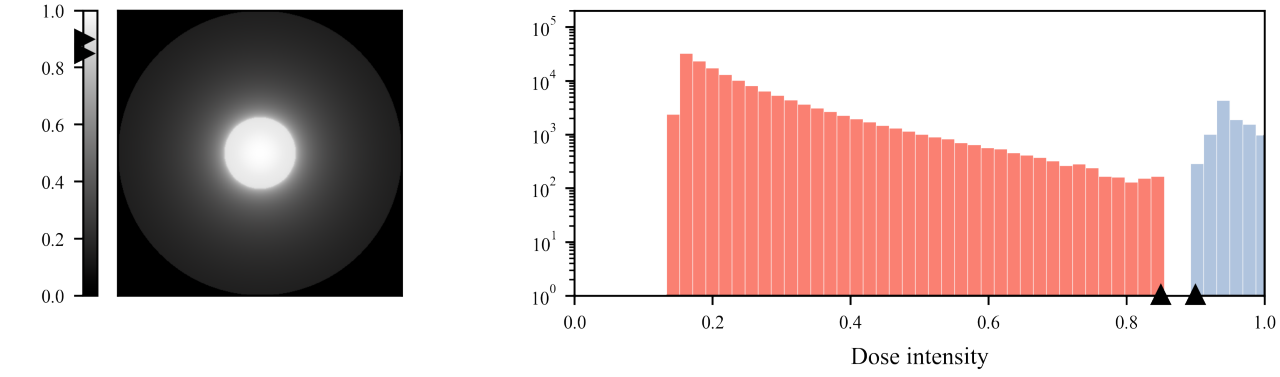
(a) 使用 OSPW(w = 0时，PW最优阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.80$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.96$ 对应的实现剂量分布及其直方图 .0).



(b) 使用 OSPW(w = 0.0) 时，默认阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.70$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$ 对应的实现剂量分布及其直方图。

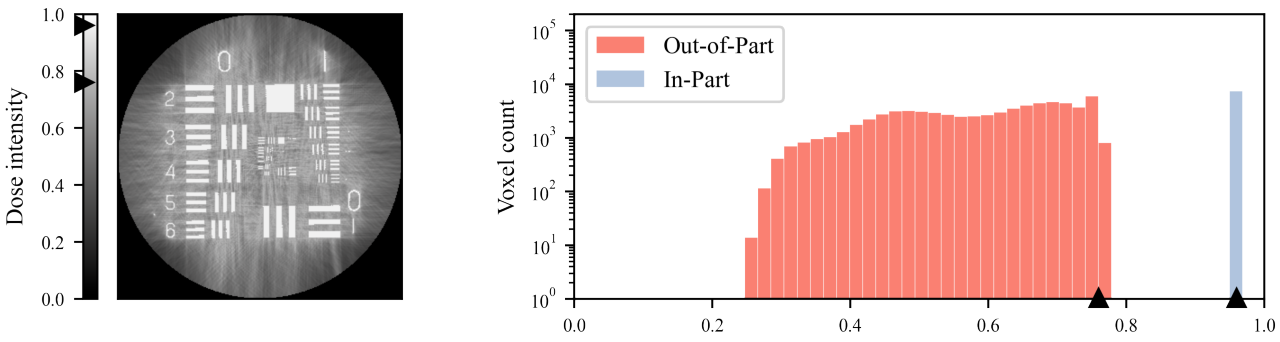


(c) 使用 OSMO 时，PW最优阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.84$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.96$ 对应的实现剂量分布及其直方图。

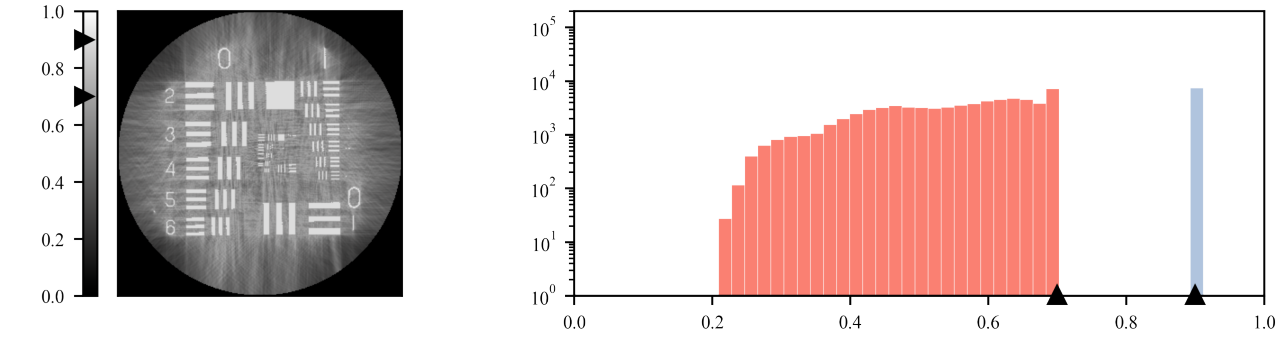


(d) 使用 OSMO 时，默认阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.85$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$ 对应的实现剂量分布及其直方图。

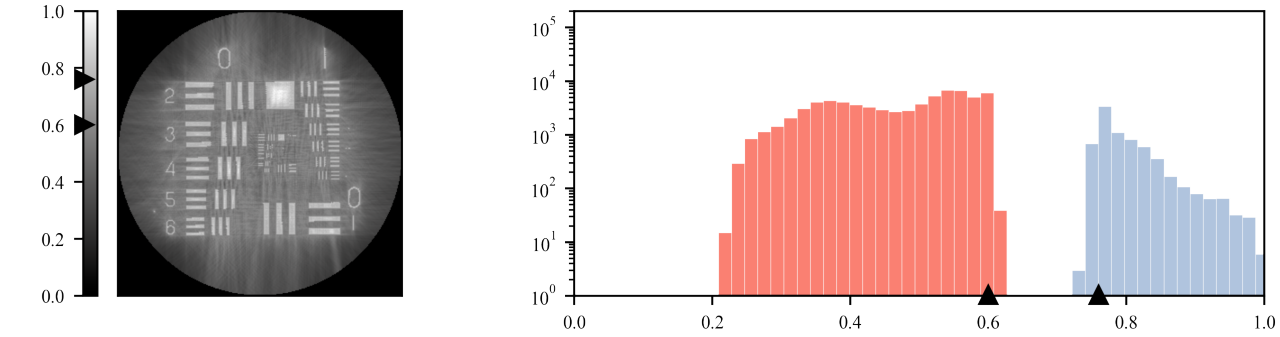
图 8：简单二维圆盘经过 1000 次迭代后的实现剂量分布及其直方图。各行依次为：OSPW(w = 0.0) 的 PW最优阈值对、OSPW(w = 0.0) 的默认阈值对、OSMO 的 PW最优阈值对、OSMO 的默认阈值对。



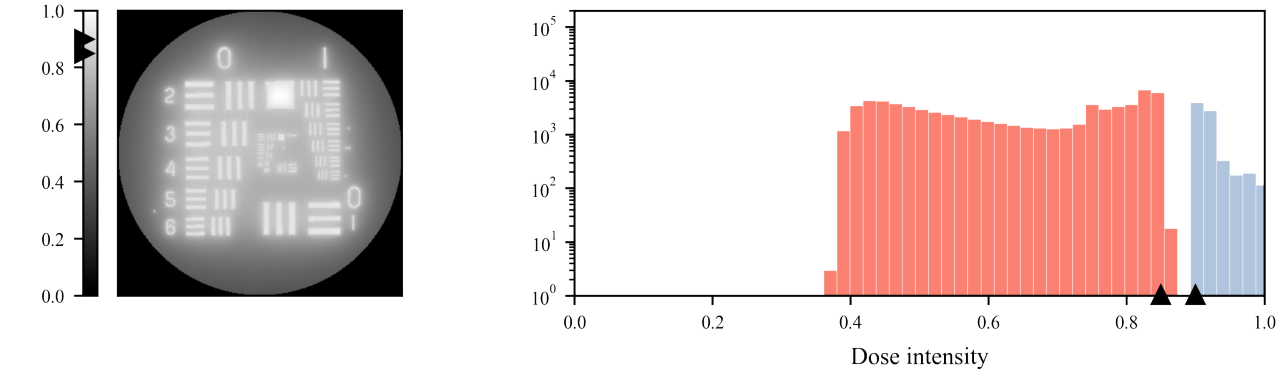
(a) 使用 OSPW($w = 0$ 时，PW最优阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.76$ 与 $\tau_{\text{upper}} = 0.96$ 的实际剂量分布及相应直方图 .0).



