面向地面和空间应用的超稳双轴立方腔机械与热响应建模及分析

Himanshu Miriyala,[1], * Rishabh Pal,[1], * 和 Arijit Sharma[1, 2, †]
[1] *Department of Physics, Indian Institute of Technology Tirupati, Yerpedu-517619, Andhra Pradesh, India.*
[2] *Center for Atomic, Molecular, and Optical Sciences and Technologies, Indian Institute of Technology Tirupati, Yerpedu-517619, Andhra Pradesh, India.*
(日期：2026年2月19日)

arXiv:2602.16344v1 [physics.optics] 18 Feb 2026

摘要

可运输的全光学原子钟是新一代精密计时设备，开启了新时代，可广泛应用于民用和战略领域的定位、导航与授时（PNT）。其性能依赖于超稳窄线宽激光器，其频率由紧凑型便携光学腔稳频。在各种设计中，立方体间隔件式超稳腔尤其适用于可运输应用，因为其对振动的灵敏度低，这得益于其对称几何结构和坚固的安装结构。虽然较长的腔体具有较低的基本热噪声底，但仍需在可运输性与尺寸之间取得平衡。在这方面，7.5厘米双轴立方腔相比尺寸较小的同类腔体具有更低的基本热噪声底，同时仍能满足地面和航空定位、导航与授时应用对尺寸、重量与功耗的合理要求。其双轴设计还可实现多波长激光稳频，因此有望应用于未来的可运输时钟。本研究采用有限元法对7.5厘米双轴立方腔进行详细研究，以评估其机械稳定性和热稳定性。我们分析了各种几何因素、安装力和加工缺陷的影响，同时对真空室和热屏蔽环境中的热传导、辐射和镜面加热等热效应进行了建模。研究结果为设计坚固的双轴光学参考腔提供了设计参考，有助于推动便携式原子钟在新一代定位、导航与授时、大地测量学、甚长基线干涉测量和深空任务中的应用。

关键词：超稳腔、立方腔体间隔件、有限元法、可运输腔体、光学原子时钟

一、引言

对日益精确的时间与频率标准的追求，推动了现代科学与技术的发展，为从卫星导航、电信到检验物理学基本定律等应用奠定了基础[1–6]。光学原子钟已成为最准确、最稳定的计时器，其分数频率不稳定度已达到 10^{-18} 水平[7]。这种性能得以实现，源于对超窄线宽的电偶极禁戒原子跃迁进行探测，并将其频率锁定到超稳、高精细度的光学谐振腔。在此背景下，激光的频率稳定性，进而时钟本身的频率稳定性，直接取决于作为频率参考的参考腔的尺寸稳定性。稳频激光器的分数频率稳定性与腔体的分数长度稳定性直接成正比。在最先进的实验室系统中，超稳腔通常更长，并在隔振且温度受到良好控制的环境中运行，从而将激光不稳定度推至低于 10^{-16} 的范围，平均时间为 1 秒 [8]。然而，未来应用日益需要可搬运乃至空间认证的时钟系统，而这类系统并非总能实现上述环境隔离。人们正在开发可搬运光钟，用于实验室间比对、偏远地区的精密时间传递、空间基础物理任务，以及拓展现有基于定位、导航与授时的系统能力边界的导航系统 [9]。在这些场景中，尽管会受到机械冲击、方向变化和热条件波动的影响，参考腔仍必须保持卓越的稳定性。

可搬运腔体 [9] 面临的一项关键挑战，是在不完全依赖外部振动隔离的情况下，尽量降低加速度灵敏度。在受控实验室环境之外实现稳健频率基准的各种方法中，基于对称性的安装策略已被证明能够特别有效地抑制对惯性力的灵敏度。一个典型例子是力不敏感立方腔 [10, 11],：立方腔体间隔件在各顶点处进行截断，并由四个顶点以四面体排列方式支撑。在这种几何结构中，每个支撑力

* 这些作者对本项工作作出了同等贡献。
† arijit@iittp.ac.in

均指向立方体的几何中心，在保持力对称性的同时，约束所有平移和转动自由度。这种构型能够有效抵消由静态预载力以及线性或转动加速度引起的腔长一阶变化。通过仔细优化顶点截断深度，此类腔体已实现低至 $10^{-11}/g$ [10, 12] 的被动加速度灵敏度，使其成为可搬运和空间光钟系统[13]的有力候选。在此基础上，双轴立方腔 [14, 15] 通过在同一个立方腔体间隔件内集成两条正交光轴，进一步拓展了这一概念。这使得多个激光器 [16]能够同时实现稳频，例如，在单一机械稳固的平台内同时容纳窄线宽钟激光器以及其他冷却或俘获激光器。

许多研究小组已经展示了立方体间隔件腔 [10, 12–16], ，其中5厘米立方腔（由英国NPL获得专利 [10]）已成为突出选择。这种5厘米立方腔的紧凑性与便携性使其特别适合可搬运光学钟应用，并将其定位为未来太空任务的领先候选 [9, 17, 18]。另一方面，一些小组已经展示了10厘米立方腔 [19–21], ，其得益于更长的腔长，从而显著降低热噪声底。这使它们成为需要高频率稳定性的可搬运系统的更好候选。然而，较大的尺寸限制了其便携性，降低了对可搬运或空间应用的适用性，并因热管理和振动隔离的更高复杂性而增加成本。

因此，为了在尺寸（决定便携性）与噪声性能之间取得平衡，对不同尺寸立方腔进行比较分析至关重要。我们对5厘米、7.5厘米和10厘米双轴立方腔进行比较研究，分析其振动敏感度和热噪声底。该分析针对地面应用（支撑力为50牛顿）和空间应用（支撑力为500牛顿）进行。灵敏度通过COMSOL中的有限元分析仿真确定，结果见图1。三种间隔块尺寸的热噪声底按照 [17]中的程序进行解析计算。仿真灵敏度与解析噪声底数值汇总于表I。

从表I可以看出，随着立方腔体间隔件（腔长）尺寸增大，灵敏度和热噪声性能均有所提升。值得注意的是，7.5厘米间隔块的性能指标与10厘米间隔块的性能指标更为接近，而与5厘米间隔块的差异较大。这表明，7.5厘米立方腔体间隔件提供了切实可行的平衡：其性能几乎与10厘米方案相当，同时比10厘米腔体更具成本效益且更加紧凑。因此，7.5厘米设计在性能、便携性和成本效益之间实现了最佳折中。

为确保腔体在实际条件下仍能保持卓越的尺寸和频率稳定性，有必要全面研究其设计以及减轻各种失稳的策略。本文针对面向可运输光钟应用的7.5厘米双轴立方腔，采用有限元分析（FEA），详细研究了立方腔几何结构和热屏蔽系统的设计。我们评估了各个几何参数的影响，并量化了潜在加工误差对长度稳定性的影响。我们采用数值热建模估算与各种传热机制相关的热时间常数，从而深入了解热屏蔽如何降低对外部温度波动的灵敏度。此外，我们分析了热膨胀对腔体长度稳定性的影响，并展示了如何利用环形环将腔体的最小膨胀温度调节至接近室温。

本文结构如下：第二节详细介绍本文所建立仿真模型的配置。第三节考察立方腔关键几何参数对其分数长度不稳定性（$\Delta L/L$）的影响。第四节研究腔体性能对加工公差的灵敏度，重点关注两个关键参数：顶点切口深度和孔半径。第五节介绍一种数值热模型，用于评估腔体置于三个热屏蔽罩和一个真空室内时的热时间常数，并考虑热传导以及高精细度腔内吸收所导致的局部镜面加热。最后，采用有限元分析（FEA）确定整个系统的有效热时间常数，并综合考虑热传导、辐射和镜面加热的影响。

总的来说，本研究为便携式超稳腔的设计作出了贡献，该设计兼具低加速度灵敏度、机械稳健性和有效的热管理。这些特性不仅对于开发用于光钟的可搬运腔体至关重要，对于卫星授时、大地测量学 [4], 和严苛且动态的运行环境中的深空导航等关键高精度应用也至关重要。

