用于学习拮抗式气动人工肌肉动力学的物理嵌入式神经常微分方程

Xinyao Wang 和 Jonathan Realmuto

arXiv:2602.23670v1 [cs.RO] 27 Feb 2026

摘要——**气动人工肌肉（PAM）可为软体可穿戴设备、辅助设备和交互机器人提供柔顺驱动。采用拮抗式布置时，PAM 可通过共收缩实现可变阻抗，但其动力学存在耦合、非线性和滞后等特性，给建模与控制带来挑战。本文提出一种混合神经常微分方程（神经常微分方程）框架，将物理结构嵌入拮抗式气动人工肌肉动力学的学习模型中。该公式将参数化关节力学和气动状态动力学与神经网络力分量相结合，以捕捉拮抗耦合和速率相关滞后。前向模型对关节运动和腔室压力进行预测，在 225 种共同收缩条件下，平均 R^2 为 0.88。基于学习得到的动力学推导出的逆向公式，可针对期望运动和刚度曲线离线计算压力指令，并在执行过程中通过闭环进行跟踪。实验验证表明，该方法能够在 126–176 N/mm 范围内实现可靠的刚度控制，并在不同运行速度下保持一致的阻抗特性；相比之下，静态模型在较高速度下的刚度一致性会下降。**

索引词—**气动人工肌肉、软体机器人学、拮抗驱动、神经常微分方程、物理信息学习**

I. 引言

软体气动执行器凭借其固有的柔顺性、轻质结构以及产生适应人体的力的能力，广泛应用于可穿戴机器人和辅助机器人[1]–[4]。这些特性使其能够在康复、行动辅助和人体增强应用中实现安全的物理交互。然而，软体气动执行器具有非线性、滞后性，且高度依赖压力；其行为会随执行器设计和工况而变化 [5]–[8]。准确捕捉这些动力学特性仍是基于模型的控制面临的一项根本挑战。

在软体气动执行器中，McKibben 型气动人工肌肉（PAMs）因其收缩特性、高力重比以及经过充分表征的编织层-气囊几何结构而受到广泛研究 [9], [10]。在机器人应用中，气动人工肌肉通常采用拮抗式布置，通过共收缩实现可变关节刚度，类似于人体肌肉骨骼控制 [11], [12]。这种能力支持通过拮抗共激活直接进行阻抗调节 [13], [14], ，而不是完全依靠高带宽反馈来实现阻抗 [15]。然而，拮抗肌肉通过共用关节传动机构相互作用，会引入耦合的压力、力和运动动力学，从而进一步增加 PAM 关节基于模型的控制的复杂性。

气动人工肌肉的经典解析模型，例如 Chou 和 Hannaford 的几何表述 [10]，，能够刻画准静态力-长度-压力关系，但并未对完整的速率相关动态效应进行建模。经验扩展模型可在特定工况下提高精度 [16], [17]，，但通常会引入额外参数，并且可能需要在不同运行工况下重新调参。对于拮抗式构型，已有工作涵盖从面向拮抗式关节的现象学准静态滞后/蠕变模型（例如 Maxwell-slip） [18], 到解析但阶数相对较低的动态关节模型 [19]。基于学习的方法，包括神经网络和混合物理信息模型 [20]–[26], ，提供了更大的灵活性，但往往以离散时间形式表述，并且经常仅在单个执行器上得到验证。然而，对于基于刚度的阻抗规划，前向模型必须提供定义明确的状态灵敏度，以便能够由力对状态的导数计算刚度，并一致地嵌入逆向规划步骤。

在控制方面，模型预测控制 [27] 与滑模控制 [28] 方法已被应用于拮抗式 PAM 跟踪，而解耦策略能够在无需显式系统辨识的情况下实现位置与刚度的同时控制[29]。在刚度估计方面，无迹卡尔曼滤波器可为拮抗式 PAM 关节提供无传感器的角度与扭矩估计 [30], [31]。近期的物理信息学习方法采用混合形式来刻画拮抗耦合行为 [24]。然而，这些方法均未在同一框架中将连续时间学习动力学与嵌入式物理结构相结合，以同时支持正向预测和逆向刚度合成。

为满足这一需求，我们采用基于神经常微分方程（Neural ODEs）的混合连续时间建模方法 [32], ，通过显式状态学习连续时间向量场，同时允许嵌入物理子模型。我们针对拮抗式气动人工肌肉关节开发了一种混合神经常微分方程模型，将参数化关节力学和压力动力学与学习得到的非线性力项相结合。基于物理的组件用于捕捉惯性动力学和压力演化，而神经项则用于捕捉未建模的拮抗相互作用和速率相关滞后，无需引入显式的高阶迟滞模型。

我们的目标是建立一个具有足够物理保真度、能够支持刚度感知前馈规划的拮抗式气动人工肌肉关节连续时间动态模型。给定期望关节轨迹 $x_d(t)$和时变刚度曲线 $K_d(t)$, 拮抗肌肉气体质量（$m_f(t)$ $m_e(t)$）被综合

本研究得到美国国家科学基金会（NSF）项目 CMMI-2221315 的资助。作者均来自美国加利福尼亚州里弗赛德市加利福尼亚大学机械工程系。通讯作者：J.R., jrealmut@ucr.edu。代码地址：https://github.com/jonreal/pneu-sim/tree/tmech-2026-submission。

离线地根据学习得到的动力学进行，以复现目标运动与刚度。本文的主要贡献包括：（1）一种混合神经常微分方程模型，将关节与压力动力学嵌入学习得到的拮抗式气动人工肌肉框架中；（2）一种速度相关神经力项，可隐式刻画滞后；（3）一种由学习得到的动力学导出的前馈输入合成流程，用于离线运动与刚度规划，并在实体拮抗式气动人工肌肉关节上通过实验验证。

II. 混合神经常微分方程模型

本节针对拮抗式气动人工肌肉关节（图 1）构建混合神经常微分方程模型。该模型描述阀门关闭条件下的被动动力学，此时各腔室均处于密封状态，空气质量保持恒定。阀门驱动和质量流量动力学不在本模型的讨论范围内。这样有意将两者分开，以便所学习的力模型能够捕捉拮抗耦合、速率相关滞后和刚度变化等特性；这些特性是机械状态和腔室负载的固有属性，与负载如何建立或调节无关。

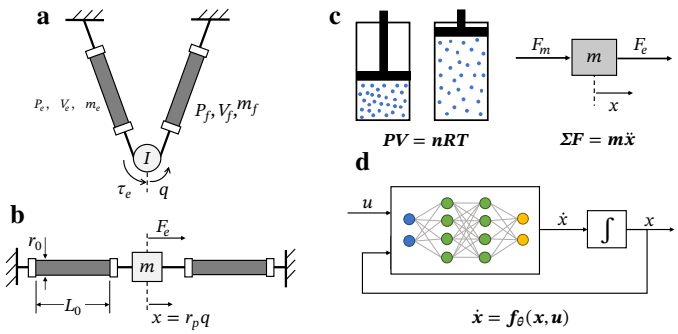


图 1：系统示意图与混合神经常微分方程建模组件。**a**屈肌 (f) 和伸肌 (e) 通过滑轮耦合的拮抗式气动人工肌肉关节。**b** 包含腔室状态变量和几何参数的等效平移模型。**c** 嵌入式物理子模型：用于压力动力学的等温理想气体定律，以及用于关节力学的牛顿第二定律。**d** 具有学习得到的向量场 $f_\theta(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 的神经常微分方程架构，通过向前积分来预测状态轨迹。

A. 系统状态与输入

使用单一广义关节位移坐标对拮抗式气动人工肌肉（PAM）关节进行建模（图 **1a**）。关节转动 q 通过滑轮半径 r_p 映射为线性肌腱位移：

$$x = r_p q.$$

后续所有动力学均以线性位移坐标 x 而非关节角度 q 进行表述，因为 PAM 的作用力直接施加于肌腱空间，因此用 x 表示压力和力建模更为自然（图 **1a**,**b**）。系统状态向量定义为：

