利用全球定位系统星座搜索与双中子星并合 GW170817 同时出现的奇异物理信使

Arko P. Sen，[1] Geoffrey Blewitt，[1,2] Andrey Sarantsev，[3] Paul Ries，[4] 和 Andrei Derevianko[1,*]

[*1] *Department of Physics, University of Nevada, Reno, Nevada 89557, USA*

[2] *Nevada Bureau of Mines and Geology, University of Nevada, Reno, Nevada 89557, USA*

[3] *Department of Mathematics and Statistics, University of Nevada, Reno, Nevada 89557, USA*

[4] *Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California 91109, USA*（日期：2026年2月18日）

全球定位系统（GPS）拥有一个持续运行、覆盖全球的原子钟网络。除导航和时间传递外，该网络还可用于基础物理学的精密检验。在此，我们利用 GPS 载波相位档案数据，回溯搜索可能由双中子星并合 GW170817 发出的奇异低质量场（ELF），以补充多信使天文学中的引力波和电磁观测手段。这类超相对论场会在时钟频率时间序列中留下色散的反啁啾特征，其出现时间晚于 LIGO-Virgo 引力波探测。我们利用以地面氢脉泽为参考的 18 个铷卫星钟，构建网络中位数伪频率数据，并开展模板库搜索，搜索范围涵盖 ELF 脉冲持续时间、到达延迟和特征频率。在考虑噪声统计和模板库试验次数后，未观测到具有统计显著性的信号。我们推导出二次耦合相互作用能标的 95%置信水平下限 Λ_α，该耦合会驱动电磁精细结构常数发生变化。这些限制在 ELF 能量范围$\approx 10^{-18}$–10^{-14} eV 内优于现有的天体物理和引力检验约束。这表明，成熟的全球卫星钟网络可利用数十年的档案计时数据，为回溯式多信使新物理搜索提供观测能力。

arXiv:2602.15296v1 [astro-ph.IM] 17 Feb 2026

全球定位系统（GPS）星座由 ≈ 32 颗卫星组成 [1]。GPS通过广播以星载原子钟为基准的时间戳信号，以及轨道星历，使接收机能够分别以米级和纳秒级精度确定自身位置和时钟偏差。除导航外，GPS还是高精度大地测量的基石，也是地球物理学的重要工具 [2]。对于此类应用，分析双频载波相位数据可显著提高精度，使定位精度达到数毫米级，计时精度达到 ~ 0.01纳秒 [3]。凭借这些高端能力，GPS已成为基础物理学研究的成熟平台。例如，长期GPS时钟数据可用于约束对爱因斯坦等效原理以及局域洛伦兹不变性和位置不变性的违反 [4, 5]。近来，研究人员利用GPS星座中的相关计时异常来搜寻奇异物理现象，例如与团块状暗物质的瞬时遭遇 [6, 7]。因此，GPS可作为实验室，在行星尺度上对基本定律进行精密检验。

在此，我们将全球定位系统原子钟网络用作孔径达 1,000 千米的天文台，以奇异物理模式开展多信使天文学。多信使天文学是对源自同一天体物理事件的不同类别信号进行协调观测 [8]。我们特别感兴趣的事件是双中子星（BNS）并合 GW170817，它同时被引力波（GW） [9] 和多波段电磁辐射 [10–16] 模式探测到。来自这些信使的信号源自一个距离我们 40 百万秒差距（$R \approx 130$百万光年）的宿主星系。文献 [17] 提出，此类事件可能伴随奇异场发射，而全球定位系统时钟能够探测到这些奇异场。为检验这一假设，我们使用事件发生日期 2017年8月17日 前后时间窗口内的全球定位系统存档载波相位数据。与专用实验室实验不同，全球定位系统提供了一个持续运行、全球分布且拥有数十年存档数据的时钟网络，使得回溯式多信使搜索成为可能，而这种搜索无法通过专用探测器实现。

图 1 展示了涉及奇异低质量场（ELF）的多信使天文学这一构想。在这一情景中，大质量致密天体并合可能同时产生引力波和一阵奇异低质量场辐射。鉴于 ELF 的质量虽小但不为零 m，ELF 脉冲以群速度 $v_g \lesssim c$传播，其中 c 为光速。因此，引力波触发时刻与 ELF 脉冲到达之间会存在时间延迟 δt。考虑到传播距离极其遥远，在合理的 δt条件下，奇异低质量场必须处于超相对论状态。ELF 脉冲的色散会使其展宽，频率较高的成分会更早到达。这会形成一种特征性的反啁啾信号（频率随时间向下扫动），GPS原子钟网络或许能够探测到这一信号 [17, 18]。

我们将双中子星引力波探测日（2017年8月17日）采集的全球定位系统时钟数据，与图1所示由奇异低质量场波形驱动的信号进行比较。该波

* andrei@unr.edu

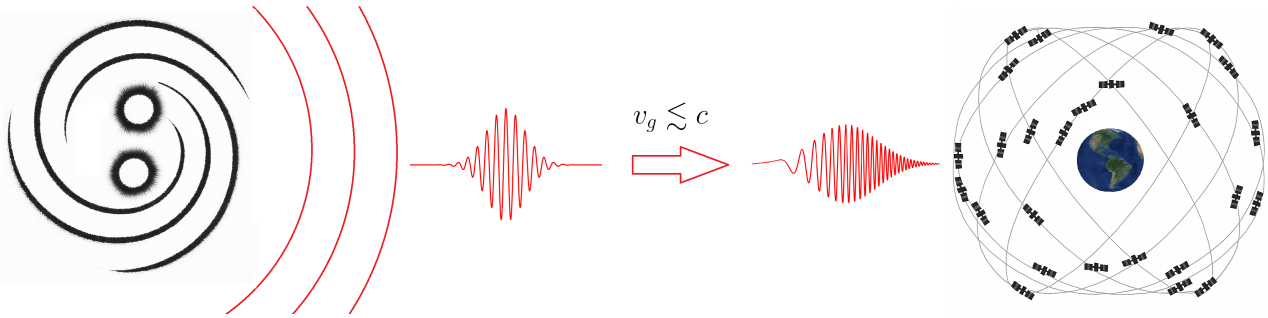

图 1. 一束奇异低质量场（ELF）以群速度 $v_g \lesssim c$ 传播，落后于以光速 c传播的引力波暴。由于能量较高的 ELF 分量传播得更快，到达的 ELF 波包呈现出特征性的频率反啁啾 [17], 。GPS 星座原子钟充当分布式量子传感器。GPS 星座图像改编自 GPS.gov 的公有领域图像。

形参数化为 [17]

$$\phi(t) \approx \frac{A_0}{R} \exp\left[-\frac{(t-t_s)^2}{2\tau^2}\right] \cos\theta(t)\,, \tag{1}$$

其中， $t_s = t_{\rm GW} + \delta t$ 是脉冲中心到达传感器的时刻， R 是与前身天体之间的距离，因此 $t_{\rm GW} = R/c$。脉冲振幅$A_0 = \sqrt{c\Delta E/(2\pi^{3/2}\tau)}/\omega_0$。这里， ω_0 是 ELF 脉冲中心频率， ΔE 是 ELF 通道释放的能量。到达脉冲的持续时间 τ 与初始脉冲持续时间 τ_0 的关系为 $\tau = \tau_0\sqrt{1+\xi^2}$，其中 $\xi = \Delta v_g t_s/v_g\tau_0$ 由 ELF 群速度 Δv_g的展宽决定。ELF 脉冲的相位为

$$\begin{aligned}\theta(t) &= \omega_0\,(t-t_{\rm GW}) - \frac{1}{2\tau^2}\frac{\xi t}{t_s}\,(t-t_s)^2 \\ &+ \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\xi t}{t_s}\right) + \theta'\,,\end{aligned} \tag{2}$$

其中 θ' 是ELF脉冲在穿越星际介质时累积的未知相位偏移。波形(1)可通过注意到 [18] 对于超相对论性标量，质量诱导的折射率是 $n(\omega) \approx 1 - m^2c^4/2\hbar^2\omega^2$ ，并应用电磁波传播理论的结果 [19]而导出。例如， $v_g = c/($ $n + \omega dn/d\omega)$。总体而言，对于给定的前身星，ELF波形由指定 τ_0、 δt 和 ω_0唯一确定。更多细节见补充材料。

全球定位系统依赖卫星和地面原子钟。鉴于 ^{87}铷卫星钟应用更为广泛，且其频率噪声特性已得到充分表征并以白噪声为主 [20, 21]，我们在此使用铷卫星钟。全球定位系统卫星通过锁相环频率合成器 [1]广播微波信号，其载波相位与星载原子钟系统相协调。全球地面接收机网络测量这些载波相位。随后，我们采用全球定位系统数据处理技术对载波相位数据建模并求逆，以估算多个网络参数，包括各卫星和接收机相对于所选参考时钟的全球定位系统钟差 [22]。我们选用的参考时钟是位于夏威夷考艾岛的KOKV接收站中的一台氢微波激射器 [23]。