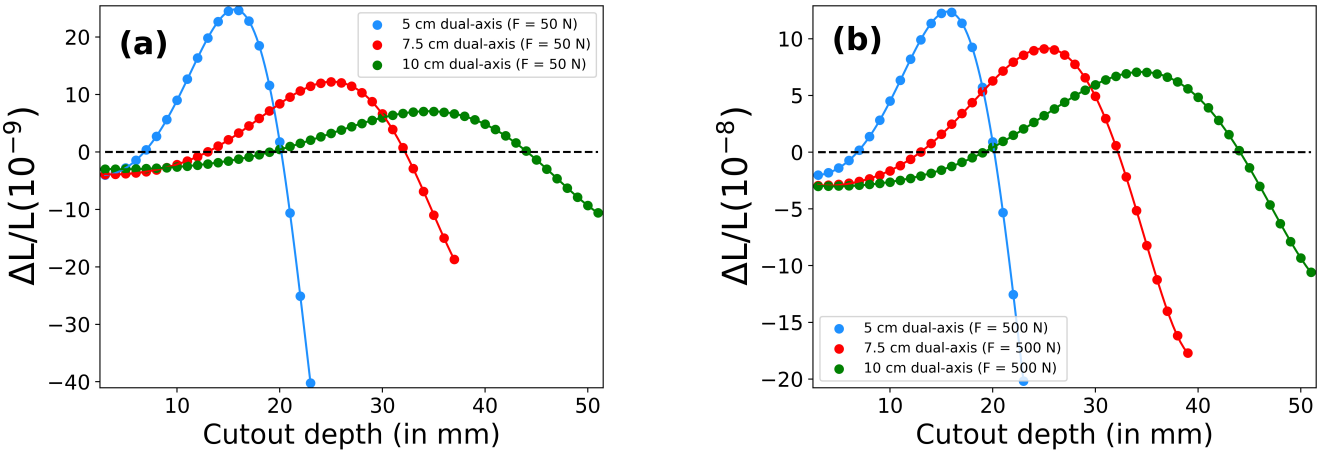

图 1. 在 (a) 50 牛顿（用于地面应用）和 (b) 500 牛顿（用于空间应用）的支撑力作用下，对比研究 5厘米、7.5厘米和 10厘米的双轴立方腔。

立方体间隔件尺寸	第一零交叉 凹口	灵敏度[a] （用于 $F = 50$ 牛顿）	灵敏度[a] （适用于 $F = 500$ 牛顿）	热噪声底
5 cm	6.81毫米	2.00×10^{-9}	9.97×10^{-9}	7.773×10^{-16}
7.5厘米	12.95毫米	9.05×10^{-10}	6.73×10^{-9}	1.673×10^{-16}
10厘米	19.13毫米	4.60×10^{-10}	4.60×10^{-9}	9.686×10^{-17}

表I. 立方腔尺寸、灵敏度和热噪声底的比较分析。

[a]随着支撑力（F）的增大，灵敏度也会提高。对于地面应用，考虑了 $F = 50$ 牛顿，而对于空间应用，则使用了 $F = 500$ 牛顿。

II. 建立仿真模型

本节介绍有限元分析（FEA）仿真的初始设置。我们采用了 Webster 和 Gill [10]提出的相同腔体设计。仿真使用商用软件 COMSOL（5.4 版）进行，7.5厘米双轴立方腔的模型如图 2 所示。四面反射镜与立方腔体间隔件接触，沿两个正交轴 X 和 Y 形成两个腔体。Z轴孔则保持开放，以便抽真空。立方体的八个角均朝中心切去一定深度，称为切口深度。采用圆柱杆模拟四个四面体支撑。将这些圆柱杆与间隔块的接触面约束为仅能沿纵向（沿圆柱杆的轴线）移动。随后，这些圆柱杆仅沿纵向朝立方体中心施加支撑力。仿真所采用的几何参数列于表 II。

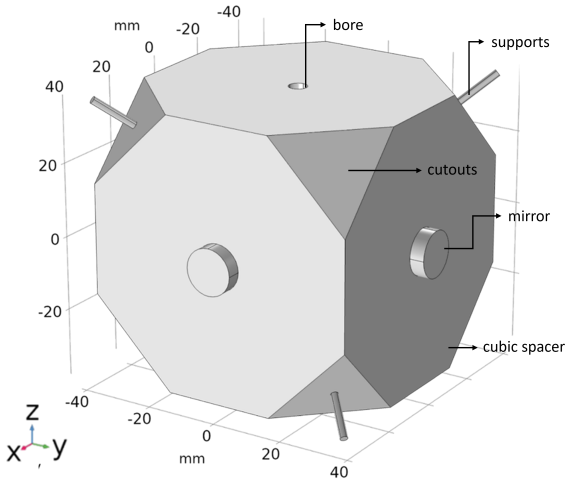

图2. COMSOL中的7.5厘米双轴立方腔设计。

为了对超稳立方腔进行建模，我们选用了以低热膨胀和机械稳定性著称的常用材料。间隔块材料被建模为超低膨胀（ULE）玻璃，而反射镜采用熔融石英（FS）。圆柱形支撑杆则建模为结构钢。超低膨胀玻璃和熔融石英的材料属性通过手动指定相关物理参数进行定义，而结构钢则直接取自 COMSOL 材料库。仿真中使用的关键材料参数

参数	数值
立方体边长	75 mm
孔半径（b）	2.55 mm
支撑半径 (s_r)	1 mm
镜面半径 (m_r)	6.35 mm
镜面厚度 (m_t)	4 mm
切口深度 (d)	*free parameter*

表 II. 仿真中使用的立方腔几何参数。

参数汇总见表 III。

参数	ULE	熔融石英
密度 (kg/m^3)	2203	2210
杨氏模量 (GPa)	67.7	73.1
泊松比	0.17	0.17

表 III. 仿真中使用的材料参数。

在支撑力的作用下，立方腔会发生变形，导致腔长波动 L（即反射镜之间的距离）。然而，正如 Webster 和 Gill [10], 所述，通过优化切口深度，可以消除这些支撑力引起的腔长不稳定性。我们使用 COMSOL 仿真，模拟相对长度波动 $\Delta L/L$ 随切口深度变化的情况，如图 3 所示。值得注意的是，对于我们的 7.5厘米双轴立方腔，当切口深度分别为 12.97 毫米和 32.20 毫米时，长度稳定性（$\Delta L/L$）达到零，这两个深度被称为零交叉切口。在这两个点处，曲线的斜率表明，在支撑杆施加特定支撑力时，腔体对加工误差的灵敏度。在两个零交叉切口中，第一个的灵敏度较低，因此是实现立方腔最佳性能的首选和最优切口深度。

在腔体不受任何外部加速度作用时，灵敏度主要受支撑力大小的影响。为考察支撑件施加的支撑力的影响，我们在两个范围内改变力的大小：较小的力为 2 牛顿至 10 牛顿，较大的力为 50 牛顿至 500 牛顿。如图 4 所示，零交叉切口保持不变，证实其不受所施加支撑力的影响。相比之下，灵敏度随支撑力大小线性增加。

下一节将讨论不同几何参数对立方体腔体长度稳定性的影响，包括切口深度变化时的影响，以及这些参数分别如何影响首个零交叉切口和灵敏度。

III. 腔体几何参数的影响

图 5 展示了分数长度不稳定性$\Delta L/L$如何随不同几何参数的变化而改变。在研究环形环参数的影响时，除了图 2 所示的模型外，还将由超低膨胀材料制成的环形环连接到四个反射镜上。在所有这些参数中，孔半径对分数长度不稳定性的影响最大，而支撑半径的影响最小。以下各小节将详细分析这些几何参数对首个零交叉切口和灵敏度的影响。

A. 孔半径的影响

影响分数长度稳定性的关键参数之一是孔半径（b）。图 6 展示了随着孔半径从 1 mm 增加到 6 mm，第一个零交叉切口和灵敏度如何降低。但需要注意的是，当超过 $b > 4.4$ mm 的临界阈值时，第一个零交叉切口将完全消失。由于必须精确加工腔体，使其与第一个零交叉切口对齐，因此选择合适的孔半径至关重要。同时，孔半径也不能过小，因为必须留出激光束进入的空间。因此，优选在 2 mm$< b <$ 3.5 mm 的最佳范围内选择中间值作为孔半径。

B. 支撑半径的影响

图 7 展示了支撑杆半径（s_r）在 0.25 mm 至 2.5 mm 范围内变化时，首次零交叉切口和灵敏度的分析结果。结果表明，随着支撑半径增大，零交叉切口会增大，而灵敏度基本保持不变。从力学角度看，这说明支撑半径的变化对灵敏度影响很小。然而，从热学角度看，较大的支撑半径会增加从支撑件到腔体间隔件的热传导，可能会损害热稳定性。因此，支撑半径取 $0.25 - 1$ mm 范围内较小的值更为理想，因为这样可以最大限度地减少热传导。在实际应用中，支撑杆通常会使用氟橡胶球作为杆与腔体之间的中间部件，以提供隔热并实现振动弹性解耦。由于其弹性，腔体界面处的有效接触半径可能发生变化，从而影响零交叉切口。粗略而言，支撑半径变化 0.5 mm 对应零交叉切口约变化 0.1 mm。由于较小的支撑半径会使零交叉切口的变化较小，因此保持较小的有效接触半径仍然有益。

