利用钍核钟探测超普朗克尺度上的超轻暗物质

Jason Arakawa,[1, 2, *] Jack F. Doyle,[3] Elina Fuchs,[4, 5, †] Jacob S. Higgins,[3] Fiona Kirk,[6, 7, 5, ‡] Kai Li,[3] Tian Ooi,[3] Gilad Perez,[6, §] Wolfram Ratzinger,[6, ¶] Marianna S. Safronova,[1] Thorsten Schumm,[8, **] Jun Ye,[3, ††] 以及 Chuankun Zhang[3]

[1] *Department of Physics and Astronomy, University of Delaware, Newark, Delaware 19716, USA*
[2] *International Center for Quantum-field Measurement Systems for Studies of the Universe and Particles (QUP, WPI) High Energy Accelerator Research Organization (KEK) Oho 1-1 Tsukuba Ibaraki 305-0801 Japan* , , , , , ,
[3] *JILA NIST and University of Colorado, Department of Physics, University of Colorado, Boulder CO 80309* ,
[4] *Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Notkestr. 85, 22607 Hamburg, Germany*
[5] *Institut für Theoretische Physik, Leibniz Universität Hannover, Appelstraße 2, Hannover*, 30167, *Germany*
[6] *Department of Particle Physics and Astrophysics,Weizmann Institute of Science, Rehovot 761001, Israel*
[7] *Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Bundesallee 100, Braunschweig*, 38116, *Germany*
[8] *Vienna Center for Quantum Science and Technology,Atominstitut, TU Wien, Stadionallee 2, 1020 Wien, Austria*

(日期：2026年2月20日)

预计超轻暗物质会引发核参数振荡。这些振荡的特征是耦合极弱或抑制尺度极高，而量子引力的特征尺度——普朗克尺度——则是一个自然的基准。探测这一现象需要对核能级变化具有非凡灵敏度的系统。 ^{229}Th 中独特的低能核异能态跃迁具备这种灵敏度：它直接探测核相互作用；同时，由于电磁贡献与核贡献近乎抵消，其对核结构变化的响应会大幅增强。我们设计并开展了一种新型超灵敏暗物质搜寻，利用 JILA 的精密核光谱学，在质量范围 $10^{-21}\text{eV} \lesssim m_{\rm DM} \lesssim 10^{-19}\text{eV}$ 内给出最强限制。我们的结果探测到超过 10^6 倍普朗克尺度（即超普朗克尺度）的有效相互作用尺度，并确立了^{229}Th 系统作为探测暗物质与核子扇区耦合的领先手段。

arXiv:2602.16804v1 [hep-ph] 18 Feb 2026

一、引言

暗物质（DM）构成了宇宙中绝大部分物质，但其微观本质仍然未知。超轻暗物质（ULDM）可以说是最简单的一类暗物质候选者，并且在早期宇宙中通过错位机制自然产生 [1–3]。许多理论依据充分的超轻暗物质模型预测，暗物质的主要非引力相互作用并非与电磁学发生，而是与标准模型的强核力扇区发生。更具体地说，这些相互作用涉及中子和质子（或者更根本地说，涉及构成它们的夸克和胶子）。具有强核力扇区耦合的超轻暗物质模型的典型例子包括 QCD轴子 [1–3], 、胀子 [4]（不过，参见 [5]）、弛豫子模型 [6, 7], 、希格斯门户 [8], 以及 QCD轴子的替代模型 [9]。在这些情景中，暗物质与标准模型之间的相互作用受到极高能标的压制，因此其强度极弱，难以通过实验探测。

更一般地说，无论具体的暗物质理论如何，普朗克尺度都是一个重要的目标，因为它是引力变得强烈、预期新基础物理学开始显现的特征尺度。在这项工作中，我们开创性地探测了超轻暗物质与电磁场和核场之间的耦合；这些耦合受到一个能量尺度的抑制，而该尺度比普朗克尺度高出六个数量级。

超轻暗物质表现为经典背景场，以由其质量 $m_{\rm DM}$ 决定的频率振荡。这种振荡通过超轻暗物质耦合引起基本常数随时间变化（近期综述及其中的参考文献见 [10] ）。特别是，这种耦合会导致跃迁频率受到调制

$$\nu(t) \simeq \nu_0 + \delta\nu_{\rm DM} \cos\left(m_{\rm DM} t\right) , \qquad (1)$$

其中，振幅 $\delta\nu_{\rm DM}$ 取决于局域暗物质密度、暗物质耦合的强度，以及相关跃迁的灵敏度。

在本研究中，我们使用了近期在 JILA 获得的 ^{229}Th 同核异能跃迁的高分辨率光谱数据（包括新数据）。该跃迁通过与锶基光学原子钟 [11, 12] 直接进行频率比对来记录。锶钟的 $^1S_0$–$^3P_0$ 跃迁对基本常数变化的敏感度极低，因此可用作锚定频率基准 [13, 14]。

* arakawaj@udel.edu
† elina.fuchs@desy.de
‡ fiona.kirk@weizmann.ac.il§
gilad.perez@weizmann.ac.il
¶wolfram.ratzinger@weizmann.ac.il **
thorsten.schumm@tuwien.ac.at
†† ye@jila.colorado.edu

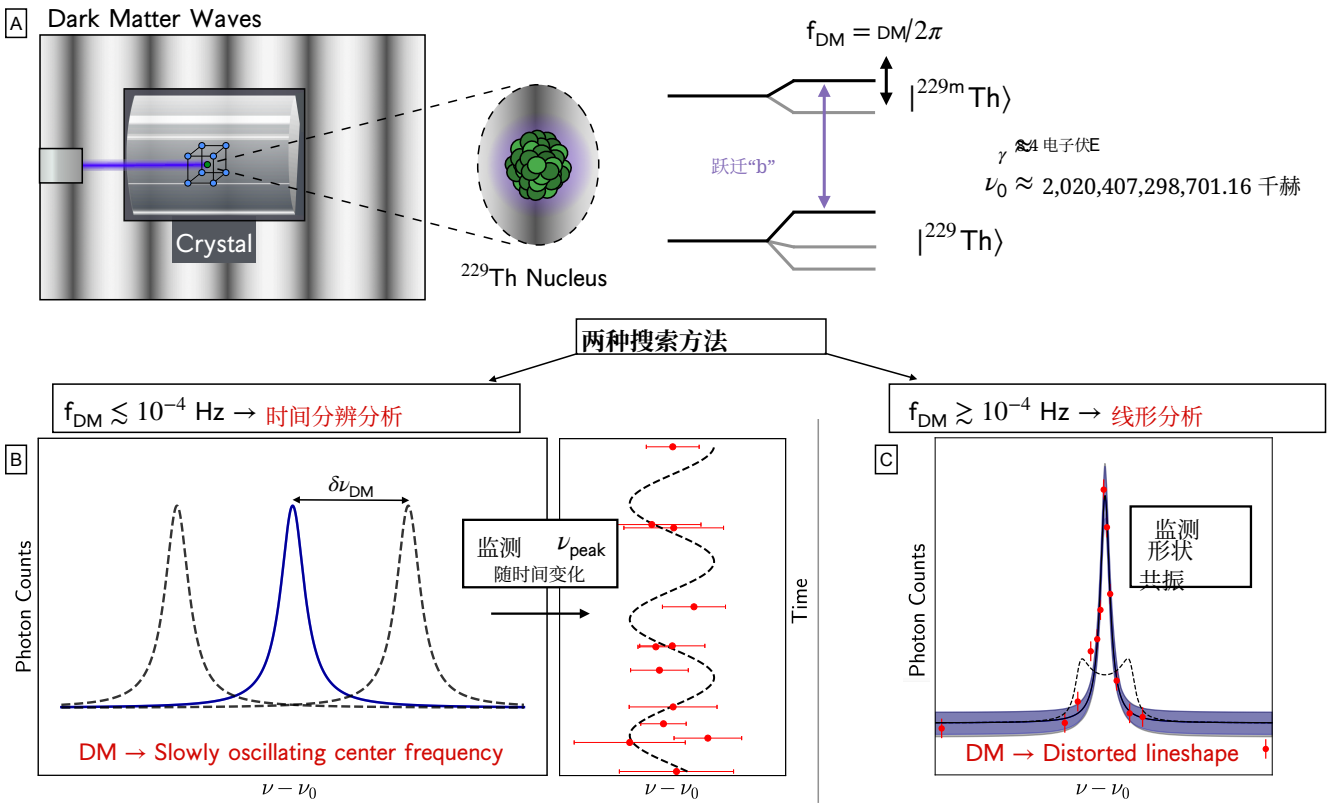

图1. 暗物质（DM）对 ^{229}Th 光谱学影响的示意图，由此引出适用于不同暗物质频率范围的两种搜索方法。(A) 晶体中嵌入钍原子的示意图，其中存在超轻暗物质波（深灰色条带）。图中还展示了同核异能跃迁。(B) 时间分辨分析示意图，该方法依赖于跃迁中心频率位置的变化，适用于低质量（低频）暗物质。(C) 线形分析示意图：暗物质振荡频率足够高时，共振的形状会发生变化，表现为展宽；在最极端的情况下，则会出现双峰结构。

与此形成鲜明对比的是，$\sim$ 8Th 中能量极低（ ^{229}eV）的核跃迁可通过激光光谱学进行研究 [15], ，其表现出非凡的 $10^8 - 10^{10}$灵敏度：与光学跃迁相比，对核参数变化的灵敏度大幅增强 [16, 17]。这种极不敏感的参考与极其灵敏的探针相结合，使我们能够超越基于光学原子钟的现有搜索以及对等效原理违背的检验，即使核钟尚未达到原子钟级别的精度。

本研究的一项关键创新，是将统一分析策略应用于历时十个月记录的带时间戳的核光谱数据，每次扫描持续约两小时（见图1）。对跃迁频率进行时间分辨分析，以寻找暗物质引起的跃迁频率慢速振荡，其周期范围从数月到数小时。经过改进的线形分析则基于参考文献 [16], ，通过检测暗物质引起的光谱轮廓畸变，探测单次谱线扫描内发生的更快振荡。将这一组合策略应用于新的和近期的光谱数据后，与参考文献 [16]相比，灵敏度提高了六至七个数量级。