喷气推进实验室使用GipsyX软件 [3]，例行分析来自全球GPS网络的载波相位数据，时间间隔为每30秒。为提高本实验的时间分辨率，我们以更高的1 Hz速率重新处理了来自全球30个测站网络的存档载波相位数据，从而生成每1秒的钟差数据。我们的分析涵盖GW170817双中子星并合当天及此前两天。数据处理包括对以光的相速度传播的载波信号飞行时间进行建模。所建模的效应包括 [2]GPS 轨道参数、太阳辐射压、测站位置、地球自转、相对论时间膨胀、引力红移、夏皮罗延迟、相位旋转、天线相位中心变化校准、大气折射和潮汐运动。电离层折射通过在两个不同频率上测得的载波相位组合以及高阶改正 [22]加以削弱。载波相位数据中的整周模糊度受到严格约束 [22, 24]。数据处理的更多细节见补充材料。

1赫兹采样率和数据可用性将我们的搜索范围限制在 10^{-19}eV $\lesssim \varepsilon_0 = \hbar\omega_0 \lesssim 10^{-14}$eV 的 ELF能量区间内，参见文献 [25]。全球定位系统星座的直径为 $D_{\rm GPS} \approx 5\times10^4$ km。超相对论性奇异低质量场穿越整个星座所需时间为 ≈ 0.2s，远短于我们的采样时间间隔。此外，当 ELF波长 $\lambda_{\rm ELF} \approx 2\pi\hbar c/\varepsilon_0 \gg D_{\rm GPS}$时，所有网络时钟经历的场值都近似相同。对于指定的 ELF能量范围，$10^5 \lesssim \lambda_{\rm ELF} \lesssim 10^{10}$ km。此时，整个全球定位系统星座可在我们的搜索中视为一个复合的点状量子传感器。这种复合传感器有助于否决不会影响所有 N_c 时钟的信号，并将灵敏度提高 $\sqrt{N_c}$ 。请注意，在这一范围内，ELF信号的探测取决于参考时钟对基本常数变化的灵敏度不同于卫星铷钟，因此我们选择了氢脉泽参考钟。

的灵敏度不同于卫星铷钟，因此我们选择了氢脉泽参考钟。

文献 [17] 证明，GPS时钟对假设的、由GW170817双中子星发射的奇异低质量场 $\phi(t)$ 与原子通过现象学拉格朗日量发生的相互作用敏感

$$\mathcal{L} = \left(-\sum_f \Gamma_f m_f c^2 \bar{\psi}_f \psi_f + \frac{\Gamma_\alpha}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right) \hbar c \phi(t)^2 . \quad (3)$$

其中，ψ_f 是质量为 m_f 的费米子场，$F_{\mu\nu}$ 是电磁法拉第张量。Γ_X 是未知的耦合强度。这类相互作用已在多种背景下得到研究 [6, 26, 27]，涵盖超新星辐射、暗物质和大爆炸核合成。值得注意的是，$\mathcal{L}$会导致基本常数发生变化，进而影响原子能级，从而改变测得的原子钟频率 [6]。

由相互作用（3）引起的时钟频率相对偏差可表示为

$$s(t) = \Gamma_{\rm eff} \hbar c \phi(t)^2 . \quad (4)$$

对于本次搜索中进行的 ^{87}Rb 卫星时钟与地面氢脉泽钟之间的成对比较，有效耦合常数为 $\Gamma_{\rm eff} = 0.34\,\Gamma_\alpha + 0.081\,\Gamma_{m_q}$ [25]，其中 Γ_{m_q} 是夸克质量耦合强度，Γ_α表示对精细结构常数 α变化的敏感度。按照文献中的做法，我们用能标参数化相互作用强度，例如$\Lambda_\alpha \equiv 1/\sqrt{|\Gamma_\alpha|}$。

我们的数据集包含 18 颗铷卫星钟相对于 KOKV 氢脉泽的时钟偏差（时间偏移）。铷钟钟差时间序列主要由恒定的频率漂移加上随机游走噪声所主导。为辅助统计分析，我们通过对时钟偏差作差分来白化数据 [7]。我们将此类数据称为钟伪频率（伪频率）。由于 $\lambda_{\rm ELF} \gg D_{\rm GPS}$，所有时钟都会受到 ELF 脉冲的相同影响，因此我们每一秒都取整个网络的伪频率中位数。我们使用中位数来捕获显著影响大多数卫星时钟的信号，同时忽略那些不会产生影响的信号。事件当日所得时间序列如图 2 所示。我们为事件前两天构建了类似的伪频率序列。我们考虑到，相对于地球上的观测者，星座的轨道几何会重复，其在地固参考系中的轨道重复周期为 1 天减去 245 秒 $= 86{,}155$ 秒（对所有卫星而言）[28]。我们纳入了这种时间平移，以便在多日比较伪频率时抑制重复出现的共模误差 [29]。

为了直观展示网络中位数伪频率数据的噪声特性，我们将每条时间序列划分为长度相等的时间窗-
窗，并在每个窗口内计算相对于局部均值的标准差 σ_w。图5比较了σ_w 在2017年8月16日和17日的数据（8月15日的数据见补充材料）。GW事件发生日的时间结构

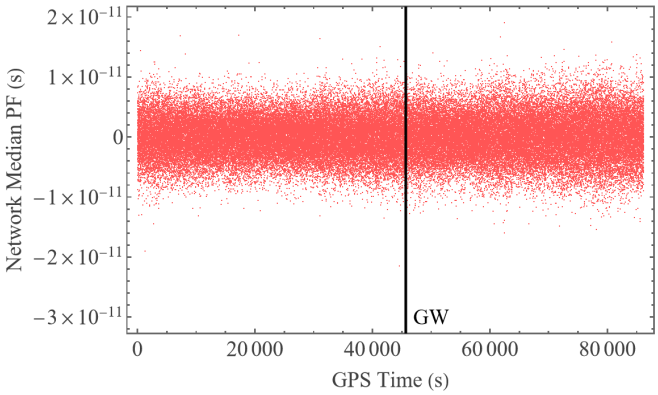

图2. 2017年8月17日全球定位系统网络中位数时钟伪频率（PF）。LIGO-Virgo引力波（GW）触发时刻 [8]（黑色竖线）位于2017年8月17日GPS日开始后45,682秒。网络中位数取自GPS网络中的18台铷原子钟。此处GPS与UTC时间尺度相差18秒。从图上看，引力波触发时刻之后的噪声行为没有明显变化。

与前几天的情况高度一致，这符合星座每日重复的共模行为。所有日期的 σ_w 均存在局部变化，且这些变化均处于并合前两天所预期的变动范围内，没有呈现出任何与奇异低质量场信号相关的明显结构。这些诊断结果未显示出任何足以支持单独宣称探测到信号的特征。

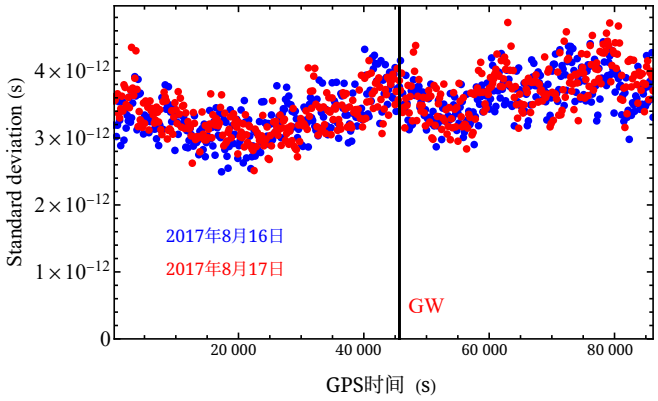

图3. 2017年8月16日和17日全球定位系统网络中位数伪频率的标准差 σ_w。2017年8月17日的引力波触发时刻以黑色竖线标出。标准差以宽度为173秒的时间窗计算。引力波事件日的方差行为与前一日对照时段一致，没有呈现任何表明存在奇异低质量场信号的结构。

鉴于图 2 和图 5 中的数据未显示出明显的 ELF特征，我们采用更严格的方法来搜索假定的ELF信号。预期的ELF信号（B8）是一个已知的时间依赖模板，其总体振幅为 $h = \Gamma_{\rm eff} \hbar c A_0^2 / R^2$，编码了底层物理过程；其高斯包络和相位

演化（参见方程 (1) 和 (2)）则体现了色散以及相对于LIGO触发时刻的时间关系。根据安德森-达林检验 [30, 31]，事件发生前两天的网络中位数PF数据近似服从高斯分布。随后，通过将数据与模板进行相关运算，得到振幅估计量 h，其方差 $\hat{\sigma}_h^2$ 由噪声水平和模板范数决定。这自然定义了信噪比（SNR）统计量：$|h|/\hat{\sigma}_h$。

ELF 搜索通过一个模板库进行，模板由三元组 (τ_0, δt, ω_0) 参数化，分别指定初始脉冲宽度、到达延迟和中心频率。方程（2）中的未知相位 θ' 实际上被视为一个边缘化参数；对于固定的三元组，我们对 θ'取最大值以获得信噪比。物理约束和采样约束限制了 (τ_0, δt, ω_0) 的组合，从而确保波形在时间上得到充分分辨，且所依据的近似仍然有效。扫描这一参数空间会产生大量 $\sim 10^{13}$ 模板，它们共同构成模板库。