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) & \dot{x}(t) & P_f(t) & P_e(t) \end{bmatrix}^\top,$$

其中，x 和 $\dot{x}$ 分别表示关节位移和速度，P_f和 P_e 分别表示屈肌型和伸肌型气动人工肌肉的腔室绝对压力。引入压力状态后，便可显式表示气动动力学和拮抗共同收缩效应。

在阀门关闭状态下的交互过程中，每个气动人工肌肉腔室均处于密封状态，其内部质量保持恒定；因此，我们将拮抗腔室质量对视为模型的外生输入：

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} m_f(t) & m_e(t) \end{bmatrix}^\top.$$

B. 关节动力学

将拮抗关节建模为滑轮接口处的单自由度平移系统（图 **1c**）。关节动力学表示为

$$m\ddot{x} = F_{\mathrm{e}} + F_{\mathrm{net}}, \tag{1}$$

其中，m 是通过滑轮折算得到的有效质量，F_{e} 表示外部施加的力，而 F_{net} 表示由拮抗式 PAM 对产生的净相互作用力。

与其将 F_{net} 分解为独立的解析式 PAM 力模型，不如将其表示为学习得到的非线性函数。该表述使模型能够捕捉未建模的影响因素，例如速率相关滞后和拮抗耦合，而无需依赖显式的力-长度-压力映射或执行器特定刚度参数。

C. PAM 压力动力学

当气动人工肌肉腔室密封时，执行器的腔室空气质量近似保持不变，即 $\dot{m}_i = 0$；执行器为 $i \in \{f, e\}$（图 **1c**）。然而，压力并不保持不变，因为它会随着关节运动而随腔室体积变化。在等温理想气体近似下，

$$P_i(t) = C\,\frac{m_i}{V_i(x(t))}, \tag{2}$$

其中，$C = RT/m_{\mathrm{air}}$ 汇总了理想气体系数（通用气体常数 R、绝对温度 T 和空气摩尔质量 m_{air}）。因此，同一腔室质量 m_i 会通过体积映射 $V_i(x)$ 在不同构型下产生不同的压力。这一区别说明，相互作用力应以腔室质量而非瞬时压力为参数。

在等温假设下，对式 (2) 中的理想气体定律取时间导数，可得腔室压力动力学。对于执行器 $i \in \{f, e\}$，压力变化率表示为

$$\dot{P}_i = C\left(\frac{\dot{m}_i}{V_i(x)} - \frac{m_i\,\dot{V}_i(x, \dot{x})}{V_i(x)^2}\right), \tag{3}$$

其中，P_i 是腔室绝对压力，m_i 是内部空气质量，$\dot{m}_i$ 是流入腔室的质量流率，$V_i(x)$是腔室体积。在实际应用中，温度变化、泄漏和未建模的气动效应无法直接测量；因此，在辨识过程中将 C 视为可学习参数。

D. 体积-位移关系

麦基宾型气动人工肌肉由弹性体气囊和包覆其外、带有不可伸长纤维的编织套筒构成。这种几何结构使轴向长度与径向膨胀相互耦合：随着内部压力增大，肌肉缩短并向外鼓胀，同时编织角会调整以满足纤维长度约束。因此，腔室体积仅是肌肉长度的函数。

将每个气动人工肌肉建模为半径随位移变化的圆柱体，则腔室体积为

$$V_f(x) = \pi r_f(x)^2 (L_0 - x),$$
$$V_e(x) = \pi r_e(x)^2 (L_0 + x), \tag{4}$$

其中， L_0 为标称（静止）肌肉长度， $r_f(x)$和$r_e(x)$分别表示屈肌型和伸肌型气动人工肌肉的有效半径。

半径-长度耦合关系由不可伸长编织结构约束决定。假设在标称构型附近呈线性耦合，则有

$$r_f(x) = r_0 + \nu \frac{r_0}{L_0} x,$$
$$r_e(x) = r_0 - \nu \frac{r_0}{L_0} x,$$

其中， r_0 为标称气动人工肌肉半径， ν 为由编织结构几何形状决定的变形系数。对式（4）求导可得体积对时间的导数：

$$\dot{V}_f(x,\dot{x}) = \pi \dot{x} \left[2 r_f(x)(L_0 - x) \nu \frac{r_0}{L_0} - r_f(x)^2 \right],$$
$$\dot{V}_e(x,\dot{x}) = -\pi \dot{x} \left[2 r_e(x)(L_0 + x) \nu \frac{r_0}{L_0} - r_e(x)^2 \right].$$

E. 前向混合神经常微分方程模型

通过将式 (1) 中的参数化关节力学、式 (3) 中的压力动力学与可学习的非线性力 f_θ 相结合，构建拮抗式气动人工肌肉动力学；该非线性力由 θ 参数化（图 **1d**）。由此得到一个混合神经常微分方程，既保留了物理结构，又能使模型根据数据表征非线性和速率相关效应。系统的演化遵循：

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{P}_f \\ \dot{P}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \frac{1}{m}(F_\mathrm{e} + f_\theta(x, \dot{x}, m_f, m_e)) \\ C\left(\frac{\dot{m}_f}{V_f(x)} - \frac{m_f \dot{V}_f(x,\dot{x})}{V_f(x)^2} \right) \\ C\left(\frac{\dot{m}_e}{V_e(x)} - \frac{m_e \dot{V}_e(x,\dot{x})}{V_e(x)^2} \right) \end{bmatrix}, \tag{5}$$

其中， $f_\theta(x, \dot{x}, m_f, m_e)$ 表示来自拮抗式 PAM 对的可学习相互作用力。

为简洁起见，将式 (5) 写为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_\Theta(\mathbf{x}, \mathbf{u}, F_\mathrm{e}), \tag{6}$$

其中，可学习参数集为

$$\Theta = \{ m,\ C,\ \nu,\ \theta \},$$

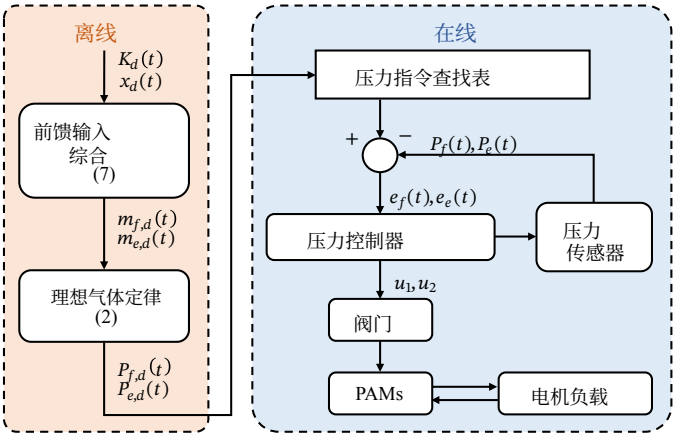


图 2：离线到在线验证流程。期望运动$x_d(t)$ 和刚度 $K_d(t)$ 曲线经逆向公式处理，生成空气质量轨迹，再通过理想气体定律转换为压力指令，并存储在查找表中。在线执行期间，压力控制器通过离散阀门脉冲跟踪预计算指令，以驱动拮抗式气动人工肌肉关节。

由等效质量 m、气体系数 C、几何变形系数 ν和神经网络权重 θ组成。该公式保留了关节动力学和气动动力学的解析结构，同时使学习得到的部分能够捕捉非线性和速率相关效应。连续时间表示避免了离散化偏差，并支持使用以任意采样率采集的实验数据进行训练。