II. 数据采集

在 JILA 对三块由维也纳工业大学制备、掺杂了钍 [11, 12] 的 CaF ^{229}晶体（C10、C13、X2）进行了基于频率的高分辨率精密激光光谱测量$_2$ ；这些晶体各自具有不同的掺杂浓度 [18], 。这些晶体中的核跃迁因原子核四极矩与原子核在晶体环境中所感受到的电场梯度之间的相互作用而发生分裂，形成五条主要谱线。按照参考文献 [11], 中的命名，谱线"b"（$m_g = \pm\frac{5}{2} \rightarrow m_e = \pm\frac{3}{2}$）的线宽最窄，且其中心频率的温度依赖性系数最小 [12], ，因此本文采用该谱线给出的模型约束。

这些数据是用真空紫外（VUV）频率梳 [19] 采集的，该频率梳以JILA锶光学原子钟 [20] 为参考，从而确保频率精确且准确的可复现性。通过精确调谐频率梳载波包络偏移频率或重复频率，我们可以在频率梳的光谱包络内，将窄线宽频率梳齿扫描过任何感兴趣的光谱特征。

当梳齿扫描经过核跃迁时，将其保持在固定频率以激发原子核，持续$t_e = 400$秒；随后对核荧光进行光谱滤波，并用光电倍增管收集 $t_d = 200$秒，然后采取新的频率步进。大约 $N_{\rm pts} \approx 13$ 用于某一特定共振，因此每个谱线分量的线形通常在 $T_{\rm scan} \approx N_{\rm pts}\,(t_e + t_d) \approx 2$ 小时内测得。对数据进行后处理，以计入系统效应，例如先前激发残留的荧光以及激光强度的涨落。发现洛伦兹线形比高斯 [12, 21]能更好地描述我们的光谱数据；因此用它来提取线中心。

谱线“b”的中心频率在 195 K 时对温度的一阶依赖为零。通过伺服控制加热器和液氮浴将温度稳定在 195(1) K 后 [22], ，一年内记录的三个晶体中的谱线 b 中心频率在千赫量级上保持一致。对于掺杂浓度较低的两个晶体（C10 和 C13），其谱线中心彼此一致，并且在持续 $T_{\rm tot} \approx 10$个月 [12]的时间内可重复至 200 赫兹。

梳齿线宽估计低于 1 千赫。光谱线宽主要由晶体内的非均匀展宽造成，这是由于掺杂位点间位点间距不均匀所引发的晶格介导相互作用所致 [21]。每个谱线分量的线宽随钍掺杂浓度线性增加，其中谱线“b”的线性斜率最小，外推至零浓度时的线宽约为 20 千赫。未观察到温度对跃迁线宽的可测影响 [12]。

III. 数据分析

利用文献 [12]中及后续获取的带时间戳的激光光谱数据，我们采用两种互补方法来约束基本常数的变化，具体取决于所需探测的暗物质质量范围及其对应的振荡频率。在第 IIIA 节中，我们对 ^{229}Th“b”线的跃迁频率进行时间分辨分析，将数据视作原子钟比较实验中的数据，并利用 Lomb-Scargle 周期图搜索周期信号。由于获取单个光谱需要约$T_{\rm scan} \sim 2$小时，这种方法仅对从数月至数小时尺度上的缓慢频率变化敏感。为约束更快的振荡，我们按照第 IIIB 节所述进行线形分析。快速频率变化会使谱线发生畸变或展宽，从而能够探测超出单次扫描时间分辨率的振荡。基于文献 [16]，我们提出一种保守的、与线形无关的方法，以及一种更精细的、基于物理机制的线形分析，并通过比较不同方法，明确评估系统不确定性比较不同的方法。

A. 时间分辨分析

我们搜索中心频率中的正弦振荡 $\nu(t)$，即 ^{229}钍同核异能跃迁，并紧密遵循原子钟比较中使用的技术 [23–26]。暗物质诱导振荡的频率由暗物质质量决定，$\omega = 2\pi f_{\rm DM} = m_{\rm DM}$。由于暗物质振荡的相位未知，式（1）中的时变跃迁频率可表示为$\nu(t) = \nu_0 + a\cos(m_{\rm DM}t) + b\sin(m_{\rm DM}t)$, 其中 ν_0 为不存在暗物质时的中心频率。总调制振幅为$\delta\nu_{\rm DM} = \sqrt{a^2 + b^2}$。

采用此方法，数据集可探测的暗物质质量范围为 $m_{\rm DM}$ $2\pi/T_{\rm tot} \lesssim m_{\rm DM} \lesssim \pi/T_{\rm scan}$，其中 $T_{\rm tot} \approx 10$个月是数据记录的总时长，而 $T_{\rm scan} \approx 2$ 小时是记录一个光谱所需的时间。

我们对带时间戳的光谱数据应用 Lomb–Scargle周期图，并结合额外扫描（概述见补充信息（SI）），搜索跃迁频率的周期性调制。调制幅度的上限由蒙特卡洛模拟得出，其中纳入了测得的频率不确定度。为考虑扫描质量范围内的全局搜索效应，我们根据模拟中获得的最大幅度分布确定全局虚警阈值（详情见SI）。在10^{-21} eV $\leq m_{\rm DM} \leq 3\times10^{-19}$ eV范围内未观测到具有统计显著性的周期信号。

作为交叉检验，我们在固定暗物质质量下直接进行正弦拟合，得到一致的界限。我们还验证了结果对数据集选择的稳健性。在主要分析中，我们采用最稳定的数据集（来自两块低掺杂晶体在195K下的“b”线），以最大限度地降低系统误差。纳入额外数据会增强界限，但也会引入更大的系统误差（见SI）。

B. 线形分析

如果暗物质背景在单次持续时间为 $T_{\rm scan}$ 的扫描期间振荡多次，则时间分辨方法不再适用。相反，快速频率调制会改变共振轮廓本身 [16]。当调制振幅超过本征线宽时，谱线会展宽甚至分裂，从而提供独特的实验特征。

在不存在内禀展宽的情况下，对至少一个暗物质周期取平均后的周期性调制，会在区间 $[\nu_0 - \delta\nu_{\rm DM}, \nu_0 + \delta\nu_{\rm DM}]$ [16]上产生反正弦分布。实际中，核共振会因晶体应变、用于

激发钍原子核的激光束的有限线宽、热涨落以及自然线宽本身而出现非均匀展宽。尽管无法从第一性原理预测这种展宽，但关于暗物质引起的线形畸变的定性直觉依然成立。

因此，我们采用两种互补的搜索策略。首先，采用保守的基于线宽的方法，将观测线宽完全归因于暗物质引起的调制，从而得到稳健的界限

$$\delta\nu_{\rm DM} \lesssim \frac{1}{2}\Gamma_{\rm agn} = 8.2\,{\rm kHz}\,, \tag{2}$$

其中 $\Gamma_{\rm agn}$ 表示线宽，其估算不依赖于具体模型（详见国际单位制补充材料）。相应的基于半宽的界限见图2、8和9，并标记为“宽度”。

其次，物理信息线形分析同时拟合背景轮廓和暗物质引起的频率调制，并考虑实验流程的时间依赖性（见第II节）。对于本研究所用 CaF_2 晶体中较低的钍浓度，缺陷引起的长程电场梯度不均匀性会产生具有幂律尾的非均匀展宽，从而形成洛伦兹线形 [12, 21, 27, 28]。因此，我们将本征线形建模为洛伦兹线形；它与测得的轮廓高度吻合，并且与采用保守的基于线宽的方法相比，能够更严格地约束暗物质引起的偏离。

使用第一种和第二种方法得到的界限之差，用于估算系统误差。为交叉检验基于线形的界限对背景线形轮廓的依赖性，我们将其与使用高斯和 Crystal Ball 分布得到的线形界限进行比较（见国际单位制补充材料）。

通过对模型参数进行蒙特卡洛抽样来估算拟合优度和置信区间，并使用对数似然函数将预测的光子计数与数据进行比较（详情见补充材料）。对于从 $m_{\rm DM} = 2\pi/T_{\rm scan} \approx 6\times10^{-19}$ eV 到 $m_{\rm DM} \approx 4\times10^{-15}$ eV 的暗物质质量 $m_{\rm DM}$，我们重复进行这项分析；在前者处，一次扫描大约探测一个暗物质振荡周期，而在后者处，每个数据点则对 $\mathcal{O}(10^2)$ 个振荡周期取平均。

通过无先验宽度得到的界限，以及在大质量范围内通过线形分析得到的界限，都可以外推至暗物质质量 $m_{\rm DM} \gg 2\pi/t_e$。只要暗物质调制频率 $f_{\rm DM} = m_{\rm DM}/(2\pi)$ 小于振荡幅度 $f_{\rm DM} \lesssim \delta\nu_{\rm DM}$，这一结论就成立。对于 $\delta\nu_{\rm DM} \lesssim f_{\rm DM}$，超轻暗物质引起的频率调制表现为边带，而非谱线展宽；后者需要专门搜索 [16]。因此，我们基于线形得到的界限适用于质量达到与线宽相当的范围，即 $m_{\rm DM} \sim 7\times10^{-11}$ 电子伏特（$f_{\rm DM} \sim 16$千赫）。

C. 转换为耦合界限

如上所述，核钟对改变核物理的效应远比原子钟敏感。因此，我们在此将讨论限定于仅与核子扇区耦合的膨胀子标量，并在国际单位制部分讨论其与电磁场的耦合。在量子色动力学（QCD）禁闭尺度 $\Lambda_{\rm QCD}$ 以上，此类标量场 ϕ 的耦合由 [4] 描述

$$\mathcal{L}_{\rm int} = -\kappa\phi\left(\frac{d_g\beta(g)}{2g}G^A_{\mu\nu}G^{A\mu\nu} + \sum_q (d_{m_q} + \gamma_{m_q}d_g)m_q\bar{q}q\right), \tag{3}$$