我们的搜索方法遵循频率学派假设检验框架 [32]。在只有噪声数据的零假设下，信噪比服从已知分布，因此可以针对固定的虚警概率设定探测阈值。由于模板数量庞大，大信噪比波动出现的概率会大幅增加，因此必须相应提高探测阈值 [33]；该阈值 ($\approx$ 8) 明显高于传统的单模板阈值 3。全面穷举搜索在计算上难以实现，因此我们的搜索分阶段进行：首先对模板库进行稀疏扫描，未发现显著候选信号。接着，针对短时长脉冲进行更密集的搜索，因为这类脉冲主导了图5所示的背景变化。没有任何结果的信噪比超过经模板库调整后的探测阈值。因此，我们没有发现奇异低质量场信号的证据。

在未发现具有统计显著性的 ELF 信号时，我们根据信噪比分布，采用频率学派构造来设定上限。取 95%置信水平，该方法将每个观测到的信噪比映射为相应的真实信噪比上限，进而得到推断信号振幅的 95% 上限 h，从而也得到耦合常数的上限 $\Gamma_{\rm eff}$。请注意，耦合 $\Gamma_{\rm eff}$ 的符号具有重要的物理作用 [34, 35]。对于正耦合，

与周围标准模型物质的相互作用会增加 ELF 场的有效质量，从而导致环境屏蔽，削弱探测器接收到的信号。相比之下，在较宽的参数范围内，负耦合不会产生这种屏蔽，使 ELF 波能够自由传播并保持可探测性 [35]。

我们给出了相互作用能标 Λ_α 的限制，假设奇异低质量场主要导致 α 发生变化。图4中的排除区域以 ELF 能量 ε_0 为函数，针对一个具有代表性的延迟和多种初始脉冲持续时间绘制，结果表明，基于全球定位系统的搜索能够探测远超现有限制的能

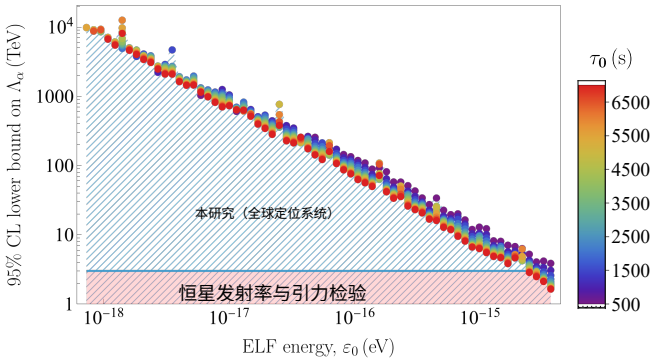

图4. GW170817 对超轻标量场的代表性全球定位系统约束。图中给出了能标 Λ_α 的 95%置信水平下限；该能标支配导致精细结构常数变化的超轻标量场二次耦合。这些下限根据未观测到与双中子星并合 GW170817 在时间上相关的奇异场信号而得出。图中展示了标量场能量 ε_0 的函数关系，采用代表性的引力波—超轻标量场时间延迟 $\delta t = 15,000$ 秒，初始脉冲持续时间 τ_0 范围为 500–7，000 秒。蓝色阴影线区域被本研究排除。为便于比较，图中还显示了恒星发射率和引力精密检验给出的现有约束（粉色阴影区域）。基于全球定位系统的上限在可探测参数空间的大部分范围内远超以往所有地面和天体物理学界限，表明全球卫星原子钟网络是这一能量范围内探测相对论性超轻标量场瞬变最灵敏的手段。

标 $\Lambda_\alpha \lesssim$3 TeV；这些现有限制来自天体物理观测和引力精密检验 [26]。这些全球定位系统限制采用双中子星并合释放到 ELF 通道中的能量标称值 [17] $\Delta E = 0.1 M_\odot c^2$ 得出。或者，以先验限制 [26] 作为 Λ_α 的参考，未观测到奇异低质量场将 ELF 通道能量 ΔE 限制在 $\lesssim 2 \times 10^{-9} M_\odot c^2$ 以内，其中 $\varepsilon_0 = 10^{-18}$ eV。附录中还提供了另一幅排除图。

这些结果表明，在多信使天文学时代，成熟的全球卫星时钟网络可作为探测标准模型以外物理现象的观测站。本文开发的回溯式超轻标量场搜索技术，未来可通过将其应用于其他引力波探测事件，以及相应的探测日前数日的 GPS 时钟偏差数据，扩展到其他 LIGO 事件。更广泛地说，我们基于 GPS 的方法与 GNOME 磁力计合作组开展的类轴子超轻标量场相互作用互补搜索 [36]，共同构成了一个框架，可用于探测涉及更广泛场—物质耦合类型的超轻标量场瞬变信号。展望未来，通过全球纠缠原子钟网络开展超轻标量场搜索 [37]，或利用 ^{229}Th 核钟 [38, 39] 对基本常数变化的强灵敏度，有望显著提高探测灵敏度。

致谢

本研究部分得到了美国国家科学基金会 PHY-2207546 号资助、海辛-西蒙斯基金会以及美国国家航空航天局 80NSSC22K0463 和 80NSSC25K7865 号资助的支持。本研究使用的 GPS 载波相位数据由国际全球导航卫星系统服务提供。研究部分在加州理工学院喷气推进实验室开展，并依据与美国国家航空航天局签订的合同进行（80NM0018D0004）。

附录 A：GPS 原子钟数据准备

1. GPS 载波相位和原子钟相位

有关 GPS 原子钟的运行及其与我们的 ELF 搜索相关的架构，请参阅详细综述 [25]。简而言之，在 GPS 卫星时钟中，石英振荡器通过伺服环路锁定到原子跃迁频率 $\nu_{\rm clock}$，再由该环路驱动频率合成器，生成数字时钟相位信号。伺服环路时间常数决定了时钟能够记录的最快扰动的持续时间 [25]。我们的数据每秒采样一次，提供了充足时间，使本地振荡器能够跟踪铷振荡器。

全球各地的 GPS 接收站网络会定期对每颗卫星的信号相位进行采样。在本研究中，我们使用每 1 秒采样一次的数据。每个 GPS 接收机都会测量拍频相位，即接收到的载波信号与内部副本信号混频后的相位；该副本信号与接收机内部的石英振荡器保持相位锁定。因此，拍频相位测量的是接收机时钟所记录的接收时间与所观测到的 GPS 卫星时钟所记录的发射时间之差。

这定义了“载波相位数据”，其中包含与每个配对数据流相关联的卫星时钟和接收机测站时钟的印记。请注意，载波相位数据并非我们想要获取的时钟数据本身，因为其主要受卫星与测站之间不断变化的距离影响。要获取时钟数据，需要进行载波相位数据处理。

2. GPS载波相位数据处理

随后采用数据处理技术，对来自测站全球网络的全部载波相位数据进行建模和反演，以估计众多网络参数，其中包括每颗卫星和每个测站相对于所选参考时钟的 GPS 时钟偏差 [22]。除所选参考时钟的钟差按定义固定为零外，所有卫星和测站的时钟偏差均每1秒估计一次。

喷气推进实验室（喷气推进实验室）使用GipsyX软件 [3]，例行分析来自全球GPS网络、时间间隔为每30秒的载波相位数据。为本次ELF 搜索的特殊目的，我们处理了来自同一全球30个测站网络、采样率为1 Hz且跨越数日的数据，时间范围为GW170817双中子星并合之前两天以及事件当天。数据处理包括对以光的相速度传播的载波信号的飞行时间进行建模。所建模的效应包括 [2] GPS 轨道参数、太阳辐射压、测站位置、地球自转、相对论时间膨胀、引力红移、夏皮罗延迟、相位旋转、天线相位中心变化校准、大气折射和潮汐运动。有关数据处理的更多细节见参考文献 [25]。

卫星轨道均在地心惯性（ECI）坐标系中建模，其中包括引力和非引力（如辐射压）作用。轨道状态参数每天估计一次（~ 2 轨道周期），包括卫星的初始位置和速度，以及太阳辐射压偏差及其随机变化。测站位置则在随地球共同旋转的地心地固（ECEF）坐标系中估计，并采用固体潮和海洋负荷形变模型。利用地球自转模型，将ECEF坐标系中的测站坐标转换至ECI坐标系；在该坐标系中，真空光速可视为常数。估计极移和地球角速度的偏差，并将其应用于坐标系转换。之所以能够做到这一点，是因为卫星动力学是在惯性坐标系中建模的，而观测则是在旋转的地球上进行的。

每颗卫星时钟的频率都经过有意偏置，使地面观测者所测得的时间膨胀和引力红移的平均综合相对论效应得以抵消 [2]。这是通过在卫星固件中使用监测到的轨道半长轴值来实现的。然而，全球定位系统卫星轨道并非精确的圆形轨道，每颗卫星都有一个受监测的偏心率 $\lesssim 0.02$。因此，在每个轨道周期内，卫星的速度和引力势都会发生变化，进而导致观测到的卫星钟差出现周期性变化，其振幅为 $\lesssim 50$ ns。按照全球定位系统数据处理的惯例，卫星钟差的相对论变化通过假设地球具有球对称质量分布来建模，可写为 $-2\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}/c^2$，其中$\mathbf{r}$是卫星的地心位置，$\mathbf{v}$ 是卫星的地心速度。该关系在 ECI 和 ECEF 坐标系中均成立，并在开普勒轨道近似下，同时包含由运动导致的时间膨胀和引力红移。