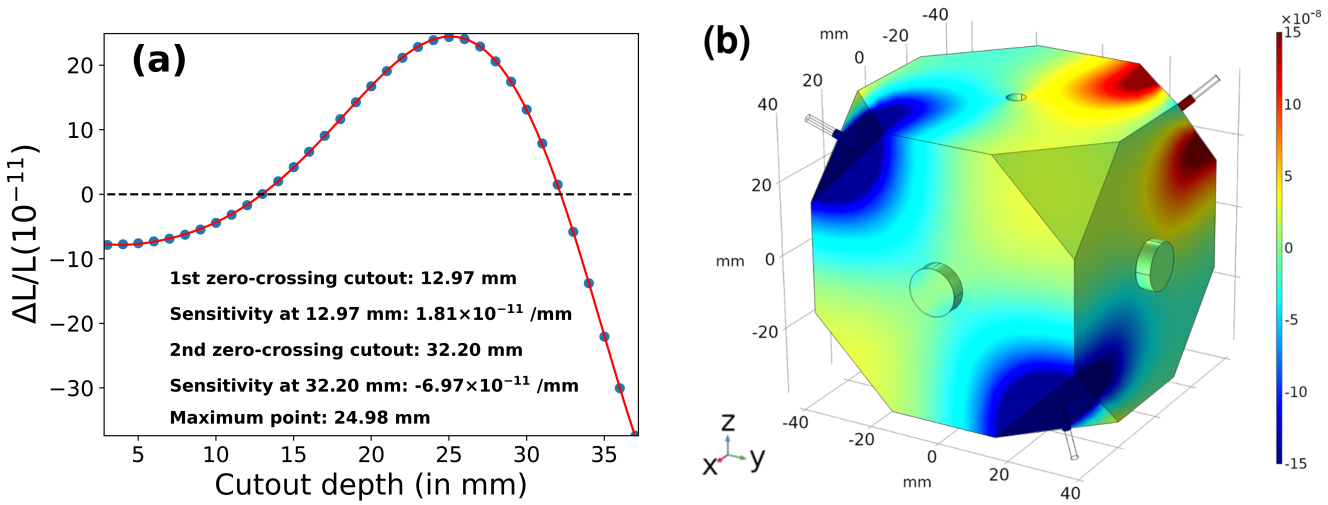

图 3。（a）切口深度对长度稳定性的影响（$\Delta L/L$）。对数据进行 6 阶多项式拟合，以确定零交叉切口深度及相应的灵敏度。（b）施加支撑力时，第一个零交叉切口（12.97 mm）因变形沿 x 方向产生的轴向位移幅值（单位：mm）。

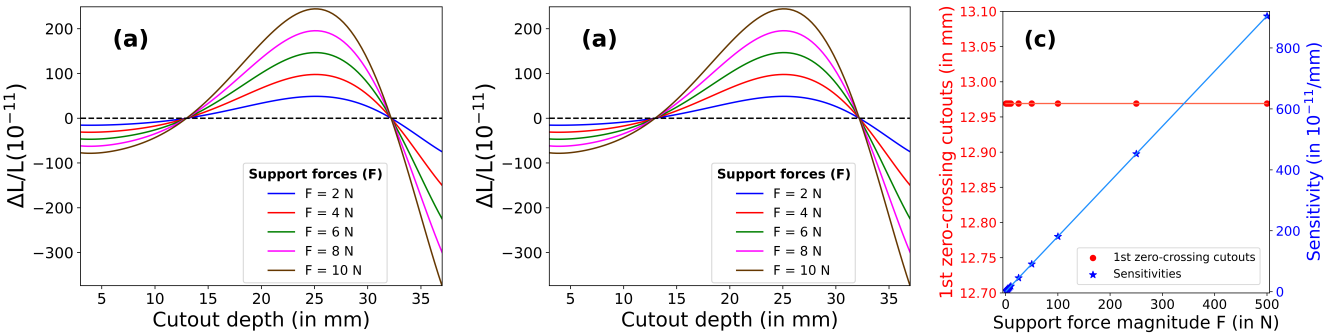

图 4。支撑力的影响：（a）在 1–10 牛顿范围内；（b）在 25–500 牛顿范围内；以及（c）对零交叉切口和灵敏度的影响（图中的线条仅用于视觉引导，并不代表数据点之间的关系）。

C. 镜面半径的影响

我们通过分析半径分别为 6.35 mm（半英寸直径）和 12.7 mm（一英寸直径）的反射镜，评估了镜面半径对立方腔长度稳定性（$\Delta L/L$）的影响。如图 5 (c) 所示，将镜面半径从半英寸增大到一英寸，会使零交叉切口从 12.97 mm 降至 8.23 mm，灵敏度则从 1.8×10^{-11}/mm 降至 7.8×10^{-12}/mm。

D. 镜面厚度的影响

图 8 展示了第一个零交叉切口及其对应灵敏度随 m_t 从 1 mm 增加到 8 mm 的变化。对于较低的 m_t 数值，这两个参数均先下降，在 2 mm 时达到最小值，然后稳步增加，并在 8 mm 时达到最大值。

E. 环形环参数的影响

Legero 等人 [22] 证明，环形环为校正超低膨胀玻璃（ULE）与熔融石英（FS）反射镜之间的热膨胀系数（CTE）失配提供了有效解决方案。此后，通过将超低膨胀玻璃环形环连接到熔融石英反射镜的后表面，这项技术已广泛应用于超稳腔。

为考察环形环参数的影响，我们对连接在四面反射镜上的四个超低膨胀玻璃环形环进行了建模。除非进行变化，环形环的外半径与镜面半径相同，为 6.35 mm；内半径为 3 mm，厚度为 4 mm。图 9 (a) 显示，当环形环厚度从 1

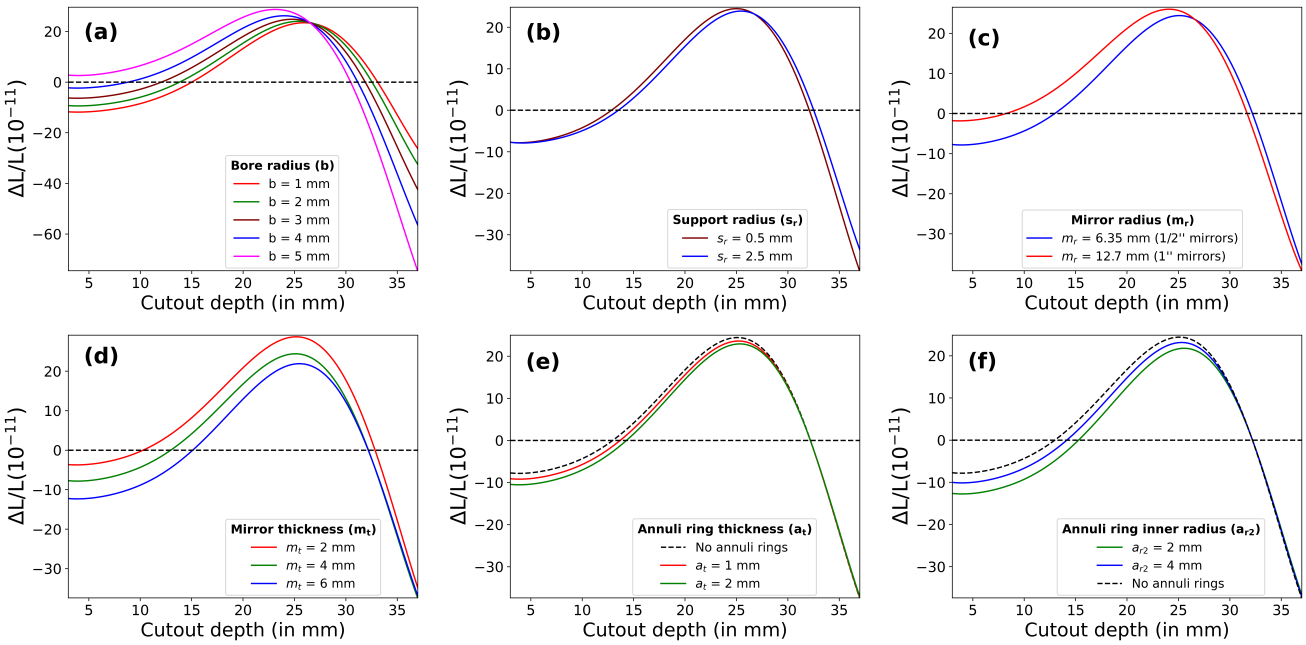

图 5. 几何参数对立方腔长度稳定性的影响：(a) 孔半径 b，(b) 支撑半径 s_r，(c) 镜面半径 m_r，(d) 镜面厚度 m_t，(e) 环形环厚度 a_t，以及 (f) 环形环内半径 a_{r2}。系统地改变各参数，以评估其对腔体分数长度变化的影响，同时保持其他参数不变。

