arXiv:2603.00964v1 [astro-ph.SR] 1 Mar 2026

多方爱丁顿启发的玻恩-英费尔德引力太阳等离子体中的稳定性与波动动力学

Souvik Das 和 Pralay umar Karmakar *物理系，特兹布尔大学，
Napaam，特兹普尔，阿萨姆邦 *784028*，印度（日期：2026年3月3日）

我们研究了爱丁顿启发的玻恩-英费尔德（EiBI）理论所产生的非线性引力修正，对多方、粘性和湍流太阳等离子体中的波动动力学、稳定性及能量输运过程的影响。对金斯归一化二次色散关系的解析与数值分析表明，EiBI引力参数（χ）和相对多方声速（β）分别调节振荡频率、增长率、相速度、扰动能量分配及向外声波能量通量。正的 χ 会使振荡频率、相速度和向外能量通量水平相较于牛顿预言系统性地提高 ∼10%，而较大的 β 可使它们最多提高55%，从而促进波传播和高效的声波输运。相反，负的 χ 会增强引力束缚，并使阻尼率增加 ∼40%，尤其是对于g模。能量分配分析显示，EiBI修正从根本上重构了动能、静电能与引力能之间的平衡。牛顿引力的贡献微乎其微（<4%），而非零的 χ 可将高达三分之一的振荡能量导入引力模。模态表面通量计算进一步证实，只有p模能驱动向外能量输运（ $\chi > 0$时增强， $\chi < 0$时减弱）。将理论结果与四年期SDO/HMI多普勒速度观测直接比较后发现，对于 $\chi = 3 \times 10^7\,\mathrm{m^5\,kg^{-1}s^{-2}}$，理论与观测结果高度吻合，这为通过日震学研究太阳EiBI引力提供了首个经验约束。这些发现为检验修正引力理论，以及深入理解太阳等离子体稳定性、日震学特征和环境大气能量输运过程，建立了严谨的框架。

一、引言

太阳等离子体中的波动动力学与稳定性研究长期以来一直是天体物理学的核心主题，为我们理解恒星结构、演化和振荡奠定了基础。太阳等离子体振荡，尤其是日震学p模，为探测太阳内部的结构与动力学提供了精确的诊断工具 [1–5]。基于微扰方法对这些振荡进行稳定性分析，有助于揭示声波和重力波的传播、能量输运机制，以及太阳内部不稳定性的起始过程。

引力效应在维持太阳平衡和调节其振荡行为方面发挥着根本作用。在标准框架下，引力由爱因斯坦广义相对论（广义相对论）描述，该理论在解释大尺度宇宙现象和恒星结构方面均取得了巨大成功。爱因斯坦-希尔伯特作用量构成广义相对论的基础，其表达式为 [6, 7]

$$S_{\rm EH} = \frac{1}{2\kappa c}\int (R - 2\Lambda)\,\sqrt{-g}\,d^4x + S_m(g, \text{fields}). \quad (1)$$

其中， $\kappa = 8\pi G/c^4$ 是爱因斯坦引力常数， R 是里奇标量， Λ 表示宇宙学常数， g =det($g_{\mu\nu}$)是度规张量的行列式， S_m 表示物质作用量。由此作用量可导出爱因斯坦场方程；在弱场、非相对论极限下，该方程简化为经典牛顿泊松方程，形式如下： [6–8]

$$\nabla^2\psi = 4\pi G\rho, \quad (2)$$

其中， ψ 是自引力势， ρ 表示物质密度。这一牛顿形式已广泛应用于太阳建模和日震学，为我们理解太阳等离子体振荡动力学奠定了基础。

尽管广义相对论取得了非凡的成功，但在涉及极高密度或非线性物质–引力耦合的情况下，它仍面临概念和技术上的挑战。这些局限推动了修正引力理论的发展。其中一个经过深入研究的框架是爱丁顿启发的玻恩-英费尔德（EiBI）引力理论 [9], ，它是广义相对论的一种帕拉蒂尼型推广。受玻恩-英费尔德电动力学启发，EiBI理论以基于行列式的结构取代爱因斯坦-希尔伯特作用量，从而使高曲率行为得以规整，并有望避免奇点。EiBI作用量表示为 [9–11]

$$S_{\rm EiBI} = \frac{c^3}{8\pi G\chi}\int d^4x\left[\sqrt{-|g_{\mu\nu} + \chi R_{\mu\nu}(\Gamma^c_{ab})|} - \lambda\sqrt{-g}\right] + S_m(g, \text{fields}), \quad (3)$$

其中， $R_{\mu\nu}$ 是由独立联络 Γ^c_{ab}构造的里奇张量。项 χ 表示EiBI引力参数。参数 χ 和 λ 通过 $\Lambda = (\lambda-1)/\chi$ 与宇宙学常数相关。

* pkk@tezu.ernet.in

在极限 $\chi \to 0$下，该作用量自然退化为广义相对论的爱因斯坦-希尔伯特作用量 [9, 11]。与广义相对论不同，EiBI引力会引入修正，这些修正在高密度环境中变得显著，而在真空或低密度区域则退化为广义相对论。

现有研究通常在渐近平坦极限下分析EiBI引力，该极限通过选择$\lambda = 1$实现，从而有效地消除了任何裸宇宙学常数项（即 $\Lambda = 0$）。这种表述是恒星和致密天体研究中常规弱场分析的标准做法 [10–13]。在这一假设下，所有偏离牛顿引力的效应都完全源于EiBI引力参数χ，它会在引力势中引入额外的密度梯度项。因此，在牛顿极限下，EiBI修正后的引力泊松方程具有如下形式 [9, 12, 14]

$$\nabla^2\psi = 4\pi G\rho + \frac{\chi}{4}\nabla^2\rho, \tag{4}$$

其中，与 χ相关的项反映了非线性Born–Infeld型修正，并且在高密度或强分层的天体物理等离子体中会变得显著。这些修正可能影响恒星内部结构（包括太阳等离子体）的平衡构型、振荡行为和稳定性；在这些环境中，即使是对牛顿引力的微小偏离，也会影响波传播和模态动力学。图1展示了EiBI引力修正后的太阳自引力势（ψ）随距核心的缩放距离（$r/R_\odot$）以及EiBI引力参数（χ）的变化关系。在$\nabla^2\rho < 0$ 贯穿太阳内部大部分区域时，正的 χ 会削弱引力源并降低 ψ，而负的 χ 则会增强引力源并加深 ψ。

大量文献深入探讨了 EiBI 引力对致密天体物理天体 [10, 11, 13, 15–17]，以及早期宇宙学 [18–20] 和天体物理稳定性分析 [12, 21–24]的影响。相比之下，太阳环境受到的关注相对较少。已有研究也报告了 EiBI 参数的天体物理和宇宙学约束 [14, 25–27]。例如，Casanellas等人 [26] 考察了 EiBI 引力框架下的太阳模型，指出正、负 χ 都会显著改变太阳结构。先前的研究将太阳尺度下的 EiBI 引力参数限制在 $\chi \sim 10^5 - 10^7$ $\mathrm{m^5\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ [14, 26]范围内。这些研究凸显了 EiBI 修正的天体物理意义，但大多数研究仍聚焦于致密天体或宇宙学应用。

最近，Das和Karmakar [28] 研究了EiBI引力参数对太阳等离子体平衡性质的影响。然而，EiBI引力对太阳等离子体振荡和波动动力学的影响仍鲜有研究。若干关键问题尚未得到系统探讨，包括自引力太阳等离子体中的振荡频率、阻尼率或增长率、相速度、扰动能量平衡以及声能流。正是这一研究空白促成了本研究。

本研究将EiBI引力纳入多方、粘性且湍流的太阳等离子体框架，以系统分析振荡动力学和稳定性。我们特别关注EiBI引力参数 χ，该参数量化了相对于牛顿引力的偏离，并可能在日震学特征中留下可观测的印记。通过考察频移、稳定性判据、振荡能量学和能量输运，我们旨在评估能否通过太阳等离子体振荡动力学对EiBI理论中的非线性物质–引力耦合加以约束或探测。

本文其余部分安排如下。第二节介绍本研究采用的物理模型配置及其基本假设。第三节详细阐述数学形式体系并给出推导。第四节展示并讨论主要结果，包括与文献中现有太阳天文观测的比较评估和验证。最后，第五节总结本系统研究的主要结论，并指出未来在EiBI引力下研究太阳表面振荡的可能方向。

II. 物理模型的建立 NT

本研究在EiBI引力框架下构建了一个准中性、粘性、湍流、无磁且多方的太阳等离子体系统。为便于解析处理，假设该系统呈球对称。等离子体主要由经典麦克斯韦电子（非惯性）和等温离子（惯性）组成，这与太阳内部的标准描述一致 [29–32]。在太阳内部，热等离子体压强$p_t = nk_{\mathrm{B}}T$ 远大于磁压 $p_m = B^2/(2\mu_0)$，因此等离子体β值较高 $\beta_p = p_t/p_m \gg 1$[29, 31]。在这种条件下，磁场对内部等离子体的大尺度集体振荡并不起显著的动力学作用 [33, 34]。此外，先前研究表明，高频声学p模振荡基本不受磁效应影响 [33, 35], ，这也证明了在模型中忽略磁化效应的合理性。

为考虑耗散和涨落效应，该模型纳入了粘性和湍流的贡献。黏度会对等离子体流体运动产生阻性阻尼，而湍流则会驱动压力和速度场中不规则的向外涨落 [36, 37]。等离子体的热力学状态由多方状态方程（EoS）描述，该方程将有效流体压强与局部质量密度关联起来，如下所示 [38–40]

$$p_p = K_p\rho^{\Gamma} = K_p\rho^{1+n_p^{-1}}, \tag{5}$$

其中，K_p 是多方常数，$\Gamma = 1+n_p^{-1}$表示多方指数，n_p 是多方指标。

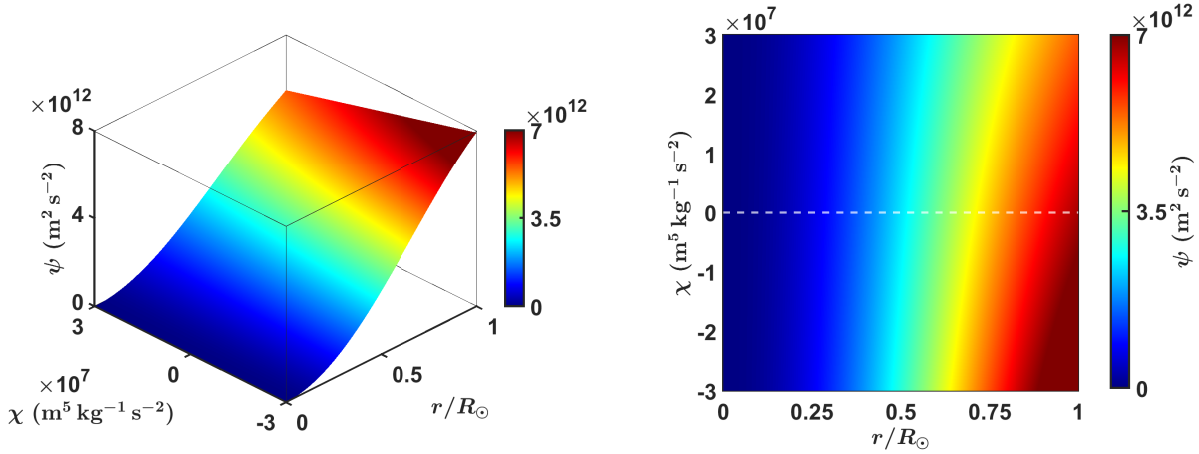

图 1. EiBI 引力修正后的太阳自引力势 (ψ) 随重标度距离 ($r/R_\odot$) 和 EiBI 引力参数 (χ) 的变化曲线。

对于太阳内部，通常选择 $n_p = 3$ ，可得$\Gamma = 4/3$ [38, 39]。

太阳等离子体中密度梯度的存在自然会产生湍流压力 [29, 32], ，尤其是在对流运动剧烈的区域。在近表面对流区和超调区，湍流会在热贡献之外额外产生一个各向同性压力分量。为描述这一效应，我们采用 Larson 对数斜压状态方程 [36, 41, 42], ，其表达式为

$$p_{\rm turb} = p_0 \ln \frac{\rho}{\rho_0}, \tag{6}$$

该方程为分层可压缩天体物理流体中的湍流支撑提供了一种便捷的描述。这里， $p_0 = n_0 k_{\rm B} T_0$ 是平均（平衡）等温流体压强， ρ 表示非均匀流体密度， ρ_0 表示太阳内部流体的平均密度。因此，多方非均匀湍流离子流体的净有效压力表示为 $p = p_p + p_{\rm turb}$。为简化数学处理，我们忽略日球层磁场、陀螺流体相互作用、非理想等离子体修正、差分自转、大尺度涡量、黏弹性和潮汐影响所产生的其他效应。本文采用的所有物理常数，例如万有引力常数 G、真空光速 c 和玻尔兹曼常数 $k_{\rm B}$，均保留符号形式，并取天体物理文献中采用的标准值。