(b) 使用 OSPW($w = 0.0$) 时，默认阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.70$ 与 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$ 的实际剂量分布及相应直方图。



(c) 使用 OSMO 时，PW最优阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.60$ 与 $\tau_{\text{upper}} = 0.76$ 的实际剂量分布及相应直方图。



(d) 使用 OSMO 时，默认阈值对 $\tau_{\text{lower}} = 0.85$ 与 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$ 的实际剂量分布及相应直方图。

图 9：经过 1000 次迭代后，复杂分辨率测试的实现剂量分布及相应直方图。各行依次为：OSPW($w = 0.0$) 的 PW最优阈值对、OSPW($w = 0.0$) 的默认阈值对、OSMO 的 PW最优阈值对、OSMO 的默认阈值对。

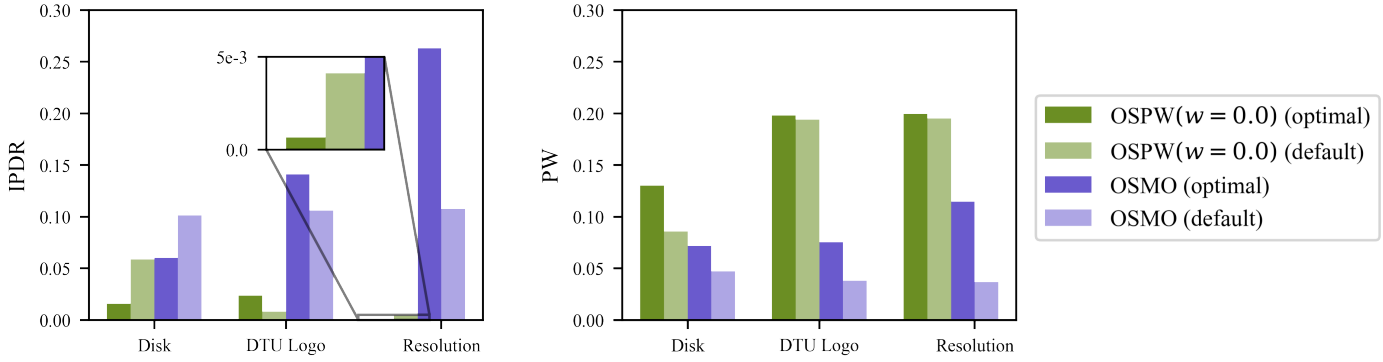


图10：第 3.2 节和第 3.3 节中所用不同测试几何体的 IPDR 和功率汇总（柱状簇）。采用 OSPW(w = 0.0) 和 OSMO 的功率最优阈值与默认阈值（柱形颜色）。OSPW(w = 0.0) 的表现始终优于 OSMO，即使将采用默认阈值的 OSPW(w = 0.0) 结果与采用最优阈值的 OSMO 结果进行比较，亦是如此。

以进行比较。原始研究 [15], $\tau_{\text{lower}} = 0.85$ 和 $\tau_{\text{upper}} = 0.90$ 被推荐为合适的默认值，本文沿用这些默认值。为确保公平，也采用与上文相同的参数扫描方法找出功率最优阈值对，结果为 $\tau_{\text{lower}} = 0.76$and $\tau_{\text{upper}} = 0.88$。

OSMO 的 IPDR 色彩图（图7）可用近似抛物线形状的等值线来描述：阈值对越接近右上角，IPDR 就越好。相比之下，功率色彩图呈现出一条细长的高功率谷地。与 OSPW($w = 0.0$) 的 VER 色彩图类似，OSMO 的 VER 色彩图似乎有一大片区域内 VER $= 0$，但如插图所示，VER $\neq 0$，尽管其数值很低，而且 VER 得分较好的区域边界与功率 $= 0$线相吻合。

可实现最佳 IPDR 的区域与可实现最佳功率的区域重叠不大。值得庆幸的是，与默认阈值相比，功率最优阈值对可显著提高功率，却不会明显损害 IPDR，后者仅小幅上升。然而，这种 IPDR 增长的影响体现在最优实现剂量分布中：与看起来更均匀的默认实现剂量分布相比，部件内区域明显不均匀。与此同时，功率增加减少了默认实现剂量分布中部件外区域与部件内区域边界处的部分模糊现象。不过，对于这一目标几何，功率和 IPDR 的这些改善仍不足以使最优阈值 OSMO 的结果超过默认阈值或最优阈值 OSPW(w =0.0) 的结果；在这两种 OSPW($w = 0.0$) 情况下，功率和 IPDR 的得分都要好得多（图10）。

3.3. 不同几何体的性能

显然，对优化所做的最大改动是几何形状。这里使用另外两种几何形状来测试 OSPW($w = 0.0$)。如果将前面示例中的 DTU 标志视为中等复杂度的几何形状，那么在非常简单的中心圆盘几何形状（或三维中的圆柱体）以及非常复杂的分辨率测试几何形状上进行测试是合理的；后者包含在 CIL 数据 [27] 中，设计得十分精细，难以获得合适的正弦图。此处使用与第 3.2 节相同的方法来寻找功率最优阈值。

中心圆盘： 图 8a 和 b 中两组 OSPW($w = 0.0$) 结果说明了第 3.2 节开头提到的情况：较大的 $\tau_{\text{upper}} - \tau_{\text{lower}}$ 并不总是会带来较大的功率。对于这种几何形状，OSPW($w = 0.0$) 的实际剂量分布与默认阈值吻合得相当差；正如直方图所示，I_{out}中有许多体素的剂量大于 τ_{lower}，而I_{in} 中也有许多体素的剂量小于τ_{upper}。相比之下，功率最优阈值对所产生的实际剂量分布更符合阈值要求，因此，尽管 $\tau_{\text{upper}} - \tau_{\text{lower}} = 0.16$（即比默认阈值之差小 0.04），功率仍显著提高。这些较轻的惩罚项也使 IPDR 大幅降低，从而得到优越得多的实际剂量分布。与前述 DTU 徽标几何结构一样，将采用默认阈值获得的 OSMO 剂量分布与采用功率最优阈值获得的剂量分布进行比较，可以看到功率有了足够的提升（图 8c 和 d）。然而，对于这种几何形状，采用最优阈值时 IPDR 也有所改善。因此，就功率和 IPDR 数值而言，采用最优阈值获得的 OMSO 剂量分布可与采用默认阈值获得的 OSPW($w = 0.0$) 剂量相媲美。最值得注意的或许是，采用默认阈值获得的 OSPW($w = 0.0$) 剂量在两项指标上均优于采用最优阈值获得的 OSMO 剂量，尽管两组最优阈值（作为参数的含义相近）几乎完全相同。

分辨率测试： OSPW（$w = 0.0$）表现出色；默认阈值和最优阈值所产生的实际剂量分布均具有较宽的功率和极窄的 IPDR（图 9a 和 b）。与默认阈值对下 OSMO 的实际剂量分布相比，OSMO 使用 PW最优阈值对再次显著提高了功率（图 9c 和 d）。使用 OSMO 的最优阈值对会使 IPDR 显著增大，以至于在实际剂量分布中可以清楚地看到大正方形（中心右侧）的剂量不均匀性；对于这种几何形状，OSMO 的阈值对需要在这两个指标之间进行权衡。