估算的卫星时钟偏差中残留的次日周期性相对论效应，主要由地球扁率效应造成，其幅度为~ 0.1 ns，周期为 ~ 6 小时 [40]。该效应对分数频率的影响为 $\sim 2\times10^{-14}$，与在 $>10^{-12}$观测到的频率噪声相比可以忽略不计。除常规相对论项外，

估算的全球定位系统时钟偏差中的系统效应似乎主要由非相对论效应（例如热效应）造成，幅度为 ~ 1 ns，并且往往以 [41]的轨道周期重复。这对应于 $\sim 10^{-13}$的长周期分数频率变化。在搜寻奇异低质量场时，我们更关注短周期系统性变化，这些变化可通过利用相邻日之间的共模重复模式加以缓解。

我们分析所用的数据集，是各颗配备 ^{87}铷钟的GPS卫星相对于参考时钟的1秒钟差时间序列。参数反演所用的参考时钟，是设于法属圭亚那库鲁的KOUR站上的氢脉泽钟。只需从钟差数据中减去新选定参考站的钟差数据，即可轻松更换所有钟差数据所用的参考时钟。这是因为参考站时钟对所有钟差时间序列而言都是共模的。在我们的分析中，我们发现，设于夏威夷考艾岛的KOKV站的时钟频率噪声明显较低 [23]。因此，我们从所有其他时间序列中减去了KOKV钟差时间序列，从而实际上将参考时钟从KOUR换成了KOKV。我们确认，只要所选参考时钟的频率噪声较低，分析结果就不会受参考时钟选择的影响（例如，设于加拿大耶洛奈夫的YELL站）。

我们还可以获取接收机时钟偏差；然而，大多数全球定位系统测站只使用石英振荡器，没有外部原子频率标准，因此用途有限。其他输出数据还包括卫星位置和速度，以及测站位置；如果关注观测几何，这些数据可能会派上用场，例如在关注天体源方向的情形下，如暗物质搜索 [7]。

3. 已提交数据文件说明

作为附录的一部分提交的文件包含钟差数据。这些钟差数据是使用 JPL 的 GipsyX 软件处理全球测站网络提供的 1 Hz 载波相位数据，以 1 秒为间隔获取的。所提供的钟差数据文件采用“时变参数”（TDP）格式。提交文件中提供了 TDP 格式的说明。

钟差数据包含以下卫星的数据；这些卫星配备了铷原子钟，且三天内的数据集均完整：GPS36、GPS41、GPS43、GPS44、GPS46、GPS48、GPS55、GPS60、GPS61、GPS62、GPS63、GPS64、GPS66、GPS67、GPS68、GPS69、GPS70 和 GPS73。

钟差数据包括以下地面站，其四字符 ID 如下：BRUX、* CHPI、CIBG、DJIG、FTNA、GAMB、GLPS、GUAM、HARB、JFNG、JPLM、KOKV、* KRGG、MAS1、MCM4、MDO1、NICO、NNOR、* NYA2、OWMG、PALM、P OL2、SANT、SGOC、STHL、STJ3、* TIDB、VOIM 和 YELL。*（*表示使用氢脉泽钟。）

由于KOUR站的氢脉泽钟被用作载波相位数据处理的参考时钟，KOUR的钟差数据均隐含为零，且未在所提交的文件中提供。为极低频分析所做的数据准备通过从每颗卫星的数据中减去KOKV钟差数据，将参考时钟从KOUR转换至KOKV站。

4. 重复几何结构与共模误差

我们利用的 GPS系统的一个特点是，在全球GPS站网的共转地心地固参考系中，卫星位置大约每个恒星日重复一次， [28, 29], 即比 1 天少 236 秒。精确的重复时间必须考虑 GPS轨道因地球扁率而产生的进动 $-14.4^\circ/$，该进动以年为周期，并且是轨道偏心率、倾角和半长轴的函数；对应的重复周期为比 1 天少 245 秒。每颗卫星的进动略有不同，因此观测到的重复周期在比 1 天少 245 ± 5 秒至 [29] 秒的范围内变化。重复轨道几何结构会使地面多路径反射等系统误差也重复出现，因此载波相位测量中的误差也往往会重复。因此，可以通过比较相邻重复周期的钟伪频率序列来提高信噪比，这与共模误差消除技术类似。研究表明，此类方法可以减少大地测量GPS定位中每秒数据的离散程度，使精度达到几毫米级 [29]；因此，钟伪频率数据的信噪比也应得到类似改善。为确认误差确实会重复，我们发现，自有钟差数据的自相关在平均滞后时间为比 1 天少 245 秒处达到峰值，这与轨道摄动理论及以往观测结果相符 [29]。

5. 伪频率数据

铷锁定本地振荡器的频率由窄带电路测量，该电路的信号可表示为正弦波 [42]。此类电路的输出电压可表示为

$$V(t) = [V_0 + \delta V(t)] \sin [2\pi \nu_{\rm clock} t + \Phi(t)] \ , \qquad \text{(A1)}$$

其中， V_0 和 $\nu_{\rm clock}$ 分别为标称峰值电压振幅和标称时钟频率； $\delta V(t)$是相对于标称峰值电压的偏差， $\Phi(t)$是时钟相位偏差 [42, 43]。时钟相位偏差可能由振荡器漂移、技术噪声或奇异低质量场信号引起。以秒为单位的钟差可表示为单位换算，

$$T(t) = \frac{\Phi(t)}{2\pi \nu_{\rm clock}} \, . \qquad \text{(A2)}$$

瞬时角频率 $2\pi\nu(t)$通常定义为总相位的一阶导数；因此，根据公式（A1）和（A2），瞬时频率 $\nu(t)$为

$$\nu(t) = \nu_{\rm clock} + \frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi(t)}{dt} = \nu_{\rm clock} + \nu_{\rm clock}\frac{dT(t)}{dt}. \quad \text{(A3)}$$

时钟的分数频率偏差 $y(t)$ 通常定义为

$$y(t) \equiv \frac{\nu(t) - \nu_{\rm clock}}{\nu_{\rm clock}} = \frac{dT(t)}{dt}. \quad \text{(A4)}$$

给定采样得到的钟差数据，伪频率定义为

$$T(t + \Delta_t) - T(t) \approx y(t)\Delta_t, \quad \text{(A5)}$$

其中 Δ_t 是我们的数据采样间隔。按此方式定义，伪频率的单位为秒。在我们的情况中，$\Delta_t = 1$s，伪频率可方便地解释为分数频率偏差（FFO）。

通过计算伪频率数据流，我们的策略是寻找相对于参考时钟的 GPS 时钟频率突变的证据，然后在理论奇异低质量场波形的背景下对其进行分析。

6. 时间序列准备

我们使用 LIGO 触发时刻 GW170817 当天及之前两天的 GPS 卫星时钟偏差数据。GW170817 于 2017年8月17日探测到。事件发生前几天的数据用于确定背景噪声的特性。时钟偏差以选定的地面时钟为基准。离散时钟偏差数据流 $d_a^{(0)}{}_{,\,j}$，在每个数据历元 j进行采样，可表示为 $a^{\rm th}$ 卫星时钟的

$$d_{a,j}^{(0)} = T_a(t_j) - T_r(t_j). \quad \text{(A6)}$$

卫星时钟和参考时钟随时间变化的钟差分别表示为 $T_a(t_j)$ 和 $T_r(t_j)$。在 GPS 数据处理中，通过设定 $T_r(t_j) = 0$，将所有 j 的参考时间固定下来。这里明确写出这一点，是为了提醒我们，来自所有时钟的数据流都包含一个相同的相关噪声分量，该分量源自参考时钟。因此，钟差数据流中相关的偏移可能是参考时钟偏离理想时间所致。因此，如果极低频信号确实存在，参考时钟的质量就决定了其可探测振幅的下限。

在一天的时间窗口内，铷钟钟差时间序列主要由恒定频率漂移加随机游走噪声主导。为辅助统计分析，我们通过一阶序贯差分来白化数据，差分对象为离散时钟偏差 [7],

$$d_{a,j}^{(1)} = d_{a,j+1}^{(0)} - d_{a,j}^{(0)}. \quad \text{(A7)}$$

考虑到在我们的例子中，$\Delta_t = 1$s，且钟差数据的单位为秒，上述表达式计算得出离散化伪频率（A5）。因此，我们的伪频率数据衡量的是卫星时钟相对于参考时钟的 FFO。这里 j =1，N_t，其中 N_t 是伪频率数据点的总数。

接下来，我们通过减去该日的伪频率数据中位数，去除每颗卫星a 的频率漂移:

$$\tilde{d}_{a,j}^{(1)} = d_{a,j}^{(1)} - \text{Median}\left[\{d_{a,j}^{(1)}\}_{j=1}^{N_t}\right]. \quad \text{(A8)}$$

我们选择使用中位数，以避免受到离群值或信号本身（若存在）的影响。

最后，我们对 N_c ^{87} 个铷原子钟取网络中位数，得到

$$\tilde{d}_j = \text{Median}\left[\{\tilde{d}_{a,j}^{(1)}\}_{a=1}^{N_c}\right]. \quad \text{(A9)}$$