该模型进一步纳入 EiBI 引力框架，该框架通过引入非线性的 Born–Infeld 型时空曲率修正，对标准牛顿泊松方程进行了改写。这种偏离广义相对论的爱因斯坦-希尔伯特作用量的做法，为分析非标准引力响应下的太阳等离子体振荡与稳定性提供了更丰富的理论背景。

III. 数学形式体系

在这项工作中，我们系统研究 EiBI 引力框架下自引力太阳等离子体涨落的动力学，旨在识别其可能偏离经典牛顿描述之处。下文将以结构化的方式严谨地构建并呈现相关数学框架。

A. 控制方程

自引力太阳等离子体内部被建模为一个由非惯性热电子（假设服从麦克斯韦分布）和惯性离子流体组成的双组分系统。电子密度遵循麦克斯韦–玻尔兹曼分布，可表示为 [43]

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{k_{\rm B} T_e}\right), \tag{7}$$

其中， $n_0 = \rho_0/m_i$ 表示太阳等离子体内部的平均（平衡）粒子数密度。

为完整捕捉较重离子的惯性响应，将其视为黏性湍流流体。其集体动力学由一组标准流体力学方程描述：用于质量守恒的连续性方程和用于力平衡的动量方程。这些方程分别可用常规记号表示为 [43–46]

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0, \tag{8}$$

$$\begin{aligned} m_i n_i \frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} &= q_i n_i \mathbf{E} - \nabla p + m_i n_i \mathbf{g} + \eta \nabla^2 \mathbf{v}_i \\ &\quad + \left(\zeta + \frac{1}{3}\eta\right) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}_i). \end{aligned} \tag{9}$$

这里， n_i 和 T_i 分别表示离子数密度和温度。物质（对流）导数定义为 $D/Dt \equiv \partial/\partial t + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla)$。方程（9）表示纳维–斯托克斯方程，其中包含剪切黏度（η）和体积黏度（ζ）。根据斯托克斯假设，牛顿流体的体积黏度可以忽略（$\zeta = 0$） [47, 48]。此外，利用向量恒等式 $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}_i) = \nabla^2 \mathbf{v}_i + \nabla \times (\nabla \times \mathbf{v}_i)$，对于无旋流，粘性项可简化为 $(4/3)\eta\nabla^2\mathbf{v}_i$ ，其中 $\nabla \times \mathbf{v}_i = \mathbf{0}$。

动力（剪切）黏度系数 η 的单位为 $\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-1}}$ 或 $\mathrm{Pa\,s}$

$$\eta = 0.96\, n_i k_{\mathrm{B}} T_i t_r, \tag{10}$$

其中， t_r 是太阳离子的库仑弛豫时间，表示为 [37, 49, 50]

$$t_r = \frac{12\pi^{3/2}\varepsilon_0^2 m_i^{1/2}\,(k_{\mathrm{B}}T_i)^{3/2}}{e^4 n_i \ln\Lambda}. \tag{11}$$

这里， $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2 kg^{-1}\,m^{-3} s^2}$ 是真空介电常数，$\ln\Lambda$ 表示库仑对数。

EiBI 引力的影响通过用于描述自引力的修正泊松方程纳入，其中采用所有常用符号，表示为 [9, 10, 14]

$$\nabla^2\psi = 4\pi G\rho + \frac{\chi}{4}\nabla^2\rho. \tag{12}$$

对于半径为 R 的自引力束缚天体物理天体，一致性条件要求 [14]

$$\chi < \frac{4}{\pi} G R^2.$$

因此，对于太阳内部，代入 $R = R_\odot$ 后可得上限

$$\chi < \frac{4}{\pi} G R_\odot^2 \sim 4 \times 10^7 \ \ \mathrm{m^5\,kg^{-1}\,s^{-2}}.$$

最后，静电泊松方程可写为 [43]

$$\nabla^2\phi = -\frac{\rho_q}{\varepsilon_0}, \tag{13}$$

其中， ϕ 为静电势， ρ_q 表示等离子体介质的电荷密度。方程（7）–（13）共同构成了在 EiBI引力理论下描述自引力太阳等离子体引力-静电动力学的控制方程体系。

所有量均采用标准的 Jeans 类型归一化方案进行归一化，详见表I。据此，利用标准记号，可将控制流体力学方程和场方程改写为一维 Jeans 归一化径向形式：

$$N_e = e^{\Phi}, \tag{14}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial\tau} + N_i\frac{\partial M}{\partial\xi} + M\frac{\partial N_i}{\partial\xi} + \frac{2}{\xi}N_i M = 0, \tag{15}$$

$$N_i\left(\frac{\partial M}{\partial\tau} + M\frac{\partial M}{\partial\xi}\right) + \epsilon_{T0}\frac{\partial P}{\partial\xi} + N_i\frac{\partial\Phi}{\partial\xi} + N_i g_s = \frac{4}{3}\eta^*\left[\frac{\partial^2 M}{\partial\xi^2} + \frac{2}{\xi}\frac{\partial M}{\partial\xi} - \frac{2}{\xi^2}M\right], \tag{16}$$

$$\frac{\partial g_s}{\partial\xi} + \frac{2}{\xi}g_s = N_i + \alpha\chi\left(\frac{\partial^2 N_i}{\partial\xi^2} + \frac{2}{\xi}\frac{\partial N_i}{\partial\xi}\right), \tag{17}$$

$$\left(\frac{\lambda_{\mathrm{D}}}{\lambda_{\mathrm{J}}}\right)^2\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2} + \frac{2}{\xi}\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\right) = N_e - N_i. \tag{18}$$

方程（16）表示归一化的纳维–斯托克斯方程，其中仅包含动力（剪切）黏度项。归一化黏度定义为 $\eta^* = \eta/\eta_{\mathrm{J}}$，其中 $\eta_{\mathrm{J}} = m_i n_0 \omega_{\mathrm{J}} \lambda_{\mathrm{J}}^2$ 为 Jeans（临界）黏度。相应的 Jeans长度和 Jeans角频率分别为

$$\lambda_{\mathrm{J}} = \frac{2\pi}{k_{\mathrm{J}}} = \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}}\,C_s, \qquad \omega_{\mathrm{J}} = C_s k_{\mathrm{J}} = \sqrt{4\pi G\rho_0},$$

其中， $k_{\mathrm{J}} = \sqrt{4\pi G\rho_0}/C_s$为 Jeans角波数。总归一化压力表示为

$$P = P_p + P_{\mathrm{turb}} = \frac{\beta}{\Gamma}N_i^{\Gamma} + \ln N_i,$$

其中， $P_p = (\beta/\Gamma)\,N_i^{\Gamma}$为归一化多方贡献， $P_{\mathrm{turb}} = \ln N_i$ 表示归一化湍流压力。参数 $\beta = c_{p0}^2/c_{t0}^2$ 量化了平衡态多方声速与等温声速的相对强度。电子温度通过归一化因子 $\epsilon_{T0}^{-1} = T_e/T_0$体现。归一化静电势记为 Φ，而 Jeans归一化自引力加速度定义为 $g_s = \partial_\xi\Psi$，其中 Ψ 表示经 Jeans归一化的 EiBI引力修正自引力势。在方程（17）中，常数参数

$$\alpha = \frac{1}{16\pi G\lambda_{\mathrm{J}}^2} \approx 3.1 \times 10^{-9} \ \ \mathrm{m^{-5}\,kg\,s^2}$$

出现这一形式，使乘积 $\alpha\chi$ 变为无量纲，从而确保 EiBI引力参数 χ 以一致的方式纳入经 Jeans 归一化的 EiBI 修正引力泊松方程。

与 $2/\xi$成正比的附加曲率项，因采用球面几何构型（$\xi \nrightarrow \infty$）而自然出现在控制方程中，且仅在平面极限（$\xi \to \infty$）下消失。方程（18）中出现的比值$\lambda_{\mathrm{D}}/\lambda_{\mathrm{J}}$ 涉及平衡态电子德拜长度，其定义为

$$\lambda_{\mathrm{D}} = \frac{C_s}{\omega_p} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_{\mathrm{B}} T_e}{n_0 e^2}},$$

其中，$\omega_p = \sqrt{n_0 e^2/(\varepsilon_0 m_e)}$表示平衡电子等离子体振荡频率。最后，在具有物理意义的条件 $\lambda_{\mathrm{D}}/\lambda_{\mathrm{J}} \approx 10^{-12} \sim 0$ 下，静电泊松方程简化为全局准中性条件 $N_e \approx N_i = N$，这显著简化了系统，并便于进行解析处理。

表I. 采用的归一化方案。

归一化参数	归一化用参数	量级
径向距离 (ξ)	Jeans长度 ($\lambda_{\rm J} = \tau_{\rm J} C_s$)	3.10×10^{8} m
时间 (τ)	金斯时间 $\left(\tau_{\rm J} = \sqrt{\pi / (G \rho_0)}\right)$	10^{3} 秒
粒子数密度 $\left(N_{e(i)}\right)$	平均粒子数密度 $\left(n_0 \sim \lambda^{-3}\right)_{\rm D}$	10^{30} 米$^{-3}$
马赫数 (M)	离子声相速度 $\left(C_s = \sqrt{k_{\rm B} T_e / m_i}\right)$	3.10×10^{5} m s^{-1}
引力势 (Ψ)	声动势 $\left(\psi_{\rm th} = C_s^2\right)$	9.61×10^{10} m^2 s^{-2}
静电势 (Φ)	电子热势 $\left(\phi_{\rm th} = k_{\rm B} T_e / e\right)$	10^{2} J C^{-1}

B. 微扰处理

为了研究当前准中性、粘性、湍流、多方态方程EiBI引力太阳等离子体的动力学响应，我们对控制方程组（方程 (14)–(17)）进行线性稳定性分析。围绕由下式定义的均匀平衡态 (F_0)，系统地引入小振幅扰动 (δF):

$$N_0 = 1, \quad M_0 = 0, \quad \Phi_0 = 0, \quad g_{s0} = 0.$$

因此，每个物理变量都分解为平衡部分和扰动部分，如下所示

$$F(\xi, \tau) = F_0 + \delta F(\xi, \tau).$$

现在，我们对扰动场采用球面（径向）出射波形式:

$$\delta F(\xi, \tau) \equiv F_1(\xi, \tau) = \frac{F_{10}}{\xi} \exp[-i\left(\Omega\tau - K\xi\right)],$$