F. 基于约束优化的前馈输入合成

为验证学习得到的动力学，采用逆向公式为规定的运动和刚度曲线合成压力指令。执行过程中，压力控制器跟踪预计算指令以驱动拮抗关节（图2）。给定期望关节轨迹$x_d(t)$及其对应速度 $\dot{x}_d(t)$、加速度 $\ddot{x}_d(t)$和目标刚度曲线 $K_d(t)$，我们在每个时间步通过求解关于气室空气质量 (m_f, m_e) 的约束优化问题，合成前馈拮抗输入。该优化在期望工作点（$x_d(t)$ $\dot{x}_d(t)$）处进行评估，并强制与 $\ddot{x}_d(t)$ 保持动力学一致性。

刚度 $K(t)$被定义为滑轮接口处的平移刚度 （N/mm），

$$K = \frac{\partial f_\theta}{\partial x}.$$

由于学习得到的力模型 $f_\theta(\cdot)$ 使用分段线性激活函数（ LeakyReLU），其导数 $\partial f_\theta / \partial x$ 是分段常数，并且在激活边界处不连续。为获得给定工作点处平滑的刚度估计，我们使用二阶中心有限差分来近似局部斜率：

$$\hat{K}(x,\dot{x}, m_f, m_e) = \big(f_\theta(x + 2h, \dot{x}, m_f, m_e) + f_\theta(x + h, \dot{x}, m_f, m_e) - f_\theta(x - h, \dot{x}, m_f, m_e) - f_\theta(x - 2h, \dot{x}, m_f, m_e) \big) / (6h)$$

其中， h 是一个较小的位移增量，用于近似工作点处力—位移关系的局部斜率。该方案对步长为 h 和 $2h$ 时的中心差分估计取平均，在保留二阶精度的同时，提高了对 $f_\theta(\cdot)$ 局部不规则性的鲁棒性。

在每个时间采样点 t_k，给定期望轨迹点（$x_{d,k}$，$\dot{x}_{d,k}$，$\ddot{x}_{d,k}$）和目标刚度 $K_{d,k}$，我们通过以下方式求解腔室质量（m_f，m_e）：

$$\begin{aligned} \min_{m_f, m_e} \quad & \left(\hat{K}(x_{d,k}, \dot{x}_{d,k}, m_f, m_e) - K_{d,k}\right)^2 \\ \text{s.t.} \quad & \left| m\ddot{x}_{d,k} - f_\theta(x_{d,k}, \dot{x}_{d,k}, m_f, m_e) \right| \le \varepsilon, \end{aligned} \tag{7}$$

其中，该约束确保与期望加速度保持动力学一致性。容差 $\varepsilon = 0.001$ mN 并非总能被精确满足；它更像是一个严格的目标，引导解趋近期望加速度，并与较宽松的容差相比提升跟踪性能。

该过程得出一个最优拮抗质量对，$\mathbf{u}^*(t) = [\, m_f^*(t) \quad m_e^*(t) \,]^\top$，它在工作点处匹配目标局部刚度的同时，与期望运动保持动力学一致性。关键在于，在密封交互下，空气质量是不变的腔室量：关节运动通过体积变化改变压力，而质量参数则表征决定力-位移斜率的拮抗加载状态。

III. 模型辨识与训练

本节介绍用于识别第 II-E 节中式 (5) 所引入的混合神经常微分方程参数的学习目标和训练过程。通过最小化轨迹级预测误差，利用实验轨迹联合学习物理参数和神经网络权重。

A. 训练目标

通过对混合神经常微分方程 (6) 进行时间前向积分，得到预测状态轨迹 $\hat{\mathbf{x}}(t) = [\hat{x}, \hat{\dot{x}}, \hat{P}_f, \hat{P}_e]^\top$：

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}_\Theta(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, F_e), \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}_0,$$

其中，$\mathbf{x}_0$ 为测量初始状态，$\mathbf{u} = [m_f, m_e]^\top$ 为腔室质量（在阀门关闭条件下保持恒定），而$F_e(t)$为施加的外力。

通过最小化预测与测量的关节运动和腔室压力之间的轨迹级均方误差，识别混合神经常微分方程的参数 Θ。损失函数定义如下：

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = 100 \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[(\hat{x}_k - x_k)^2 + (\hat{\dot{x}}_k - \dot{x}_k)^2 \right] \\ + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[(\hat{P}_{f,k} - P_{f,k})^2 + (\hat{P}_{e,k} - P_{e,k})^2 \right], \end{aligned}$$

其中，N 表示轨迹中的时间采样点数量。加权系数根据数值状态变量的尺度，其中关节位移和速度分别以毫米（mm）和毫米每秒（mm/s）表示，压力以千帕（kPa）表示。

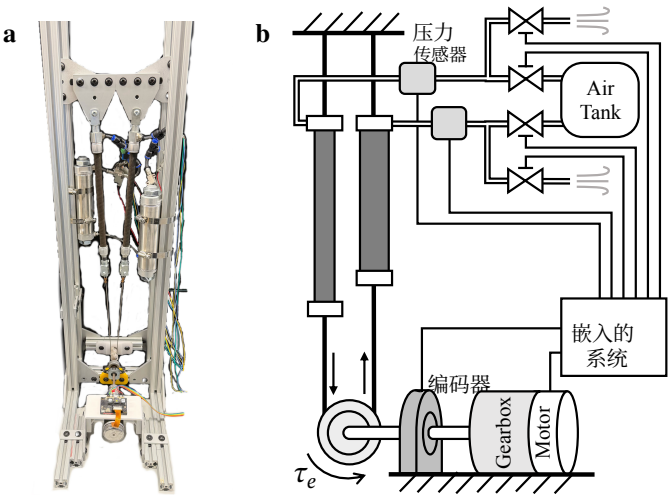


图3：实验用拮抗式PAM平台。**a** 展示拮抗式 PAM 对、滑轮关节和直流电机的实体装置。**b** 系统示意图：每个 PAM 腔室均通过一对三通电磁阀独立调节，阀门由共用储气罐供气；管路压力传感器测量腔室压力。嵌入式控制器协调阀门驱动、电机指令和传感器采集。

B. 分阶段学习策略

由于关节动力学中缺少显式耗散，直接从随机初始化开始优化混合神经常微分方程会导致不稳定。为解决这一问题，采用了分阶段学习策略，包含以下步骤：

- **辅助阻尼初始化：** 训练通过在关节动力学中加入形式为 $B\dot{x}$ 的辅助黏性阻尼项进行初始化。该阻尼项仅用于稳定早期阶段的数值积分。
- **渐进式阻尼去除：** 在相继的训练阶段中，辅助阻尼系数从初始值 6500 kg/s 逐渐降至零。每个阶段均以上一阶段的结果初始化，最终学习得到的模型不包含显式阻尼项。
- **渐进式数据集扩展：** 训练从对称（$m_f = m_e$）的近中心运行条件开始，逐步扩展到更偏置的非对称拮抗运行点，随后扩展到中间条件，以改善共同收缩空间的覆盖。

训练过程中对物理参数和神经网络权重进行联合优化。

C. 物理参数初始化

混合神经常微分方程中物理参数的初始值取自执行器数据表、几何关系和实验表征：

- **等效质量** m**：** 由电机与传动机构经滑轮半径折算的反射惯量计算得到。

- **几何变形系数** ν：由泊松比定义以及麦基宾式编织致动器的几何关系推导得到 [10]。具体而言，

$$\nu = \cot^2(\theta_{braid}),$$

其中 θ_{braid} 为标称构型下的纤维编织角。

- **气体系数** C：根据通用气体常数 R、室温 T以及空气摩尔质量$m_{空气}$，由标称理想气体值初始化。由于训练过程中观察到的偏差可忽略不计， C 在最终模型中被视为固定常数。

物理参数在优化过程中通过Softplus变换被约束为保持正值。

D. 数值实现

混合神经常微分方程采用五阶Tsitouras求解器并结合伴随灵敏度梯度进行积分。力分量 $f_\theta(\cdot)$使用两个各含96个神经元的全连接隐藏层以及LeakyReLU激活函数。