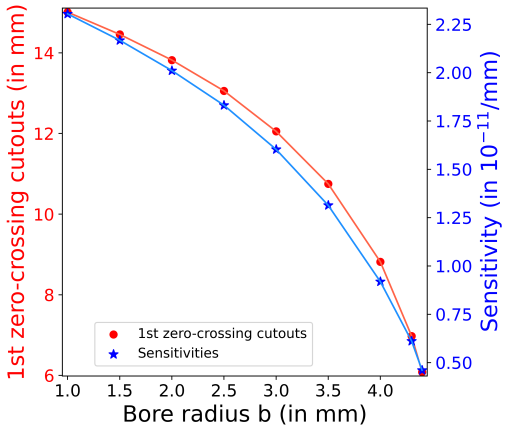

图 6. 孔半径 (b) 对首次零交叉截点和灵敏度的影响。图中的曲线仅用于视觉参考，并不表示数据点之间的关系。

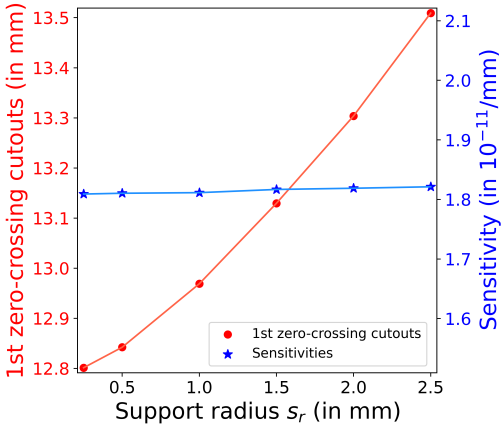

图 7. 支撑半径 (s_r) 对首次零交叉截点和灵敏度的影响。图中的曲线仅用于视觉参考，并不表示数据点之间的关系。

mm 增至 6 mm 时，首次零交叉截点和灵敏度数值均呈现出饱和行为。厚度达到 4 mm 及以上后，零交叉截点或灵敏度不再发生变化。

当环形环内半径从 1 mm 变化至 6 mm 时，其变化情况如图 9 (b) 所示。零交叉和灵敏度的变化率呈现先增后减的趋势。

IV. 加工误差对腔长稳定性的影响

鉴于腔长稳定性对几何参数的明显依赖，有必要考虑制造过程中加工误差的影响。这些参数中的任何加工误差都会直接影响立方腔的长度稳定性。在本节中，我们估算由此类误差引起的长度不稳定性，重点关注两个

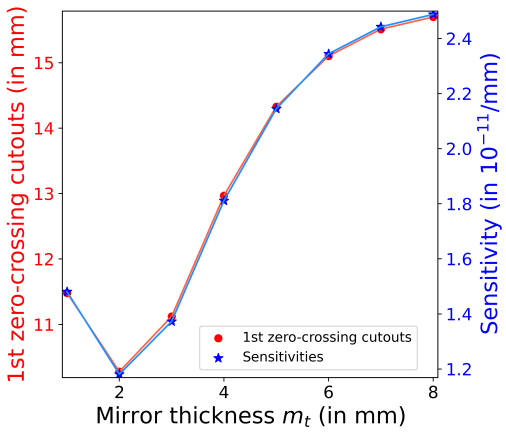

图 8. 镜面厚度（m_t）对首次零交叉截点和灵敏度的影响。图中的曲线仅供视觉参考，并不代表数据点之间的关系。

对稳定性有显著影响的关键参数：切口深度和孔半径。这将有助于我们评估制造公差对超稳腔整体性能的潜在影响。

加工误差引入的长度不稳定性程度取决于多种因素，包括支撑力（F）的大小以及尺寸误差的程度（由加工公差决定）。

将光学腔稳固安装所需的支撑力在很大程度上取决于预期用途。对于空间系统 [13]（例如卫星上的光学原子钟、空间干涉测量、激光通信、雷达载荷或基础物理任务），发射和运行环境可能会产生 $10-50\ g$ 的加速度，因此所需支撑力为 250 牛顿或更高，具体取决于腔体质量。对于地面或移动应用（例如可移动时钟、地球物理传感、雷达或现场计量），加速度通常限制在 $0.1-1g$，偶尔可达 $\sim 3\ g$，因此需要在 $20-100$ 牛顿范围内提供稳固支撑，具体仍取决于腔体尺寸和质量。

加工公差规定了相对于预期尺寸的最大允许偏差。可达到的公差大小很大程度上取决于所用的加工技术。对于超低膨胀（ULE）材料，选择性激光蚀刻（SLE）[23], 等最适用的方法通常可实现亚微米至微米级的公差，典型值约为 0.001 mm。相比之下，标准数控铣削或车削等较传统的加工方法通常只能达到 $\sim 0.05-0.1$ mm 的精度。因此，在我们的分析中，我们同时考虑最佳情况（0.001 mm）

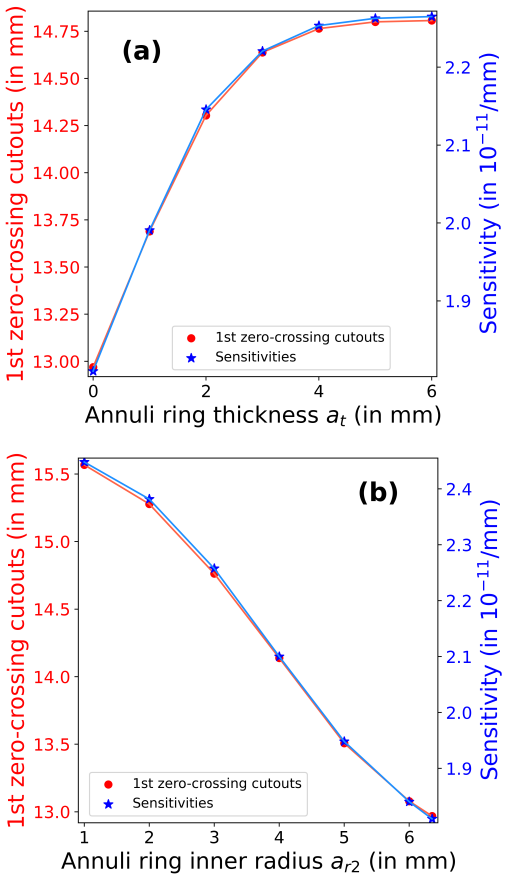

图 9.（a）环形环厚度 a_t 和（b）环形环内半径 a_{r2} 对第一零交叉切口及其灵敏度的影响。这些图中的线条仅供视觉参考，并不表示数据点之间的关系。

和最坏情况（0.1 mm），以估算加工公差对腔体尺寸稳定性的最大潜在影响。

A. 切口深度误差（Δd）

为考察切口深度的加工误差对腔长稳定性的影响，我们考虑四个支撑切口之一存在 $\Delta d = +0.001$ mm（最佳情况公差）和 $\Delta d = +0.1$ mm（最坏情况公差）加工误差的情况。随后，我们分析这一偏差在不同支撑力下对长度稳定性的影响。相应结果汇总于下方的表 IV。

我们的研究结果表明，增大支撑力会导致长度不稳定性对切口深度误差更加敏感。值得注意的是，我们观察到最佳情况和

不考虑所施加支撑力的最坏情况加工公差。

支撑力 (F)	最大失稳（最佳情况[a]）	最大失稳（最坏情况[b]）
1 N	1.922×10^{-14}	4.6×10^{-13}
5 N	9.611×10^{-14}	2.3×10^{-12}
10 N	1.922×10^{-13}	4.6×10^{-12}
25 N	4.805×10^{-13}	1.2×10^{-11}
50 N	4.723×10^{-13}	2.6×10^{-11}
100牛顿	8.683×10^{-13}	5.2×10^{-11}
250牛顿	2.171×10^{-12}	1.3×10^{-10}
500牛顿	4.342×10^{-12}	2.6×10^{-10}