其中包含球面几何扩散因子（$1/\xi$）和类平面波径向相位 $K\xi$。这里，$F_{10} \ll 1$ 是扰动振幅，而 $\Omega = \omega/\omega_{\rm J}$ 和 $K = k/k_{\rm J}$ 分别表示以 Jeans 频率归一化的角频率和角波数。此类扰动对应于固定时空点 [5]处的欧拉扰动。

球面对称假设将实空间中的导数（ξ，τ）转换为傅里叶空间中的导数（K，Ω），具体如下

$$\frac{\partial}{\partial\tau} \to -i\Omega, \quad \frac{\partial}{\partial\xi} \to iK - \frac{1}{\xi}, \quad \frac{\partial^2}{\partial\xi^2} \to \frac{2}{\xi^2} - K^2 - \frac{2iK}{\xi}.$$

将这些扰动代入方程(14)–(17)，并仅保留线性项，我们得到如下一组耦合关系:

$$N_1 = \Phi_1, \tag{19}$$

$$M_1 = \frac{i\Omega}{iK + 1/\xi} N_1, \tag{20}$$

$$\left[i\Omega - \tfrac{4}{3}\eta^* \left(K^2 + \tfrac{2}{\xi^2}\right)\right] M_1 = \left(1 + \epsilon_{T0} + \beta\epsilon_{T0}\right) \left(iK - \tfrac{1}{\xi}\right) \Phi_1 + g_{s1}, \tag{21}$$

$$g_{s1} = \frac{N_1 \left(1 - \alpha\chi K^2\right)}{iK + 1/\xi}. \tag{22}$$

通过系统地消去扰动变量，即 Φ_1、 N_1、 M_1和 g_{s1}，得到广义二次色散关系为

$$A_2\Omega^2 + A_1\Omega + A_0 = 0, \tag{23}$$

其中系数为

$$A_2 = 1, \tag{24}$$

$$A_1 = i\tfrac{4}{3}\eta^* \left(K^2 + \tfrac{2}{\xi^2}\right), \tag{25}$$

$$A_0 = 1 - \alpha\chi K^2 - \left(1 + \epsilon_{T0} + \beta\epsilon_{T0}\right) \left(K^2 + \tfrac{1}{\xi^2}\right) \tag{26}$$

方程（23）描述了多方 EiBI 引力太阳等离子体的稳定性动力学。球面几何通过 $1/\xi^2$ 曲率项显式地发挥作用。有效的 EiBI修正通过$\mathcal{G}(\alpha,\ \chi,\ K) = -\alpha\chi K^2$引入，其中包含了修正引力耦合。黏性耗散（$\eta^*$，通过$A_1$）和相对多方声速（$\beta$，通过 A_0）进一步影响系统的模态波行为和稳定性特征。通过对方程（23）进行数值分析，可以探究色散以及增长/阻尼特性的完整参数依赖关系。

IV. 结果与讨论

由方程（23）导出的色散关系，构成了在EiBI引力框架下研究准中性、粘性、湍流及多方程太阳等离子体稳定性特征的基本依据。为阐明系统的动力学行为以及关键物理参数的影响，我们在相关参数值的广泛范围内对该关系进行数值求解与分析。Jeans归一化复角频率表示为$\Omega = \Omega_r + i\Omega_i$，其中$\Omega_r$ 表示扰动的振荡分量，Ω_i 决定时间稳定性。具体而言，$\Omega_i > 0$ 表示指数增长（不稳定性），而$\Omega_i < 0$ 对应于指数衰减（阻尼）。

二次色散关系的两个根均经数值计算，并示于图2。第二个根（根2）给出负的振荡分量（$\Omega_r < 0$），对当前太阳等离子体构型不具有物理意义，因此予以舍弃。因此，仅保留第一个根（根1）作为物理上可接受的解，并作为后续全部分析的基础。在数值计算中，归一化电子温度固定为$\epsilon_{T0}^{-1} = 10$，黏度设为 $\eta = 0.1\,\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-1}}$，从而在整个过程中确保一致的基线阻尼。

A. EiBI引力修正下的稳定性

我们通过数值分析色散特性，以图形方式探究EiBI引力修正下的太阳等离子体稳定性动力学。一系列彩色谱图（图3–11）展示了波与振荡的多样特征，以及系统产生的各种波行为和振荡行为。为突出空间尺度的作用，我们考察了两个具有代表性的太阳区域中的参数变化：辐射内部（$\xi = 0.8,\quad r = 0.36 R_\odot$）和太阳表面（$\xi = 2.25,\quad r = R_\odot = 6.96 \times 10^8$米）。

图3展示了二次色散关系的判别式 $D = A_1^2 - 4A_0$ 随以 Jeans 长度归一化的角波数 K变化的情况，系统地说明了EiBI引力参数 χ 和相对多方声速 β 的变化如何调节太阳等离子体振荡的稳定性行为。每组曲线分别针对不同的 χ 取值（ $\beta = \Gamma$固定）或不同的 β 取值（ $\chi = 3 \times 10^7$米^5 千克$^{-1}$秒$^{-2}$固定）绘制，并展示了太阳典型表面区域（$\xi = 2.25$）和深层内部区域（$\xi = 0.8$）的情况。判别式 D 将数学区间形式化地划分为：$D > 0$ （纯稳定振荡）、 $D < 0$ （扰动增长/衰减）和 $D = 0$ （转变点或临界点）。然而，在 $D < 0$ 区间内，对于可接受的根1，物理上仅存在衰减（阻尼）分支（见图2）。增大 β 或采用更大的正值 χ ，会使判别式上移，扩大稳定域，并将转变阈值移至较低的 K。相反，负值 χ 或减小β 会使稳定域缩小18–23%，表明EiBI框架具有双向调节能力，既能促使系统失稳，也能增强其稳定性。这种敏感性在内部区域最为显著，凸显了非牛顿引力和热力学的关键作用。这些行为共同表明，引力修正（通过 χ）和增强的压力支撑（通过 β）对于塑造太阳等离子体振荡的稳定性边界都至关重要；判别式图则为预测和解释太阳中稳定与不稳定的波行为提供了清晰的图形诊断。

在图4中，我们展示了Jeans归一化振荡频率（Ω_r）和增长率（Ω_i）随Jeans归一化角波数（K）和径向坐标（ξ）的变化，其中 χ、 β 和 η 取固定值。频率在太阳核心附近（$\xi = 0$）达到峰值，并随 K 急剧升高。短波长（p 模）和长波长（g 模）振荡在此处都很强。然而，在表面附近，长波长模几乎不传播。这反映了g模被限制在辐射区附近。增长率在核心附近趋近于零，并向外逐渐变得更负，表明存在阻尼。因此，系统整体上呈现稳定性。这是因为此处考虑了黏度效应。总之，这些剖面表明，EiBI引力增强了内部的频率局域化和能量特征，而 K 和 ξ 的综合依赖关系则调节太阳等离子体模的振荡特性和稳定性。

图5展示了不同代表性 EiBI引力参数（χ）下，Jeans归一化振荡频率（Ω_r，左侧面板）和增长率（Ω_i，右侧面板）随 Jeans归一化角波数（K）的变化。在表面（$\xi = 2.25$，上排）和内部（$\xi = 0.8$，下排），正的 χ 会使振荡频率升高约 4–10%，反映出等离子体刚化；负的 χ 则会使频率相较于牛顿引力降低最多 4–10%。在 g 模态区域，正的 χ 会使阻尼率降低 65%；而负的 χ 会使阻尼率提高 30–38%，证实了稳定性具有鲁棒性。表面附近的低-K g 模态阻尼最强，但在内部深处阻尼消失。图中进一步表明，在太阳表面，尤其是高-K p 模态呈现纯粹稳定的振荡特征，而低-K g 模态仅表现出阻尼倾向，不具有传播特性。相反，在内部深处，短波和长波都呈现强烈的振荡特征，阻尼率可忽略不计。EiBI引力直接调节太阳等离子体波的能量特性和稳定性，在所考察的条件下提高振荡频率而不引入不稳定性。

图6展示了EiBI引力对经Jeans尺度归一化的振荡特性所产生的相对修正。图中绘出了相对振荡频率（$\Delta_r = \Omega_r^{\mathrm{EiBI}}/\Omega_r^{\mathrm{Newtonian}}$）和相对增长率（$\Delta_i = \Omega_i^{\mathrm{EiBI}}/\Omega_i^{\mathrm{Newtonian}}$）随经Jeans尺度归一化的角波数（$K$）变化的关系，所用的EiBI引力参数（$\chi$）取了若干具有代表性的值。这些曲线清楚地表明，EiBI修正会导致相对于牛顿值的系统性且可测量的偏差，而偏移的量级和方向都对 χ 和 K十分敏感。 $\Delta = 1$ 处的虚线表示牛顿（$\chi = 0$）基准值，突显了整个波数谱范围内振荡频率和增长率的相对增强或抑制。

在图7中，我们展示了Jeans归一化振荡频率（Ω_r，左列图）和增长率（Ω_i，右列图）随Jeans归一化角波数（r）变化的关系，

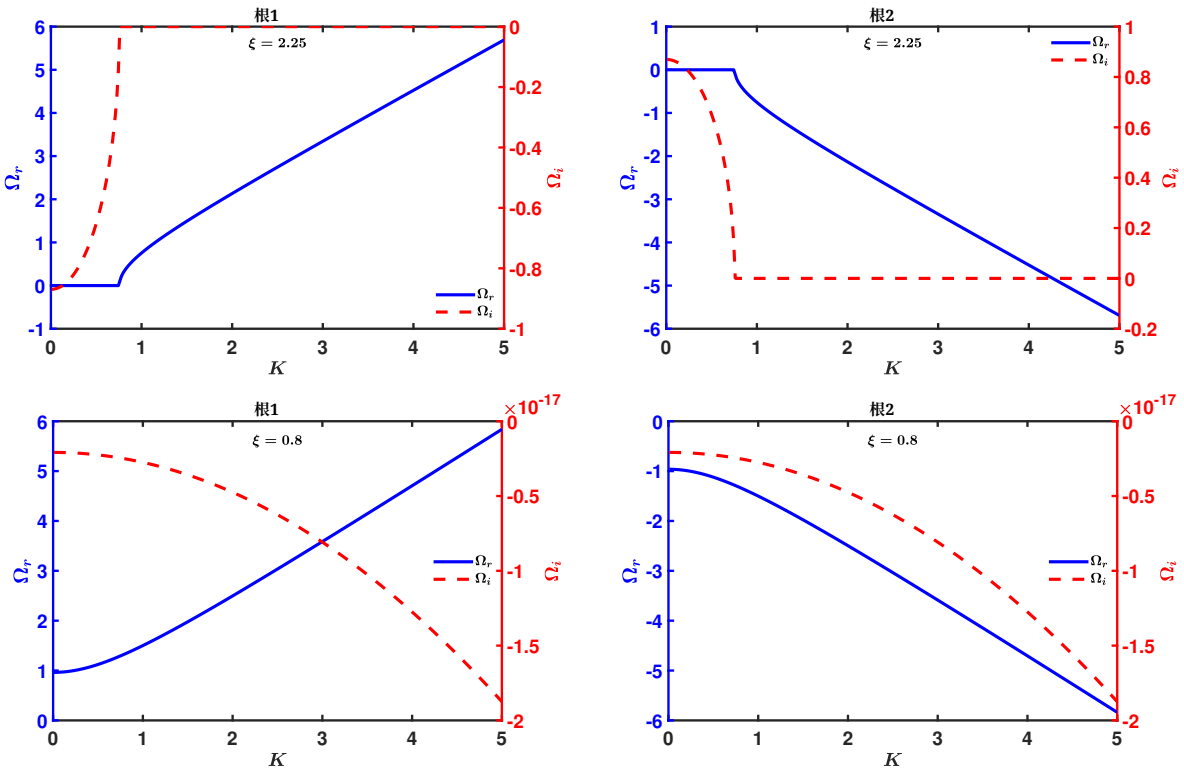

图2. Jeans 归一化复合频率（Ω）的两个根随 Jeans 归一化波数（K）的变化关系。EiBI引力参数固定为 $\chi = 3 \times 10^7\ \mathrm{m^5 kg^{-1} s^{-2}}$，相对多方声速设为 $\beta = \Gamma$。