其中 $G^A_{\mu\nu}$ 是胶子场强，q 表示夸克场；d_X 是胶子（d_g）和夸克（d_{m_q}）的无量纲膨胀子耦合，而 $\kappa = \sqrt{4\pi}/M_{\rm P}$ 则体现了普朗克质量 $M_{\rm P}$ 对相互作用的抑制。数量级为 1 的耦合 d_g，d_{m_q} 对应普朗克尺度附近的物理，而较小的耦合则探测普朗克尺度以上的物理。此外，我们还纳入了 QCD β 函数 $\beta(g)$ 以及夸克质量的反常维数 γ_{m_q}，因此标量场耦合可直接参数化 QCD 禁闭尺度 $\Lambda_{\rm QCD}$以及在该尺度处评估的夸克质量相对于 $\varphi = \kappa\phi$ 的变化，具体遵循参考文献 [34]:

$$\frac{d\log(\Lambda_{\rm QCD})}{d\varphi} = d_g\,, \quad \frac{d\log(m_q|_{\Lambda_{\rm QCD}})}{d\varphi} = d_{m_q}\,. \tag{4}$$

这些参数通过其对 $\Lambda_{\rm QCD}$ 和轻夸克质量的依赖，控制标量场诱导的强子和核观测量变化。与核物理相关的主要是上夸克和下夸克质量，即 m_u 和 m_d，尤其是同位旋守恒平均值 $\hat{m} = (m_u + m_d)/2$。因此，下面我们将分析范围限定为 d_g 和 $d_{\hat{m}} = (d_{m_u}m_u + d_{m_d}m_d)/(m_u + m_d)$。

一般而言，暗物质诱导的跃迁频率振荡幅度可写为

$$\frac{\delta\nu_{\rm DM}}{\nu_0} = \kappa\,\phi\sum_{X=g,\hat{m}} K_X d_X\,, \tag{5}$$

其中，$\phi = \sqrt{2\rho_{\rm DM}/m_\phi}\cos(m_{\rm DM}t)$表示振荡的超轻暗物质场，其振幅用局域暗物质密度表示为 $\rho_{\rm DM} = 0.4{\rm GeV/cm}^3$,，而 K_X对应于跃迁对耦合 d_X的灵敏度系数。原则上，一个给定模型涉及多个耦合 d_X。然而，通常只有一个耦合主导唯象学；如前所述，存在大量模型，其中这一耦合为 d_g 或 $d_{\hat{m}}$。因此，下面我们将分别搜索这些耦合。

鉴于我们目前对核物理，尤其是对 ^{229}Th 原子核的认识，这个异常低能的

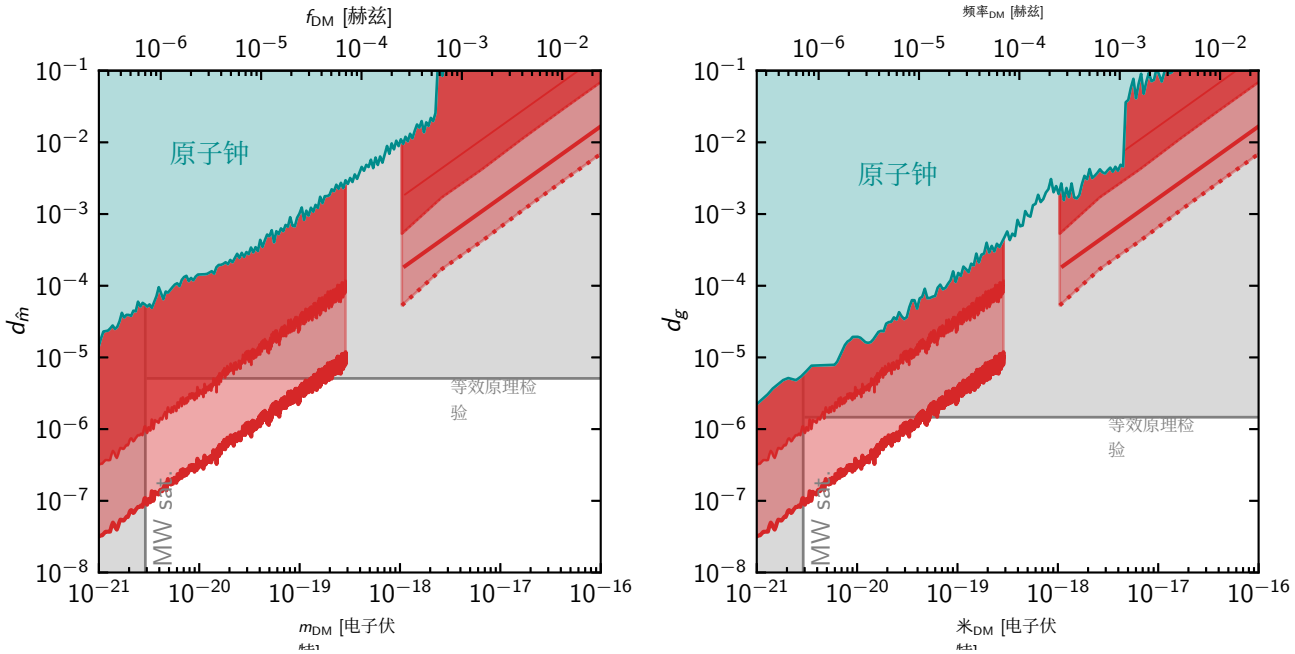

图 2. 标量暗物质与夸克质量（左）和胶子（右）耦合的搜寻。 ϕ 彩色区域表示在假设标量场构成暗物质的前提下，对频率时间变化的搜寻所给出的限制。红色区域显示了本研究在两种灵敏度因子情形下得出的限制 K （有关计算 K所面临挑战的详情，见正文）。对于质量较小、相应频率较低的情况，限制是根据时间分辨分析推断得出的。对于质量较大的情况，我们采用线形分析。在线形分析中，我们还展示了仅依据记录宽度得出的无先验边界（实线），以及假设晶体环境产生洛伦兹线形时得到的边界（虚线）。相比之下，灰色区域被以下限制排除：这些限制要求标量具有足够大的质量，以支持银河系（MW）卫星星系的存在 [29], ；此外，标量场介导的等效原理（EP）违反检验也排除了这些区域 [30]。核钟的初步运行已优于原子钟达到标准量子极限时所给出的限制 [24–26、31–33] （青绿色）。在 $m_{\rm DM} \lesssim 10^{-19}$ 这些质量范围内，核钟已能探测此前尚未受到约束的区域。

同核异能态 ^{229}Th 的能量为 8 eV，这很可能是核贡献与电贡献意外抵消的结果，而二者对其激发能的贡献均为 $\mathcal{O}$(1 MeV)。由此可得到一个直观的预期：核钟的灵敏度为 $|K_g| \sim |K_{\hat{m}}| = 10^5 \sim 1\,\mathrm{MeV}/8\,\mathrm{eV}$，因为核参数或电磁精细结构常数的任何变化都会破坏这种抵消 [35, 36]。在图2中，我们将 2σ标量暗物质的约束绘为浅红色阴影区域，假定灵敏度因子采用这一朴素估算。

由于核物理的复杂性，目前尚无法获得更可靠的从头算灵敏度系数计算结果，而不同有效核模型所得的预测存在显著差异 [17, 37]。对电磁扇区灵敏度进行更详细的建模后， K_e，结果表明其很可能小一个数量级，$|K_e| \sim 10^4$ [17, 37]。因此，我们还给出了在假设 $|K_g| \sim |K_{\hat{m}}| = 10^4$ 的情况下所得的限制（深红色）。

我们使用式（5）将对 $\delta\nu_{\rm DM}$ 在第IIIA 节与IIIB 节中所得界限转换为对超轻暗物质耦合 d_X的约束。我们还考虑了超轻暗物质的随机性质，这会使界限放宽三倍 [38]。

如第IIIB节所讨论的，对 $\delta\nu_{\rm DM}$由线宽或洛伦兹线形分析导出的约束在质量直至 $m_{\rm DM} \sim 10^{-12}$ eV（$f_{\rm DM} \sim$ 10千赫）时仍然有效。在所示 $m_{\rm DM}$ 范围之外，对核子扇区耦合的灵敏度因此可利用标度关系 $d \propto m_{\rm DM}$进行外推。因此，我们的线形分析对夸克质量变化和QCD能标变化给出了最严格的直接约束，其质量范围为 $m_{\rm DM} \sim 10^{-21}$ –10^{-12} eV。

在图 2中，我们将结果与原子钟的限制（青绿色）进行比较 [24–26、31–33]。即使仅作为临时核钟运行，^{229}Th 实验也将对夸克质量振荡的直接限制 $\hat{}m$ 提高了一个至两个数量级，并将对强耦合的限制 g 提高了近一个数量级，即使是在保守假设 $K = 10^4$下也是如此。相比之下，对于与电磁精细结构常数的耦合，基于电子跃迁的原子钟仍然具有显著更高的灵敏度（见国际单位制）。

除了这些直接限制之外，还存在与等效原理相违背的力所受的限制，而这些限制与该场是否构成暗物质无关 [30]（图中以灰色表示。2）。值得注意的是，这是首次

针对暗物质的钟比较搜索在与量子色动力学扇区的耦合方面，超越了这些现有限制。如图所示。2，我们的结果对质量为 $m_{\rm DM} \lesssim 10^{-19}$、eV 的粒子给出了最强限制，具体的交叉点很大程度上取决于所假设的灵敏度因子。在国际单位制中，我们将这些结果应用于可能源自强CP问题的 Nelson–Barr 解的标量场 [9], ，以及轻质量QCD轴子。