表 IV. 在不同支撑力（F）作用下，一个切口深度（Δd）误差的不稳定性分析。

[a] 最佳情况公差情形采用 12.969 mm 的切口深度，误差为 $\Delta d = +0.001$ mm。[b] 最坏情况公差情形采用 13.0 mm 的切口深度，误差为 $\Delta d = +0.1$ mm。

B. 孔半径误差（Δb）

为考察孔半径加工误差对腔长稳定性的影响，我们对立方腔进行建模，其中三个孔之一的孔半径存在加工误差 Δb，并计算由此偏差引起的长度不稳定性。

表 V 所示的仿真结果表明，承受较大支撑力的腔体会出现更大的长度不稳定性。我们发现，无论支撑力大小如何，最佳情况公差 0.001 mm 的长度稳定性都比最坏情况公差 0.1 mm 高出近一个数量级。

表 IV 和表 V 的两组结果均绘于图 10 中。这些结果凸显了实现微米级加工精度对于显著降低腔长不稳定性的关键重要性。

V. 热模拟

环境温度的波动会导致腔体间隔件和反射镜的尺寸发生变化，从而显著影响超稳腔系统中光程的稳定性。虽然振动噪声似乎主要影响短时间尺度，但温度波动噪声主要会引发低频噪声，导致稳频激光器长期发生非线性频率漂移 [9]。为尽量减少

支撑力（F）	最大失稳（最佳情况[a]）	最大失稳（最坏情况[b]）
1 N	1.217×10^{-13}	1.4×10^{-12}
5 N	6.083×10^{-13}	7.0×10^{-12}
10 N	1.217×10^{-12}	1.4×10^{-11}
25 N	3.042×10^{-12}	3.5×10^{-11}
50 N	6.083×10^{-12}	7.0×10^{-11}
100牛顿	1.217×10^{-11}	1.4×10^{-10}
250牛顿	3.042×10^{-11}	3.5×10^{-10}
500牛顿	6.083×10^{-11}	7.0×10^{-10}

表 V. 不同支撑力（F）下其中一个孔半径（Δb）误差的不稳定性分析。

[a] 最佳情况公差情形考虑孔半径为 2.550 mm，误差为 $\Delta b = +0.001$ mm。[b] 最坏情况公差情形采用孔半径为 2.5 mm，误差为 $\Delta b = +0.1$ mm。

为此，腔体通常由在特定温度下具有零交叉热膨胀系数（CTE）的材料制成。室温腔体间隔件的一种常见选择是超低膨胀（ULE）玻璃，其在零交叉温度附近的热膨胀系数约为10^{-10}/K量级。为确保腔体系统在其零交叉温度附近工作，实施了精细的热控制措施。

采用主动与被动热管理策略相结合的方式，在零交叉温度附近建立并维持热平衡。通过珀尔帖元件实现的主动稳频能够精确控制腔体温度。与之互补的是，被动热屏蔽罩可降低外部温度波动的影响。这种多层配置确保被动系统能够衰减快速的温度变化，从而使主动稳频机制有足够时间有效响应较慢的热变化。

本节将探讨如何通过精心选择和设计被动式热屏蔽，显著增大系统的热时间常数，从而提高腔长稳定性，减弱外部热扰动的影响。由于腔体在真空室内运行，对流传热可以忽略。因此，我们的分析重点是通过热传导和辐射进行的热传递。此外，由于光学腔具有较高的精细度（精细度 $> 100{,}000$），激光吸收导致的镜面加热成为影响整体热动力学的重要因素。我们使用 COMSOL Multiphysics 进行数值热建模与仿真，纳入热传导、辐射传热以及镜面局部加热，以预测不同组件中的温度演化，并评估系统最终的热时间常数

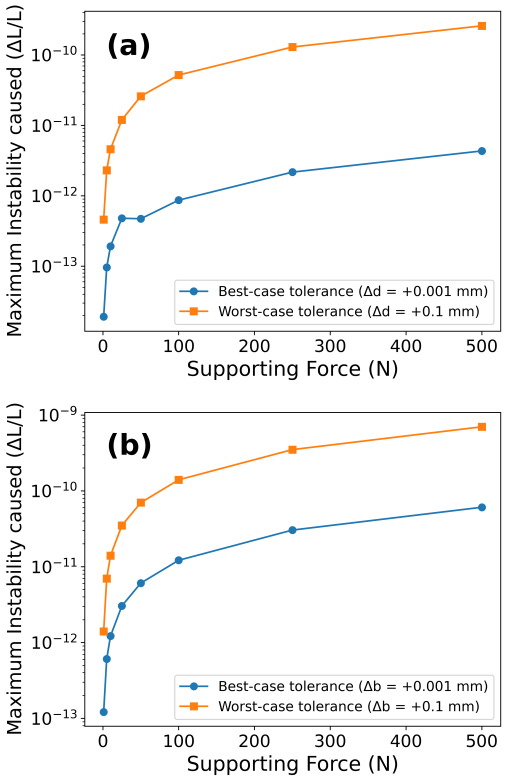

图 1 0. 加工误差的影响：(a) 切口深度Δd 和 (b) 孔半径 Δb的误差。数据根据表 IV 和表 V 中的不稳定性分析绘制。图中的线条仅供视觉参考，并不表示数据点之间存在关系。

组件，并评估系统由此产生的热时间常数。

A. 热时间常数仿真

参考腔的热稳定性在决定可实现的激光线宽和长期频率漂移方面起着至关重要的作用。因此，要预测腔体和外壳设计在环境扰动下的性能，并设计有效的热屏蔽策略，准确模拟腔体的热响应至关重要。本研究首先通过数值模拟 [24, 25]评估超稳腔的传导限制时间常数（由于腔体系统在真空中运行，对流传热几乎可以忽略不计）。模型描述了封装在三个高度抛光的热屏蔽罩和一个真空室内的立方腔中的热传递，热量通过机械支撑传导。通过这种方法，可以在不考虑辐射效应和镜面加热的情况下，估算系统固有的热滤波能力。随后，在数值模拟中加入了镜面加热这一局部热源。最后，基于有限元分析方法，使用 COMSOL 评估了热传导、辐射和镜面加热的综合影响，以确定有效热时间常数。

在数值建模中，热屏蔽罩被表示为热电容，而由玻璃球机械支撑的相邻热屏蔽罩之间的间隙则被建模为热电阻。为简化起见，将玻璃球近似为接触面积极小的圆柱形连接件，因为在这种结构中，点接触主导了热屏蔽罩之间的热传递。

在这些假设下，热阻抗表示为

$$Z_{\mathrm{th}} = \frac{L}{KA}, \tag{1}$$

其中，L 为圆柱体的长度，A 为横截面积，K 为材料的热导率。

屏蔽罩（建模为立方体结构）的热容为

$$C_{\mathrm{th}} = mC_p = v\rho C_v, \tag{2}$$

其中，m 是质量，v 是体积，ρ是密度，C_p 和 C_v 分别是定压比热容和定容比热容。

为确定超稳腔系统不同部件温度的变化过程，我们采用热电类比，将从环境到内层屏蔽罩和腔体的热流视为一系列级联的低通滤波器（图 11 (b)）。该模型的控制方程如下，可得出各部件随时间变化的温度分布，从而能够定量估算传导限制的热时间常数 [24, 25]。在数值方法和基于有限元分析的方法中，均将整个系统的初始温度设为 293.15 K，然后将真空室外侧的温度升高 1 K，以确定热传递的有效时间常数。

$$\frac{dT_{s1}}{dt} = \frac{T_v - T_{s1}}{Z_{v1}C_1} + \frac{T_{s2} - T_{s1}}{Z_{12}C_1} \tag{3}$$

$$\frac{dT_{s2}}{dt} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{Z_{12}C_2} + \frac{T_{s3} - T_{s2}}{Z_{23}C_2} \tag{4}$$

$$\frac{dT_{s3}}{dt} = \frac{T_{s2} - T_{s3}}{Z_{v1}C_3} + \frac{T_c - T_{s3}}{Z_{3c}C_3} \tag{5}$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{T_{s3} - T_c}{Z_{3c}C_c} \tag{6}$$