其中相对多方声速（β）取不同值，而EiBI引力参数保持不变。在表面（$\xi = 2.25$，上排）和内部（$\xi = 0.8$，下排）区域，增大 β会使固定 K下的频率提高约20–55%，这反映出压力支撑增强，使等离子体变得更刚硬、响应更灵敏。较大的 β 会使低-K g-模的表面阻尼最多降低70%，但对内部的Ω_i 没有影响。这些结果表明，较高的多方声速不仅能增强波的传播，还能通过提高振荡频率来维持稳定性，而不会引发不稳定性；这一点在太阳内部深处尤为明显。在EiBI引力下，表面区域和核心区域中的集体行为凸显了热效应和多方效应对稳定性的增强作用及其提高频率的影响。

图 8 展示了等离子体振荡的 Jeans 归一化相速度 $V_p = \Omega_r / K$ 随 Jeans归一化角波数（K）的变化，并系统比较了 EiBI 引力参数（χ，左列图）和相对多方声速（β，右列图）的影响。在太阳表面（$\xi = 2.25$，上排图），低频 K g 模无法传播（$V_p = 0$），直到超过某个阈值后，V_p 才急剧上升，随后随 K 趋于饱和。而在深层内部（$\xi = 0.8$，下排图），V_p 的初始值较高，并随 K 单调递减，这反映出g 模只能在太阳内部传播。

正的 χ 可使渐近相速度最多提高 10%，而负的 χ 则使其相较于牛顿情形降低 4–10%。同样，较大的 β 会使 V_p 系统性地提高，最多可达 55%，这与更强的热支撑相符。这些结果表明，非线性引力修正和更硬的等离子体状态方程会增强集体波速，从而塑造太阳表面和内部的动力学。

在图 9 中，我们展示了归一化扰动密度（N_1）随 Jeans归一化角波数（K）和时间（τ）变化的时间演化；所取 EiBI引力参数（χ）分别为代表性的正值和负值，并分别考察了表面（$\xi = 2.25$，上排）和深层内部（$\xi = 0.8$，下排）。在表面，扰动仍然较弱，振幅量级为 10^{-3}，且在 K 和 τ 上均呈现周期性振荡模式，反映出其主要表现为波动行为，并受到修正引力贡献的调制。χ 的符号影响体现为振荡带中细微的相移：正的 χ 会使密度涨落略微增强，相较之下，负的 χ则不会。在深层内部，扰动则显著增强（约高一个量级），振荡带也变得更加清晰且更为密集，表明在强引力约束下，波动活动增强，模耦合也更强。正、负 χ 之间的对称性依然存在，但内部动力学

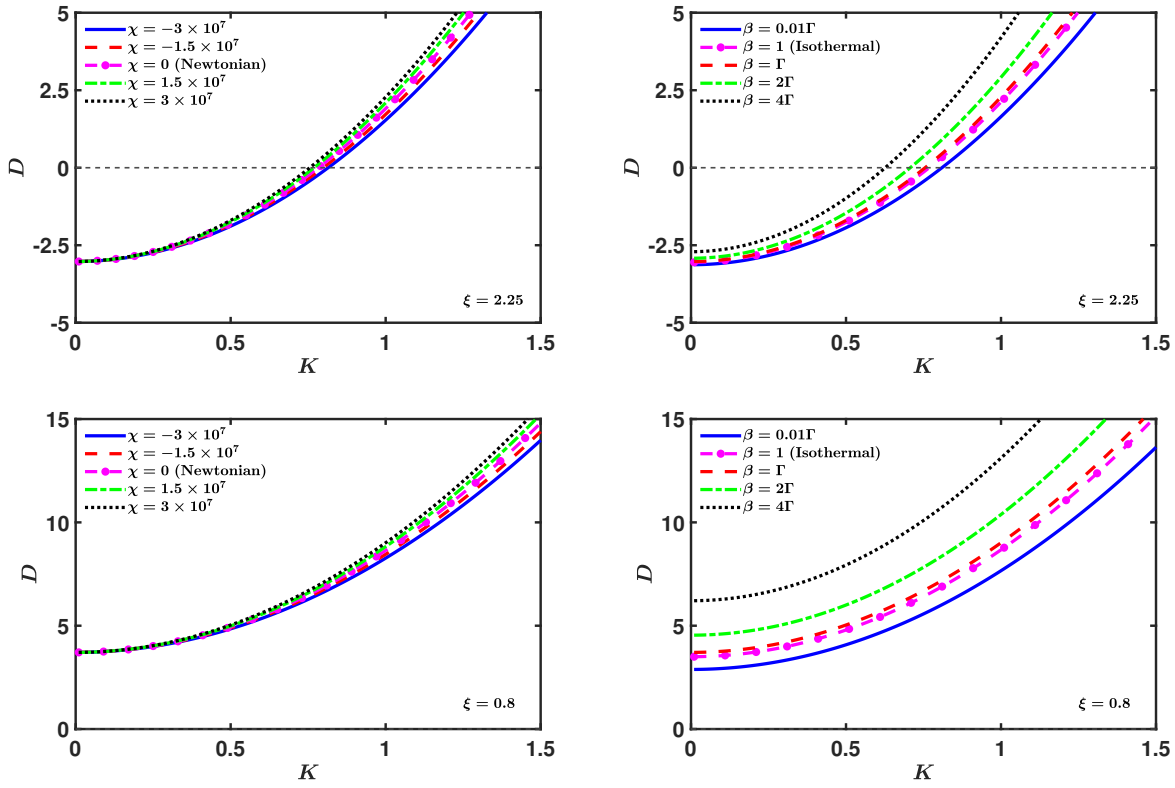

图3. 对于不同的 EiBI引力参数（χ）和相对多方声速（β），判别式（D）随 Jeans归一化角波数（K）的变化。此处，χ 以国际单位制表示。

对修正引力修正项表现出明显更强的敏感性，这表明EiBI效应在等离子体密度较高的区域更为显著。总的来说，这些密度涨落剖面揭示了非线性引力修正与径向分层如何共同决定太阳等离子体中集体振荡的振幅、周期性和局域化特征。

图10展示了关键太阳变量的归一化涨落随Jeans归一化时间（τ）的演化：静电势（Φ_1）、速度扰动（M_1）、密度扰动（N_1）和自引力加速度（g_{s1}）。图中针对EiBI引力参数（χ）在国际单位制下的不同取值，分别展示了典型表面区域（$\xi = 2.25$，上排；$K = 4$）和内部区域（$\xi = 0.8$，下排；$K = 0.5$）的情况。在表面，除g_{s1}外，所有变量几乎同相振荡，且振幅相近。χ 的影响主要表现为细微的相移和振幅调制：正 χ 会增强振荡强度，而负 χ 则相较于牛顿情形略微抑制振荡。相比之下，在深层内部，振荡变得更慢，振幅也显著增大，这与引力主导的g模被激发的情况一致。在此处，EiBI修正使密度涨落和引力涨落的振幅呈现显著差异，表明核心动力学对非线性引力效应高度敏感。在这两个区域中，Φ_1、M_1和N_1之间始终保持相位锁定，而 g_{s1}的响应则有所滞后，这凸显了等离子体扰动与自引力扰动之间的紧密耦合。这些结果证实，EiBI引力会系统性地调制太阳等离子体的集体振荡行为；表面模保持稳定，而内部模则表现出增强的引力敏感型涨落。

图11–12展示了在太阳表面（$\xi = 2.25$，图11）和内部（$\xi = 0.8$，图12），不同代表性 EiBI引力参数值（χ）下，动能、静电能和引力能对总能量预算的分数贡献随 Jeans归一化角波数（K）的变化。扰动能定义为

$$E_M \sim \tfrac{1}{2}|M_1|^2, \quad E_\Phi \sim \tfrac{1}{2}|\Phi_1|^2, \quad E_\Psi \sim \tfrac{1}{2}|g_{s1}|^2,$$

with

$$E_{\rm total} = E_M + E_\Phi + E_\Psi.$$

在牛顿情形（$\chi = 0$）下，能量预算在较小的 K 时由静电能贡献主导；随着 K 增大，能量逐渐转移至动能，而引力能量占比始终可以忽略不计（$\sim 4\%$）。然而，当 χ 非零时，引力能占比变得显著，并直接与

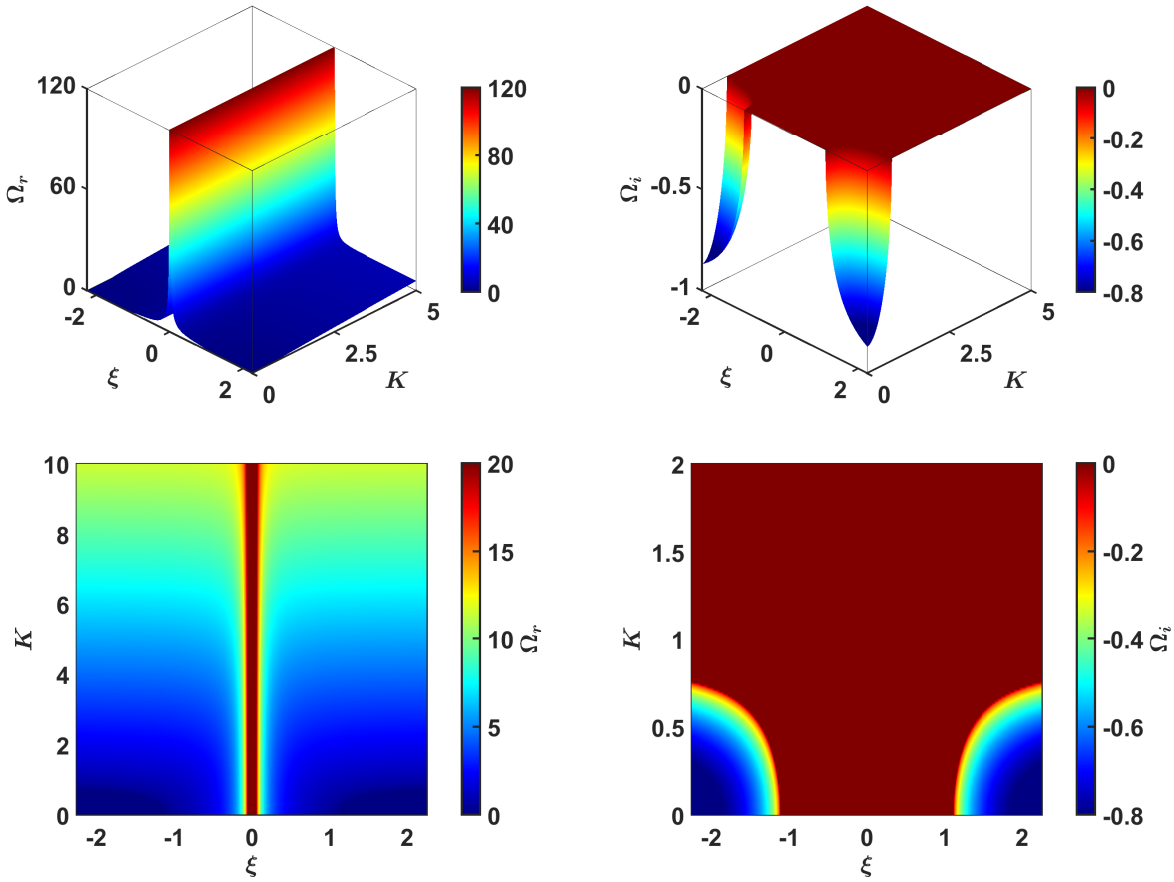

图 4. Jeans归一化振荡频率（Ω_r）和增长率（Ω_i）随 Jeans归一化角波数（K）和径向距离（ξ）变化的曲线。EiBI引力参数固定为 $\chi = 3 \times 10^7\ \mathrm{m^5 kg^{-1} s^{-2}}$，相对多方声速设为 $\beta = \Gamma$。