概览所有三种几何

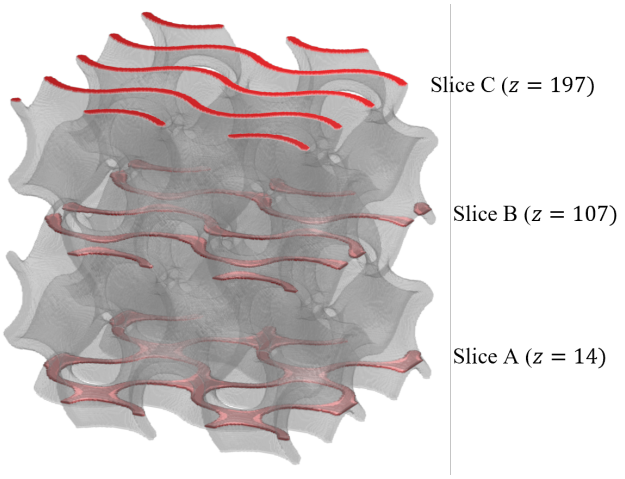


图11：包含八个晶胞的陀螺面三维测试几何体（$2\times2\times2$）。图中高亮标出了报告的可视化切片 z = [14, 107, 197]。

体的 IPDR 和功率时，无论是 OSPW(w = 0.0) 还是 OSMO，以及默认阈值对还是最优阈值对，图10都显示出明确的结果：考虑到 IPDR 需要最小化，OSPW(w = 0.0) 在每种几何形状上都优于 OSMO。此外，几何形状越复杂，使用 OSPW(w = 0.0) 相较于 OSMO 所带来的指标改善就越明显。即使将采用默认阈值的 OSPW(w = 0.0) 与采用最优阈值的 OSMO 进行比较，这一结论依然成立。对于应当最大化的功率，也可以得出相同结论。此外，采用默认阈值的 OSPW(w = 0.0) 与采用最优阈值的 OSPW(w = 0.0) 在功率和 IPDR 上的差异通常很小，这进一步验证了默认阈值的选择。

3.4. 三维几何结构的验证

由于假设投影几何体为平行投影，扩展到三维很简单，因为每个 x –y 切片都独立作用；不过，这一点仍然很重要，因为打印始终是三维操作。此处用于验证的回转曲面几何体（STL 文件来自 [34]）如图11所示；其中高亮标出了198个x-y 切片中的三个，每个切片都可以视为一个独立的几何形状。以下将利用这些切片展示经过1500次迭代后实现的剂量分布。采用默认阈值 τ_{lower} = 0.70 和 τ_{upper} = 0.90 时，OSPW(w = 0.0)的结果如图12所示；采用默认阈值 τ_{lower} = 0.85 和 τ_{upper} = 0.90 时，OSMO的结果如图13所示。OSPW(w = 0.0)的直方图显示其功率（PW）要大得多；这是预期之中的，因为OSPW(w = 0.0)的默认阈值间距大于OSMO的默认阈值间距。尽管两种结果的IPDR相近（OSPW(w =0.0)为0.09，OSMO为0.11），但I_{in} 中体素的实现剂量均值，OSPW(w = 0.0)为0.90，OSMO为0.94。这可能是OSMO实现剂量分布切片图像中的部件内区域比OSPW(w = 0.0)实现剂量分布切片图像中更亮的原因。

OSPW（w = 0.0）结果的部件内直方图可描述为剂量强度呈钟形分布；施加于这些体素的 L2 范数惩罚。重新审视指标对异常剂量值的稳健性这一概念，在图14中，计算 IPDR 和功率时，部件内和部件外直方图中从顶部和底部舍弃的体素百分位数均逐渐增加。

对于 OSPW(w = 0.0) 实现的能量剂量分布，这两项指标在计算时舍弃极少比例的体素后都会发生显著变化；垂直灰线表示未纳入计算的体素分别占部件内和部件外直方图的 0.05%，并且在每个直方图的两端各均分为 0.025%。其他情况下数值相对稳定，这说明在计算指标时从部件内和部件外直方图中舍弃 0.05% 的体素，只是为了排除剂量值异常的体素。OSMO 的指标似乎并非如此。

逐层考察实现剂量的指标（未移除任何数据）时，与 OSMO （图 15b ）相比，OSPW(w = 0.0) 各切片之间的性能变化要大得多（图15a）。从图15a 可以看出，功率和 IPDR 密切相关，且某些切片的表现明显逊于大多数切片（注意，由于组成目标几何的晶胞以 $(2\times2\times2)$ 方式排列，因此会呈现周期性）。相比之下，OSMO 能够在所有切片中保持功率近乎恒定；尽管 IPDR 存在层间变化，但远低于 OSPW(w = 0.0) 的 IPDR 层间变化。尽管如此，OSMO 没有任何切片的功率优于任何 OSPW(w =0.0) 切片，而且 OSPW(w = 0.0) 几乎所有切片的 IPDR 都更低。

在度量计算中剔除部件内和部件外直方图各自0.05%的体素后，OSPW(w = 0.0)的切片间变化大幅减弱。考虑完整几何体（全部198个切片），IPDR从0.09降至0.02，而PW从0.12升至0.19。与此同时，OSMO对任一指标的切片间变化影响甚微；对于完整几何体，PW和IPDR均未优于原来的0.05和0.10。

最后，如第 3.1 节所述，相互竞争的惩罚项可能会限制优化过程中对可能结果的探索，而放宽惩罚项或许能带来更好的结果。通过使用OSPW(w = 0.1)对此进行评估；将I_{in} 中体素的L2范数惩罚放宽为单侧惩罚，并额外添加一项惩罚以限制过高的光能值。结果（图16）表明，与OSPW(w =0.0)相比，所得结果更符合阈值；这可以理解为，OSPW(w = 0.0)的惩罚函数可能并非最适合回转曲面几何体。IPDR略微升至0.11，这主要由 τ_{upper} = 0.9所驱动；但PW大幅升至0.18，是OSPW(w = 0.0)结果的两倍（使用所有体素进行度量计算时），这表明灵活的惩罚项选择能够显著改善实际剂量分布。

4. 结论

本文对用于创建 TVAM 照明方案的惩罚函数进行了批判性分析。所研究的惩罚函数假设采用二元材料模型

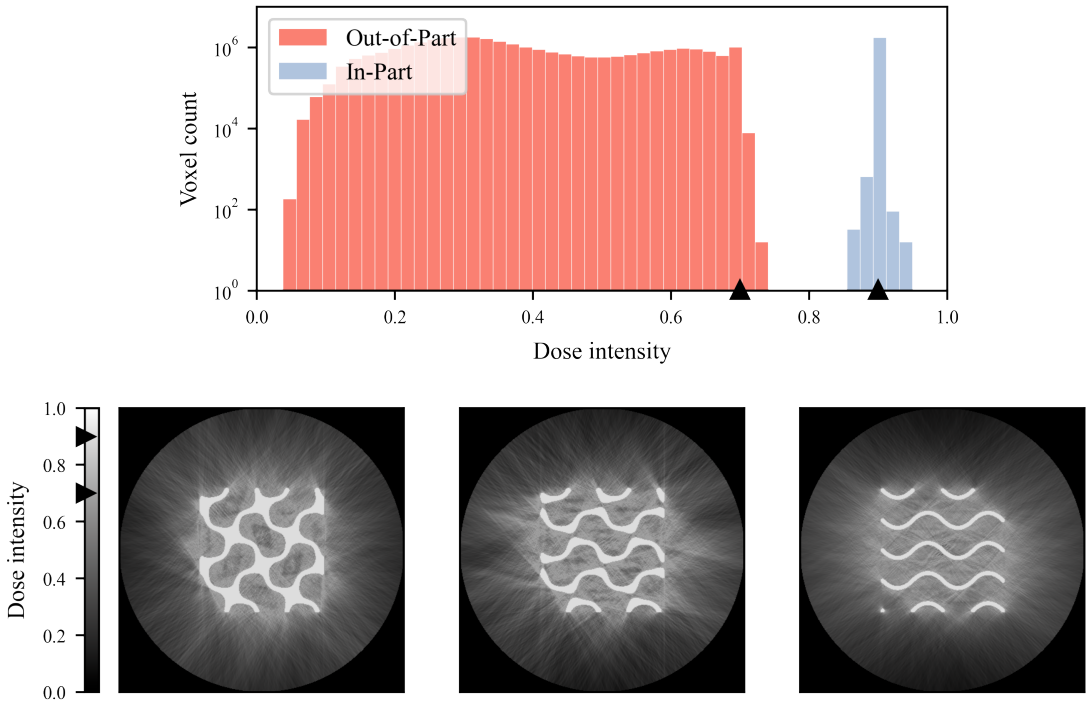


图12：三维几何结构全部198个切片的直方图（上），以及位于$z = [14, 107, 197]$处切片的实现剂量分布（下，从左到右），采用OSPW（w = 0 0 τ_{lower} = 0 70 τ_{upper} = 0 90 .）及默认阈值对.和.。