IV. 结论

在这项工作中，我们证明，对 ^{229}Th 低能核跃迁进行激光光谱测量，能够以世界领先的灵敏度探测超轻暗物质（ULDM）。利用近期带时间戳的JILA数据集，我们实施了一种统一分析方法，将针对跃迁频率缓慢振荡的时间分辨搜索与对较快调制敏感的线形分析相结合，探测范围涵盖超过八个数量级的暗物质质量。 $\sim 10^{-13}$ 的分数频率精度，加上 ^{229}Th 跃迁本征灵敏度的提升——与原子钟相比，对超轻暗物质与胶子和夸克的耦合的灵敏度提高了$10^8 - 10^{10}$ ——使 ^{229}Th 光谱测量能够超越原子钟实验搜索，并在广泛的参数空间内优于等效原理检验。

我们的结果探测到了此前尚未探索的区域，其中相互作用的有效抑制尺度超过普朗克尺度六个数量级。这些约束转化为对若干理论依据充分的情景的新限制，包括 Nelson–Barr 解中用于解决强CP问题的轻标量粒子，以及超轻QCD轴子。

展望未来，核钟可借助原子钟技术的持续进步，为灵敏度的大幅提升提供切实可行的途径。激光稳定性提高、光功率增大以及更快的探询方案，将使人们能够更频繁、更精确地测量核跃迁频率，从而加强时间分辨分析 [39]。与此同时，晶体生长和材料工程的持续进步若能减少非均匀展宽，将提升线形方法探测更低暗物质频率的能力 [12]。最终，达到量子投影噪声极限的核钟将充分释放 ^{229}Th 跃迁的固有灵敏度，实现数量级上的提升。尤其是，紧凑型固态核钟有望实现便携、可扩展的传感器网络，并通过精密光链路跨越长基线连接这些传感器，从而开启建设新型分布式观测站的可能性 [40]。

V. 致谢

我们感谢 Melina Filzinger 就核钟数据的时间分辨分析提供宝贵讨论，也感谢 RannyBud- nik 就 XENON合作组采用的统计方法进行富有见地的讨论。

维也纳工业大学的掺杂晶体研发由欧洲研究委员会（ERC）通过欧盟地平线2020和地平线欧洲研究与创新计划（拨款协议编号 856415）以及奥地利科学基金（FWF） [资助。拨款 DOI：10.55776/F1004、10.55776/J4834、10.55776/PIN9526523]。项目 23FUN03 HIOC[拨款 DOI：10.13039/100019599] 获得了欧洲计量学伙伴关系的资助，该项目由欧盟地平线欧洲研究与创新计划以及参与国共同出资。

J.A.、J.F.D.、T.O.、K.L.、C.Z.、J.S.H. 和 J.Y. 感谢美国国家科学基金会量子飞跃挑战研究所（QLCI）奖项 OMA - 2016244 的支持。J.F.D. 、 T.O. 、 K.L. 、 C.Z. 、 J.S.H. 和 J.Y. 还感谢美国能源部量子系统加速器量子中心、陆军研究办公室（W911NF2010182）、空军科学研究办公室（FA9550-19-1-0148）、美国国家科学基金会 PHY-2317149 以及美国国家标准与技术研究院的支持。我们感谢美国能源部国家同位素开发中心和橡树岭国家实验室提供本研究所用的钍-229。G.P. 得到以色列科学基金会（ISF）、Minerva、NSF-BSF 及欧洲研究委员会（ERC，DM-Dawn，拨款协议编号 101199868）的支持。M.S.S. 感谢 ERC 通过欧盟地平线2020和地平线欧洲研究与创新计划（拨款协议编号 856415）以及 NSF 奖项 PHY-2309254 提供的支持。

E.F. 和 F.K. 感谢德国研究联合会（DFG，德国研究基金会）通过德国卓越战略项目 EXC-2123 量子前沿（QuantumFrontiers）—390837967 提供资助。本研究还部分获得德国研究联合会（DFG，德国研究基金会）项目 491245950 的资助。

补充信息

时间分辨分析

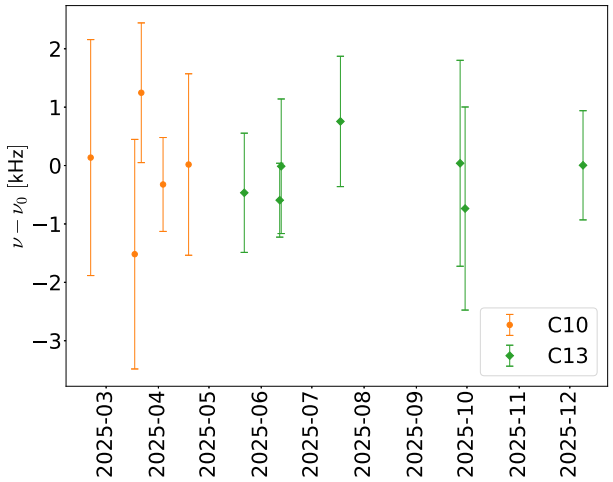

图 3. 分析中使用的中心跃迁频率的时间戳测量数据。该数据集的采集总时长为 $T_{\rm tot} \approx 10$ 个月，作为参考文献 [12], 的一部分，并补充了一次额外扫描（最后一个数据点）。C10 和 C13 表示参考文献 [12], 中研究的两种低掺杂晶体，它们的跃迁线宽较窄。提取的线中心分布在 $\nu_0 = 2$、020、407、298、701。18(22) 千赫附近，彼此一致；在整个测量期间未见调制，因为常数拟合得到 $\chi^2 = 0.4$。

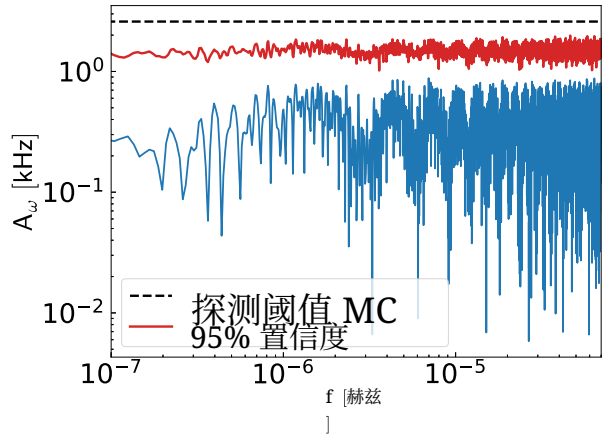

图 4. 使用 Lomb-Scargle 周期图提取的振幅（蓝色）。图中显示了振幅的 95% 置信水平界限（红色），以及通过对数据进行蒙特卡洛模拟确定的 5% 探测阈值（黑色虚线）。

如正文所述，我们生成了功率参考文献 [12], 中的时间序列数据所得到的光谱，并结合专门扫描（见图 3），采用 Lomb-Scargle（LS）周期图。该方法将离散傅里叶变换推广到非均匀间隔的数据，并通过 Python 模块Astropy [41]实现。对于每个试探频率，周期图给出功率 $P_\omega = \frac{N}{4}(a^2+b^2)$，对应于具有 $N = 12$时间间隔测量值的数据集。因此，暗物质诱导的振幅 $\delta\nu_{\rm DM}$ 为 $\delta\nu_{\rm DM} = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{4P_\omega/N}$。为设定限值，我们生成蒙特卡洛（MC）数据集，假设其波动与测得的中心频率的不确定度相符。对于每个$f_{\rm DM}$，我们得到一个振幅分布，并将调制振幅的95%置信水平（CL）上限 $\delta\nu_{\rm DM}$ 定义为该分布的第95百分位数。

为评估扫描的暗物质质量范围内真实数据周期图中峰值的显著性，并考虑全局搜索效应，我们确定了 5% 的虚警阈值。对于每个蒙特卡洛实现，我们记录相应周期图中的最大振幅。该最大值分布的第95百分位数定义了探测阈值——也就是说，在扫描的暗物质质量范围内任何位置，纯噪声以 5% 的概率会超过的振幅。可靠地确定全局虚警阈值所需的蒙特卡洛实现次数为 $N_{\rm MC} \gtrsim (1-0.95^{1/n_{\rm ind}})^{-1} \approx 3\times10^4$，其中 $n_{\rm ind} = f_{\max}T_{\rm tot} \approx 1.8\times10^3$ 是搜索频带内有效的独立频率数。我们使用 $N_{\rm MC} = 5\times10^4$ 以确保稳健采样。我们发现，在10^{-21} eV $\leq m_{\rm DM} \leq 3\times10^{-19}$ eV 的暗物质质量范围内，没有显著峰值表明存在暗物质振荡。在图 4 中，黑色曲线表示得到的探测阈值，红色曲线表示正文中用于推导限值的 95% 置信上限，蓝色曲线表示提取的振幅。

为交叉核对我们的结果，我们对公式（1）进行了额外拟合，扫描不同的调制频率、 $m_{\rm DM}$，并提取出一个 2σ 上限 $\delta\nu_{\rm DM}$。平均而言，该拟合的结果与正文中使用 Lomb-Scargle 方法得到的结果一致。然而，对于特定质量，额外方法给出的上限明显更弱，下面将对此进行说明。差异最大的频率对应的振荡周期恰好为一天，此时上限可能弱一个数量级。这种差异可以解释如下：所有数据点都记录在相应日期晚间的几个小时内。如果它们都恰好在每天的同一时刻记录，那么在一天的周期下，该拟合方法将无法给出上限，因为暗物质信号与一个 ν_0 我们同时进行拟合的恒定偏移存在简并。在 1/天的频率下，我们的数据因此只有剩余灵敏度。为了考虑到这种

降低的灵敏度，可以模拟带有注入信号的数据，或者等价地，将其确定为 2σ 拟合结果与不进行信号注入时使用最小二乘法得到的上限之比 [42]。因此，在 1/天±1至 1/（10 个月）的频率下，上限弱了 9.8 倍。对于所有其他频率，两种方法的结果均一致，这表明这就是我们唯一的盲区。