静电贡献相抗衡，且这一现象在很宽的 K 范围内都存在。值得注意的是，当 χ 为负时，引力能量占比显著提高，峰值达到 28–32%；而当 χ 为正时，引力能占比峰值降至 7%。随着 K 增大，引力能量占比下降，释放的能量逐渐转化为动能，反映出在较短尺度上等离子体惯性的作用日益增强。堆叠图突出显示，EiBI修正从根本上重塑了振荡能量的分配，增强了引力的影响，并相较于牛顿情形削弱了静电主导地位。这表明，非线性引力修正不仅改变了色散性质，还显著调节了太阳等离子体振荡的能量输运通道。

B. 模态向外能流

太阳表面集体日震模式的向外声波能量通量密度可表示为使用标准记号表示为（单位：$\mathrm{W\ m^{-2}}$）[51, 52]

$$f_{rs} = \tfrac{1}{2}\rho_s v_{p_s} v_{rs}^2. \tag{27}$$

这里，ρ_s 表示表面流体密度。量$v_{p_s} = \omega_r/k$ 和 v_{rs} 分别表示径向向外传播声波的表面相速度和速度振幅。

因此，归一化表面辐射能流密度可估算为

$$F_{rs} = \frac{f_{rs}}{\rho_0 C_s^3} = \tfrac{1}{2}\rho^* V_{p_s} V_{rs}^2, \tag{28}$$

其中，ρ_0 表示太阳内部平均密度，$\rho^* = \rho/\rho_0$ 为归一化表面流体密度，$V_{p_s} = V_p$（ξ =2.25）表示 Jeans归一化表面相速度，$V_{rs} = v_{rs}/C_s$ 为 Jeans归一化速度振幅。能流归一化参数的典型值为 $\rho_0 C_s^3 = 5 \times 10^{19}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$。

研究EiBI引力参数对模态向外声能流的影响，对于理解引力修正如何调节太阳表面的能量输运至关重要。在图13中，我们

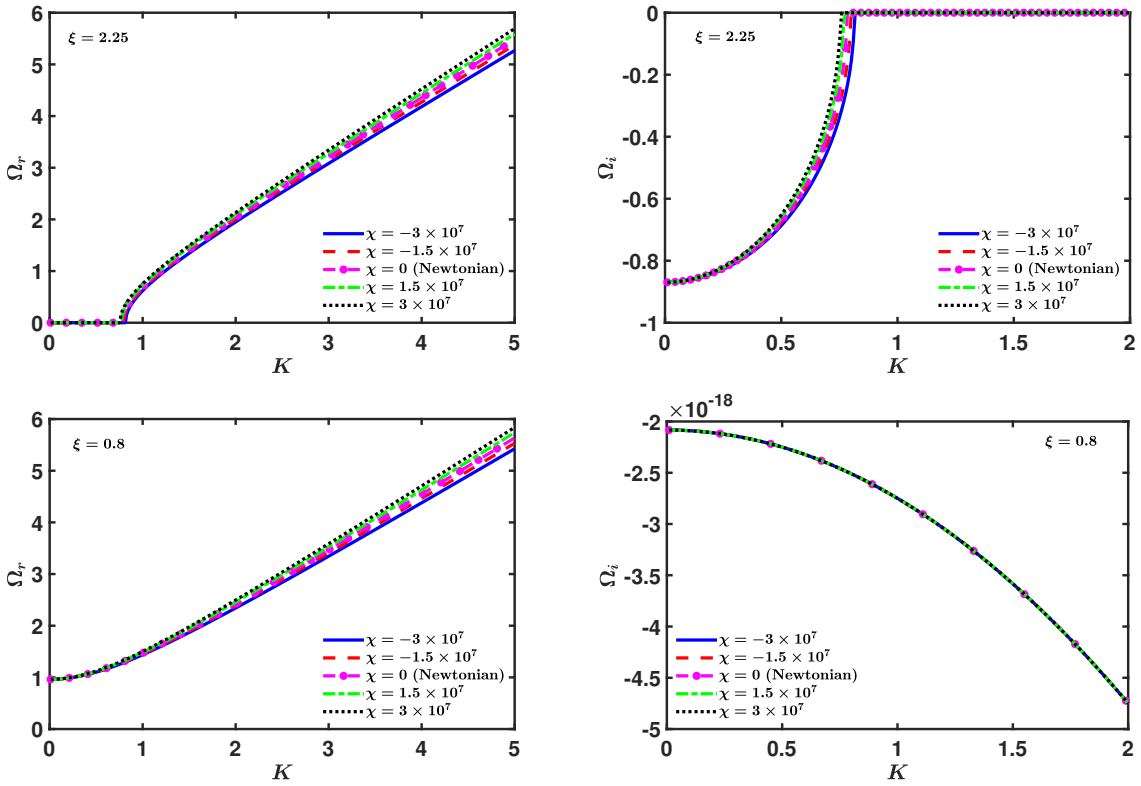

图 5. 国际单位制下，不同代表性 EiBI引力参数（χ）对应的 Jeans归一化振荡频率（Ω_r）和增长率（Ω_i）随 Jeans归一化角波数（K）变化的曲线。相对多方声速固定为 $\beta = \Gamma$。

阐述归一化模态表面能流密度 F_{rs} 随Jeans归一化角波数 K的变化，并比较不同EiBI引力参数 χ （左图）和相对多方声速 β （右图）的影响。结果表明，低阶K g模的声通量可以忽略不计，但在p模区域会急剧上升。这意味着只有p模能有效地为向外声通量做出贡献。正的 χ 可使声通量最多增加 $\sim$ 10%，而负的 χ相较于牛顿情形会使其降低4–10%。同样，较大的 β 值会使声通量系统性地最多增加 $\sim$ 55%，这与更强的热支撑会增强声传播的情况一致。这些发现强调，非线性引力修正和多方热力学条件都会从根本上调节向外声能输运的效率，进而影响集体太阳等离子体振荡模的激发与阻尼。

要研究声能向外再分配，仅有高效激发并不能保证能量有效输送至太阳大气外层。沿太阳光球向上传播的大部分机械能都会因泄漏和模态转换过程而在色球层中被吸收。这导致向上传播的 p 模能流随 z 光球底部以上的高度增加而显著减小

Fontenla等人 [53] 此前提出，这种衰减遵循指数剖面。为模拟这些衰减特征，我们采用向外传播的 p 模能流密度 $f_r(z)$ 的指数衰减特性，如下所示

$$f_r(z) = \tfrac{1}{2}\rho(z)v_p(z)v_r(z)^2, \tag{29}$$

其中，高度相关参数定义如下：

$$\rho(z) = \rho_s e^{-4z/(3z_0)},$$

$$v_p(z) = v_{p_s} e^{-z/z_0},$$

$$v_r(z) = v_{r_s} e^{-z/z_0}.$$

这里，ρ_s、v_{p_s}和 v_{r_s} 分别表示光球底部（$z = 0$）处的密度、相速度和速度振幅。参考高度 $z_0 \approx 2$Mm是一个缩放参数，用于控制衰减剖面的曲率。它定义了能量通量发生显著变化的特征高度，进而决定通量随高度变化的快慢。因此，根据方程（27），所得能量通量剖面可表示为 z 的函数：

$$f_r(z) = f_{r_s} e^{-13z/(3z_0)}. \tag{30}$$

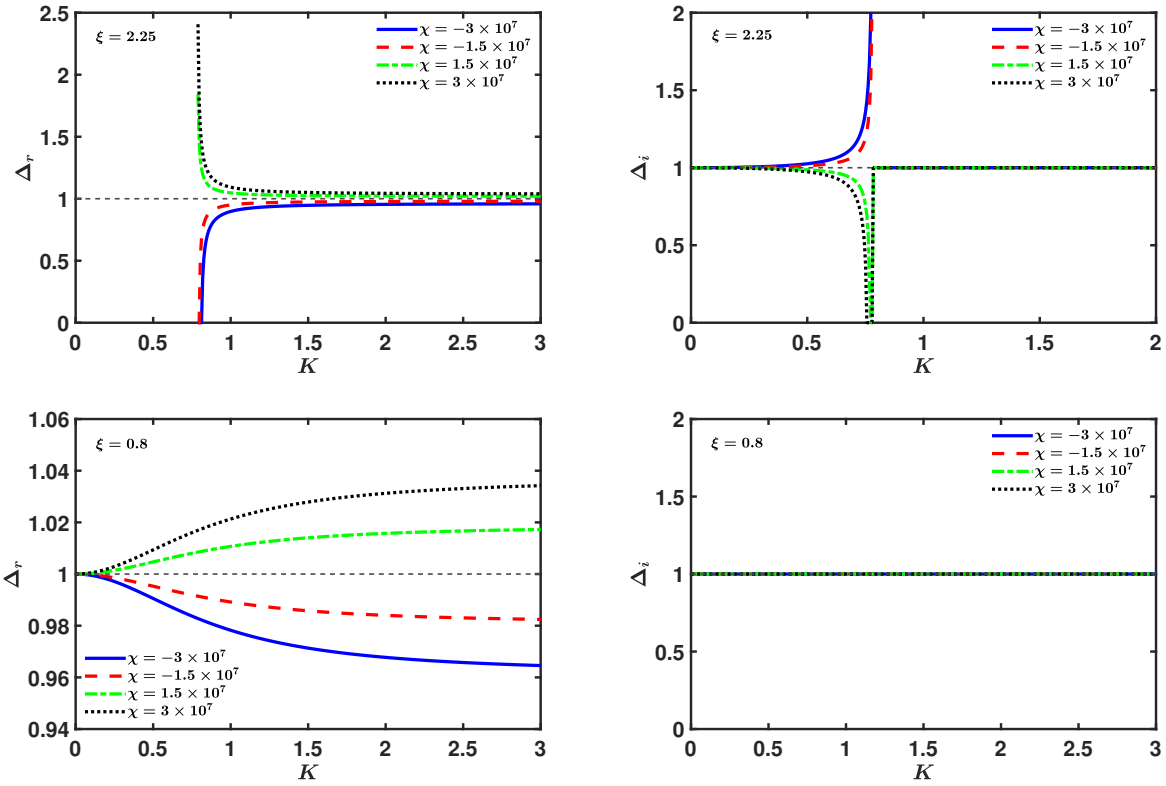

图6. EiBI引力中Jeans归一化模态频率性质的相对偏移，对实振荡频率（传播）表示为 $\Delta_r = \Omega_r^{\rm EiBI}/\Omega_r^{\rm Newtonian}$，对虚振荡频率（增长）表示为 $\Delta_i = \Omega_i^{\rm EiBI}/\Omega_i^{\rm Newtonian}$，并绘制为Jeans归一化角波数（$K$）的函数，对应于国际单位制下EiBI引力参数（$\chi$）的不同代表性取值。位于 $\Delta = 1$ 处的水平虚线清楚地标示牛顿（$\chi = 0$）基线。