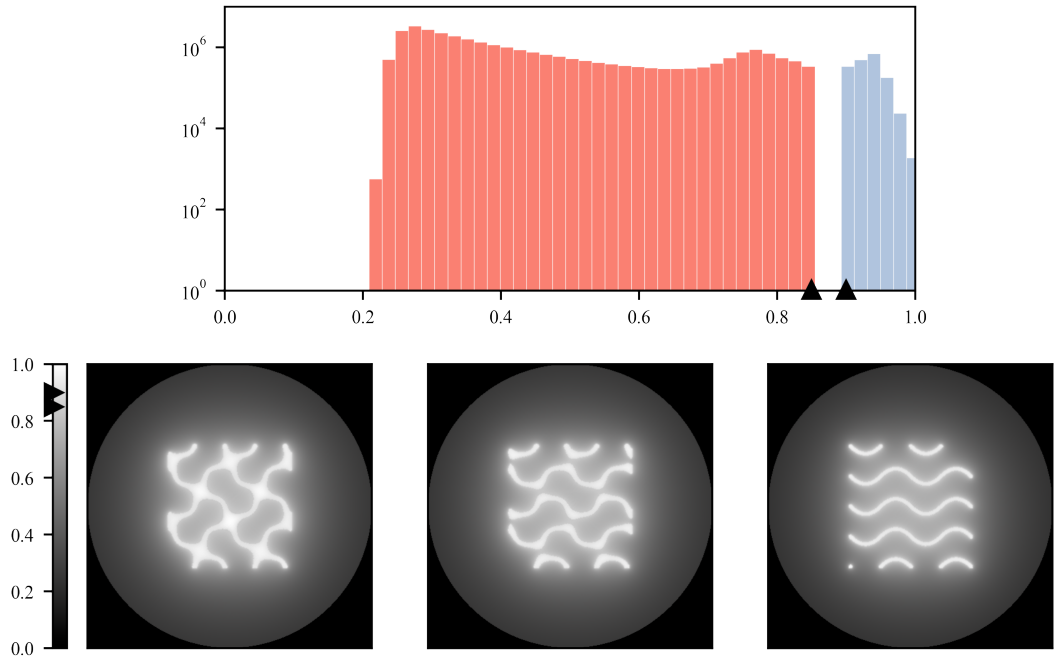


图13：三维几何结构全部198个切片的直方图（上），以及位于$z = [14, 107, 197]$处切片的实现剂量分布（下，从左到右），采用OSMO及默认阈值对$\tau_{\text{lower}} = 0.85$和$\tau_{\text{upper}} = 0.90$。

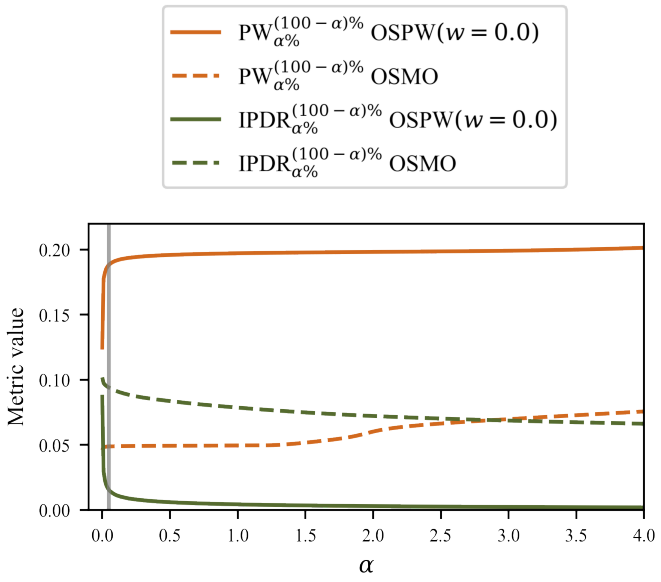


图14：随着从两个直方图的两端各移除 α 百分比数据，完整三维陀螺曲面的度量值（功率、IPDR）。垂直灰线表示计算度量时，内部和外部直方图各有 0.05% 的体素未纳入计算。请注意，功率应最大化，IPDR 应最小化。OSP（$w = 0.0$）（$\tau_{\text{lower}} = 0.70$，$\tau_{\text{upper}} = 0.90$）和 OSMO（$\tau_{\text{lower}} = 0.85$，$\tau_{\text{upper}} = 0.90$）均采用默认阈值。

其中，体素被分为两类：属于待固化内部区域的体素，以及属于应保持液态的区域外部分的体素。因此，当某个体素接收的实现剂量超过阈值 τ 时，就会发生固化。考察的四种惩罚函数如下：

1. **L2N** 采用拟合目标图像的 L2范数，并进行调整以纳入阈值信息：区域外部分的体素应接收较低的实现剂量 $\tau_{\text{lower}} < \tau$，而内部区域的体素应接收较高的实现剂量 $\tau_{\text{upper}} > \tau$；2. **OSP**采用更宽松的单侧惩罚，不再惩罚实现剂量高于 τ_{upper} 的内部区域体素，也不再惩罚实现剂量低于 τ_{lower} 的区域外部分体素；3. **OSPW($w > 0.0$)**同样采用单侧惩罚，并额外增加一项惩罚，以抑制最大实现剂量值在高于 τ_{upper} 的宽度 w 范围内波动，从而降低 IPDR（Wechsler 等人 [24] 首次对此作了描述）；4. **OSPW($w > 0.0$)** 采用混合惩罚：对区域外部分的体素施加单侧惩罚，对内部区域的体素施加 L2范数惩罚，旨在保留 OSP 较大的工艺窗口（功率）和 L2N 较小的零件内剂量范围（IPDR）。

首先比较这四种方法所获得的剂量分布及相应指标，结果表明，OSPW($w = 0.0$)表现最佳，其 IPDR 最低、功率最高。因此，针对三种二维目标图像，将 OSPW($w = 0.0$)与知名的 OSMO 算法 [15]进行基准比较，结果显示，其功率和 IPDR 均持续优于 OSMO。该比较通过系统的参数扫描，将阈值视为设计参数，从而选出最优的 τ_{lower} 和 τ_{upper} 阈值对。结果表明，阈值对的选择会显著影响最终照明方案的剂量分布所达到的指标。更重要的是，本研究采用的优化问题公式使指标能够对阈值变化做出可预测的响应，从而为推荐默认阈值提供依据。

最后，本文展示了一个三维验证案例：与 OSMO 相比，OSPW($w = 0.0$) 的 IPDR 略有提升，且具有更高的功率。研究还表明，对于所选几何形状，采用 OSPW($w = 0.1$) 惩罚项可提升功率表现，同时不牺牲 IPDR，从而利用 TVAM AID 所提供方法的灵活性。通过对w采用参数扫描方法（该方法曾用于确定 τ_{lower} 和 τ_{upper}），可以进一步了解w对 IPDR 和功率的影响。

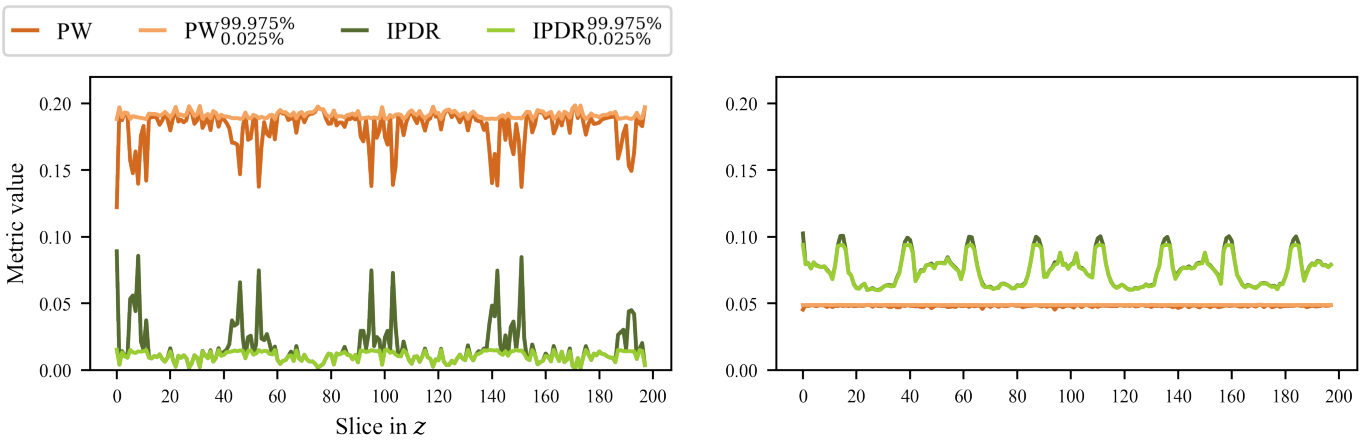
尽管该框架尚未经过实验验证，但其优势在于借助核心成像库（Core Imaging Library（CIL））实现了可复现性和可扩展性。因此，目前在 Ω_{out}中通过单侧惩罚项实现的剂量分布表现，还可通过在优化问题中加入 CIL 已实现的正则化项来进一步改善，目标是提高 Ω_{out}中的实现剂量均匀性。通过应用权重（CIL 也已支持此功能），还可进一步定制所提出的方法，从而改变部件内外区域中不同体素之间，或特定体素之间的相对惩罚强度。在三维情况下，可逐层利用该框架的灵活性，为目标图像的各个片段量身定制惩罚函数。更广泛地说，可将 TVAM AID 的适用范围扩展至连续材料模型，以支持灰度打印；这为使用功能材料进行打印提供了一种潜在途径。