我们进一步检验了界限对所选数据集的稳健性。在正文中，我们仅展示了在 195 K 时掺杂浓度较低的两种晶体中谱线“b”的数据（来自参考文献 [12] 的图 4.a 以及该参考文献发表后采集的补充数据）所得的结果。纳入三种晶体中谱线“b”的所有数据，并对跃迁频率的温度依赖性进行修正后（对应参考文献 [12] 的图 4.c 中的数据），所得界限约强 $2-6$ 倍。然而，由于温度修正会带来更多系统误差，我们选择使用稳健性更高、质量更好的数据。

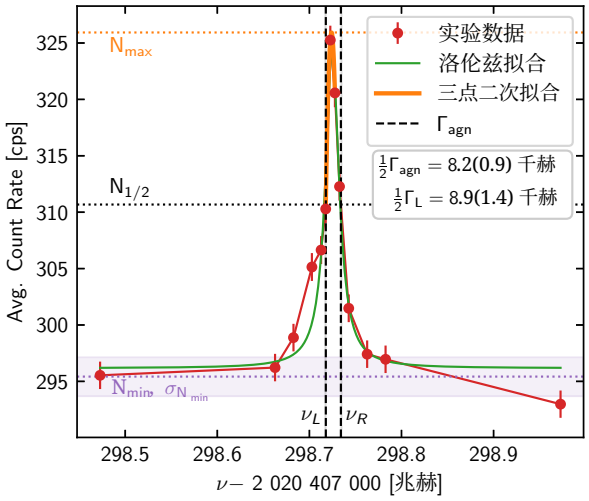

图5. 无先验宽度 Γ_{agn} 的构建，用作暗物质诱导的频率调制振幅的保守界限$\delta\nu_{DM} \leq \frac{1}{2}\Gamma_{agn}$ 的基础。详见正文。洛伦兹线宽 Γ_L 与 Γ_{agn} 相符，差异小于 1σ。

线形分析

线形分析探测由暗物质驱动的核跃迁频率调制所引起的谱线形变。

我们将 $I_0(\nu)$记为本征（无暗物质）线形，其归一化方式满足 $\int I_0(\nu)\mathrm{d}\nu = 1$，且其中心频率为 ν_0。假设暗物质背景引起的跃迁频率调制具有式（1）所示的形式，则时刻 t 的瞬时谱只是本征线形的刚性平移副本：

$$I(\nu,t) = I_0(\nu - [\nu(t) - \nu_0]) = I_0(\nu - \tilde{\nu}(t))\,, \qquad (6)$$

其中我们定义了瞬时频移 $\tilde{\nu} = \delta\nu_{DM}\cos(m_{DM}t + \alpha)$。

对于远超过暗物质振荡时间 $T_{scan} \gg 2\pi/m_{DM}$的观测时间，实验上相关的光谱是时间平均

$$\langle I(\nu)\rangle = \frac{1}{T_{scan}}\int_0^{T_{scan}} \mathrm{d}t\; I(\nu,t) = \int \mathrm{d}\tilde{\nu}\; P(\tilde{\nu}) I_0(\nu - \tilde{\nu})\,, \qquad (7)$$

其中

$$P(\tilde{\nu}) \equiv \frac{1}{T_{scan}}\int_0^{T_{scan}} \mathrm{d}t\; \delta(\tilde{\nu} - [\nu(t) - \nu_0])\,, \qquad (8)$$

是瞬时频移的概率分布。根据定义，$P(\tilde{\nu}) \geq 0$ 且 $\int \mathrm{d}\tilde{\nu}\; P(\tilde{\nu}) = 1$，这意味着谱线下的总面积守恒。因此，频率调制会重新分配谱权重，但不会改变光子总数，也不会缩窄共振线的宽度。

如果相位 $m_{DM}t$ 在 $[0, 2\pi)$ 上均匀分布（如对足够长的时间取平均时所预期的那样），则分布 P 呈反正弦形式

$$P(\delta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{\delta\nu_{DM}^2 - \delta^2}} & |\delta| < \delta\nu_{DM} \\ 0 & \text{else}\,. \end{cases} \qquad (9)$$

在本征线宽趋于零的理想极限下，$I_0(\nu) = \delta(\nu - \nu_0)$，式（7）中的卷积约化为双峰反正弦线形

$$\int_0^{T_{DM}} \frac{\mathrm{d}t}{T_{DM}}\delta(\nu - \nu(t)) = \frac{\theta\left(\delta\nu_{DM} - |\nu - \nu_0|\right)}{\pi\sqrt{\delta\nu_{DM}^2 - (\nu - \nu_0)^2}}\,, \qquad (10)$$

其中 θ 表示赫维赛德阶跃函数。

在真实数据中，观测线宽会因与暗物质无关的机制而展宽。即使不存在暗物质，用洛伦兹线形描述观测线形也会得到具有无限支撑的光谱。尽管如此，式（7）表明，暗物质诱导调制会在由 $2\delta\nu_{DM}$ 决定的尺度上重新分布谱权重，因此不可能减小常用的线宽度量，例如半高全宽。相反，调制往往会使线[1]展宽并降低峰高。这一观察促使我们对调制振幅 $\delta\nu_{DM}$给出保守的数据驱动界。

[1] 具体而言，如果将本征线形和暗物质引起的频移视为具有有限二阶矩的相互独立的加性贡献，则卷积谱的方差满足 $\mathrm{Var}(I) = \mathrm{Var}(I_0) + \mathrm{Var}(P)$。

无先验宽度方法

为了获得暗物质诱导频率调制振幅 $\delta\nu_{\rm DM}$ 的保守上限，我们引入一种线宽的数据驱动估计，并将其称为无先验宽度 $\Gamma_{\rm agn}$。与完整线型分析不同，这种方法不假设光谱轮廓具有任何特定的函数形式。

该流程如图 5所示，步骤如下：

1. 按失谐对数据排序，使扫描频率 ν单调变化。

2. 使用抗噪估计量估算基线和峰高：

   - $N_{\text{最小值}}$：四个最小光子计数值的平均值 N
   - $N_{\text{最大值}}$：对最接近最大值的三个点进行二次拟合所得的顶点

3. 将半最大值水平定义为 $N_{1/2} = \frac{1}{2}(N_{\rm min} + N_{\rm max})$。

4. 从峰值开始，沿失谐方向向左和向右移动，并对相邻点进行线性插值，以确定 $N_{1/2}$ 的交点，从而得到 $\delta\nu_L$ 和 $\delta\nu_R$。

5. 将无先验全宽定义为 $\Gamma_{\rm agn} = \nu_R - \nu_L$。

6. 通过对光子计数进行蒙特卡洛抽样来估计不确定度 $\sigma_{\Gamma_{\rm agn}}$，$N_i \sim \mathcal{N}(N_i,\ \sigma_i)$，$1 \le i \le N_{\rm pts}$重复步骤 2-5 ，并取所得 $\Gamma_{\rm agn}$ 分布的标准差。

图 5 展示了通过此流程得到的无先验半宽，以及对同一组数据进行洛伦兹拟合得到的半宽。二者在一个标准差范围内一致。

假设观测线宽主要由暗物质诱导展宽造成，我们采用 $\delta\nu_{\rm DM} \lesssim \frac{1}{2}\Gamma_{\rm agn}$ (参见公式 (2)) 作为暗物质诱导的频率调制振幅的保守且与线型无关的上限。图7以黑色虚线表示该上限，并以黑色阴影区域和黑色误差棒标示不确定度。

线形拟合

本节介绍用于根据测量到的核谱，在暗物质质量 $m_{\rm DM}$ 固定且选定本征线形轮廓 I_0 的情况下，约束暗物质诱导的频率调制幅度 $\delta\nu_{\rm DM}$ 的基于似然的程序。

Intrinsic lineshape profiles

由于无法从第一性原理预测晶体中的微观展宽机制，我们采用唯象模型来描述 I_0。我们考虑三种轮廓：洛伦兹（$\mathcal{L}$）、高斯（$\mathcal{G}$）和 Crystal Ball函数（$\mathcal{C}$）。

如正文所述，我们倾向于采用洛伦兹轮廓，因为晶体中稀疏的钍缺陷产生的长程电场梯度会造成具有幂律尾的非均匀展宽。用于线形拟合的洛伦兹轮廓有四个自由度：偏置 N_0、归一化 N_1、中心频率 ν_0 和宽度 Γ_L：

$$\mathcal{L}(\nu; N_0, N_1, \nu_0, \Gamma_L) = N_0 + \frac{N_1}{1 + 4\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Gamma_L}\right)^2}. \tag{11}$$

而高斯 轮廓则描述了非均匀展宽由许多方差实际上有界的贡献主导时的极限情形，例如较强的掺杂剂相互作用或光子诱导涨落。这种线形也有四个自由度：偏置 N_0、归一化 N_1、中心频率 ν_0 和标准差 σ：

$$\mathcal{G}(\nu; N_0, N_1, \nu_0, \sigma) = N_0 + N_1 e^{-2\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\sigma^2}}, \tag{12}$$

*Crystal Ball*函数 轮廓通过允许不对称的幂律尾对这些情形进行推广，从而涵盖范围更广的仪器或环境效应。此处使用的双尾 *Crystal Ball*函数 是对例如参考文献 [43] 中所用 Crystal Ball函数的推广。它有八个自由度：偏置 N_0、归一化N_1、中心频率 ν_0 和标准差 σ

$$\mathcal{C}(\nu; N_0, N_1, z, \alpha, m, \beta, n) = N_0 + N_1 f(\nu; z, \alpha, m, \beta, n) \tag{13}$$

其中 $z \equiv \frac{\nu-\nu_0}{\sigma}$是高斯分布的中心，$\nu_0$ 双尾Crystal Ball函数 f 定义为 [2]

$$f(\nu; z, \alpha, m, \beta, n) = \begin{cases} \frac{A(\alpha,m)}{(B(\alpha,m)-z)^m} & z \le -\alpha \\ e^{-\frac{z^2}{2}} & -\alpha < z < \beta \\ \frac{A(\beta,n)}{(z+B(\beta,n))^n} & \beta \le z \end{cases} \tag{14}$$