方程（30）成功捕捉到沿径向向外传播的p模声能流的快速指数阻尼，体现了波能在太阳大气低层中的衰减。

图14详细展示了由p模驱动的能量通量密度 f_r 随光球底部以上高度 z 的变化，参数分别取不同的 EiBI 引力参数值（χ，左图）和相对多方声速值（β，右图）。计算采用的峰值光球速度振幅为 $v_{rs} = 500$ m s^{-1}，与 Sunrise/IMaX 和 GONG 等仪器的高分辨率多普勒观测结果一致。在两组参数下，f_r 均随高度呈现出陡峭的类指数衰减，凸显了波在分层光球层中向外传播时，辐射阻尼、泄漏和模态转换对声通量造成的强烈衰减。较高的 χ 值和更高的β 会系统性地增强所有高度处的能量通量，这表明非线性引力修正和增强的多方压力支撑均能提高向上的声能输运效率。插图放大显示了底部附近（$z \le 0.3$ Mm）的情况，此处各曲线之间的差异最为明显。这些发现表明，EiBI引力和多方效应不仅会调节渐近通量水平，还会显著影响近表面衰减特征，从而调节可用于色球层和日冕加热的p模能量比例。

C. 观测与可靠性分析

我们采用 SunPy 开源软件包 [54, 55] 的7.0.0版本，分析2016年至2019年每年1月1日太阳动力学天文台/日震与磁成像仪（SDO/HMI）数据中的视线多普勒速度时间序列。对每个数据集，处理覆盖30分钟时段（00:00–00:30 UTC）的多普勒图，并应用傅里叶变换，以提取3.3–5.5 mHzp模频率带内的均方根（RMS）速度振幅。表 II汇总了计算得到的RMS值，这些值刻画了振荡强度的逐年变化，并与第24太阳活动周下降阶段的太阳活动周趋势良好吻合。

图15展示了根据以下关系得到的声能流密度 $f_r(z)$的垂直剖面

$$f_r(z) = \tfrac{1}{2}\,\rho(z) C_s v_{\rm rms}^2(z),$$

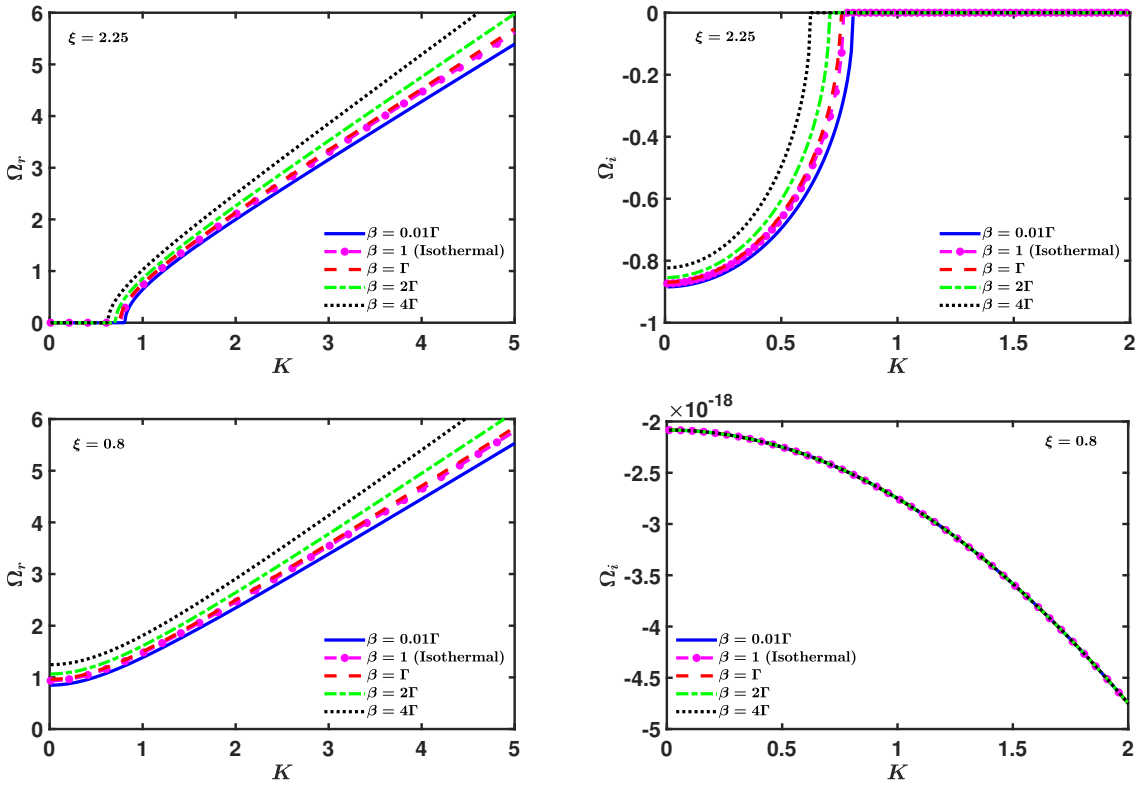

图 7. 不同相对多方声速（β）下，Jeans归一化振荡频率（Ω_r）和增长率（Ω_i）随 Jeans归一化角波数（K）变化的曲线。EiBI引力参数固定为 $\chi = 3 \times 10^7\,\mathrm{m^5\,kg^{-1}s^{-2}}$。

表 II. SDO/HMI 多普勒速度数据。

序号	Date	时间范围（UTC）	FITS文件数量	均方根速度振幅（$\mathrm{m\,s^{-1}}$）
1	01-01-2016	00:00–00:30	40	957.26
2	01-01-2017	00:00–00:30	40	767.27
3	01-01-2018	00:00–00:30	40	647.36
4	2019年01月01日	00:00–00:30	40	727.00

其中， $\rho(z)$为质量密度， v_{rms} 表示垂直速度涨落的均方根值， C_s 表示在指数分层大气模型下的离子声相速度。光球基底处的声能流值高于 $10^6\ \mathrm{Wm^{-2}}$ ，并随高度增加近乎呈指数下降，这一变化由分层、模态转换和耗散泄漏所驱动。多年来，声能流逐渐减小，其中2016年的能量输运最强，2019年最弱，这表明太阳变率和阻尼过程会调节p模能量向色球层传播的效率。

图16直接比较了光球基底上方高度 z 处由p模驱动的能流密度 $\langle f_r \rangle$ 的理论均值剖面与观测均值剖面。理论曲线采用修正EiBI引力参数 $\chi = 3 \times 10^7 \mathrm{m^5\,kg^{-1}s^{-2}}$计算，与基于多年 SDO/HMI 多普勒速度测量得到的平均观测能流（红色虚线）高度吻合。两种剖面均显示能流随高度迅速下降，这表明向上传播的声能受到分层和耗散过程的强烈衰减。垂直误差棒量化了逐年变化，显示理论预测在大多数高度处均落在观测不确定度的 15% 范围内，但在能流达到峰值的基底附近，偏差达到∼ 20%。总体而言，两者的一致性有力证明了所采用理论模型的稳健性，并表明 EiBI引力引入的非线性修正为描述近表层太阳大气中声能输运的基本特征提供了自洽的框架。

表III总结了EiBI引力参数（χ）和相对多方声速（β）对太阳等离子体振荡的稳定与不稳定作用。

这项参数分析表明，EiBI 引力——

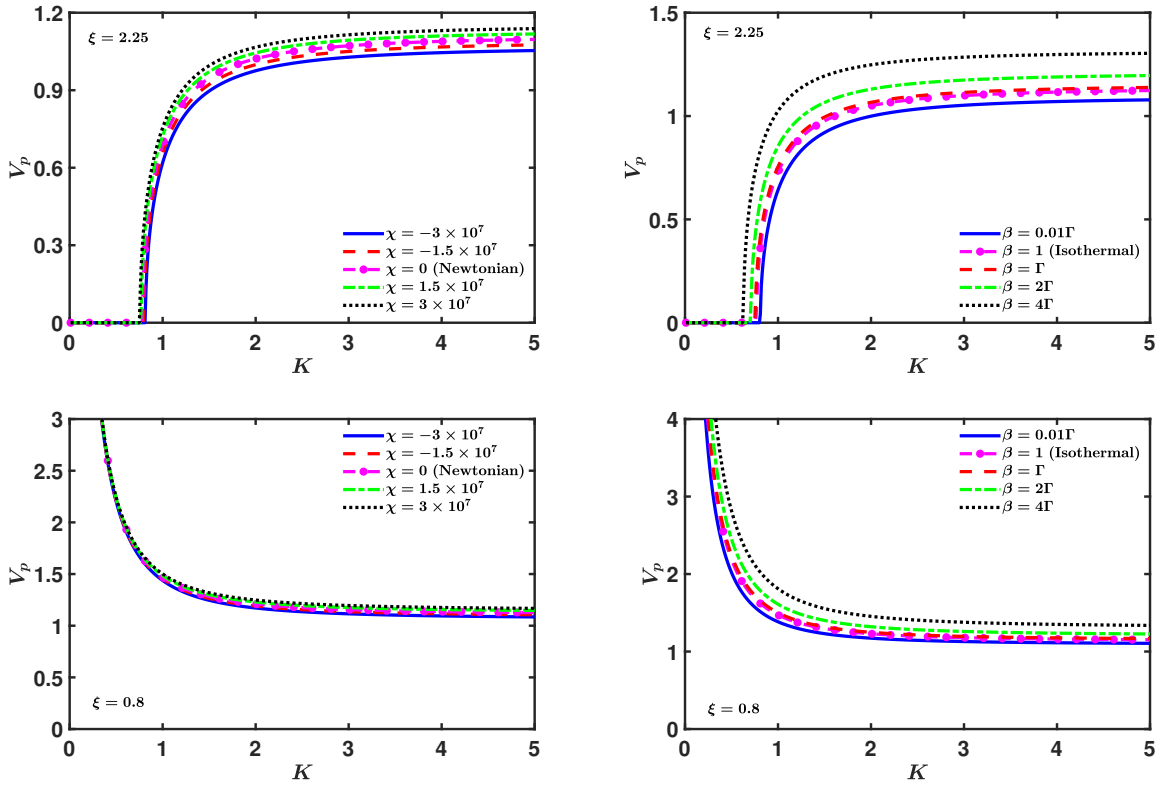

图 8. 对于所示的不同 EiBI引力参数（χ）和相对多方声速（β），Jeans 归一化相速度（V_p）随 Jeans归一化角波数（K）变化的曲线。此处，χ 以国际单位制表示。

表III. 太阳等离子体振荡的参数影响。

参数	内部（$\xi = 0.8$）	表面（$\xi = 2.25$）
$\chi > 0$	加速；中性增长	加速；失稳
$\chi < 0$	减速；中性增长	减速；稳定
β	加速；中性增长	加速；失稳

以及热力学多方条件从根本上重塑了太阳等离子体稳定性、扰动能量学和向外能量输运，其影响在高密度和分层区域最为显著。通过将这些效应直接与可观测的日震学特征联系起来，并以天基多普勒数据为基准进行比较，我们获得了迄今为止对太阳环境中非线性引力最严格的约束。对能量分配重构的量化以及对通量衰减的刻画，进一步推动了大气加热和能量再分配模型的发展。