训练使用Adam优化器进行，最多5000个训练轮次，初始学习率为 1×10^{-2}。当出现损失平台期时，学习率按0.95的系数降低，并采用耐心值为100个训练轮次的早停。保留训练损失最低的模型。

IV. 实验设置

本节介绍用于拮抗式气动人工肌肉关节模型辨识与验证的实验平台和数据采集流程。采用了两套实验装置：一套用于获取静态力曲线以进行气质量估计的单根气动人工肌肉特性表征平台，以及一套用于动态系统辨识与验证的拮抗式关节平台。

A. 实验用拮抗式关节平台

用于动态模型辨识与验证的拮抗式关节平台如图3所示。两根相同的气动人工肌肉（DMSP-10-200N，Festo）以拮抗构型安装，并对称绕过滑轮，构成单自由度关节。每根气动人工肌肉通过固定于3D打印夹具的钢腱与关节轴相连，以确保轴向加载和对称布线。

一台无刷直流电机（200142，Maxon Group）配以齿轮箱（260552，Maxon Group），与关节轴耦合，以施加外部转矩激励。关节位置由增量式磁编码器（AMT203-V，CUI Devices）测量。各气动人工肌肉的腔室压力由安装在肌肉入口附近的Honeywell 150PG2A3压力传感器独立测量。对两根气动人工肌肉手动施加较小预载，以消除松弛并确保腱张力一致。

表I总结了系统参数。标有 † 的参数仅用于初始化混合神经常微分方程训练，并未被视为固定的已辨识常数。

表 I：模型中使用的系统参数。标有 † 的参数表示用于神经网络训练的初始化值。

符号	描述	数值	Unit
r_0	标称气动人工肌肉半径	5.00×10^{-3}	m
L_0	标称气动人工肌肉长度	0.2	m
r_p	滑轮半径	6.875×10^{-3}	m
I_{motor}	电机转子惯量	9.25×10^{-6}	kg·m²
I_{gearbox}	齿轮箱惯量	5.00×10^{-7}	kg·m²
N	齿轮比	36:1	-
I	等效关节惯量	1.20×10^{-2}	kg·m²
$m^\dagger$	等效线性质量	2.53×10^{2}	kg
θ_{braid}	编织角	25	deg
$\nu^\dagger$	变形系数	4.60	-
R	气体常数	8.314	J/(mol·K)
T	温度	295.15	K
m_{air}	空气摩尔质量	2.897×10^{-2}	kg/mol
$C^\dagger$	气体系数	8.47×10^{4}	m²/s²

B. 压力调节与嵌入式系统

压缩空气由主储气罐（N310415，PORTER-CABLE）供给，并经过管路气动储气罐（US14227-S0400，SMC）以减小压力波动。储气罐输出被分为两个支路，每条支路通过一对微型三通电磁阀（SY113-SMO-PM3-F，SMC）连接至一个气动人工肌肉，从而实现独立充气与排气。

压力调节采用离散阀门脉冲策略实现。每个控制周期都会将测量压力与期望设定值进行比较。如果误差超过固定死区，则根据误差的正负施加短暂的充气脉冲或排气脉冲。充气脉冲持续 10 ms，排气脉冲持续 15 ms，并设置 20 ms 的不应期，以便压力稳定。这些时序参数通过经验选定，以确保阀门动作可靠，且不会发生超调或气流中断；它们并非通过正式优化得出。达到目标压力后，两个阀门均关闭，使气动人工肌肉成为密封气动容积。

BeagleBone Black Wireless 嵌入式控制器负责协调阀门驱动、电机转矩指令，以及两个实验设置中的同步数据采集。所有传感器信号均以 1 kHz 的频率采样并记录，以供离线处理。

C. 训练激励

拮抗关节仅通过正弦电机转矩输入进行激励。数据采集期间采用了三种激励频率：0.5 Hz、1 Hz 和 2 Hz。每种频率下，通过将电机电流设定为 1 A（0.918 N·m）和 1.5 A（1.377 N·m），施加两种转矩幅值。在多种共同收缩条件下重复这些试验，以生成涵盖不同刚度配置的数据集，用于模型训练和留出验证。通过一项独立验证实验评估模型泛化能力，该实验采用幅值为 0.5 A 的扰动信号。该扰动验证数据集未用于模型训练。

D. 空气质量估计

腔室空气质量（m_f，m_e）无法直接测量，但可以根据压力和位置测量值推断。通过离线单PAM特性标定，在一系列压力范围内测量准静态加载和卸载力曲线，并使用多项式曲面进行拟合。这些曲线描述了每个迟滞分支上的力、位移和空气质量之间的关系。

由于气体系数 C 和形变系数 ν 在训练前未知，因此无法直接根据压力计算空气质量。相反，我们在屈肌与伸肌力平衡的平衡构型处估计空气质量。由于滞后会导致平衡位置随速度方向而变化，因此我们在加载到卸载和卸载到加载过程中，分别于零扭矩交叉点处估计质量，然后取平均值以减小偏差。训练完成后，C 和 ν 得以确定，并通过式（2）直接计算空气质量。

V. 结果

A. 前向模型精度

混合神经常微分方程前向模型使用 29 组数据进行训练，这些数据从在不同共同收缩条件下采集的总计 225 组数据中选出。共同收缩条件定义在指令压力对网格（$P_{f,\,d}$，$P_{e,\,d}$）上（图 **4a**）；作为模型输入的相应空气质量通过质量估计流程（第 IV-D 节）获得（图 **4b**）。我们采用分阶段覆盖策略，在压力网格上选择数据集。训练从对称压力对（10-10 至 80-80 psi）开始，随后纳入压力差逐渐增大的非对称工况（40-50 至 10-80 psi），并涵盖两个方向，形成“X 形”分布。此外，还纳入了总压力相同的各条线上的数据集，以扩大对中等共收缩水平的覆盖范围。这种有意采用的非均匀选取方式，在限制训练规模的同时，最大限度地覆盖对称和非对称工况。其余数据集留作评估。

对于每一对压力（或等价地，对于每一对质量），模型预测了关节位移 x、速度 $\dot{x}$以及PAM压力 P_f 和 P_e。通过计算预测轨迹与测量轨迹之间的决定系数R^2，对预测精度进行了量化。在所有响应和工况下，R^2 的平均值为0.88。图4总结了全部225个工况下的 R^2 值，并以圆圈突出显示训练数据集以供参考。模型在整个工况网格上均表现出良好的泛化能力，但在极端共收缩条件下准确性有所降低；此时，一条肌肉趋近于松弛状态，底层动力学偏离了模型所假设的加压状态。图5中时间序列示例所使用的数据集在图4中以星号标出。

一个训练数据集的代表性时序结果如图 5 所示。在整个激励周期内，预测的关节运动和腔室压力均紧密跟随测量轨迹。为进一步考察滞后现象，图 5 还展示了每个频率段对应的力与位移（x-F）曲线以及压力与力（P_f-F，P_e-F）回线。

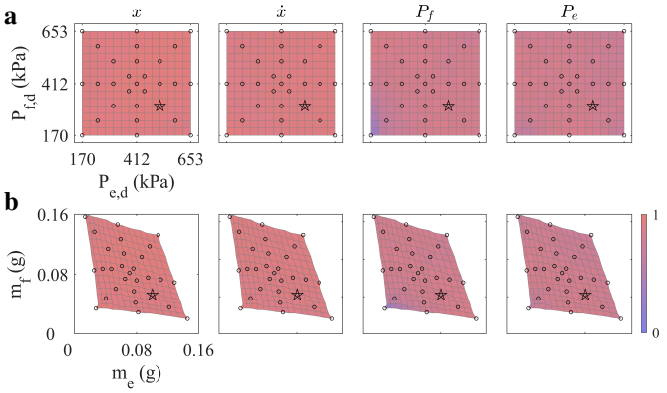


图4：混合神经常微分方程模型在225个工况下的决定系数（R^2）。每个网格交点代表一个数据集。模型在整个共收缩范围内均保持较高的准确性，总体平均值为 $R^2 = 0.88$。**a** 期望压力空间中的 R^2（$P_{f,\,d}$，$P_{e,\,d}$）。**b** 相应气质量空间中的 R^2（m_f，m_e）。圆圈表示用于训练的工作状态；其他工况用于评估前向模型的准确性。星号标出图5所示的工况。