---

[2] 注意，$f(\nu; z,\ \alpha,\ m,\ \beta,\ n)$ 可以通过以下方式归一化

$$N(\alpha, m, \beta, n) = \frac{1}{\sigma\left(C(\alpha, m) + D(\alpha, \beta) + C(\beta, n)\right)}$$

其中

$$C(\alpha, m) = \frac{n}{\alpha}\frac{1}{m-1}e^{-\frac{\alpha^2}{2}}$$
$$D(\alpha, \beta) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(\text{Erf}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right) + \text{Erf}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}}\right)\right).$$

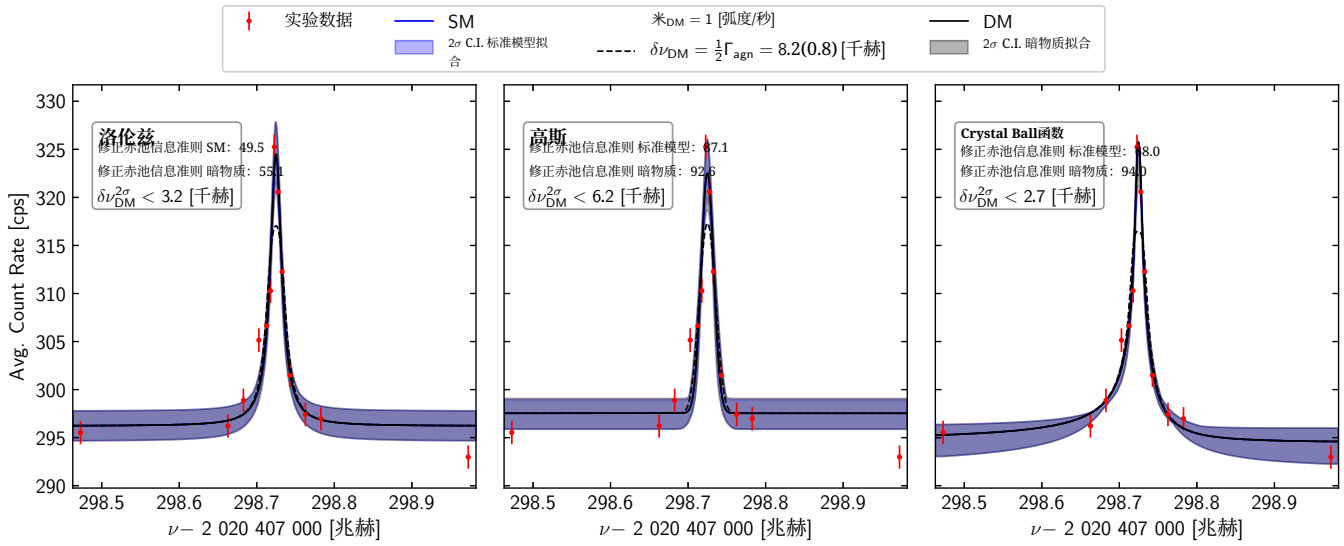

图6. 对用于线形分析的实验数据（红色）进行的洛伦兹、高斯和 Crystal Ball函数拟合。图中以蓝色显示基于对数似然的 SM 假设置信区间，以黑色显示暗物质假设的置信区间，假设暗物质质量为 $\omega_{\rm DM} = 1$ 赫兹。黑色虚线表示暗物质振幅固定为无先验线宽一半时预测的线形，$\delta\nu_{\rm DM} = \frac{1}{2}\Gamma_{\rm agn}$。

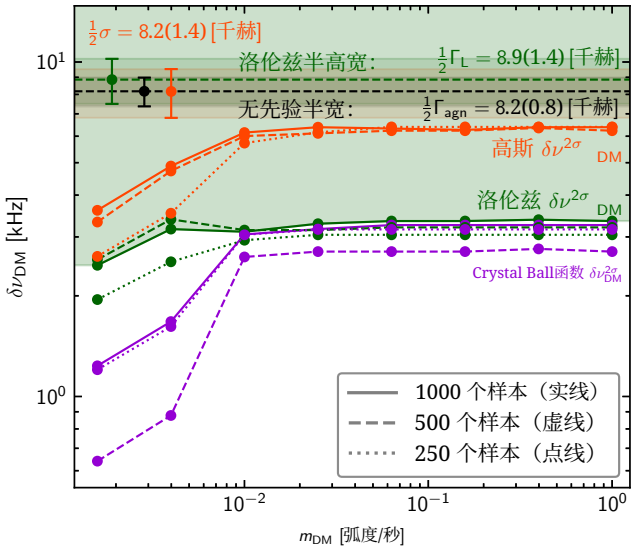

图7. 2σ 振幅上限 $\delta\nu_{\rm DM}$ 暗物质诱导的频率调制随暗物质质量的变化$m_{\rm DM}$。不同线型表示样本量的变化。绿色表示使用洛伦兹轮廓得到的上限（见公式（11），橙色表示使用高斯函数得到的上限（见公式（12），紫色表示使用广义水晶球函数得到的上限（见公式（13））。这些上限是根据图1、6 和5所示的线形数据推导得出的，共包含 13 个数据点。

其中

$$A(\alpha, m) = \left(\frac{m}{\alpha}\right)^m e^{-\frac{\alpha^2}{2}}, \quad B(\alpha, m) = \frac{m}{\alpha} - \alpha$$

当 α、$\beta > 0$ 时，m、$n > 1$ 是满足可积性所必需的，不过对于本文所研究的有限频率窗口，这些界限可以放宽。

Prediction, likelihood and inference

我们将对该线的扫描描述为一个周期性序列，其中每个激发时段的持续时间为 t_e，在此期间晶体受到辐照；随后是持续时间为 t_d的探测时段，在此期间对荧光光子进行计数，并记录一个光谱点（另见第II节）。在相邻的激发-探测区块之间，仅改变激光失谐。

对于给定的线形轮廓 $I(\nu, \vec{p})$，激光频率为 ν 时，预期荧光光子计数建模为

$$N^{(I)}(\nu, \vec{p}) = \int_0^1 \mathrm{d}x \; I(\nu, \vec{p}) e^{-x t_e/\tau}, \qquad (15)$$

其中 t_e 是激发时间，τ 是（依赖于介质的）荧光寿命。在 SM 假设（无暗物质）下，$I = I_0$；而在暗物质假设下，通过将本征轮廓与式（7）中的频移分布进行卷积，以纳入频率调制，

$$I_{\rm DM}(\nu; \vec{p}, \delta\nu_{\rm DM}, m_{\rm DM}) = \int \mathrm{d}\tilde{\nu} \; P(\tilde{\nu}) \, I_0(\nu - \tilde{\nu}; \vec{p}), \quad (16)$$

并使用 $I \to I_{\rm DM}$ 对 $N^{(I)}$ 进行评估。

给定 $N_{\rm pts}$ 个测量数据点（ν_n，N_n），n =1，……，$N_{\rm pts}$及其光子计数不确定度 σ_n（失谐的不确定度可忽略），我们定义

高斯对数似然

$$-\log\mathcal{L} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N_{\rm pts}} \frac{(N^{(I)}(\nu_n,\vec{p}) - N_n)^2}{\sigma_n^2}\,. \tag{17}$$

对于每个线形模型 I，我们按如下步骤进行：

1. 初始标准模型拟合： 我们拟合背景轮廓 I_0 ，以获得最佳拟合参数 $\vec{p}_0$ 及其协方差矩阵 cov($\vec{p}_0$， $\vec{p}_0$)。随后构建失谐网格，用于数值模型评估。

2. 内禀参数采样： 我们生成一组参数集

$$\vec{p}_s \sim \mathcal{N}(\vec{p}_0, \mathrm{cov}(\vec{p}_0,\vec{p}_0))\,, \quad s = 1,\ldots,N_s\,. \tag{18}$$

并在需要时施加物理边界。

3. 标准模型线型拟合： 对于每组标准模型参数 $\vec{p}_s$，我们计算标准模型似然及其对应的$\Delta\chi^2$ 轮廓，并推导出 2σ 标准模型线型拟合的置信区间（见图 6）。

4. 暗物质线型拟合： 对于固定的暗物质质量 $m_{\rm DM}$，我们扫描调制振幅 $\delta\nu_{\rm DM}$ 和标准模型参数样本 $\vec{p}_s$，计算每种组合下经暗物质调制的光子计数预测及对应的似然。我们构建$\Delta\chi^2$ 轮廓，并推导出 2σ 暗物质线型拟合的置信区间（见图 6）。

5. 对 $\delta\nu_{\rm DM}$的上限：对于固定的 $m_{\rm DM}$，我们利用样本集合对内禀参数进行边缘化，并导出一个 2σ 针对 $\delta\nu_{\rm DM}$的上限，该上限来自相应的 $\Delta\chi^2$ 阈值。对 $m_{\rm DM}$ 的全部取值范围重复该步骤，得到图7所示的上限。

Model comparison and robustness

为比较不同的背景模型，我们使用修正赤池信息准则，

$$\mathrm{AICc} = 2k - 2\max\log\mathcal{L} + \frac{2k(k+1)}{N-k-1}\,, \tag{19}$$

该准则对额外参数加以惩罚，并考虑有限样本量 [44–46]。

在所考虑的三种模型中，洛伦兹模型给出最低的修正赤池信息准则值，并对数据提供了最佳的整体描述，与参考文献 [12]一致。标准模型拟合与暗物质拟合对应的修正赤池信息准则值示于图6。

鉴于其统计偏好和物理动机，我们采用基于洛伦兹线形的边界作为主要结果，并以保守的无先验半宽边界作为补充。比较三种线型模型得出的边界表明，背景建模带来的系统不确定性约为 2–3 倍，仍低于无先验边界。因此，我们将洛伦兹边界与无先验边界之差作为系统不确定性的估计。