在本文的搜索中，我们考虑全球定位系统网络中的 $N_c = 18$ ^{87} 个铷原子钟。请注意，我们的分析不跨越日期边界，因为原始 GPS 载波相位数据是按日批次处理的，因此可以预期钟差数据在日期边界处会出现不连续。如 A 4节所述，卫星相对于地球上的观测者的轨道几何会重复，从而导致重复出现的多路径误差。因此，所有卫星在地心地固参考系中的轨道重复周期均为 1 天减去 245 秒 $= 86$，即 155 秒。此选择既能抑制共模误差，又能简化网络统计量的分析。

我们要求仅将整个观测窗口（本例中为三天）内拥有完整时间序列数据的卫星纳入分析。该标准简化了时间序列处理，并减轻了缺失数据导致的统计异方差问题。

附录B：奇异低质量场

本节进一步介绍奇异低质量场（ELF）波形及其原子钟信号的参数化。

有质量场满足相对论性能量-动量色散关系

$$\omega(k) = \sqrt{(ck)^2 + \Omega_c^2}, \quad \text{(B1)}$$

其中，康普顿频率 $\Omega_c = mc^2/\hbar$ 取决于 ELF 质量 m。ELF 量子的能量和动量分别为 $\varepsilon = \hbar\omega$ 和 $p = \hbar k$，其中 k 为波数。

发射出的 ELF 波包可描述为球对称波的叠加 $\phi(r,t)=\sum_k \frac{A_k}{r}\cos(kr-\omega_k t+\theta_k)$，其中 r 是径向坐标，A_k、θ_k、k 和 ω_k 分别为 ELF 振幅、相位、波矢和频率。初始高斯波包可表示为这些球面波的线性傅里叶组合。各个分量 $\phi_k(r,t)$ 以不同的相速度 $\omega(k)/k$ 传播。随着波包向外传播，其包络随时间变化，呈现色散现象，而包络中心以群速度移动

$$v_g=\left.\frac{d\omega(k)}{dk}\right|_{k=k_0}\lesssim c\,. \tag{B2}$$

我们假设 ELF 脉冲最初呈高斯形，中心频率为 ω_0，初始脉冲持续时间为 τ_0，并由距离地球 R 处的前身天体发出。所得波形见正文。

正文中的无量纲量 ξ 计算结果为

$$\xi=\frac{\Delta v_g t_s}{v_g\tau_0}\approx\left(\frac{1}{\omega_0\tau_0}\right)\frac{2\delta t}{\tau_0}\,, \tag{B3}$$

其中，我们计算了 ELF 群速度 $\Delta v_g=\Delta k\, d^2\omega/dk^2|_{k=k_0}$ 的展宽，$\Delta k=|k-k_0|$ 为波数的展宽。

瞬时 ELF 频率随时间变化，$\omega(t)=d\theta(t)/dt$，在传感器处呈现频率“反啁啾”。反啁啾斜坡为

$$\frac{d\omega(t)}{dt}\approx\begin{cases}-\xi/\tau_0^2\,, & \xi\ll 1\\ -1/\tau\tau_0\,, & \xi\gg 1\end{cases}\,. \tag{B4}$$

这反映了一个定性事实：能量更高（频率更高）的分量具有更高的相速度 ω/k，因此会更早到达传感器。

1. 基本常数的瞬态变化

奇异低质量场可通过导致基本常数变化的相互作用与原子钟耦合。

正文中的唯象相互作用拉格朗日量会导致基本常数（FCs）的有效重定义。对于时钟而言，相关的基本常数是费米子质量和精细结构常数，

$$m_f^{\rm eff}(\mathbf{r},t)=m_f\left[1+\Gamma_f\hbar c\phi^2(\mathbf{r},t)\right]\,, \tag{B5}$$
$$\alpha^{\rm eff}(\mathbf{r},t)=\alpha\left[1+\Gamma_\alpha\hbar c\phi^2(\mathbf{r},t)\right]\,. \tag{B6}$$

FC 的变化会影响时钟频率，进而影响时钟测得的表观时间。一般而言，振荡器共振频率 ν 对 FC 变化 X 的敏感度可通过以下系数进行量化：

系数

$$\kappa_X=\frac{\partial\log\nu}{\partial\log X}\,. \tag{B7}$$

二次相互作用导致的时钟频率分数偏移可参数化为（参见正文）

$$s(t)=\frac{\delta\nu(t)}{\nu_{\rm clock}}=\Gamma_{\rm eff}\hbar c\phi(t)^2\,, \tag{B8}$$

其中，$\nu_{\rm clock}$ 是未受扰动的（标称）时钟频率，$\phi(t)$ 是传感器处的 ELF 场，而 $\Gamma_{\rm eff}\equiv\sum_X K_X\Gamma_X$ 是用微分灵敏度系数 K_X 表示的有效耦合常数。

本分析中使用的灵敏度系数 K_X 源自我们此前的研究 [25]。简言之，我们的研究实际上是比较 GPS卫星上的铷（^{87}Rb）微波钟与一台氢脉泽参考钟。在与数据分析相关的 1 Hz采样模式下，微分灵敏度系数与本地振荡器无关。利用文献 [21, 44, 45], 报告的灵敏度系数，铷–氢钟比较的有效耦合常数为 [25]

$$\Gamma_{\rm eff}=0.34\,\Gamma_\alpha+0.081\,\Gamma_{m_q}\,, \tag{B9}$$

如正文所述。

附录C：奇异低质量场信号搜索

1. 标准差分析

在正文中，我们使用对有限时长片段计算得到的标准差，来表征伪频率数据流 $\{d_j\}$ 的噪声特性。首先将序列 $\{d_j\}$ 划分为 W 个时间窗，每个时间窗包含 $N_p=N_t/W$ 个样本。我们将时间窗 w 中的个样本记为 $d_{w,k}\equiv d_j$，其中 $w=1,\ldots,W$ 标记时间窗，$k=1,\ldots,N_p$ 则索引该时间窗内的样本，使得 $j=(w-1)N_p+k$。第 w 个时间窗的标准差定义为

$$\sigma_w=\sqrt{\frac{1}{N_p-1}\sum_{k=1}^{N_p}\left(\tilde d_{w,k}-\frac{1}{N_p}\sum_{k=1}^{N_p}\tilde d_{w,k}\right)^2}\,. \tag{C1}$$

图5中绘出了三天各自的标准差 σ_w，其随时间 t_w 变化；该时间与第 w 个窗口的起始时刻相关，$t_w=wN_p\Delta_t$。2017年8月15日、16日和17日的标准差曲线总体相近，表明这三个观测日的背景变化水平相似。这一表现符合星座预期的每日重复共模结构（见 A 4节）。2017年8月15日和16日的标准

差始终相对稳定，仅有小幅波动。

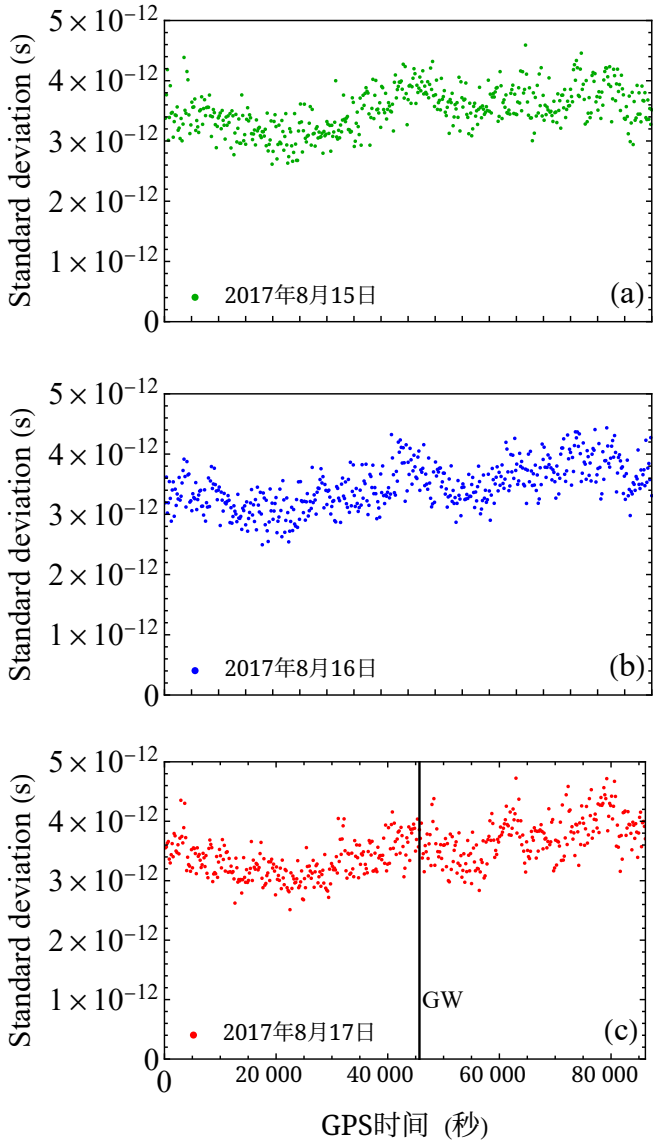

图5. 2017年8月15日、16日和17日的全球定位系统网络中[87]个铷原子钟的网络中位数伪频率数据（A9）在时间窗 σ_w内的标准差。距2017年8月17日开始时刻45，682秒处的引力波触发时刻（GPS标准时间）以黑色竖线标出。每天的数据集被划分为 $W = 498$ $N_p =$ 个时间窗，每个时间窗包含若干数据点，并在各时间窗内计算。