CRediT作者贡献声明

NP：概念构思、方法、形式分析、软件、写作——初稿、写作——审阅与编辑、可视化。**RH**：方法、软件、写作——初稿、写作——审阅与编辑、可视化。**JS**：方法、写作——审阅与编辑、监督、项目管理、经费获取。**JSJ**：概念构思、方法、写作——审阅与编辑、监督。

致谢

作者谨此感谢断层成像协作计算项目（EPSRC资助项目 EP/T026677/1）提供的支持。本研究使用了研究社区计算科学中心通过CCPi提供的CoSeC计算支持。**NP** 和 **JS** 获丹麦独立研究基金资助（合同编号0171-00115B）。**RH**和**JSJ** 获维勒姆基金会的支持



(a) OSPW(w = 0.0) 推导结果。

(b) OSMO 推导结果。

图15：从完整三维光能剂量分布中提取的度量值，并按逐层方式报告。请注意，下标和上标表示从数据中剔除的较低和较高百分位数，因此可使度量值更不易受离群值影响；参见第 2.1 节。

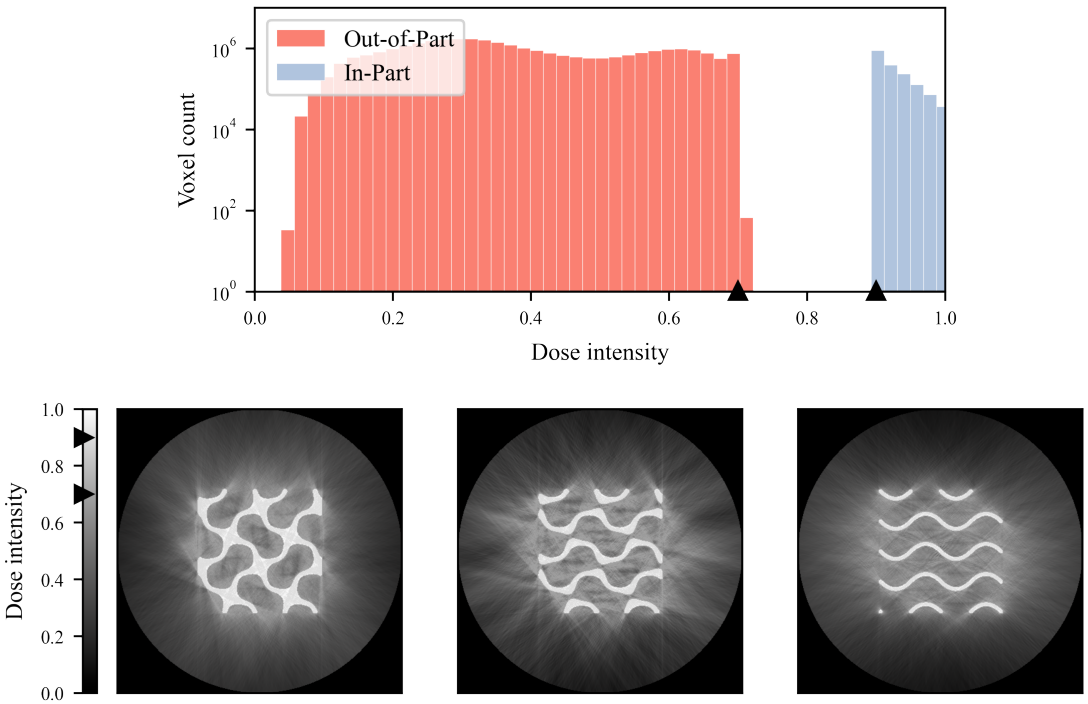


图16：全部 198 个切片的直方图（上方）以及使用 OSPW(w = 0.1) 和默认阈值对 τ_{lower} 得到的各切片实际剂量分布（下方，从左到右）

三维几何结构（上方）以及使用 OSPW(w = 0.70 和 τ_{upper} = 0.90。

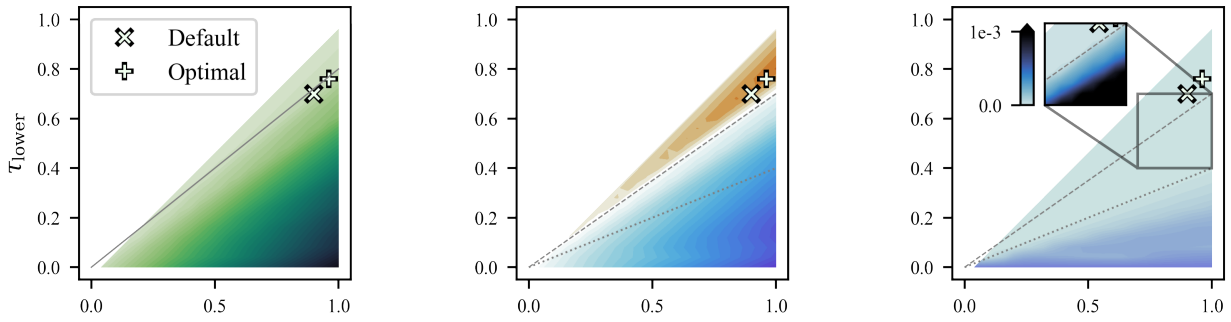
基金会（资助编号：25893）。本研究全部或部分由奥地利科学基金会（FWF）资助，项目编号 10.55776/F100800。

附录 A. 补充度量映射

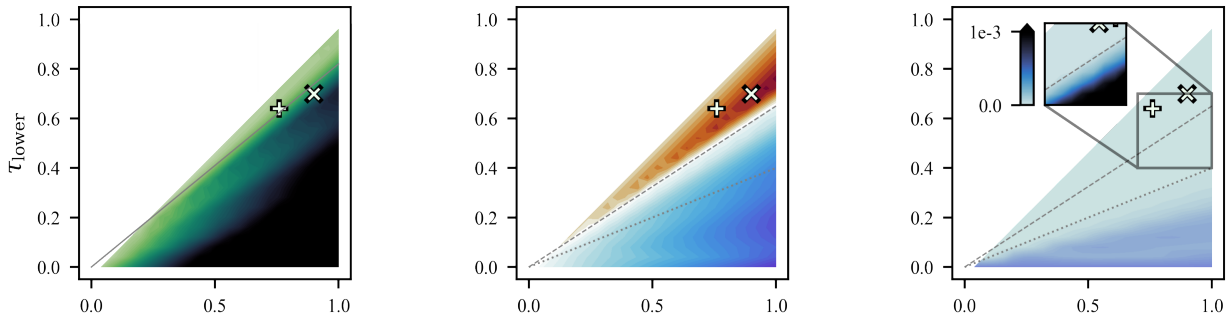
下文的图 A1 至 A3 展示了全部三种二维几何体和四种研究方法的度量色彩图（与图 6 类似），表明无论几何形状如何，甚至无论选择何种惩罚函数，指标都具有可预测性。此外，最优阈值对始终接近默认值，这表明默认阈值选择得当。