为评估蒙特卡罗收敛，我们分别使用 $N_s = 250$、500和1000个样本重复该分析。洛伦兹型界限与高斯型界限在 $N_s \gtrsim 500$时趋于稳定，而Crystal Ball 分布由于其更高的维度，通常需要更大的样本量。不过，它在 $m_{\rm DM} \gtrsim 10^{-2}$时也会收敛，这对应于每个数据点对暗物质振荡取平均的极限。

公式（15）使用复合梯形法（`trapz` 来自 `numpy`）在包含 N_x 个点的网格$x \in [0,1]$上进行数值计算。我们验证了 $N_x \gtrsim 50$ 个网格点下的稳定性，并在整个过程中固定 $N_x = 100$ 。

图7 展示了暗物质调制振幅 $\delta\nu_{\rm DM}$ 随暗物质质量$m_{\rm DM}$变化的界限。线形方法在低$m_{\rm DM}$质量下最为敏感，此时振荡周期与线形扫描时间相当，并会产生无法通过平均消除的畸变。在较高的 $m_{\rm DM}$质量下，有限采样对调制的抑制作用日益增强，使更大的振幅得以隐藏。当 $m_{\rm DM} \gtrsim 2\pi/t_e \approx 10^{-17}$ eV 时，在 $\delta\nu_{\rm DM} \approx 3$千赫处，界限趋于饱和，此时每个数据点都会对多次暗物质振荡进行平均。

电磁耦合界限

类似于标量暗物质与胶子的耦合，也可以考虑其与光子的耦合。相应的相互作用为

$$\mathcal{L}_{\rm int} = -\kappa\phi\frac{d_e}{4e^2}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\,, \tag{20}$$

并导致精细结构常数发生变化

$$\frac{d\log\alpha_{\rm EM}}{d\varphi} = d_e\,, \tag{21}$$

其中 $\varphi = \kappa\phi$ 与$\kappa = \sqrt{4\pi/M_{\rm P}}$。在这种情况下，原子钟给出的界限主要由文献 [25, 26]决定。由于这些钟对 $K_e = \mathcal{O}(1-10)$ 的电磁耦合具有灵敏度系数，因此使用核钟所带来的相对改进小于对量子色动力学扇区耦合的改进。因此，核钟的精度还必须提高 1–2 个数量级，才能超越这些界限，如图 8所示。

轴子耦合界限

在图9左侧，我们展示了新的约束对一种可能

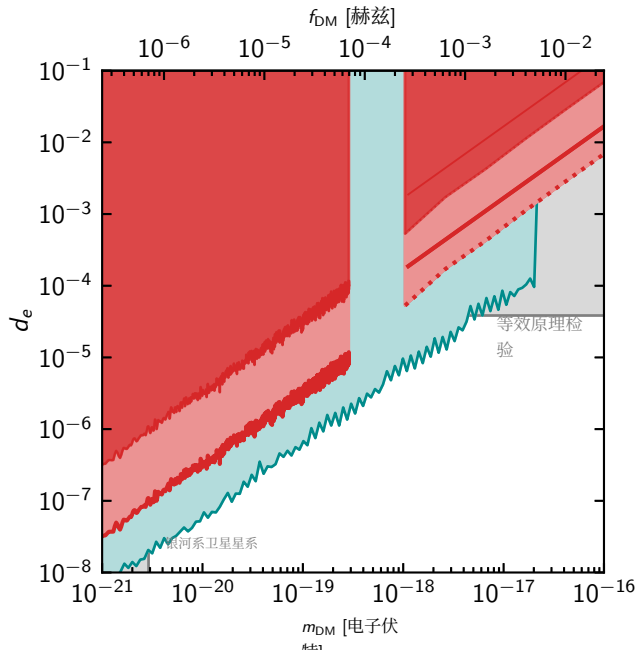

图8. 暗物质与光子耦合的约束 d_e 适用于一系列暗物质质量 $m_{\rm DM}$。 ^{229}钍核能谱学得出的限制以红色表示，白色文字标出中心频率分析或线形分析适用的区域。图中还展示了原子钟比较得出的限制（青绿色） [25, 26]，以及来自等效原理（EP）违反搜索 [30] 和银河系卫星星系天体物理观测 [29] （银河系卫星星系）。

在强 CP 问题的 Nelson-Barr解中出现的轻标量场所产生的影响 [9]。在该模型中，标量场会引起 Cabibbo–Kobayashi–Maskawa（CKM）角和相位的振荡。在单圈阶，这会导致夸克质量发生变化。这些变化可与有效方程（3）中所示的拉格朗日量，其中作如下认定

$$\kappa d_{\hat{m}} = \frac{3}{16\pi^2} y_c^2 |V_{cd}|^2 \frac{1}{f_\phi} \,. \tag{22}$$

这里 y_c 表示粲夸克Yukawa耦合， V_{cd} 是CKM矩阵的粲–下夸克矩阵元。与轴子类似，该场是近似 U（1）对称性的戈德斯通玻色子。类比之下，其衰变常数记为 f_ϕ。在图9左侧，我们展示了对 $d_{\hat{m}}$ 的界限，这些界限来自图2，并改写为以 f_ϕ表示。此外，我们标出了精密味物理实验最有希望触及的参数空间区域，尤其是NA62，凭借~ 10^{13} 条已记录的K介子衰变，可提供最强的预期灵敏度。

在图9的右侧，我们展示了轻QCD轴子 a的相应界限。它对标准模型的耦合由下式给出

$$\mathcal{L} \subset \frac{g^2}{32\pi^2} \frac{a}{f_a} G^A_{\mu\nu} \tilde{G}^{A\mu\nu} \,, \tag{23}$$

其中 g 为强耦合常数， f_a为轴子衰变常数， G 为QCD场强的对偶。由于QCD轴子是宇称奇的，与跃迁能量的耦合仅在二次阶 [54, 55]出现。在图9 右侧，我们利用 [54] 的结果，将对强耦合的界限改写为以轴子衰变常数 f_a表示。除钟实验搜索给出的界限外，我们还展示了通过中子电偶极矩（nEDM）振荡直接搜索轴子暗物质所得到的界限 [47]。除这些直接搜索外，参数空间还受到大爆炸核合成（BBN）观测 [48]以及超大质量黑洞周围超辐射未被观测到 [49]的约束。二次耦合还会使轴子质量在足够大且足够致密的天体内部变为快子型。由此产生一系列界限，如图中灰色阴影区域所示 [50–53]。

[1] J. Preskill、M. B. Wise 和 F. Wilczek，《物理快报B》120, 127 (1983)。[2] L. F. Abbott 和 P. Sikivie，《物理快报B》120, 133 (1983)。[3] M. Dine 和 W. Fischler，《物理快报B》120, 137 (1983)。[4] A. Arvanitaki、J. Huang 和 K. Van Tilburg，Phys. Rev. D 91, 015015 (2015)，arXiv:1405.2925 [hep-ph]。[5] J. Hubisz、S. Ironi、G. Perez 和 R. Rosenfeld，《物理快报B》851, 138583 (2024)，arXiv:2401.08737 [hep-ph]。[6] P. W. Graham、D. E. Kaplan、J. Mardon、S. Rajendran 和 W. A. Terrano，Phys. Rev. D 93, 075029 (2016)，arXiv:1512.06165 [hep-ph]。[7] A. Banerjee、H. Kim 和 G. Perez，Phys. Rev. D 100, 115026 2019 1810 ( )，arXiv: .01889 [hep-ph]。[8] F. Piazza 和 M. Pospelov，Phys. Rev. D 82, 043533 (2010)，arXiv:1003.2313 [hep-ph]。[9] M. Dine、G. Perez、W. Ratzinger 和 I. Savoray，Phys. Rev. D 111, 015049 (2025)，arXiv:2405.06744 [hep-ph]。

[10] D. Antypas *et al.*，arXiv 预印本（2022），arXiv:2203.14915 [hep-ex]。[11] C. Zhang *et al.*，《自然》633，63（2024），arXiv:arXiv:2406.18719 [physics.atom-ph]。[12] T. Ooi、J. F. Doyle、C. Zhang、J. S. Higgins、J. Ye、K. Beeks、T. Sikorsky 和 T. Schumm，《自然》650，72（2026），arXiv:2507.01180 [physics]。[13] A. Ludlow *et al.*，Eur. Phys. J. Spec. Top. 163，9–18（2008）。[14] S. Blatt *et al.*，《物理评论快报》100，140801（2008）。[15] J. Tiedau *et al.*，《物理评论快报》132，182501（2024）。[16] E. Fuchs、F. Kirk、E. Madge、C. Paranjape、E. Peik、G. Perez、W. Ratzinger 和 J. Tiedau，《物理评论X》15，021055（2025），arXiv:2407.15924 [hep-ph]。[17] K. Beeks *et al.*，《自然·通讯》16，9147（2025），arXiv:2407.17300 [nucl-th]。[18] K. Beeks、T. Sikorsky、V. Rosecker、M. Pressler、F. Schaden、D. Werban、N. Hosseini、L. Rudischer，