测量压力信号中观察到轻微的相位滞后，这主要是数据采集过程中板载信号调理所采用的低通滤波（截止频率为 3 Hz）引入的。该滤波会使测量压力信号产生频率相关延迟。为便于进行公平的视觉比较，我们通过互相关估算主要延迟，并据此将测量压力信号与模型预测结果在时间上对齐。对于 0.5、1 和 2 Hz 的激励频率，估算出的延迟分别约为 31 ms、40 ms 和 41 ms。此对齐仅用于可视化，不会影响模型训练或定量评估。图中还展示了不同激励频率下相应的滞回环，以便直接比较测量值与预测值的力-位移关系和压力-力关系。

为进一步考察学习得到的相互作用力，在覆盖整个工作范围的代表性拮抗气质量对，以及三种速度 $\dot{x} \in \{-5, 0, 5\}$ mm/s 下，评估了净关节力 $f_\theta(\cdot)$ 随关节位移的变化。所得力-位移曲线如图 6 所示。在中性构型附近，力-位置关系近似线性；位移较大或质量分布不对称时，曲率会增大。改变相对空气质量会使平衡关节位置发生偏移，而增加共同收缩会增大局部斜率，对应更高的有效刚度。力曲线中与速度相关的偏移表明存在轻微的迟滞效应，这与气动人工肌肉的加载-卸载行为一致。

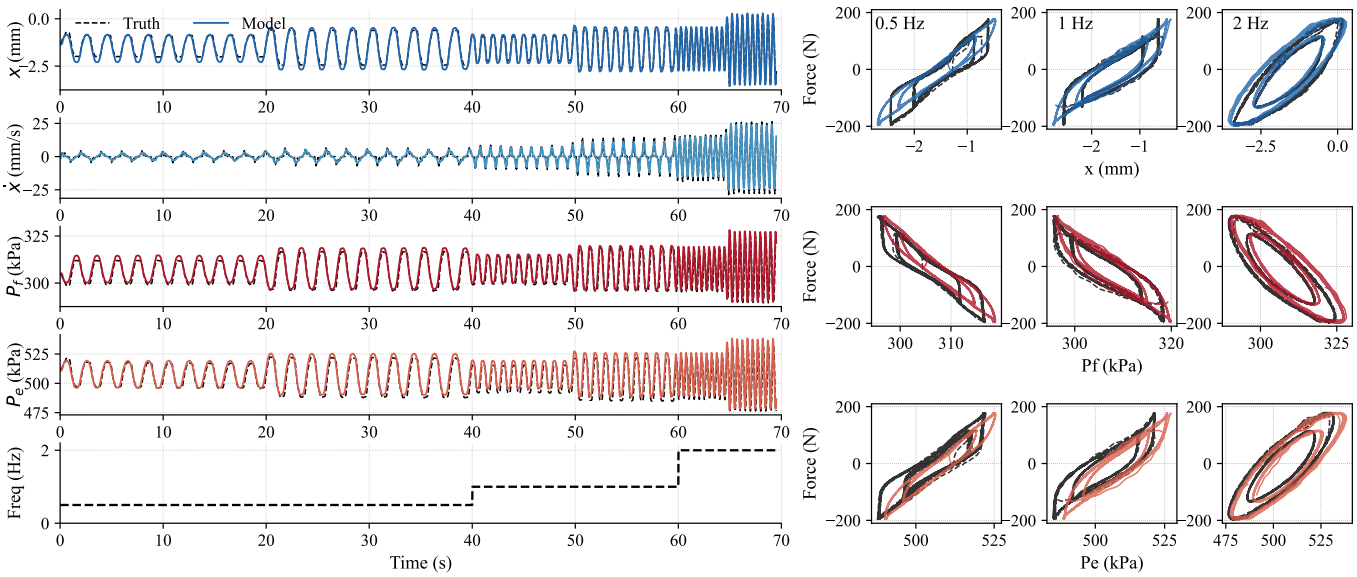


图 5：在一个训练数据集的 ($P_{f,d}$、$P_{e,d}$) = (206.8、413.7) kPa (30, 60 psi) 条件下，混合神经常微分方程预测结果与实验测量值的示例对比。模型准确再现了测得的位移 x、速度 $\dot{x}$ 以及 PAM压力 P_f 和 P_e。右侧面板显示在 0.5、1 和 2 Hz 下，力与位移 (x-F)、屈肌压力 (P_f-F) 及伸肌压力 (P_e-F) 的实测滞回环（黑色虚线）和模型预测滞回环（彩色实线）。

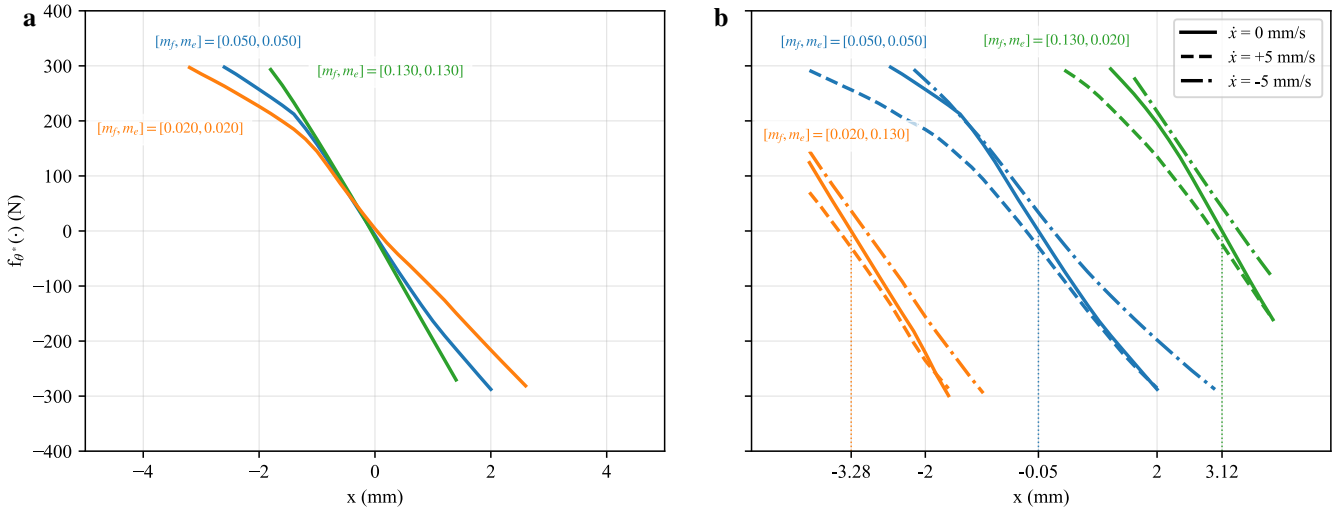


图 6：在离散的屈肌和伸肌腔室质量（单位：克）及速度 ($\dot{x} \in \{-5, 0, 5\}$ mm/s) 条件下，学习得到的关节力 $f_\theta(\cdot)$ 随关节位移的变化。**a** 对称质量条件下的力-位移曲线 ($m_f = m_e$)，展示总空气质量变化所引起的刚度变化。**b** 具有代表性的非对称情况的力-位移曲线，包括低-高（边缘）和中间（中部）拮抗肌质量组合。垂直点线表示每组质量对应的平衡位置（力为零处），显示质量不平衡如何使平衡位置发生偏移。