参考文献

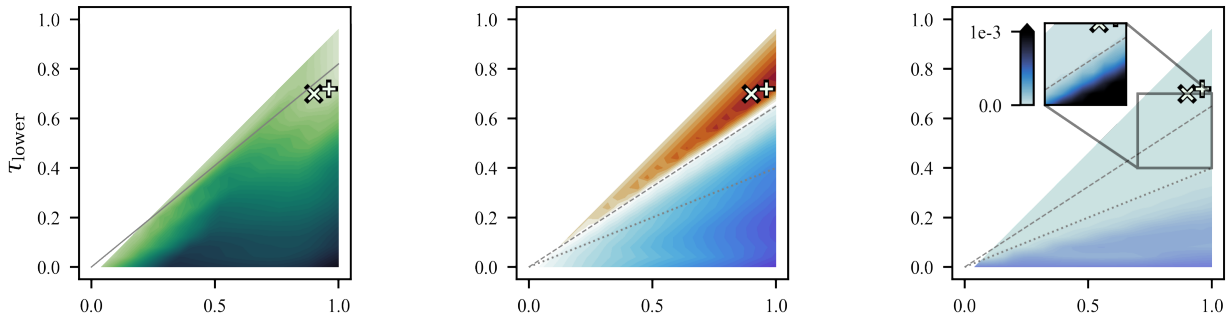
[1] B. E. Kelly、I. Bhattacharya、H. Heidari、M. Shusteff、C. M. Spadac- cini、H. K. Taylor，《通过断层重建进行体积增材制造》，《科学》363 6431 2019 1075 1079 doi:10.1126/ ( ) ( ) – . .[2] science.aau7114
D. Loterie、P. Delrot、C. Moser，《高分辨率断层体积增材制造》，《自然·通讯》11 1 2020 852 doi: ( ) ( ) . . 10.1038/s41467-020-14630-4
[3] P. N. Bernal、P. Delrot、D. Loterie、Y. Li、J. Malda、C. Moser、R. Levato，《数秒内体积生物打印复杂活组织构建体》，《先进材料》31 42 2019 1904209 doi:10.1002/ ( ) ( ) . .[4] adma.201904209
M. Shusteff、A. E. Browar、B. E. Kelly、J. Henriksson、T. H. Weisgraber、R. M. Panas、N. X. Fang、C. M. Spadaccini，《复杂聚合物结构的一步式体积增材制造》，《科学进展》3 (12) (2017) eaao5496。doi:10.1126/sciadv.aao5496.[5] W. E. Frazier，《金属增材制造：综述》，《材料工程与性能杂志》23 6 2014 1917 1928 doi: ( ) ( ) – . .[6] 10.1007/s11665-014-0958-z
J. H. Martin、B. D. Yahata、J. M. Hundley、J. A. Mayer、T. A. Schaedler、T. M. Pollock，《高强度铝合金的3D打印》，《自然》549 (7672) (2017) 365–369。doi:10.1038/nature23894.[7] J. Giannatsis、V. Dedoussis，《应用于医学和医疗保健的增材制造技术：综述》，《国际先进制造技术杂志》40 1 2009 116 127 doi: ( ) ( ) – . .[8] Springer
C. G. Sandstr¨om，《生态系统的非颠覆式兴起——助听器行业1989–2008年转型的启示》，《技术预测与社会变革》102 2016 160 168 doi: ( ) – . .[9] S. 10.1016/j.techfore.2015.09.006
V. Murphy、A. Atala，《组织和器官的3D生物打印》，《自然·生物技术》32 (8) (2014) 773–785。doi:10.1038/nbt.2958.[10] H. Bikas、P. Stavropoulos、G. Chryssolouris，《增材制造方法与建模方法：批判性综述》，《国际先进制造技术杂志》83 (1) (2016) 389–405。doi:10.1007/s00170-015-7576-2.[11] M. Monz´on、Z. Ortega、A. Hern´andez、R. Paz、F. Ortega，《数字光处理制造的光聚合物零件的各向异性》，《材料》10 (1) (2017) 64。doi:10.3390/ma10010064.[12] L. Moroni、T. Boland、J. A. Burdick、C. De Maria、B. Derby、G. Forgacs、J. Groll、Q. Li、J. Malda、V. A. Mironov等，《生物制造：技术与术语指南》，《生物技术趋势》36 (4) (2018) 384–402。doi:10.1016/j.tibtech.2017.10.015.[13] I. Bhattacharya、J. T. Toombs、H. K. Taylor，《高保真体积增材制造》，《增材制造》47 (2021) 102299。doi:10.1016/j.addma.2021.102299.[14] C. C. Cook、E. J. Fong、J. J. Schwartz、D. H. Porcincula、A. C. Kacz- marek、J. S. Oakdale、B. D. Moran、K. M. Champley、C. M. Rackson、A. Muralidharan等，《用于体积增材制造的高度可调硫醇-烯光刻树脂》，《先进材料》32 (47) (2020) 2003376。doi:10.1002/adma.202003376.[15] C. M. Rackson、K. M. Champley、J. T. Toombs、E. J. Fong、V. Bansal、H. K. Taylor、M. Shusteff、R. R. McLeod，《用于增材制造的断层重建物体空间优化》，《增材制造》48 (2021) 102367。doi:10.1016/j.addma.2021.102367.[16] S. Tisato、G. Vera、A. Mani、T. Chase、D. Helmer，《一种易于构建、易于使用的液晶显示屏式体积3D打印机，可用于快速树脂开发》，《增材制造》87 (2024) 104232。doi:10.1016/j.addma.2024.104232.[17] T. H. Weisgraber、M. P. de Beer、S. Huang、J. J. Karnes、C. C. Cook、M. Shusteff，《虚拟体积增材制造（VirtualVAM）》，《先进材料技术》8 23 2023 2301054 doi:10. ( ) ( ) . .[18] 1002/admt.202301054
D. Webber、A. Orth、V. Vidyapin、Y. Zhang、M. Picard、D. Liu、K. L. Sampson、T. Lacelle、C. Paquet、J. Boisvert，《利用断层式增材制造打印低黏度材料》，《增材制造》94 (2024) 104480。doi:10.1016/j.addma.2024.104480.[19] A. Orth、K. L. Sampson、K. Ting、J. Boisvert、C. Paquet，《校正断层式增材制造中的射线畸变》，《光学快报》29 (7) (2021) 11037–11054。doi:10.1364/OE.419795.[20] D. Webber、Y. Zhang、M. Picard、J. Boisvert、C. Paquet、A. Orth，《利用三维光线追踪实现多功能体积增材制造》，《光学快报》31 (4) (2023) 5531–5546。doi:10.1364/OE.481318.[21] F. Natterer，《计算机断层成像的数学》，工业与应用数学学会，2001年。[22] S. R. Deans，《拉东变换及其若干应用》，Courier Corporation，2007年。[23] C. C. Li、J. T. Toombs、H. K. Taylor、T. J. Wallin，《具有一般频带约束的体积增材制造断层投影优化：Lp范数最小化》，《增材制造》94 (2024) 104447。doi:10.1016/j.addma.2024.104447.[24] F. Wechsler、C. Gigli、J. Madrid-Wolff、C. Moser，《用于断层体积增材制造的波动光学模型》，《光学快报》32 (8) (2024) 14705。doi:10.1364/OE.521322.[25] N. Baptiste、F. Wechsler、J. Madrid-Wolff、C. Moser、J. Wenzel，《用于断层体积增材制造的逆向渲染》，《ACM图形学汇刊》43 6 2024 12 228 doi:10.1145/ ( ) ( ) – 3687924
ART . .[26] J. S. Jørgensen、E. Ametova、G. Burca、G. Fardell、E. Papoutsellis、E. Pasca、K. Thielemans、M. Turner、R. Warr、W. R. B. Lionheart、P. J. Withers，《核心成像库——第一部分：用于断层成像的多功能Python框架》，《英国皇家学会哲学汇刊A辑》379 (2204) (2021) 20200192。doi:10.1098/rsta.2020.0192.[27] E. Pasca、J. S. Jørgensen、E. Papoutsellis、E. Ametova、G. Fardell、K. Thielemans、L. Murgatroyd、M. Duff、C. da Costa-Luis、H. Roberts、D. Sugic，《Core Imaging Library（CIL），版本24 2 0 2024 doi: . . ( ) . .[28] S. 10.5281/zenodo.13918923
Tisato、G. Vera、Q. Song、N. Nekoonam、D. Helmer，《通过嵌入式挤出-体积打印制造多材料和中空结构》，《自然·通讯》16 2025 6730 doi: ( ) . .[29] Y. 10.1038/s41467-025-62057-6
Zhang、M. Liu、H. Liu、C. Gao、Z. Jia、R. Zhai，《断层重建的边缘增强型物空间模型优化，用于增材制造》，《微型机械》14 7 2023 1362 doi:10.3390/ ( ) ( ) . .[30] mi14071362
A. Beck、M. Teboulle，《一种用于线性逆问题的快速迭代收缩阈值算法》，《工业与应用数学学会成像科学杂志》2 (1) (2009) 183–202。doi:10.1137/080716542.[31] N. Pellizzon，Tvam-aid（2025）。URL https://github.com/DTU-VAM/TVAM-AID [32] 2 0 0 J. Toombs、C. C. Li，VAMToolbox，版本 . .（2023）。URL https://github.com/computed-axial-lithography/VAMToolbox[33] Teknologihistorie/DTU，DTU名称与徽标 – 访问日期：02/12/2025。URL https://historie.dtu.dk/dtus-historie/navn-og-logo [34] 27 11 2025 2015 S. Moczydlowski，螺旋曲面立方体，访问日期：//（）。URL https://www.thingiverse.com/thing:757884