V. 结论

本研究对爱丁顿启发的玻恩–英费尔德（EiBI）引力框架下自引力太阳等离子体中的波动动力学、稳定性和能量输运进行了全面的理论与观测研究。通过在多方、粘性和湍流太阳等离子体模型中系统纳入EiBI引力修正的泊松方程，我们对Jeans归一化的基本控制方程进行了严格的线性稳定性分析，推导出一个用于描述Jeans归一化参数扰动传播的封闭二次色散关系。我们在广泛的参数空间内对该色散关系进行了数值探究。扰动分析表明，振荡模态始终保持线性稳定，增长率始终为负；与此同时，振荡频率会受到EiBI引力参数 χ 和相对多方声速 β的显著调制。

我们的系统性参数分析揭示了太阳等离子体动力学的变革性变化。正的χ 始终会使振荡频率提高 4–10%，并使相速度最多提高 10%。同样，较大的β 值会使频率提高 20–55%，并使相速度最多提高 55%。因此，正的 χ 和 β 能够建立

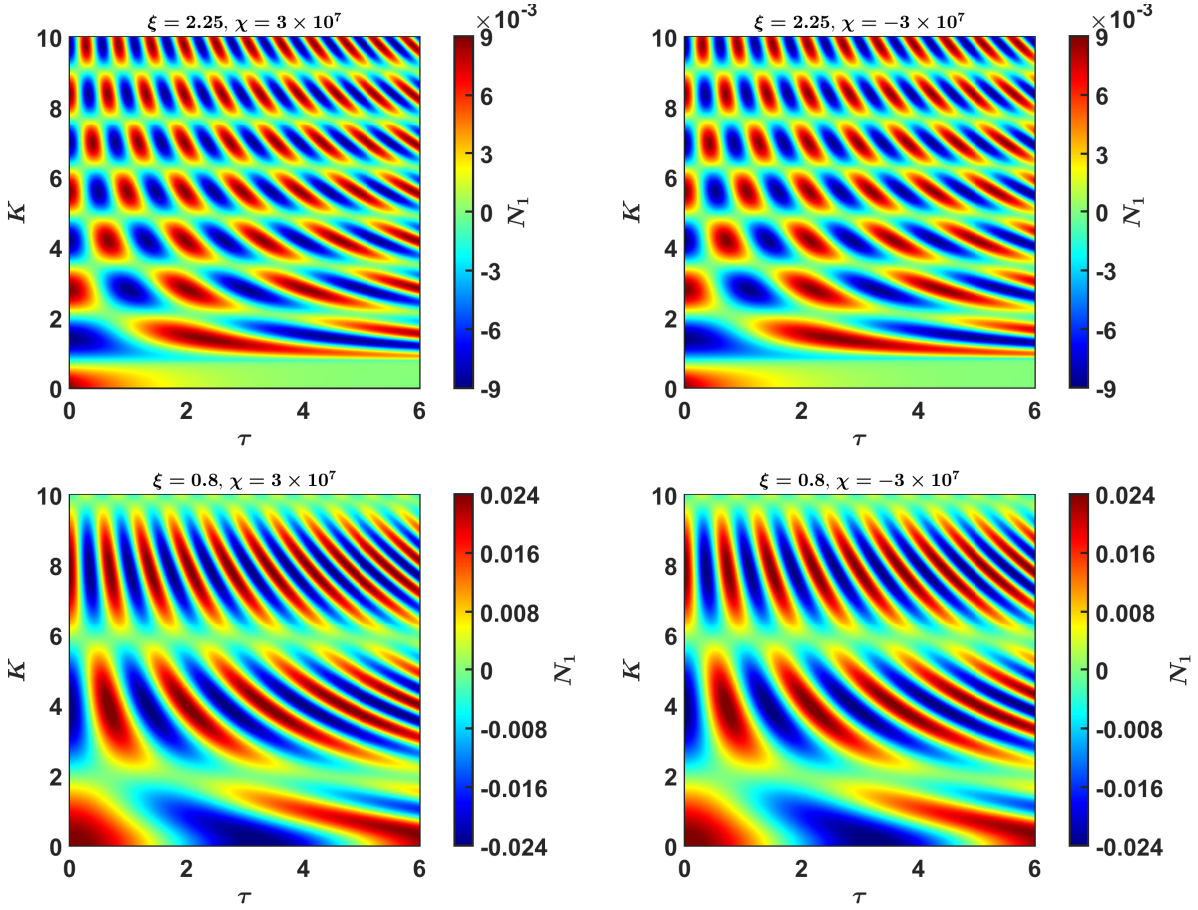

图 9. 在国际单位制下，针对 EiBI 引力参数 (χ) 的不同代表性取值，归一化扰动密度 (N_1) 随 Jeans归一化角波数 (K) 和时间 (τ) 变化的分布。

稳健的等离子体稳定性，并增强波的传播能力。相比之下，负的 χ 会加强引力束缚，使阻尼最多增加 40%，尤其是在低波数（$K \leq 1$）下，这表明非线性引力修正具有双向调节作用。

扰动能量分配分析凸显出，EiBI修正从根本上重构了经典研究中被认为可忽略的动能–静电–引力能量平衡。在牛顿极限下，能量预算主要由静电和动能贡献主导，而引力对扰动能量学的贡献不足 4%。然而，当 χ 非零时，引力能占比会变得显著——负值 χ 时峰值达到 28–32%，正值 χ 时则达到 7%——之后，释放出的能量会在更高波数下有效地转化为动能模态。这些转变表明，非线性引力修正深刻地重构了等离子体振荡能量学。

此外，我们表明，向外传播的声学能量通量直接受EiBI引力和热力学多方条件调控。正值 χ 可使模态通量水平提高多达10%，而负值 χ 则使其相较于牛顿理论结果降低4–10%。较大的β 值可进一步使能量通量提升多达55%，这与更强的多方压力支撑能够促进声学模态更有效地传播相符。高度相关通量剖面表明，通量随高度呈类指数衰减，这与光球—色球层交界处的泄漏和模态转换过程相符。尤为重要的是，我们在 $\chi = 3 \times 10^7\,\mathrm{m^5 kg^{-1} s^{-2}}$ 条件下得到的理论预测与为期四年的SDO/HMI多普勒速度观测高度吻合，从而通过日震学首次对太阳EiBI引力建立了经验约束。

总之，我们的研究结果表明，非线性 EiBI 引力修正会在太阳等离子体振荡动力学、集体稳定性阈值及能量输运机制中留下丰富、可量化且可观测的印记。这些特征不仅为在太阳环境中检验广义相对论之外的引力理论提供了直接途径，也显著提升了日震学建模及能量传递现象建模的准确性。未来若纳入更现实的等离子体状态方程、磁场、更高阶非线性耦合以及多模态非线性振荡分析，将进一步完善这些约束，并

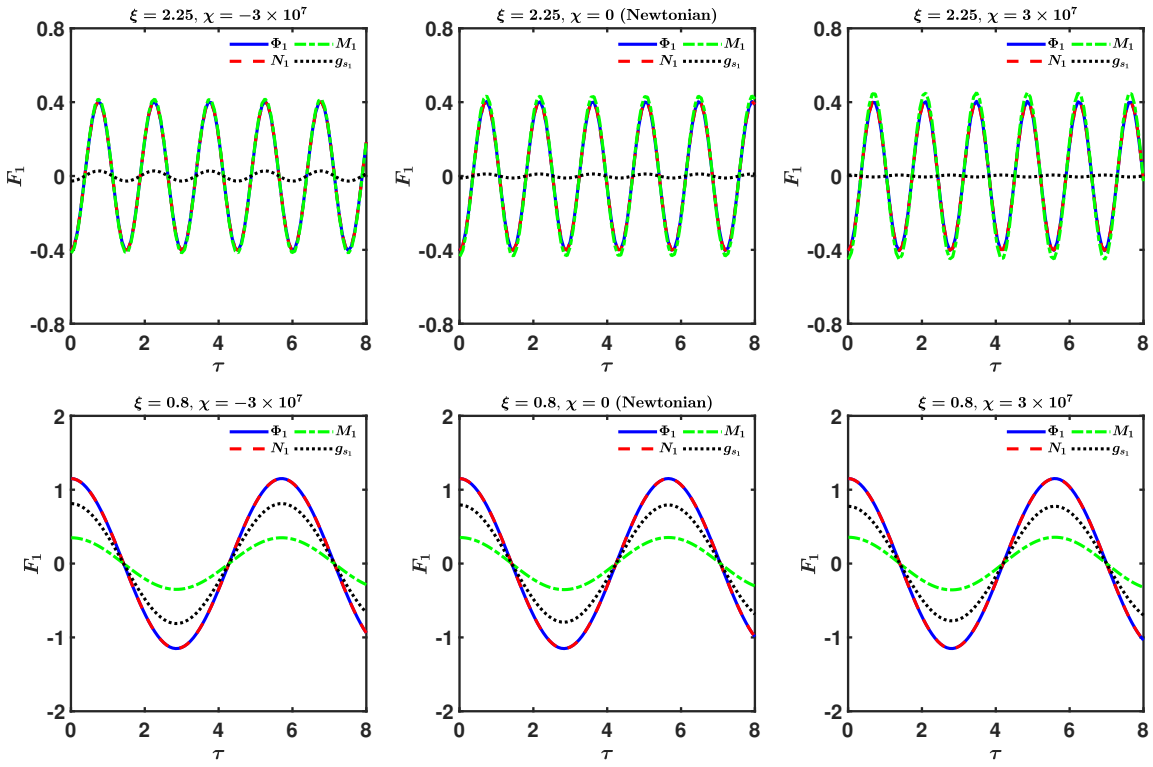

图 10. 不同代表性 EiBI引力参数值（χ，国际单位制）下，归一化太阳涨落变量（ϕ_1、 M_1、 N_1 和 g_{s_1}）随 Jeans归一化时间（τ）变化的曲线。表面区域（$\xi = 2.25$）和深层内部（$\xi = 0.8$）的 Jeans 归一化角波数分别固定为 $K = 4$ 和 $K = 0.5$ 。

可能为通过太阳和恒星等离子体振荡探测基本引力开辟新途径。

致谢

作者感谢特兹布尔大学物理系在本研究过程中提供的机构支持。同时，谨向天体物理等离子体与非线性动力学研究实验室（APNDRL）的成员致谢，感谢他们富有建设性的讨论和鼓励。PKK谨致谢谢校际天文学与天体物理学中心（IUCAA，印度浦那）授予副研究员职位。SD感谢印度政府科学技术部（DST）通过DST-INSPIRE奖学金（资助编号：DST/INSPIRE Fellowship/2021/IF210234）提供的资助。

数据可用性

支持本研究结论的所有数据均包含在本文中 [56]。

[1] R. K. Ulrich, 《太阳表面的五分钟振荡》, 《天体物理学杂志》**162**, 993（1970年）。[2] F.-L. Deubner 和 D. Gough, 《日震学：作为太阳内部诊断手段的振荡》, 《天文学与天体物理学年评》**22**, 593（1984年）。[3] D. O. Gough、A. G. Kosovichev、J. Too mre、E. Ander-son、H. M. Antia、S. Basu、B. Chaboyer、S. M. Chitre、J. Christensen-Dalsgaard、W. A. Dziembowski、A. Eff-Darwich、J. R. Elliott、P. M. Giles、P. R. Goode、J. A. Guzik、J. W. Harvey、F. Hill、J. W. Leibacher、M. J. P. F. G. Monteiro、O. Richard、T. Sekii、H. Shibahashi、M. Takata、M. J. Thompson、S. Vauclair 和 S. V. Vorontsov, 《太阳的日震结构》, 《科学》**272**, 1296 (1996). [4] P. Demarque 和 D. B. Guenther, 《日震学：探索恒星内部》, 《美国国家科学院院刊》**96**, 5356（1999年）。[5] J. Christensen-Dalsgaard, 《日震学》, 《现代物理学评论》**74**, 1073（2002年）。[6] C. W. Misner、K. S. Thorne 和 J. A. Wheeler, 《引力》（W. H. Freeman，1973年）。[7] S. M. Carroll, 《时空与几何：广义相对论导论》（剑桥大学出版社，2019年）。[8] J. B. Hartle, 《引力：爱因斯坦广义相对论导论》（2003年）。