B. 运动合成验证

1）振幅变化：在固定频率 $f = 0.1$ Hz 和目标刚度 $K_d = 150$ N/mm 下，输入了振幅为 $A \in \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}$ mm 的正弦轨迹。所得跟踪误差汇总于图 **7a**。误差幅值在不同振幅下几乎保持不变，这表明偏差主要由低速运动反转附近的静摩擦效应造成，而非振幅相关的动力学。

2）频率变化：振幅固定为 A =1。0 mm、刚度为 K_d = 150N/mm 时，指令轨迹的频率设为 $f \in \{0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0\}$Hz。如图 **7b**所示，平均跟踪误差随频率略有增加，这反映出训练数据集中对较高速度运动的表示有限。逆模型验证仅限于 1 Hz，因为这一范围能够代表典型的可穿戴机器人运动。在更高频率下，性能主要受硬件限制，因为离散式

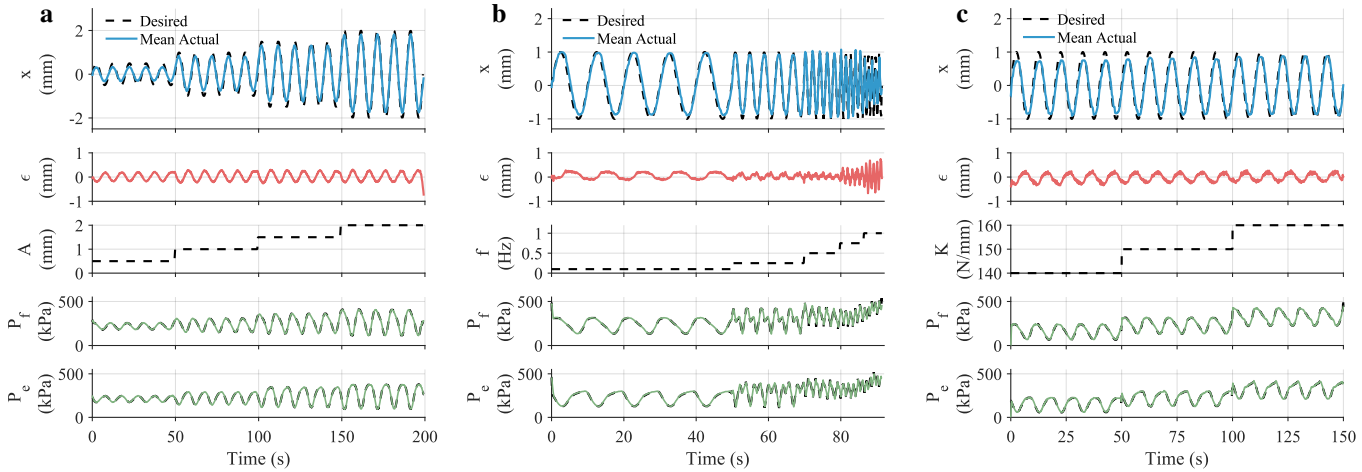


图 7：幅值、频率和刚度变化条件下的前馈跟踪验证。**a**固定频率（$f = 0.1$ Hz）和刚度（$K_d = 150$ N/mm）下的跟踪幅值（A ={0.5, 1.0, 1.5, 2.0} mm）。误差幅值几乎恒定，表明低速度偏差主要由静摩擦造成。**b** 固定幅值（$A = 1.0$ mm）和刚度（$K_d = 150$ N/mm）时，不同频率（f ={0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0} Hz）下的跟踪性能。跟踪误差随频率略有增加，这与较高速度下训练覆盖有限的情况一致。**c**固定幅值（$A = 1.0$ mm）和频率（$f = 0.1$ Hz）时，不同刚度水平（$K_d = \{140, 150, 160\}$ N/mm）下的跟踪性能。误差相近，证实在不同共收缩条件下逆模型精度保持一致。

基于阀门的压力控制器无法准确跟踪指令压力。

3）刚度变化：为评估刚度调制的鲁棒性，在振幅固定为 $A = 1.0$ mm、频率固定为 $f = 0.1$ Hz的条件下，将刚度设为 $K_d \in \{140, 150, 160\}$ N/mm。不同刚度水平下的跟踪误差相近（图 **7c**），表明在所测试的条件下，刚度调制不会降低运动跟踪精度。

C. 刚度合成验证

为验证模型的刚度预测，在阀门关闭条件下，通过基于扰动的系统辨识实验确定有效关节刚度。

1）系统辨识与刚度估计：使用线性弹簧-质量-阻尼器模型辨识有效刚度 K 和阻尼 B ，

$$M(\ddot{x} - \ddot{x}_0) + B(\dot{x} - \dot{x}_0) + K(x - x_d) = F_{\mathrm{e}},$$

其中，质量 M 固定为混合神经常微分方程所学习到的有效质量 m。通过最小化实测响应与使用 ode45 积分的模型之间的位移误差平方和，辨识参数 K 和 B 。采用两阶段优化：先使用 patternsearch 搜索初始参数，再使用 fmincon 进行局部细化。外力 F_{e} 根据指令电机电流推导，并与实测位移同步。

2）扰动方案：在进行刚度辨识的扰动期间，压力控制器会暂停，所有阀门均保持关闭，以确保整个辨识窗口内腔室空气质量保持恒定。随后立即向关节施加一个持续 150 毫秒的电机方波转矩脉冲，并利用由此产生的关节响应辨识 K 和 B。这使系统处于学习得到的模型所描述的闭阀状态（$\dot{m}_i = 0$）：如果伺服系统仍处于启用状态，阀门脉冲就会改变空气质量，从而使模型假设失效。由于扰动施加时没有延迟，辨识是在当前轨迹上的瞬时工作状态下进行的。

对振幅为 $A = 1.0$ mm、频率为 $f = 0.1$ Hz 的周期轨迹进行跟踪，同时使目标刚度在 $K_d \in \{140, 150, 160\}$ N/mm 范围内循环变化。每个刚度水平保持五个周期，并沿正、负两个扰动方向施加扰动，以进行系统辨识。

图 **8a** 展示了系统响应和刚度验证结果。在跟踪轨迹的峰值、中心点和谷值处，沿两个方向施加扰动。在所测试的工况下，辨识刚度值与指令刚度调度一致。

为验证训练后的模型在平衡位置 $x_0 = 0$ mm处所预测的刚度范围，给定了目标刚度值 $K_d \in \{126, 136, 146, 156, 166, 176\}$ N/mm。从物理意义上看，这对应于等效旋转刚度范围 $K_q \in [5.95, 8.31]$ N·m/rad。施加了正向扰动和负向扰动，并采用相同流程辨识刚度。如图**8b**所示，辨识刚度值覆盖了预测范围。最低刚度水平相对目标值的偏差较大，这与在较低共收缩区附近运行有关，此时一个执行器失去有效张力，系统行为偏离模型所表征的加压动力学。