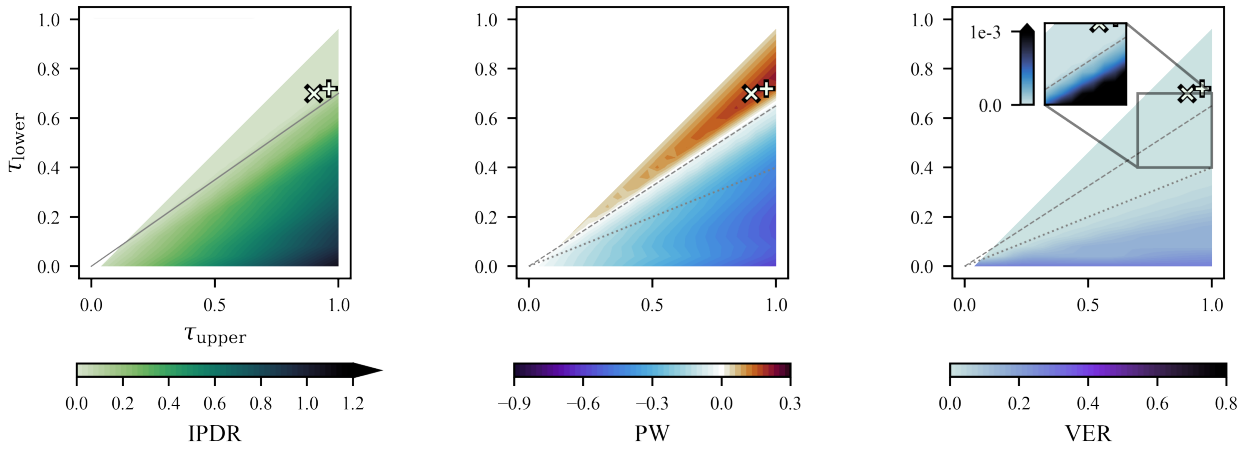
(a) 使用 L2N方法，根据 325 个阈值对的结果得出的三个关键指标的色彩图。实线表示 $\tau_{\text{lower}} = 0.80\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线表示 $0.70\tau_{\text{upper}}$ $\tau_{\text{lower}} = 0.40\tau_{\text{upper}}$ $\tau_{\text{lower}} =$ （中、右），点线表示 .（中、右）。



(b) 三个关键指标的色彩图 使用 OSP方法，根据 325 个阈值对的结果得出的。实线表示 $\tau_{\text{lower}} = 0.82\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线表示 $\tau_{\text{lower}} =$ $0.65\tau_{\text{upper}}$ （中、右），点线 线表示 $\tau_{\text{lower}} = 0.40\tau_{\text{upper}}$ （中、右）。

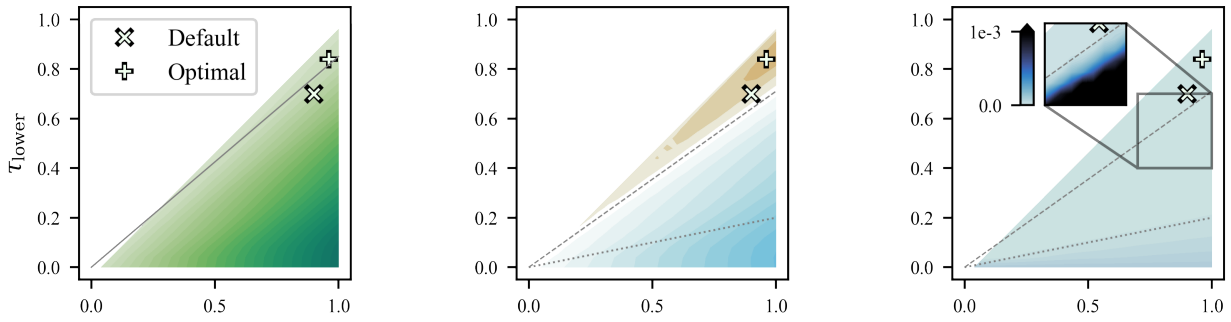


(c) 三个关键指标的色彩图 根据采用 OSPW（$w > 0.0$）方法得到的 325 个阈值对的结果，其中惩罚函数中无惩罚区间的宽度随阈值变化 s 阈值满足 $w = 1 - \tau_{\text{upper}}$。Th 实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.82\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.65\tau_{\text{upper}}$ （中、右），点线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.40\tau_{\text{upper}}$ （中、右） .

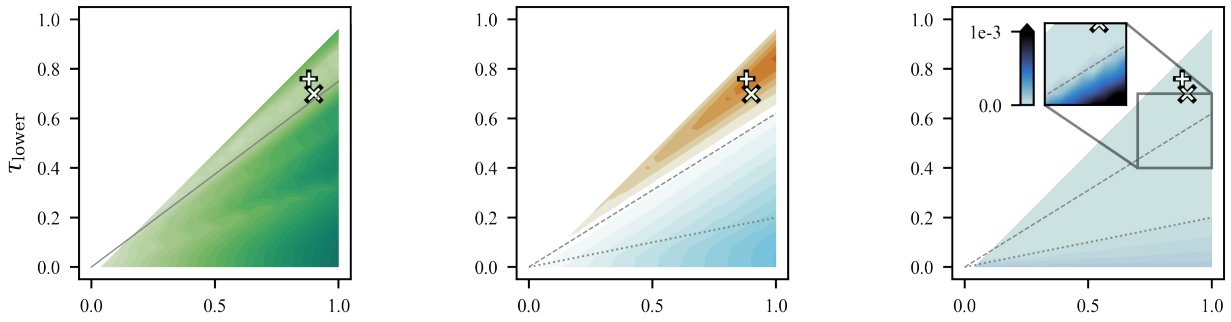


（d）采用 OSPW（$w = 0.0$）方法得到的 325 个阈值对结果所对应的三个关键指标的色彩图，其中惩罚函数中无惩罚区间的宽度随阈值变化，使得 $w = 1 - \tau_{\text{upper}}$。实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.65\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.75\tau_{\text{upper}}$ （中、右），点线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.40\tau_{\text{upper}}$ （中、右）。