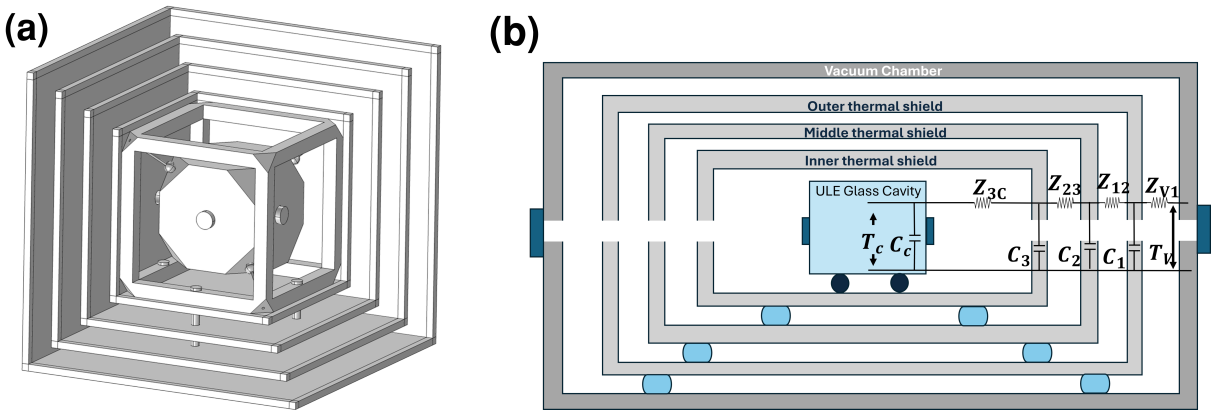

图 11. (a) 包含在三个热屏蔽罩和真空室内的腔体有限元分析模型。(b) 等效热模型。

这里，T_v,T_{S1}, T_{S2}, T_{S3}, T_C 分别表示真空室内侧、外层屏蔽罩、中层屏蔽罩、内层屏蔽罩和腔体的温度。表 VI 汇总了系统各部件对应的热阻抗和热容。图 12 (a) 和图 12 (b) 分别展示了通过数值建模和有限元法获得的腔体组件不同部分的温度随时间变化情况。在这两种方法中，系统的初始状态均假设为处于 293.15K 的热平衡状态。随后，将真空室外表面的温度阶跃升高 1 K，以确定有效热时间常数；其定义为腔体各部件的平均温度达到 $(1-1/e)$ ΔT 所需的时间。

当仅考虑通过热传导进行热传递时，数值建模得到的热时间常数分别为：内热屏约 1317.6 小时（$\approx$ 54.9 天），腔体间隔件约 1426.9 小时（$\approx$ 59.5 天）。采用基于有限元法的方法，得到的相应热时间常数分别为：内热屏 1289 小时（$\approx$ 53.7 天），腔体间隔件 1442 小时（$\approx$ 60.1 天），与数值结果吻合良好。两种方法之间的微小差异可能是由于数值模型采用了几何简化，而有限元分析仿真则采用了系统完整且精确的几何结构。这些极长的热时间常数表明，在纯传导传热条件下，该系统具有很强的被动热滤波能力，凸显了在没有其他热交换机制的情况下，该系统仍能在较长时间尺度内有效维持腔温度稳定性。

由于激光锁定到高精细度光学腔（$\mathcal{F} > 10^5$），腔内循环光强会显著增强，其关系如下

$I_{\text{inside}} \propto \mathcal{F}\, I_{\text{input}}$。由于残余吸收，增强的场强会导致腔镜局部升温。为考虑这一效应，必须修改式（6），而描述腔体组件不同部分随时间演化的其余方程保持不变。镜面吸收的激光功率会形成局域热负载，在热等效电路框架中可将其有效建模为电流源。这种类比是恰当的，因为正如电流源向电路注入功率一样，镜面吸收的光功率最终也会向整个组件注入热量。若忽略这一贡献，就会低估腔体的有效热时间常数和长期稳定性，因此必须将其纳入，才能准确描述系统动态特性。采用这一表示后，式（6）修正如下 [26]:

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{T_{s3} - T_c}{Z_{3c} C_c} + \frac{P_{\text{laser}}}{C_c} \tag{7}$$

此处，P_{laser} 表示耦合进入腔体的输入激光功率。当将热传导和局部激光诱导加热纳入数值模型后，对于输入激光功率为 50 μW 的情况，内热屏和腔体间隔件的热时间常数分别约为 1194.4 小时（$\approx$ 49.8 天）和 1236.1 小时（$\approx$ 51.5 天）（图 13 (a)）。采用基于有限元分析的方法，内热屏和腔体的热传递时间常数分别为 1184 小时（$\approx$ 49.3 天）和 1242 小时（$\approx$ 51.8 天），与基于数值计算的结果相当吻合。基于数值计算的方法与基于有限元分析的方法所得结果略有差异，其可能原因已在前文给出。这些结果表明，在热传导和局部加热条件下，热屏蔽仍能有效抑制外部热扰动。

由于光学腔在高真空下运行

热组件	数值	描述
Z_{V1}	433.1 W/K	外热屏与真空屏蔽层之间的热阻
Z_{12}	433.1 W/K	外热屏与第二热屏蔽层之间的热阻
Z_{23}	433.1 瓦/开尔文	中间热屏与内热屏之间的热阻
Z_{3C}	547.13 瓦/开尔文	内热屏与腔体之间的热阻
C_1	2358.2 焦耳/开尔文	外热屏的热容
C_2	1636。58 J/K	中间热屏的热容
C_3	1046。1 J/K	内热屏的热容
C_c	685。456 J/K	腔体的热容

表 VI. 不同热组件的数值，取决于几何结构和材料属性。热屏蔽罩之间的间距为 5 mm，支撑用 PEEK圆柱体的半径为 3.5 mm。

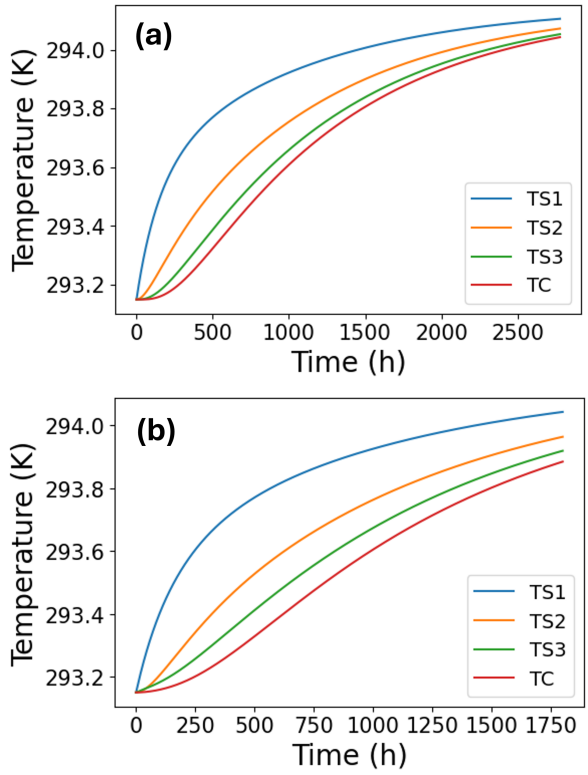

图 12. 仅考虑热传导时，腔体组件不同部分温度随时间的变化：(a) 使用数值分析方法；(b) 使用有限元法方法。

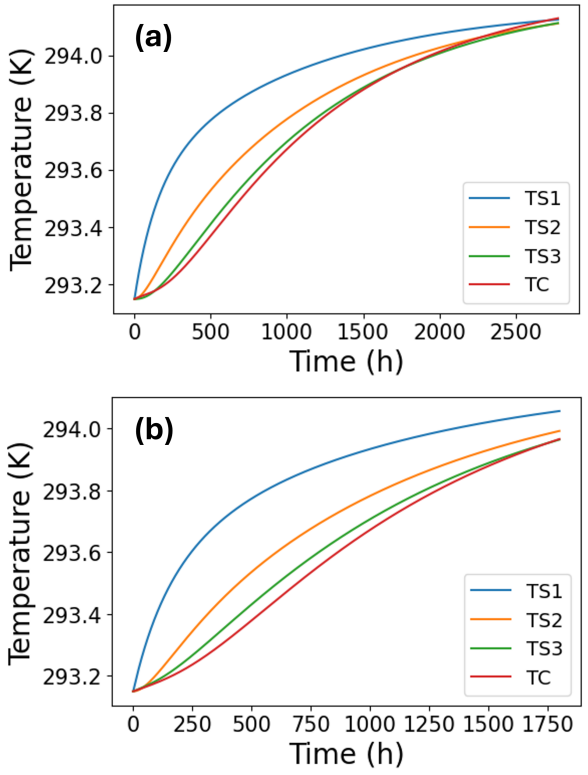

图 13. 考虑热传导以及入射激光束导致的镜面局部加热时，腔体组件不同部分温度随时间的变化：(a) 使用数值分析方法；(b) 使用有限元分析方法。

条件下，通过纳入所有相关的热传递机制，即热传导、辐射以及首次考虑的反射镜局部加热，并采用有限元分析，开展了全面的热分析，以准确估算有效热时间常数。纳入辐射传热后，热时间常数显著缩短至约142小时，相当于约六天。这一结果表明，对于室温超稳光学腔系统，辐射传热构成主导热机制，如ex-