173

2. 信噪比统计量

设极低频信号 (B8) 表示为 $s(t_j) = hf(t_j) \equiv s_j$，其中 h 为下式给出的信号振幅

$$h = \left(\frac{\hbar c A_0^2}{R^2}\right)\Gamma_{\rm eff}\,, \tag{C2}$$

且 $f(t_j)$ 为时间采样的模板函数

$$f(t_j) = \exp\left[-\frac{(t_j - t_s)^2}{\tau^2}\right]\cos^2\theta(t_j)\,. \tag{C3}$$

采用正文中的符号，相位 θ 为

$$\theta(t_j) = \omega_0\,(t_j - t_{\rm GW}) - \frac{1}{2\tau^2}\frac{\xi t_j}{t_s}\,(t_j - t_s)^2 + \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\xi t_j}{t_s}\right) + \theta'\,. \tag{C4}$$

变量 t_j 表示自奇异低质量场脉冲发射以来的时间。在我们的分析中，我们采用更实用的平移网格 $t'_j = t_j - t_{\rm GW}$。采用这种记号，模板变为

$$f(t'_j) = \exp\left[-\frac{(t'_j - \delta t)^2}{\tau^2}\right]\cos^2\theta(t'_j)\,, \tag{C5}$$

with

$$\theta(t'_j) \approx \omega_0 t'_j - \frac{\xi}{2}\left(\frac{t'_j + t_{\rm GW}}{\delta t + t_{\rm GW}}\right)\left(\frac{t'_j - \delta t}{\tau}\right)^2 + \theta''\,, \tag{C6}$$

其中 $\theta'' \equiv \theta' + \frac{1}{2}\tan^{-1}\xi$，且我们使用了 $\tan^{-1}\left(\xi\frac{t_j}{t_s}\right) \approx \tan^{-1}\xi$。

如正文所述，并合前几天的数据可以很好地用近似高斯分布描述。因此，我们将网络中位数数据数组 $\{d_j\}$（式 (A9)）建模为正态分布噪声 $n_j \sim \mathcal{N}(\mu,\ \sigma^2)$ 与可能的信号分量 s_j 之和，其中前者的均值为 μ，方差为 σ^2，后者为 $\tilde{}$；用向量形式表示为 $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{n} + \boldsymbol{s}$。有效噪声方差 σ^2 通过对事件发生前两天的数据 $\tilde{}$ 所得方差取平均来估计。我们发现 $\{d_j\}$ 的均值近似为零，因此极低频信号振幅的分布为

$$p\left(h|\tilde{\mathbf{d}}\right) \propto \exp\left[-\frac{1}{2\hat{\sigma}_h^2}\left(h - \hat{h}\right)^2\right]\,, \tag{C7}$$

其中

$$\hat{h} = \frac{\sum_{j=1}^{N}\tilde{d}_j f(t'_j)}{\sum_{j=1}^{N} f(t'_j)^2}\,, \tag{C8}$$

$$\hat{\sigma}_h^2 = \frac{\sigma^2}{\sum_{j=1}^{N} f(t'_j)^2}\,. \tag{C9}$$

求和范围从 LIGO 触发时刻起，直至 GPST 时间尺度下 2017年8月17日结束。因此，带撇号时间尺度中的第一个索引（$j = 1$）在 GPS 日内取值至$N_{\rm GW} = t'_{\rm GW}/\Delta_t$，最后一个索引（$j = N$）对应于 N_t。因此，数据点总数为 $N = N_t - N_{\rm GW} + 1$。在实际应用中，考虑到——

信号的指数包络，只需在以 δt 为中心、跨度为数个τ的时间窗口内求和。根据式（C7），振幅估计量 h 的概率密度函数（PDF）为

$$p_h\left(\hat{h}|h\right) = \frac{1}{\hat{\sigma}_h\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\hat{h}-h\right)^2/(2\hat{\sigma}_h^2)\right]. \quad \text{(C10)}$$

信号的信噪比（SNR）统计量定义为

$$\hat{\lambda} = \frac{|\hat{h}|}{\hat{\sigma}_h}. \quad \text{(C11)}$$

根据标准误差传播，SNR 统计量 $\hat{}\lambda$ 的估计不确定度为 $\hat{}\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\partial\hat{}\lambda/\partial\hat{}h\right)^2\hat{}\sigma_h^2} = 1$。由于 $\hat{}\lambda \geq 0$ 和 $\hat{}h \sim \mathcal{N}$（h，$\hat{}\sigma_h^2$），式 (C11) 中的统计量服从折叠正态概率分布 [46]，，其概率密度函数为

$$p_{\hat{\lambda}}\left(\hat{\lambda}\,|\,\lambda\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\left(\hat{\lambda}-\lambda\right)^2}{2}\right] + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\left(\hat{\lambda}+\lambda\right)^2}{2}\right], \quad \text{(C12)}$$

在频率学派意义下，λ 表示统计量的真实值（未知）。

3. 参数空间

ELF 模板 $f(t'_j)$ 取决于三个参数（τ_0，δt，ω_0），我们将它们统称为一个三元组。在搜索中，我们扫描由这些三元组构成的 ELF 参数空间。本节将介绍参数空间的采样策略和所施加的约束。

尽管这些参数（τ_0，δt，ω_0）是连续的，我们仍将其离散化，以便进行数值搜索。由于数据网格的时间步长为 Δ_t，初始脉冲持续时间 τ_0 的最小值为 $\tau_{0,\,\min} = \Delta_t$。随后，$\tau_0$ 以 Δ_t 为步长递增，直到$\tau_{0,\,\max} = N\Delta_t/4$，以搜索时间宽度完全处于分析窗口内的奇异低质量场信号。延迟参数 δt 在网格上扫描，其 $\delta t_{\min} = 2\Delta_t$ 和 $\delta t_{\max} = (N-2)\Delta_t$，步长为 Δ_t。这种设置确保奇异低质量场脉冲的前沿和后沿都得到适当采样，这意味着

$$2\tau \leq \delta t \leq N\Delta_t - 2\tau. \quad \text{(C13)}$$

地球处的脉冲持续时间 τ 和 τ_0 之间的关系为 $\tau = \tau_0\sqrt{1+\xi^2}$。

最后，我们在离散网格上对奇异低质量场的中心频率 ω_0 进行采样。GPS数据的采样率为 $1/\Delta_t$，因此奇异低质量场中心频率的最小值和最大值分别为 $\omega_{0\,\min} = 2\pi/\,N\Delta_t \approx 1.6\times10^{-4}$ ( ) 弧度/秒和 $\omega_{0,\max} = 2\pi/\Delta_t \approx 6.3$ 弧度/秒。我们构造一组按对数间隔分布的值 $\{\omega_{0,i}\}$，其形式为

$$\omega_{0,i} = \omega_{0,\min}\,(N)^{i/(N-1)}, \quad i = 0,\ldots,N-1. \quad \text{(C14)}$$

这种采样对 ω_0实现了对数覆盖，与排除图中使用的能量轴一致。

由三元组（τ_0、δt、ω_0）张成的三维参数空间进一步受到条件$\omega_0\tau_0 \gg 1$的约束。该要求确保 ELF 脉冲保持足够尖锐，并确保对色散关系 [17] 的抛物线近似仍然有效。所有满足这些筛选标准的参数三元组组合均称为有效三元组。每个有效三元组均参数化一个信号模板向量 $\boldsymbol{f}^i$，其分量为

$$f_j^i = \exp\left[-\left(\frac{t'_j-\delta t^i}{\tau^i}\right)^2\right]\cos^2\theta^i(t'_j), \quad \text{(C15)}$$

其中

$$\theta^i(t'_j) \approx \omega_0^i t'_j - \frac{\xi^i}{2}\left(\frac{t'_j+t_{\rm GW}}{\delta t^i+t_{\rm GW}}\right)\left(\frac{t'_j-\delta t^i}{\tau^i}\right)^2 + \theta'^i, \quad \text{(C16)}$$

$$\theta'^i = \theta' + \frac{1}{2}\tan^{-1}\xi^i, \quad \text{(C17)}$$

$$\xi^i = \left(\frac{1}{\omega_0^i\tau_0^i}\right)\frac{2\delta t^i}{\tau_0^i}, \quad \text{(C18)}$$

$$\tau^i = \tau_0^i\sqrt{1+(\xi^i)^2}. \quad \text{(C19)}$$

这里，索引 $i = 1$、.....、M枚举各个模板，其中 M 为模板总数（即有效三元组的数量）。通过扫描 ELF 参数空间，我们获得 $M \approx 6\times10^{12}$。所有 $\boldsymbol{f}^i$ 的集合构成了我们用于 ELF 搜索的模板库。

4. 搜索方法

该搜索通过扫描模板库并计算每个模板的信噪比统计量（C11）来执行，以评估是否有任何模板与网络中位数伪频率数据（A9）在统计上具有显著一致性，即数据流$\{d_j\}$。对于每个模板，我们从均匀分布中抽取随机相位 θ' 的取值，并针对 θ'对信噪比（C11）进行数值最大化。

我们采用频率学派的假设检验框架 [32]进行 ELF 搜索。在这种方法中，通过检验一个零假设 H_0 来评估信号的证据，该零假设对应于数据中不存在信号的情况。在假设 H_0 为真的条件下，抽样分布