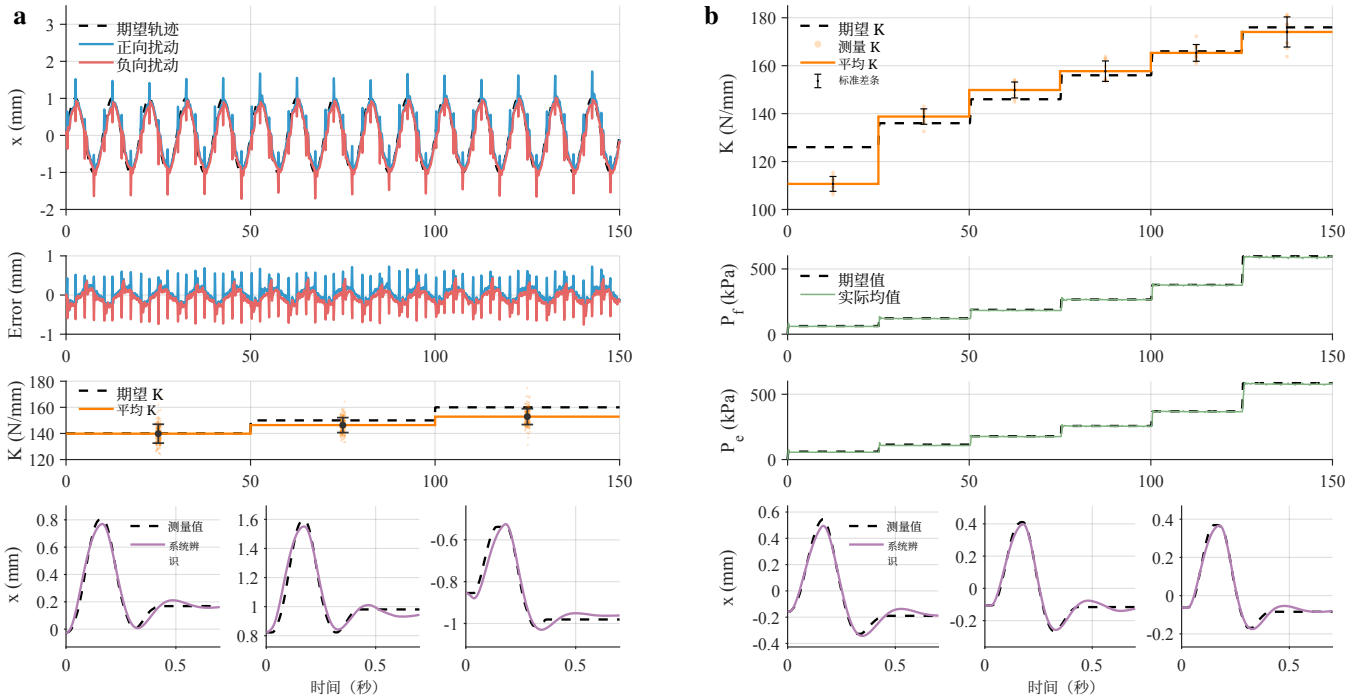


图8：刚度合成验证。**a** 正弦运动（$A = 1.0$ mm，$f = 0.1$ Hz）期间的时变刚度跟踪（$K_d \in \{140, 150, 160\}$ N/mm）。从上到下：正向（蓝色）和负向（红色）扰动下的关节位移；跟踪误差；辨识刚度（300次扰动的均值± ± SD）与期望值的对比；在 $x_0 \in \{0, +1, -1\}$ mm处的代表性扰动响应和系统辨识拟合。**b** 平衡状态（$x_0 = 0$ mm）下的刚度范围验证（$K_d \in \{126\text{-}176\}$ N/mm）。从上到下：辨识刚度（60次扰动）；指令腔室压力和测量腔室压力 P_f、P_e；在 $K_d \in \{126, 146, 176\}$ N/mm下的代表性扰动响应。

D. 与平衡点模型的比较

为评估速度相关力建模是否能改善刚度预测，将混合神经常微分方程与平衡点（EP）模型进行了比较。EP模型刻画了经典的拮抗直觉，即压差决定平衡位置，而总压力决定刚度 [12], [13]。假设采用线性的基于压力的映射，EP模型可描述为

$$x_0 = \alpha_1(P_f - P_e) + \alpha_0, \qquad K = \beta_1(P_f + P_e) + \beta_0,$$

该模型忽略了滞后和速率相关效应。为确保比较公平，EP参数根据训练后的神经常微分方程所提取的平衡状态和刚度关系进行拟合，使两个模型基于相同的底层数据运行。随后，两个模型均采用相同的逆向计算流程来计算压力指令。

在相同条件下，使用带阶跃刚度目标的正弦轨迹对两个模型进行了评估。在零速度和最大速度时施加扰动，并采用上述相同流程识别刚度。如表II和图9所示，神经常微分方程模型在不同速度下保持了相对一致的刚度（$\Delta < 2.5\%$），而EP模型在最大速度时的变化明显更大（$\Delta = 8.2\text{-}11.6\%$，配对$t$检验，$p < 0.05$）。

表II：神经常微分方程（NN）和平衡点（EP）模型的关节刚度辨识结果。

模型	Part	标称值 (N/mm)	$\dot{x} = 0$	$\dot{x} = \dot{x}_{\max}$	$\Delta(\%)$	p-值
NN	K_{low}	140	139.54	140.07	1.06	0.6036
	K_{mid}	150	146.96	145.83	2.26	0.1075
	K_{high}	160	152.39	153.36	1.94	0.2585
EP	K_{low}	140	138.03	133.63	8.80	2.08×10^{-7}
	K_{mid}	150	149.71	143.89	11.64	1.35×10^{-11}
	K_{high}	160	156.55	152.43	8.24	8.88×10^{-7}

刚度值是在零速度（$\dot{x} = 0$）和最大速度（$\dot{x} = \dot{x}_{\max}$）下确定的。Δ 表示$\dot{x} = 0$与 $\dot{x} = \dot{x}_{\max}$之间刚度绝对变化量，该变化量以理论刚度范围（126- 176 N/mm）归一化。p值通过对 $\dot{x} = 0$和 $\dot{x} = \dot{x}_{\max}$进行成对统计比较得出。

刚度变化量化如下：

$$\Delta(\%) = \frac{|K_{\dot{x}=0} - K_{\dot{x}=\dot{x}_{\max}}|}{K_{\max,\text{theory}} - K_{\min,\text{theory}}} \times 100\%,$$

其中，$K_{\min,\text{theory}} = 126$ N/mmand $K_{\max,\text{theory}} = 176$ N/mm定义了理论刚度范围。

VI. 结论

本文提出了一种用于建模拮抗式气动人工肌肉（气动人工肌肉）动力学的混合神经常微分方程框架。通过嵌入参数化关节力学和压力

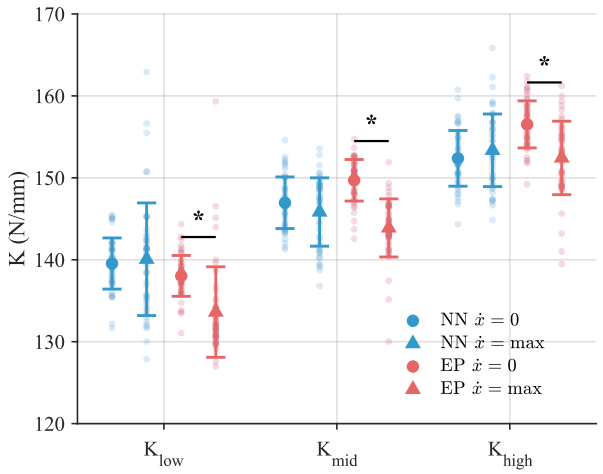


图9：神经常微分方程（NN）和力平衡点（EP）模型在三个标称刚度水平（K_{low}、 K_{mid}、K_{high}）下生成的指令所对应的实验辨识刚度。圆圈表示零速度（$\dot{x} = 0$）时的扰动；三角形表示最大速度（$\dot{x} = \max$）时的扰动。较大的标记表示均值 ± 标准差；浅色圆点表示单次测量结果。星号表示 EP 模型在不同速度条件下的差异具有统计显著性（$p < 0.05$，配对 t 检验）。NN 模型在不同速度下保持刚度一致，而 EP 模型在最大速度下表现出系统性的刚度降低。

动力学到连续时间学习表述中，该方法以物理结构化而又数据驱动的方式捕捉耦合运动、气动状态演化以及非线性拮抗力行为。

学习得到的前向模型能够准确预测 225 种共同收缩条件下的关节运动和腔室压力；学习得到的力—位移关系则呈现出与 PAM 特性相符的平衡状态偏移、随共同收缩增强的刚度，以及速度相关滞回。基于学习得到的动力学推导出的前馈输入合成方法经过了实验验证，证实该方法能够在不同振幅、频率和共同收缩水平下可靠地预测运动和刚度。与平衡点模型的比较表明，速度相关力建模能够提升不同工况下刚度的一致性。