鉴于在约 10^{-7}mbar 的高真空条件下，热交换由辐射主导，这一结果并不意外。尽管热时间常数有所降低，采用帕尔帖制冷器和电阻加热器组合实现的主动热稳定系统仍成功使腔体保持在其零交叉温度。这表明，热屏蔽架构具有足够的稳健性，能够确保系统即使在严苛的环境条件下也能稳定运行，因此该系统不仅适用于受控实验室环境，

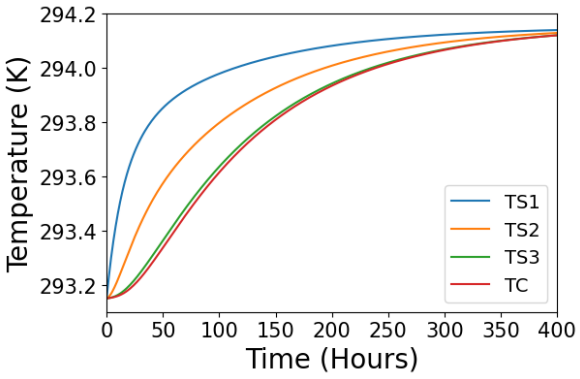

图 14. 考虑热辐射、热传导以及入射激光束导致的反射镜局部加热时，腔体组件不同部分温度随时间的变化

也适用于户外和空间应用。

B. 热膨胀仿真

在超稳光学腔中，温度波动会导致间隔块和反射镜发生热膨胀，从而直接影响腔体的长度稳定性。采用熔融石英反射镜基底时，与超低膨胀玻璃（ULE）间隔块材料相比，其热膨胀系数（CTE）相对较大，可能导致反射镜发生显著变形。为减轻这一影响，Legero 等人[22] 提议在反射镜的后表面贴附超低膨胀玻璃环形环，从而减小有效膨胀失配，并且还可通过调整环形环参数来调节零交叉温度。

在本研究中，我们进行了有限元分析（FEA）仿真，以研究7.5厘米双轴立方腔的热膨胀行为。具体而言，我们探讨了环形环参数如何影响整体膨胀响应。

温度从 T_1 变化至 T_2时，热膨胀导致的腔长相对变化表示为：

$$\frac{\Delta L}{L} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha(T)\, dT \tag{8}$$

其中， $\alpha(T)$表示材料随温度变化的热膨胀系数（CTE）。

对于仿真，超低膨胀玻璃和熔融石英的热膨胀系数表示为：

$$\alpha_{ULE}(T) = (T - T_0)(10^{-9}) - (T - T_0)^2(10^{-11}) \tag{9}$$

$$\alpha_{FS}(T) = 0.55 \times 10^{-6}/K \tag{10}$$

其中， T_0 为超低膨胀玻璃的零交叉温度，取值为 20℃。

在有限元模型中，直接对7.5厘米双轴立方腔施加温度变化。通过测量热膨胀所导致的反射镜位移，确定由此产生的长度波动。初始参考温度设为 20℃。相应的仿真结果绘于图15。

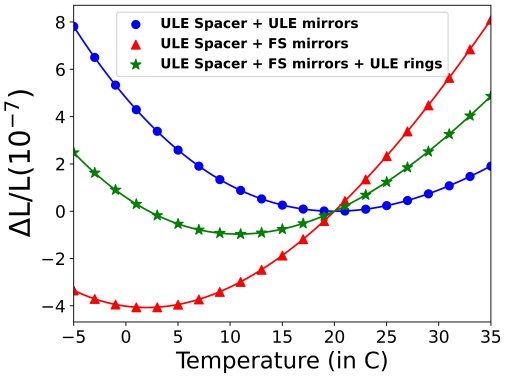

图 15. 三种情况下仿真的热膨胀行为：采用超低膨胀玻璃间隔块和超低膨胀玻璃反射镜、采用超低膨胀玻璃间隔块和熔融石英（FS）反射镜，以及配有超低膨胀玻璃环形环的熔融石英反射镜。

将超低膨胀玻璃反射镜替换为熔融石英反射镜后，最小膨胀温度从 20℃降至1.86℃。但是，在熔融石英反射镜上安装超低膨胀玻璃环形环后，该温度又升至10.75℃。这些结果证实了Legero 等人 [22],的研究发现：使用超低膨胀玻璃环形环可有效补偿热膨胀，使最小膨胀温度向室温靠近。

1. *Effect of annuli rings on thermal expansion*

图16 (a)考察了环形环厚度从 1 mm 变化至 3 mm 时的热膨胀行为。结果发现，随着环形环厚度增至 3 mm，最小膨胀温度从 7.12℃ 升至 9.94℃，随后趋于饱和，约为 10.75℃。这表明，当环形环厚度达到或超过 3 mm 时，最小膨胀温度基本保持不变，无法通过进一步增加厚度来调节。因此，选择 3 mm 的厚度是最佳且足够的。

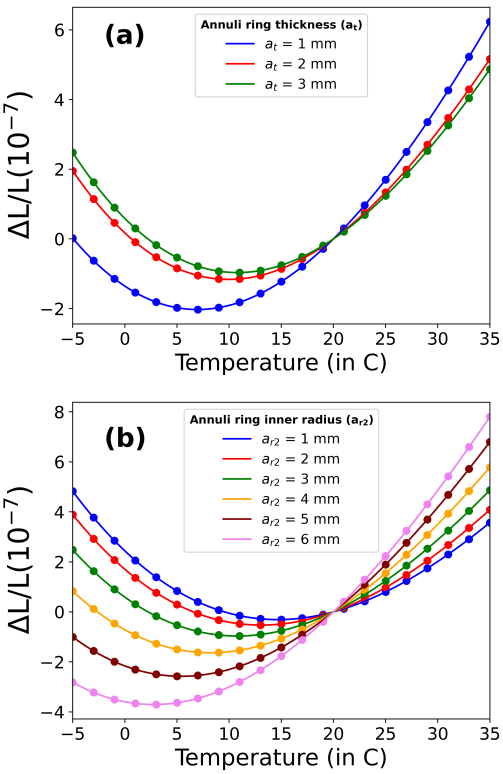

图 16. 热膨胀行为随 (a) 环形环厚度 (a_t) 和 (b) 环形环内半径 (a_{r2}) 的变化。

图16 (b)展示了环形环内半径从 1 mm 变化至 6 mm 时的热膨胀行为。结果表明，随着环形环内半径增大，最小膨胀温度显著降低。具体而言，内半径从 1 mm 到 6 mm 时，最小膨胀温度分别为 14.79℃、13.18℃、10.75℃、8.33℃、5.50℃ 和 2.67℃。因此，较小的环形环内半径会使最小膨胀温度更接近室温，这有利于提高热稳定性。然而，内半径不能任意缩小，因为需要留出足够的间隙，以便激光束从反射镜之间通过。实际应用中，内半径大于 3 mm 是可行的，也能兼顾光学通道和热稳定性。总的来说，这些结果表明，与环形环厚度相比，环形环内半径对热膨胀导致的长度不稳定性影响更大。

VI. 结论

在本研究中，我们对一款7.5厘米双轴立方光学腔进行了全面的有限元分析（FEA），并针对便携式光学钟应用进行了优化。该立方腔体间隔件设计由截角顶点处的四面体式支撑，可实现超低加速度灵敏度，同时保持机械稳健性。对几何参数的系统研究表明，各参数对最佳切口深度和整体分数长度稳定性的影响各不相同，其中孔半径的影响最为显著。此外，对切口深度和孔半径加工公差的分析凸显了精密制造的重要性，尤其是在空间应用或便携式应用相关的较高预紧力条件下。