ˆ 方程（C12）中的 λ 化简为

$$p_{\hat{\lambda}}\left(\hat{\lambda}\,|\,\lambda=0,H_0\right)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\exp\left(-\frac{\hat{\lambda}^2}{2}\right)\,. \tag{C20}$$

ˆ 如果观测到的信噪比统计量 $\lambda_{\rm obs}$位于抽样分布上尾部足够远的位置，则数据不再与 H_0一致，并且可以拒绝 H_0 ，转而支持数据中存在信号的备择假设。探测阈值 Z_1^*根据选定的假阳性概率q_1 [32]定义为

$$\begin{aligned}&\int_{Z_1^*}^{\infty}p_{\hat{\lambda}}\left(\hat{\lambda}|\lambda=0,H_0\right)d\hat{\lambda}=q_1\,,\\ \Rightarrow\ &Z_1^*=\sqrt{2}\,\mathrm{erf}^{-1}\left(1-q_1\right)\,.\end{aligned} \tag{C21}$$

在方程（C21）中固定传统的信噪比阈值 $Z_1^*=3$ ，可得相应的虚警概率 $q_1=0.0027$。然而，这一阈值仅适用于只涉及单个模板的搜索，这也是符号中带有下标“1”的原因。

随着模板数量 M 增加，随机噪声产生虚假模板匹配，进而造成假阳性的概率也会增加。在这种情况下，必须重新定义信噪比阈值。对于每个模板 $i=1,\ldots\ldots,M$，我们计算信噪比统计量 ˆλ^i (C11)，并将 ˆλ 定义为所有模板中的最大值，即 $\hat{\lambda}=\max\{\hat{\lambda}^i\}$。 λ 的抽样分布受模板库的相关结构支配，可用多元正态模型 [47]描述，其模板库相关矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}$，矩阵元素为

$$\Sigma^{i,k}=\frac{\boldsymbol{f}^{\,i}\cdot\boldsymbol{f}^{\,k}}{\sqrt{(\boldsymbol{f}^{\,i}\cdot\boldsymbol{f}^{\,i})(\boldsymbol{f}^{\,k}\cdot\boldsymbol{f}^{\,k})}}\,, \tag{C22}$$

其中，上标 i和 k 依次标记了 C3 节中定义的模板。在我们的搜索中，模板库几乎正交，因此 $\boldsymbol{\Sigma}\approx\boldsymbol{I}$，其中 $\boldsymbol{I}$ 是单位矩阵。于是，阈值 $Z=Z_M^*$满足

$$\begin{aligned}&C_M(Z_M^*\,|\,\boldsymbol{I})=1-q_1\,,\\ &\Rightarrow\quad Z_M^*\approx\sqrt{2}\,\mathrm{erf}^{-1}\!\left(1-\frac{q_1}{M}\right)\,,\end{aligned} \tag{C23}$$

其中，C_M（Z）表示 Z的累积分布函数。对于 $M\approx6\times10^{12}$ 且完全正交的模板库，我们得到 $Z_M^*\approx8$。对于仅近似正交的模板库，相应的阈值会略低一些 [47]。

在完整的基于模板的搜索中，由三元组（τ_0，δt，ω_0）张成的奇异低质量场参数空间将被穷尽采样。然而，对于 $M\approx6\times10^{12}$ 个模板而言，这种搜索在计算上难以实现。为缓解这一问题，我们采用了稀疏扫描策略，通过以下方式探索三维参数空间：对这些三元组进行嵌套循环，每十亿个唯一三元组计算一次信噪比。这种方法在大幅降低计算成本的同时，实现了对参数空间的均匀覆盖。在这次稀疏搜索中，信噪比均未超过单模板阈值 $Z_1^*=3$，表明在采样的参数集中没有候选 ELF 事件。

尽管稀疏搜索未发现任何极低频信号，但我们注意到，图5(c)显示持续时间为 $\lesssim$ 几百秒的波动。为确认极低频信号不存在，我们采用密集搜索策略，在将 $\tau_0\leq500$s 限制为.....的同时，扫描 ω_0 和 δt的所有可能取值。此次搜索得到的最大信噪比为≈3.8，对应 $\tau_0=3\,$s $\delta t=30$、443 s $\omega_0=1.71\,$rad/s。通过此次密集搜索，我们未发现超过$Z_M^*=8$的候选事件。

5. 设定上限

在未检测到信号的情况下，对统计量 λ 设定一个统计界限或上限（UL）：

$$\mathbb{P}\left(\hat{\lambda}\geq\hat{\lambda}_{\rm obs}|\lambda=\hat{\lambda}^{\rm UL\%}\right)=\mathrm{UL}\,, \tag{C24}$$

其中，$\mathbb{P}(\hat{\lambda})=\int_a^b p_{\hat{\lambda}}d\hat{\lambda}$ 表示在 a 和 b之间找到 λ 的概率。对于信噪比统计量的 95% 上限，即 $\mathrm{UL}=0.95$ 时，式（C24）变为

$$\int_{\hat{\lambda}_{\rm obs}}^{\infty}p_{\hat{\lambda}}\left(\hat{\lambda}|\lambda=\hat{\lambda}^{95\%}\right)d\hat{\lambda}=0.95\,, \tag{C25}$$

利用式（C12）可将其简化为

$$\mathrm{erf}\left(\frac{\hat{\lambda}_{\rm obs}-\hat{\lambda}^{95\%}}{\sqrt{2}}\right)+\mathrm{erf}\left(\frac{\hat{\lambda}_{\rm obs}+\hat{\lambda}^{95\%}}{\sqrt{2}}\right)=0.1\,. \tag{C26}$$

将 ˆ $\lambda_{\rm obs}$ 映射到 ˆ$\lambda^{95\%}$ 的解如图（6）所示。

根据式（C11），该过程得出 ELF 信号振幅 $|h|$ 的 95% 上限，即

$$|\hat{h}|^{95\%}=\hat{\sigma}_h\,\hat{\lambda}^{95\%}\,, \tag{C27}$$

这进而意味着有效耦合常数 $|\Gamma_{\rm eff}|$的 95% 上限。根据式 (C2)，该上限为

$$|\Gamma_{\rm eff}|^{95\%}=\left(\frac{R^2}{\hbar cA_0^2}\right)|\hat{h}|^{95\%}\,. \tag{C28}$$

利用式 (B9)，并假设精细结构常数变化的贡献 α 占主导地位，$|\Gamma_\alpha|$ 的 95% 上限为

$$|\Gamma_\alpha|^{95\%}\approx\frac{|\Gamma_{\rm eff}|^{95\%}}{0.34}\,, \tag{C29}$$

这也可等价地表示为 95% 置信下限

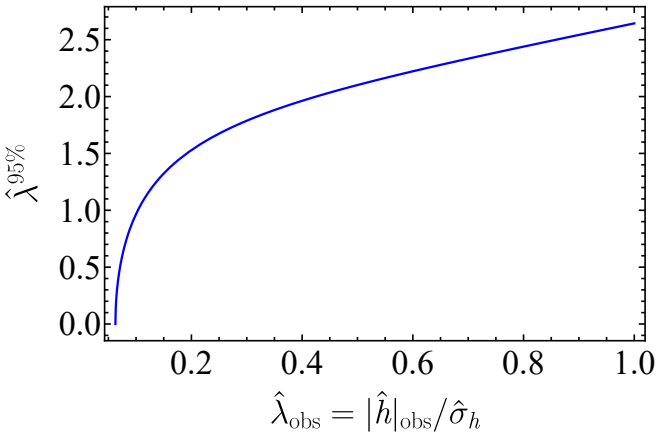

图6. 观测信噪比$\hat{}\lambda_{\rm obs}$对应的信噪比$\hat{}\lambda$的95%置信限。此处，$|\hat{}h|_{\rm obs}$表示估算或观测到的超轻场振幅（C8）的绝对值，其不确定性为$\hat{\sigma}_h$。

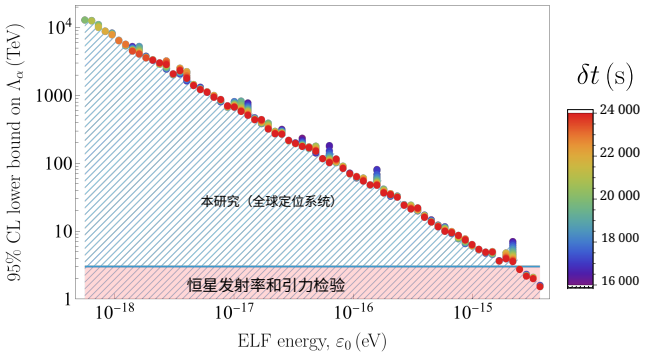

图7. 图中展示了由超轻标量场二次耦合所支配的能标Λ_α的95%置信水平（CL）下限，该耦合会导致精细结构常数发生变化。GPS原子钟（蓝色阴影区域）给出的排除区域，与恒星发射率和引力检验 [26] 给出的排除区域（粉色阴影区域）进行了比较。此结果基于2017年8月17日的数据流计算。此处，δt的范围依据公式（C13）确定。每隔500秒对该δt范围进行一次采样。