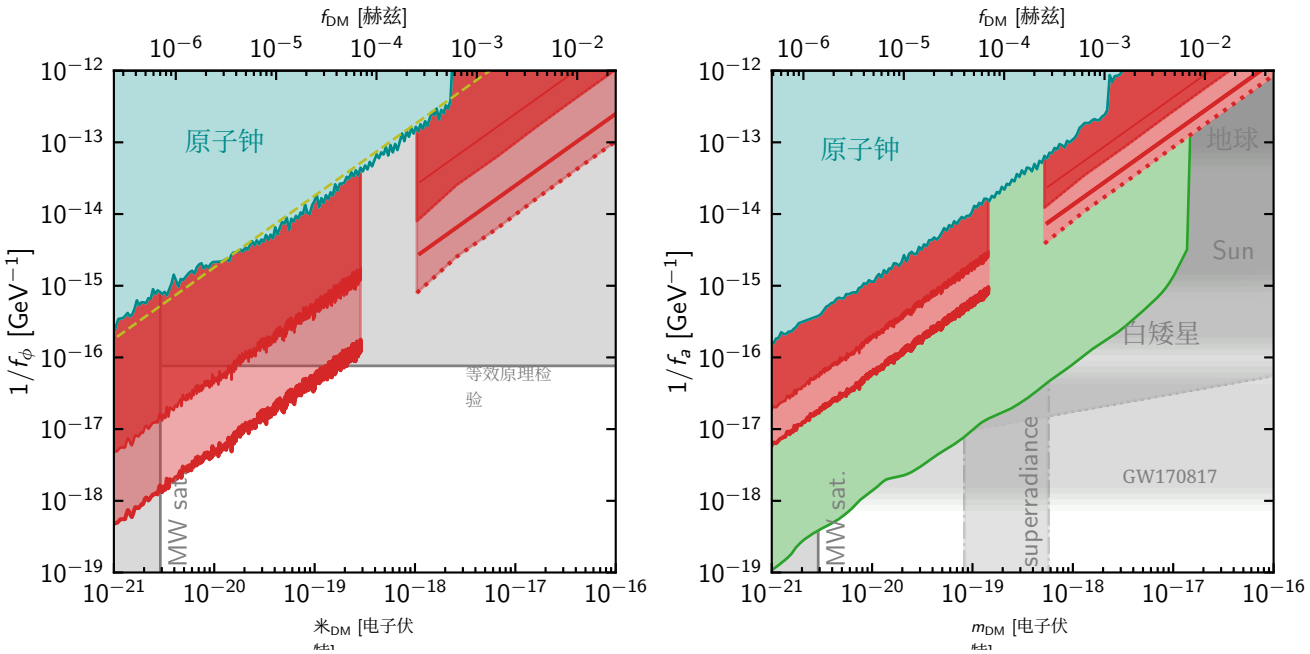

图 9. ^{229}Th核光谱学约束对Nelson–Barr标量和QCD轴子的影响。（左）将关于$\hat{}m$ 标量诱导变化的约束重新表示为对Nelson–Barr标量衰变常数的约束，图中以 $1/f_\phi$ 为横轴、 m_ϕ 为纵轴（底部坐标轴），并在顶部坐标轴标出对应的振荡频率 f 。红色区域根据 ^{229}Th数据得出：低质量区域采用时间分辨分析，高质量区域采用线形/宽度分析；图中展示了两种代表性的核灵敏度选择 $K_{\hat{m}} = 10^4$ 和 10^5 。此外还叠加了原子钟搜索 [24–26, 31–33]（蓝绿色）给出的现有约束，以及银河系卫星结构 [29]（银河系卫星星系）和等效原理（EP）测试 [30]（灰色）给出的间接约束，并展示了高统计量 kaon 测量 [9]（NA62，虚线）的预期探测范围。（右）QCD轴子的相应重新表示，图中以 $1/f_a$ 为横轴、 m_a为纵轴。 ^{229}Th得出的约束（红色）与利用振荡中子电偶极矩测量进行的直接搜索（绿色） [47]，以及间接的天体物理和宇宙学约束（灰色；包括大爆炸核合成（BBN） [48]，、超辐射 [49]和恒星/致密天体约束 [50–53]）进行比较。

F. Schneider、P. Berwian、J. Friedrich、D. Hainz、J. Welch、J. H. Sterba、G. Kazakov 和 T. Schumm，《Scientific Reports》13，3897（2023），类型：期刊文章。[19] C. Zhang、P. Li、J. Jiang、L. von der Wense、J. F. Doyle、M. E. Fermann 和 J. Ye，《Optics Letters》47，5591 2022( )。[20] A. Aeppli、K. Kim、W. Warfield、M. S. Safronova 和 J. Ye，《物理评论快报》133，023401（2024）。[21] S. M. Girvin 和 L. Radzihovsky，《固态核钟的前景》（2025），arXiv:2511.13017 [physics]。[22] J. S. Higgins、T. Ooi、J. F. Doyle、C. Zhang、J. Ye、K. Beeks、T. Sikorsky 和 T. Schumm，《Physical Review Letters》134，113801（2025）。[23] K. Van Tilburg、N. Leefer、L. Bougas 和 D. Budker，《物理评论快报》 **115**, 011802 2015 1503 06886 ( ), [ ] arXiv: . gr-qc . [24] A. Hees、J. Gu´ena、M. Abgrall、S. Bize 和 P. Wolf，《物理评论快报》 **117**, 061301 2016 1604 08514 ( ), [ ] arXiv: . gr-qc . [25] N. Sherrill *et al.*，New J. Phys. 25，093012（2023），arXiv:2302.04565 [physics.atom-ph]。[26] M. Filzinger、S. D¨orscher、R. Lange、J. Klose、M. Steinel、E. Benkler、E. Peik、C. Lisdat 和 N. Huntemann，《物理评论快报》 **130**, 253001 2023 2301 03433 ( ), [ ] arXiv: . physics.atom-ph . [27] M. H. Cohen 和 F. Reif，载于 *Solid State Physics*，第5卷，由 F. Seitz 和 D. Turnbull 编（Academic Press，纽约，1957），第 321–438 页。[28] A. M. Stoneham，《现代物理评论》41，82（1969）。[29] E. O. Nadler *et al.* (DES)，《物理评论快报》126，091101（2021），arXiv:2008.00022 [astro-ph.CO]。[30] P. Touboul *et al.* (MICROSCOPE)，《物理评论快报》129，121102（2022），arXiv:2209.15487 [gr-qc]。[31] C. J. Kennedy、E. Oelker、J. M. Robinson、T. Both- well、D. Kedar、W. R. Milner、G. E. Marti、A. Dere- vianko 和 J. Ye，《物理评论快报》125，201302（2020），arXiv:2008.08773 [physics.atom-ph]。[32] T. Kobayashi *et al.*，《物理评论快报》129，241301（2022），arXiv:2212.05721 [physics.atom-ph]。[33] A. Banerjee、D. Budker、M. Filzinger、N. Huntemann、G. Paz、G. Perez、S. Porsev 和 M. Safronova，《物理评论快报》135，22（2025），arXiv:2301.10784 [hep-ph]。[34] T. Damour 和 J. F. Donoghue，《物理评论 D》82，084033（2010），arXiv:1007.2792 [gr-qc]。[35] V. V. Flambaum、N. Auerbach 和 V. F. Dmitriev，EPL 85，50005（2009），arXiv:0807.3218 [nucl-th]。[36] J. C. Berengut、V. A. Dzuba、V. V. Flambaum 和 S. G. Porsev，《物理评论快报》102，210801（2009），arXiv:0903.1891 [physics.atom-ph]。[37] A. Caputo、D. Gazit、H.-W. Hammer、J. Kopp、G. Paz、G. Perez 和 K. Springmann，《物理评论 C》112，L031302（2025），arXiv:2407.17526 [hep-ph]。

[38] G. P. Centers *et al.*, 《自然·通讯》12，7321（2021），arXiv:1905.13650 [astro-ph.CO]。[39] Q. Xiao、G. Penyazkov、X. Li、B. Huang、W. Bu、J. Shi、H. Shi、T. Liao、G. Yan、H. Tian、Y. Li、J. Li、B. Lu、L. You、Y. Lin、Y. Mo 和 S. Ding，用于核钟的连续波真空紫外激光器（2025），arXiv:预印本，网址：https://arxiv.org/abs/2507.19449 [physics.atom-ph]。[40] C. Delaunay、S. J. Lee、R. Ozeri、G. Perez、W. Ratzinger 和 B. Yu，《物理评论 D》112，095030（2025），arXiv:2503.02932 [hep-ph]。[41] A. M. Price-Whelan *et al.* (Astropy)，《天体物理学杂志》935，167 2022 2206 ( )，arXiv: .14220 [astro-ph.IM]。[42] A. Cumming，《皇家天文学会月报》354，1165（2004），arXiv:astro-ph/0408470。[43] T. Skwarnicki，*A study of the radiative CASCADE transitions between the Upsilon-Prime and Upsilon resonances* 1986 ，博士论文，克拉科夫，核物理研究所 ( )。[44] H. Akaike，《IEEE自动控制汇刊》19，716 1974( )。[45] C. M. HURVICH 和 C.-L. TSAI，《生物统计学》76，297（1989）。[46] K. P. Burnham 和 D. R. Anderson，*Model Selection and Multimodel Inference: A Practical Information-Theoretic Approach* 2 2002 ，第 2 版（施普林格出版社，纽约，）。[47] C. Abel *et al.*，《物理评论X》7，041034（2017），arXiv:1708.06367 [hep-ph]。[48] K. Blum、R. T. D'Agnolo、M. Lisanti 和 B. R. Safdi，《物理快报B》737，30（2014），arXiv:1401.6460 [hep-ph]。[49] S. Hoof、D. J. E. Marsh、J. Sisk-Reyn´es、J. H. Matthews 和 C. Reynolds，《皇家天文学会月刊》546，staf1564（2026），arXiv:2406.10337 [hep-ph]。[50] A. Hook 和 J. Huang，《高能物理学杂志》06（2018），036，arXiv:1708.08464 [hep-ph]。[51] R. Balkin、J. Serra、K. Springmann、S. Stelzl 和 A. Weiler，《物理评论D》109，095032（2024），arXiv:2211.02661 [hep-ph]。[52] R. Balkin、J. Serra、K. Springmann、S. Stelzl 和 A. Weiler，JHEP 02，141，arXiv:2307.14418 [hep-ph]。[53] J. Zhang、Z. Lyu、J. Huang、M. C. Johnson、L. Sagunski、M. Sakellariadou 和 H. Yang，《物理评论快报》127，161101 2021 2105（），arXiv: 。13963 [hep-ph]。[54] H. Kim 和 G. Perez，《物理评论D》109，015005（2024），arXiv:2205.12988 [hep-ph]。[55] H. Kim、A. Lenoci、G. Perez 和 W. Ratzinger，《物理评论D》109，015030（2024），arXiv:2307.14962 [hep-ph]。