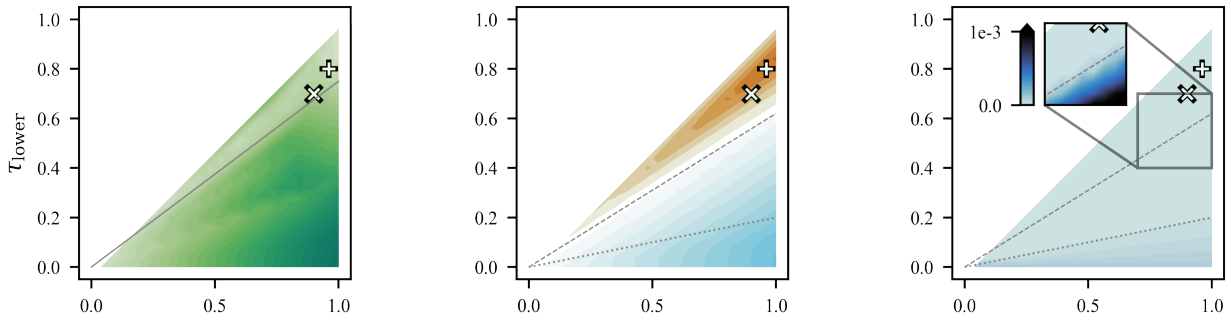
图 A1：所有研究方法下 DTU 标志几何形状的度量彩色图。



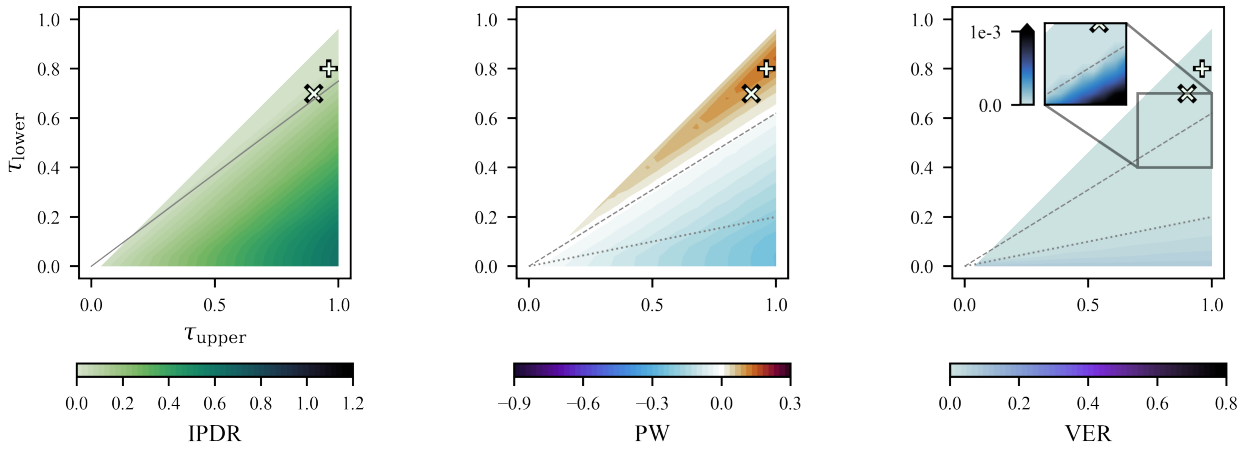
(a) 使用L2N方法由325个阈值对的结果得出的三项关键指标的色彩图。实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.85\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线为 $0.71\tau_{\text{upper}}$ $\tau_{\text{lower}} = 0.20\tau_{\text{upper}}$ $\tau_{\text{lower}} =$ 。（中、右），点线为。（中、右）。



(b) 三项关键指标的色彩图 由使用OSP方法的325个阈值对的结果得出。实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.75\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线为 $\tau_{\text{lower}} =$ $0.62\tau_{\text{upper}}$ （中、右），点线 e为 $\tau_{\text{lower}} = 0.2\tau_{\text{upper}}$ （中、右）。

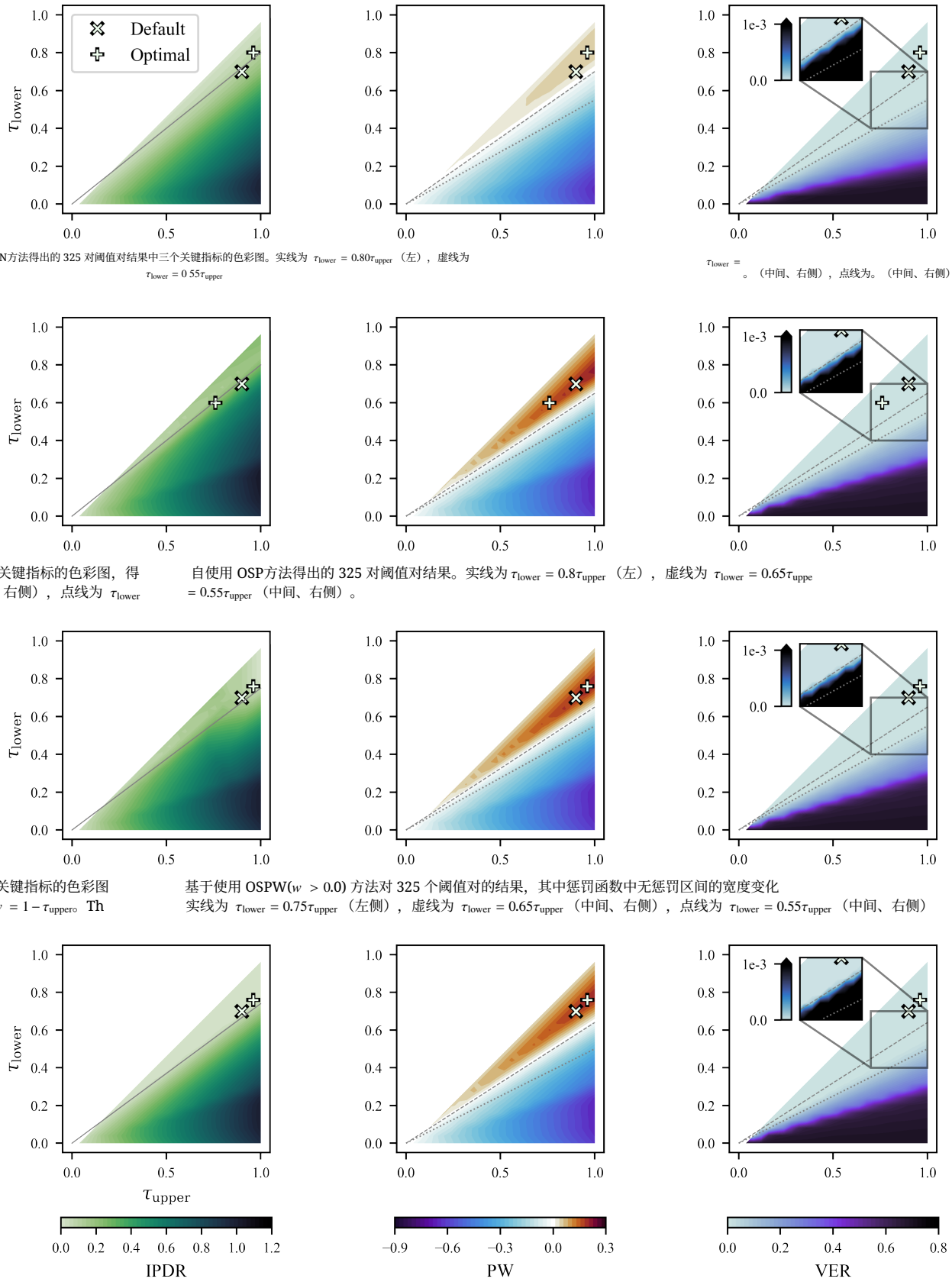


(c) 三项关键指标的色彩图 根据采用 OSPW($w > 0.0$) 方法所得的 325 个阈值对的结果，其中惩罚函数中的无惩罚宽度变化 s 阈值满足 $w = 1 - \tau_{\text{upper}}$。Th 实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.75\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.62\tau_{\text{upper}}$ （中、右），点线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.2\tau_{\text{upper}}$ （中、右） .



（d）采用 OSPW($w = 0.0$) 方法所得的 325 个阈值对的结果中，三个关键指标的色彩图。实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.75\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.62\tau_{\text{upper}}$ （中、右），点线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.2\tau_{\text{upper}}$ （中、右）。

图 A2：所有研究方法下圆盘几何形状的度量彩色图。



(a) 使用 L2N方法得出的 325 对阈值对结果中三个关键指标的色彩图。实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.80\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.70\tau_{\text{upper}}$ （中间、右侧），点线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.55\tau_{\text{upper}}$ （中间、右侧）。

(b) 三个关键指标的色彩图，得自使用 OSP方法得出的 325 对阈值对结果。实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.8\tau_{\text{upper}}$ （左），虚线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.65\tau_{\text{upper}}$ （中间、右侧），点线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.55\tau_{\text{upper}}$ （中间、右侧）。

(c) 三个关键指标的色彩图基于使用 OSPW($w > 0.0$) 方法对 325 个阈值对的结果，其中惩罚函数中无惩罚区间的宽度变化阈值为 $w = 1 - \tau_{\text{upper}}$。实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.75\tau_{\text{upper}}$ （左侧），虚线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.65\tau_{\text{upper}}$ （中间、右侧），点线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.55\tau_{\text{upper}}$ （中间、右侧）。

（d）使用 OSPW($w = 0.0$) 方法对 325 个阈值对的结果得出的三个关键指标的色彩图。实线为 $\tau_{\text{lower}} = 0.\tau_{\text{upper}}$ （左侧），虚线为 $\tau_{\text{lower}} = \tau_{\text{upper}}$ （中间、右侧），点线为 $\tau_{\text{lower}} = \tau_{\text{upper}}$ （中间、右侧）。

图 A3：所有研究方法的分辨率测试几何体的度量彩色图。