对相关相互作用能标的约束 [17],

$$\Lambda_\alpha^{95\%} = \frac{1}{\sqrt{|\Gamma_\alpha|^{95\%}}}\,. \tag{C30}$$

正文图4和图7展示了在δt和τ_0的不同范围内评估的能标$\Lambda_\alpha^{95\%}$随超轻场能量ε_0变化的排除区域。蓝色阴影区域为我们的ELF 搜索所排除的范围。现有最严格的约束为$\Lambda_\alpha \lesssim 3$ TeV，来自对超新星核心热发射率的限制 [26]。参考文献 [26]还考察了通过引力精密检验得出的互补约束。

[1] Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. 和 Collins, J. *Global Positioning System: Theory and Practice*（Springer，维也纳，2001）。[2] Blewitt, G. 全球定位系统与空间大地测量方法。载于 *Treatise on Geophysics*，307–338（Elsevier，牛津，2015）。[3] Bertiger, W. *et al.* GipsyX/RTGx：用于空间大地测量作业与研究的新工具集。*Advances in Space Research* **66** 469 489 2020 ，–（）。[4] Kentosh, J. 和 Mohageg, M. 全球定位系统对普朗克常数局域位置不变性的检验。*Phys. Rev. Lett.* **108**, 110801（2012）。[5] Fathollahi, L., Wu, F. 和 Pongracic, B. 利用偏心轨道全球定位系统卫星上的铷原子钟检验引力红移。*Heliyon* **9**, e13178（2023）。[6] Derevianko, A. 和 Pospelov, M. 利用原子钟搜寻拓扑暗物质。*Nature Phys.* **10**, 933–936（2014）。[7] Roberts, B. M. *et al.* 利用全球定位系统上的原子钟搜寻畴壁暗物质

卫星。*Nature Comm.* **8**, 1195（2017年）。[8] Abbott, B. P. *et al.* 双中子星并合产生的引力波和伽马射线：GW170817和GRB 170817A。*The Astrophysical Journal Letters* **848**, L13（2017年）。[9] Abbott, B. P. *et al.* GW170817：双中子星旋近产生的引力波观测。

Phys. ，（）。*Rev. Lett.* **119** 161101 2017
[10] Coulter, D. A. *et al.* Swope超新星巡天2017a（SSS17a），引力波源的光学对应体。*Science* **358**, 1556–1558（2017年）。arXiv:1710.05452。[11]Hallinan, G. *et al.* 中子星并合的射电对应体。*Science* **358**, 1579–1583（2017年）。arXiv:1710.05435。[12] Soares-Santos, M. *et al.* LIGO/Virgo GW170817双中子星并合的电磁对应体。一、利用暗能量相机发现光学对应体。*The Astrophysical Journal* **848** 16 2017 1710 05459 ，L（）。arXiv:。。

[13] Troja, E. *et al.* 引力波事件GW170817的X射线对应体。 *Nature* **551**, 71–74（2017年）。arXiv:1710.05433。[14] Margutti, R. *et al.* LIGO/VIRGO双中子星事件GW170817并合后160天：横跨电磁波谱的同步辐射。 *The Astrophysical Journal Letters* **856**, L18（2018年）。arXiv:1801.03531。[15] Mooley, K. P. *et al.* 中子星并合事件GW 170817 *Nature* 中的温和相对论性宽角外流。, –（）。arXiv:。。[16] Ruan, J. J., Nynka, M., Haggard, D., Kalogera, V. & Evans, P. GW170817/GRB 170817A不断增强的X射线辐射：外流的进一步证据。 *The Astrophysical Journal Letters* **853**, L4（2018年）。[17] Dailey, C. *et al.* 量子传感器网络：用于多信使天文学的新奇场望远镜。 *Nature Astronomy* **5** 150 158 2021 2002 04352 , –（）。arXiv:。。[18] Derevianko, A. 量子引力不再受限：作为多信使天文学新奇场望远镜的原子传感器。载于 *Rencontres de Moriond 2023: Proceedings of the Gravitation Session* 171 2023 2305 17138 , （）。arXiv:。。[19] Jackson, J. D. *Classical Electrodynamics*（John Willey and Sons，纽约，1999），第3版。[20] Danzy, F. & Riley, W. GPS铷钟稳定性测试结果。载于 *Proceedings of the Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) applications and Planning Meeting (21st) Held in Redondo Beach California* , , , （）。*on November 28-30 1989* 1989 [21] Roberts, B. M., Blewitt, G., Dailey, C. & Derevianko, A. 使用贝叶斯统计方法，通过精密测量设备网络搜寻瞬态超轻暗物质信号。 *Phys. Rev. D* **97**, 083009（2018年）。[22] Bertiger, W. *et al.* 利用GPS数据进行单接收机载波相位模糊度解算。 *Journal of Geodesy* **84**, 327–337（2010年）。[23] 国际地球参考框架，h。[24] Blewitt, G. 应用于最长达 2000 *Journal of Geophysical Research: Solid* km大地测量基线的全球定位系统载波相位模糊度解算。, –。[25] Sen, A. P., Pfeffer, K., Ries, P., Blewitt, G. & Derevianko, A. GPS星座在新物理模式下的多信使天文学。 *Earth* **94** 10187 10203 *J. Phys.: Conf. Series* , （）。**2889** 012003 2024 2312 12752 1 arXiv: . v . [26] Olive, K. A. & Pospelov, M. 质量和耦合常数的环境依赖性。 *Phys. Rev. D* **77**, 043524 2008（）。[27] Bouley, T., Sørensen, P. & Yu, T.-T. 对具有二次耦合的超轻标量暗物质的限制。 *J. High Energy Phys.* **2023**, 104（2023年）。[28] Agnew, D. C. & Larson, K. M. 确定GPS星座的重复周期。 *GPS Solutions* **11**, 71–76（2007年）。[29] Larson, K. M., Bilich, A. & Axelrad, P. 提高高采样率GPS的精度。 *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **112** 2007 （）。[30] D'Agostino, R. B. & Stephens, M. A.（编） *Goodness-of-Fit Techniques* 68 , *Statistics: Textbooks and Monographs* 1986 卷（Marcel Dekker，纽约，）。[31] Anderson, T. W. & Darling, D. A. 拟合优度检验的拟合。 *Journal of the American Statistical Association* **49** 765 769 1954 , –（）。[32] Romano, J. D. 与 Cornish, N. J. 随机引力波背景的探测方法：统一处理。 *Living Reviews in Relativity* **20**, 1–223（2017年）。arXiv:1608.06889。[33] Daykin, T.、Ellis, C. 与 Derevianko, A. 量子传感器网络搜索奇异物理瞬变信号的模板库搜索中，信噪比和最大信噪比探测统计量。 *Phys. Rev. A* , （）。**105** 013106 2022 2109 05011 arXiv: . . [34] Stadnik, Y. V. 突显多信使天文学中物质对量子传感器网络性能的反作用贡献。 *Nature Astronomy* **8**, 434–438（2024年）。[35] Derevianko, A.、Jackson Kimball, D. F. 与 Dailey, C. 对《突显多信使天文学中物质对量子传感器网络性能的反作用贡献》的回复。*Nature Astronomy* **8**, 432–433（2024年）。[36] Khamis, S. S. *et al.* 利用全球磁力仪网络搜索奇异场发射。 *Phys.* , （）。*Rev. X* **15** 031048 2025 [37] K´om´ar, P. *et al.* 原子钟量子网络：一种利用中性原子实现的可能方案。 *Phys. Rev.* , （）。*Lett.* **117** 60506 2016 [38] Fadeev, P.、Berengut, J. C. 与 Flambaum, V. V. 钍核时钟跃迁对精细结构常数变化的敏感性。 *Phys. Rev. A* **102**, 052833（2020年）。arXiv:2007.00408。[39] Rellergert, W. G. *et al.* 利用基于钍核的固态光学频率基准约束基本常数的演化。,[40] Kouba, J. GPS 中改进的相对论变换。*GPS Solutions* **8**, 170–180（2004年）。[41] Senior, K. L.、Ray, J. R. 与 Beard, R. L. GPS 卫星时钟周期性变化的表征。 *GPS Solutions* **12** 211 225 2008 , –（）。[42] Howe, D.、Allan, D. 与 Barnes, J. 信号源的特性与测量方法。 *Proceedings of the* 载于*35th Annual Symposium on Frequency Control* 1981 （）。[43] Riley, W. 与 Howe, D. 频率稳定性分析手册。技术报告（2008年）。[44] Campbell, W. M.、McAllister, B. T.、Goryachev, M.、Ivanov, E. N. 与 Tobar, M. E. 通过光子、原子和机械振荡器与基本常数的耦合来搜寻标量暗物质。 *Phys. Rev.* , （）。*Lett.* **126** 071301 2021 [45] Flambaum, V. V.、Leinweber, D. B.、Thomas, A. W. 与 Young, R. D. 夸克质量、量子色动力学尺度和精细结构常数变化的限制。 *Phys. Rev. D* , **69** 115006 2004 （）。[46] Tsagris, M.、Beneki, C. 与 Hassani, H. 关于折叠正态分布。 *Mathematics* **2**, 12–28（2014年）。[47] Daykin, T.、Ellis, C. 与 Derevianko, A. 量子传感器网络搜索奇异物理瞬变信号的模板库搜索中，信噪比和最大信噪比探测统计量。 *Phys. Rev. A* , （）。**105** 013106 2022