该框架在训练数据覆盖的工作范围内进行离线训练和验证。未来工作将聚焦于在线自适应、更广泛的激励模式，以及向多自由度可穿戴机器人系统的扩展。

参考文献

[1] J. Realmuto 和 T. Sanger，“一种采用软织物螺旋执行器的机器人前臂矫形器”，载于*2019*年第二届 *IEEE* 软体机器人国际会议（*RoboSoft*）。IEEE，2019年，第591–596页。[2] S. Sridar、P. H. Nguyen、M. Zhu、Q. P. Lam 和 P. Polygerinos，“ 用于膝关节康复的软体充气外骨骼服的开发 ”，载于 *2017* 年 *IEEE/RSJ* 智能机器人与系统国际会议（*IROS*）。IEEE，2017年，第3722–3727页。

[3] A. T. Asbeck、S. M. De Rossi、K. G. Holt 和 C. J. Walsh，《用于步行辅助的仿生软体外骨骼服》，《国际机器人研究期刊》，第34卷，第6期，第744–762页，2015年。[4] E. Bardi、M. Gandolla、F. Braghin、F. Resta、A. L. Pedrocchi 和 E. Ambrosini，《上肢软体可穿戴机器人设备：系统综述》，《神经工程与康复杂志》，第19卷，第1期，第87页，2022年。[5] E. Kelasidi、G. Andrikopoulos、G. Nikolakopoulos 和 S. Manesis，《气动肌肉致动器建模综述》，载于2011年IEEE国际工业电子研讨会。IEEE，2011年，第1263–1269页。[6] A. Pagoli、F. Chapelle、J.-A. Corrales-Ramon、Y. Mezouar 和 Y. Lapusta，《软体流体致动器综述：分类与材料建模分析》，《智能材料与结构》，第31卷，013001，2021年1期，第。[7] Y. Zhang、H. Liu、T. Ma、L. Hao 和 Z. Li，《考虑不同输入频率和机械负载的气动人工肌肉综合动力学模型》，《机械系统与信号处理》，第148卷，第107133页，2021年。[8] M. S. Xavier、C. D. Tawk、A. Fleming、A. Zolfagharian、J. Pinskier、D. Howard、T. Young、J. Lai、S. M. Harrison、Y. K. Yong 等，《软体气动执行器：设计、制造、建模、传感、控制与应用综述》，2022年。[9] H. Schulte，《McKibben 人工肌肉的特性》，《假肢与矫形器中的外部动力应用》，第94–115页，1961年。[10] C.-P. Chou 和 B. Hannaford，《McKibben 气动人工肌肉的测量与建模》，《IEEE机器人与自动化汇刊》，第12卷，第1期，第90–102页，1996年。[11] N. Hogan，《通过拮抗肌共同激活实现机械阻抗的自适应控制》，《IEEE自动控制汇刊》，第681–690页，1984年。[12] A. G. Feldman，《再论运动控制的平衡点假说（λ 模型）》，《运动行为杂志》，第18卷，第1期，第17–54页，1986年。[13] Y. Ariga、H. T. Pham、M. Uemura、H. Hirai 和 F. Miyazaki，《基于气动人工肌肉的主动肌－拮抗肌系统新型平衡点控制》，载于2012年IEEE国际机器人与自动化会议。IEEE，2012年，第1470–1475页。[14] A. T¨odtheide、T. Lilge 和 S. Haddadin，《气动驱动机器人关节的拮抗阻抗控制》，《IEEE机器人与自动化快报》，第1卷，第1期，第161–168页，2015年。[15] N. Hogan，《阻抗控制：一种操作方法：第二部分——实现》，《动态系统、测量与控制杂志》，第107卷，第1期，第8–16页，1985年。[16] M. Doumit、A. Fahim 和 M. Munro，《编织气动肌肉的解析建模与实验验证》，《IEEE机器人与自动化汇刊》，第25卷，第6期，第1282–1291页，2009年。[17] A. Ho˘sovsk`y 和 M. Havran，《用于工业应用的单自由度气动肌肉致动器动态建模》，《Tehni˘cki vjesnik》，第19卷，第3期，第673–681页，2012年。[18] T. V. Minh、B. Kamers、H. Ramon 和 H. Van Brussel，《气动人工肌肉机械臂关节的建模与控制——第一部分：考虑蠕变效应的气动人工肌肉机械臂关节建模》，《机电一体化》，第22卷，第7期，第923–933页，2012年。[19] A. Ho˘sovsk`y、J. Pitel’ 和 K. ˘Zidek，《结合Elman神经网络的增强型气动肌肉致动器动力学模型》，载于《抽象与应用分析》，第2015卷，第1期。Wiley 在线图书馆，2015年，第906126页。[20] K. K. Ahn 和 H. P. H. Anh，《使用循环神经网络对气动人工肌肉（PAM）机械臂进行建模与辨识的比较研究》，《机械科学与技术杂志》，第22卷，第7期，第1287–1298页，2008年。[21] M. T. Gillespie、C. M. Best、E. C. Townsend、D. Wingate 和 M. D. Killpack，《利用神经网络学习软体机器人的非线性动力学模型，以实现模型预测控制》，载于2018年IEEE软体机器人国际会议（RoboSoft）。IEEE，2018年，第39–45页。[22] P. Hyatt、D. Wingate 和 M. D. Killpack，《利用学习得到的非线性离散时间模型对软体致动器进行基于模型的控制》，《机器人与人工智能前沿》，第6卷，第22页，2019年。[23] W. Sun、N. Akashi、Y. Kuniyoshi 和 K. Nakajima，《面向软体气动执行器的物理信息循环神经网络》，《IEEE机器人与自动化快报》，第7卷，第3期，第6862–6869页，2022年。[24] G. Wang、R. Chalard、J. Cifuentes 和 M. T. Pham，《学习用于气动人工肌肉控制的逆热力学模型》，《机电一体化》，第110卷，第103359页，2025年。

[25] S. Wang、R. Wang、Y. Liu、Y. Zhang 和 L. Hao，《通过深度拉格朗日网络与强化学习实现气动人工肌肉的动态建模与控制》，《人工智能工程应用》，第148卷，第110406页，2025年。[26] J. Magdy、O. M. Shehata、H. A. Kandil 和 E. I. Morgan，《由拮抗式气动人工肌肉驱动的膝关节的混合建模、控制与仿真》，《国际机械工程与机器人研究期刊》，第14卷，第4期，2025年。[27] K. Zhou、Q. Zong、B. Zhang、D. Liu、T. Liu、Q. Zhu 和 B. Wang，《基于BP神经网络建模的气动人工肌肉拮抗关节角跟踪模型预测控制》，《*IEEE*传感器期刊》，2025年。[28] W. Zhao 和 A. Song，《由拮抗式气动肌肉致动器驱动的膝关节外骨骼主动运动控制》，载于《致动器》，第9卷，第4期。MDPI，2020年，第134页。[29] M. Trumi´c、K. Jovanovi´c 和 A. Fagiolini，《气动软体机器人的位置与刚度解耦非线性自适应控制》，《国际机器人研究期刊》，第40卷，第1期，第277–295页，2021年。[30] T. Shin、T. Ibayashi 和 K. Kogiso，《拮抗式PAM系统的详细动力学模型及其实验验证：基于无迹卡尔曼滤波的无传感器角度与扭矩控制》，《*IEEE/ASME*机电一体化汇刊》，第27卷，第3期，第1715–1726页，2021年。[31] T. Shin 和 K. Kogiso，《利用参考集实现拮抗式PAM致动器的无传感器角度与刚度控制》，《先进机器人》，第36卷，第9期，第423–437页，2022年。[32] R. T. Chen、Y. Rubanova、J. Bettencourt 和 D. K. Duvenaud，《神经常微分方程》，《神经信息处理系统进展》，第31卷，2018年。