热模拟表明，多层屏蔽结构与真空外壳相结合，可产生长达数周量级的热时间常数，从而有效被动抑制环境扰动。我们的分析显示，尽管辐射传热仍是室温腔体热时间常数的主要贡献因素，但在模型中纳入激光诱导的反射镜加热至关重要。考虑此类局部热负荷，可更准确地评估长期稳定性，而这对高精细度光学系统的性能至关重要。

总体而言，7.5厘米双轴立方腔是一种紧凑、机械结构稳固且热稳定性良好的平台，可用于多台激光器的频率稳定。其双轴结构还具有额外优势，能够同时实现多波长运行，直接支持先进的光学钟架构。这些结果表明，所提出的设计是新一代可运输且适用于空间的光钟的有力候选方案，具有应用于地面定位、导航与授时系统、大地测量学、甚长基线干涉测量以及深空导航的潜力。

作者贡献

Himanshu Miriyala 和 Rishabh Pal 作为共同第一作者对本研究贡献相同，负责有限元模型开发、有限元分析和论文撰写。Arijit Sharma：负责项目构思、论文撰写、审阅、编辑及项目总体监督。

致谢

Rishabh Pal 衷心感谢大学拨款委员会（UGC，印度政府）通过高级研究奖学金（SRF）提供的资助。Himanshu Miriyala 衷心感谢印度理工学院蒂鲁帕蒂的印度理工学院蒂鲁帕蒂Navavishkar创新中心基金会（iNiF）提供的资金支持。Arijit Sharma 感谢印度理工学院蒂鲁帕蒂Navavishkar创新中心基金会（iNiF）通过资助编号

IITTNiF/TDP/2024-25/P03 提供的资助。作者特别感谢大学间天文学与天体物理学中心（IUCAA，浦那）的 Deepak Pandey 对稿件的认真审阅和宝贵反馈，这些意见显著提升了本文的质量和清晰度。我们还特别感谢 Nadeem Ahmed、Sumit Achar、Vikrant Yadav 和 Prethivi T. 对稿件审阅工作的协助。

利益冲突

作者声明不存在利益冲突。

数据可用性声明

如有合理请求，可向通讯作者获取支持本研究结果的数据。

[1] B. Marlow 和 D. Scherer，《商业和新兴原子频率标准综述》，IEEE 超声、铁电与频率控制汇刊 **68**，2007（2021）。[2] E. Boldbaatar、D. Grant、S. Choy、S. Zaminpardaz 和 L. Holden，《评估用于 GNSS定位的光学钟性能》，Sensors **23**，10.3390/s23135998（2023）。[3] J. Vig，《高精度频率标准和时钟的军事应用》，IEEE 超声、铁电与频率控制汇刊 **40**，522（1993）。[4] T. Mehlst¨aubler、G. Grosche、C. Lisdat、P. Schmidt 和 H. Denker，《用于大地测量学的原子钟》，Rep. Prog. Phys. **81**，064401（2018）。[5] D. DeMille、J. Doyle 和 A. Sushkov，《通过桌面规模实验探索粒子物理学的前沿》，Science **357**，990（2017）。[6] M. Safronova、D. Budker、D. DeMille、D. Kimball、A. Derevianko 和 C. Clark，《利用原子和分子寻找新物理学》，Rev. Mod. Phys. **90**，025008（2018）。[7] T. Bothwell、D. Kedar、E. Oelker、J. Robinson、S. Bromley、W. Tew、J. Ye 和 C. Kennedy，《不确定度为 2.0×10^{-18} 的 JILA 锶光学晶格钟》，Metrologia **56**，065004（2019）。[8] S. Herbers、S. H¨afner、S. D¨orscher、T. L¨ucke、U. Sterr 和 C. Lisdat，《失稳度为 1.6×10^{-16} 的可搬运式时钟激光系统》，《光学快报》**47**，5441（2022）。[9] R. Pal、V. Yadav 和 A. Sharma，《用于地面及星载便携式光学原子钟的可搬运式光学腔系统》，Front. Quantum Sci. Technol. **3**，1438345（2024）。[10] S. Webster 和 P. Gill，《力不敏感光学腔》，《光学快报》**36**，3572（2011）。[11] E. Wiens 和 S. Schiller，《立方体间隔件中力不敏感光学腔的仿真》，Appl. Phys. B**124**，140（2018）。[12] D. Jiao、X. Deng、J. Gao、L. Zhang、G. Xu、T. Liu、R. Dong 和 S. Zhang，《经受逾 1700 千米运输测试的高抗振亚赫兹超稳激光器》，Infrared Phys. Technol. **130**，104608（2023）。[13] G. D. Cole、S. Koller、C. Greve、G. P. Barwood、C. Deutsch、P. Gaynor、M. Ghulinyan、P. Gill、R. Hen-dricks、I. Hill、S. Kundermann、R. L. Goff、S. Lecomte、C. Meier、G. Pepponi、S. Schilt、C. Stenzel、R. S¨utterlin、K. Voss 和 A. Zhukov，《迈向可部署于太空的激光器基于带有晶体涂层的抗振动立方腔的稳频系统，Opt. Express **32**, 5380 (2024). [14] I. R. Hill, R. J. Hendricks, S. Donnellan, P. Gaynor, B. Allen, G. P. Barwood, and P. Gill, 采用双轴立方腔实现漂移补偿型多波长激光稳频，Opt. Express **29**, 36758 (2021). [15] J. Stacey, G. Barwood, A. Spampinato, P. Tsoulos, C. Robinson, P. Gaynor, and P. Gill，利用立方腔实现 LISA 任务的激光频率稳频，载于 *International Conference on Space Optics — ICSO 2022* 12777，第卷，编者 K. Minoglou、N. Karafolas 和 B. Cugny, International Society for Optics and Photonics (SPIE, 2023) p. 127777F. [16] S. Wang, J. Cao, J. Yuan, D. Liu, H. Shu, and X. Huang，用于便携式光学钟的多通道腔集成多波长稳频，Opt. Express **28**, 11852 (2020). [17] G. Xu, D. Jiao, L. Chen, L. Zhang, R. Dong, T. Liu, and J. Wang，立方光学腔中的热噪声，Photonics **8**, 10.3390/photonics8070261 (2021). [18] J. Sanjuan, K. Abich, M. Gohlke, A. Resch, T. Schuldt, T. Wegehaupt, G. P. Barwood, P. Gill, and C. Braxmaier，用于空间狭义相对论检验的长期稳定光学腔，Opt. Express **27**, 36206 (2019). [19] X. Chen, Y. Jiang, B. Li, H. Yu, H. Jiang, T. Wang, Y. Yao, and L. Ma，采用立方腔体间隔件和 10 cm 长腔实现的激光频率不稳定度6×10^{-16}，Chin. Opt. Lett. **18**, 030201 (2020). [20] L. Chen, X. Hu, L. Han, G. Xu, L. Liu, Y. Li, T. Liu, R. Dong, and S. Zhang，空间应用立方腔振动敏感度的理论与实验研究，Opt. Laser Technol. **158**, 108915 (2023). [21] P. Zhao, J. Deng, C. Xing, F. Meng, L. Meng, Y. Xie, L. Chen, T. Liu, W. Bian, X. Yin, H. Qi, J. Jia, S. Zhang, and J. Wang，超稳激光器中立方法布里–珀罗腔的星载固定安装方法，Appl. Sci. **12**, 10.3390/app122412763 (2022). [22] T. Legero, T. Kessler, and U. Sterr，利用熔融石英反射镜调节光学参考腔的热膨胀特性，J. Opt. Soc. Am. B **27**, 914 (2010). [23] E. Casamenti, A. Bruno, P. Bernasconi, and A. Lovera，通过飞秒选择性激光蚀刻对超低膨胀玻璃进行高精度微尺度三维制造，J. Laser Appl. **36**, 10.2351/7.0001583 (2024).

[24] C. Hagemann, C.Grebing, C.Lisdat, S. Falke, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M. J. Martin, and J. Ye，平均分数频率漂移率低于 5×10^{-19}s^{-1} 的超稳激光器，Opt. Lett. **39**, 5102 (2014). [25] X. Dai, Y. Jiang, C. Hang, Z. Bi, and L. Ma，低灵敏度光学参考腔的热分析

对环境温度波动，Opt. Express **23**, 5134 (2015). [26] J. Yu, *Cryogenic silicon Fabry–Pérot resonator with Al0.92Ga0.08As mirror coatings*
博士论文，莱布尼茨汉诺威大学 (2023).