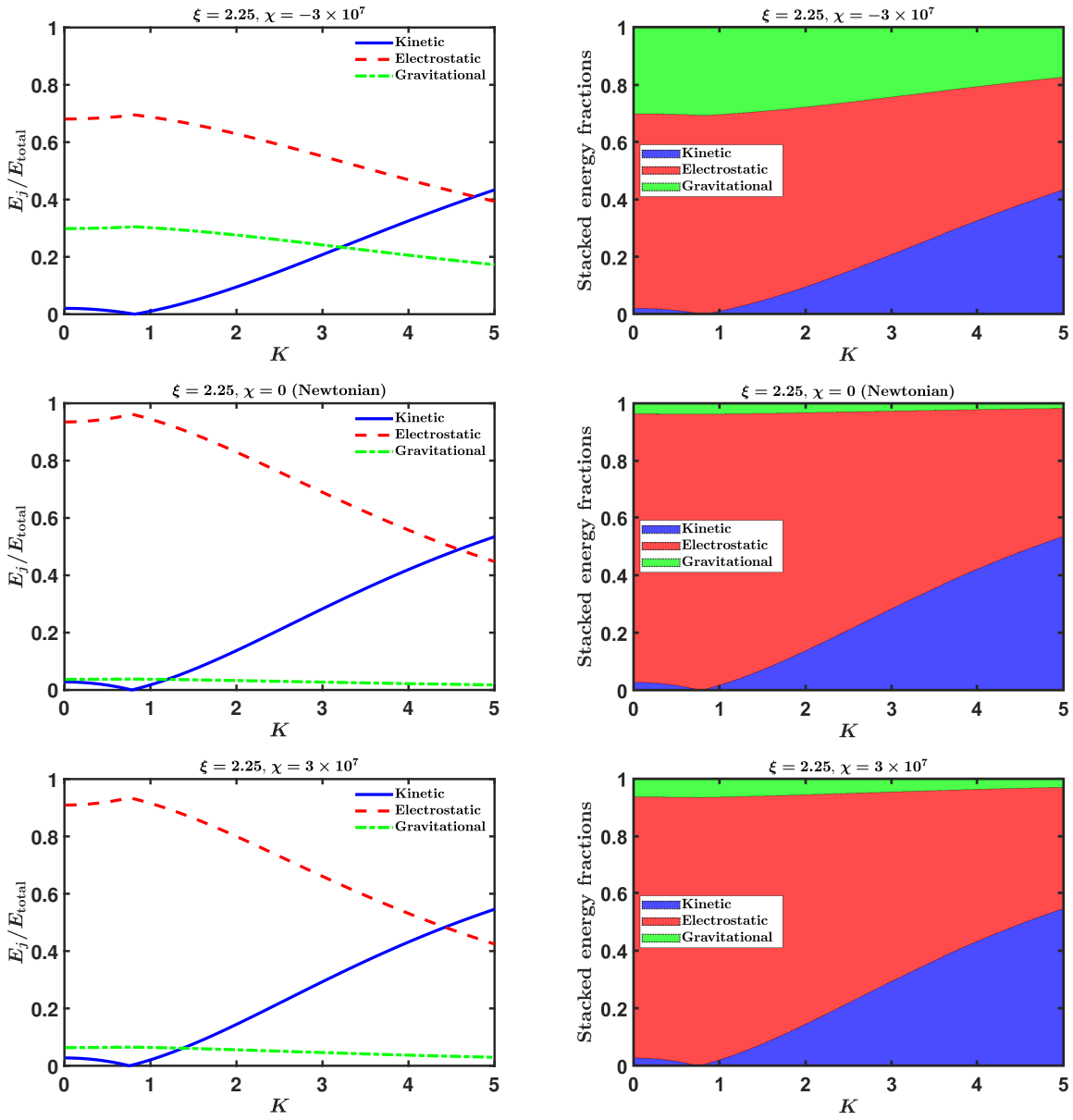

图 11. 在不同具有代表性的国际单位制 EiBI引力参数值（χ）下，太阳表面（$\xi = 2.25$）处归一化能量分数——动能、静电能和引力能——随 Jeans 归一化角波数（K）变化的曲线。左列显示各项单独的贡献，右列则展示堆叠的能量分数，以便直接比较。

[9]M. Bañados 和 P. G. Ferreira，《爱丁顿引力理论及其衍生理论》，Physical Review Letters **105**，011101（2010年）。[10] P. Pani、V. Cardoso 和 T. Delsate，《爱丁顿启发引力中的致密星》，Physical Review Letters **107**，031101（2011年）。[11] Y.-H. Sham、P. T. Leung 和 L.-M. Lin，《爱丁顿启发的 Born-Infeld 引力中的致密星：与相变相关的异常》，Physical Review D **87**，061503（2013年）。[12] P. Pani、T. Delsate 和 V. Cardoso，《爱丁顿启发的 Born-Infeld 引力：非线性引力-物质耦合的现象学》，Physical Review D **85**，084020（2012年）。

[13]Y.-H. Sham、L.-M. Lin 和 P. T. Leung，《利用非线性物质-引力耦合理论检验中子星的普适关系》，《天体物理学杂志》**781**, 66 2014年( ). [14] P. P. Avelino，《爱丁顿启发的玻恩-英费尔德引力：天体物理学和宇宙学约束》，Physical Re-view D **85**, 104053 (2012年)。[15] V. I. Afonso、G. J. Olmo、E. Orazi 和 D. Rubiera-Garcia，《基于Ricci张量的引力理论中的新型标量致密天体》，《宇宙学与天体粒子物理学杂志》**2019**, 044。[16] V. I. Afonso，《EiBI引力中的致密标量场解》，《现代物理学国际期刊D》**29**,

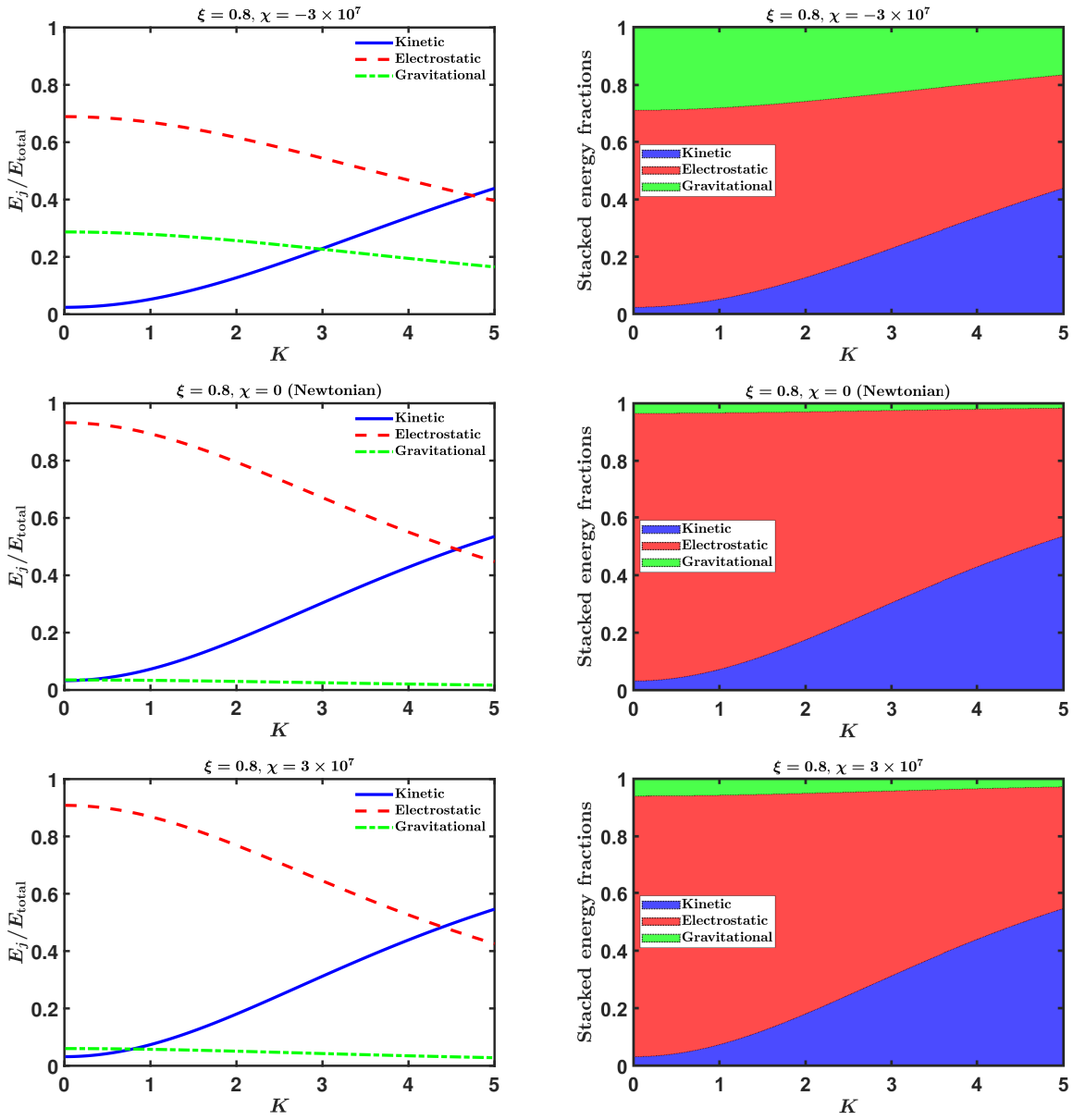

图 12. 在太阳内部（$\xi = 0.8$）中，归一化能量分数——动能、静电能和引力能——随 Jeans 归一化角波数（K）变化的分布，其中 EiBI引力参数（χ）取不同的代表性值，单位为国际单位制。左列显示各项单独的贡献，右列则展示堆叠的能量分数，以便直接比较。

2041011 (2020年)。[17] I. Prasetyo、H. Maulana、H. Ramadhan 和 A. Sulaksono， 2.6 $M_\odot$ 爱丁顿启发的玻恩-英费尔德引力理论中的致密天体和中子星，Physi-cal Revie w D **104**, 084029 (2021年)。[18] D. C. Rodrigues，《爱丁顿-玻恩-英费尔德宇宙学中各向异性的演化》，Physical Revie w D **78**, 063013 (2008年)。[19] T. Delsate 和 J. Steinhoff，《物质-引力耦合范式的新见解》，Physical Review Letters **109**, 021101 2012年( )。[20] P. Pani 和 T. P. Sotiriou，《爱丁顿启发的玻恩-英费尔德引力中的表面奇点》，Physical Review Letters **109**, 251102 (2012年). [21] H.-C. Kim，恒星表面的爱丁顿启发的玻恩-英费尔德引力，Physical Review D **89**, 064001 2014年( ). [22] I. D. Martino 和 A. Capolupo，爱丁顿启发的玻恩-英费尔德引力中的 Jeans 不稳定性动力学理论，The European Physical Journal C **77**, 715 (2017). [23] A. Bessiri、K. Ourabah 和 T. H. Zerguini，爱丁顿启发的玻恩-英费尔德（EiBI）引力中的 Jeans 不稳定性：量子方法，Physica Scripta **96**, 125208 (2021年). [24] Q. Yang、L. Tan、H. Chen 和 S. Liu，爱丁顿启发的玻恩-英费尔德（EiBI）引力中黏弹性天体流体的 Jeans 不稳定性分析，New Astronomy **99**, 101947

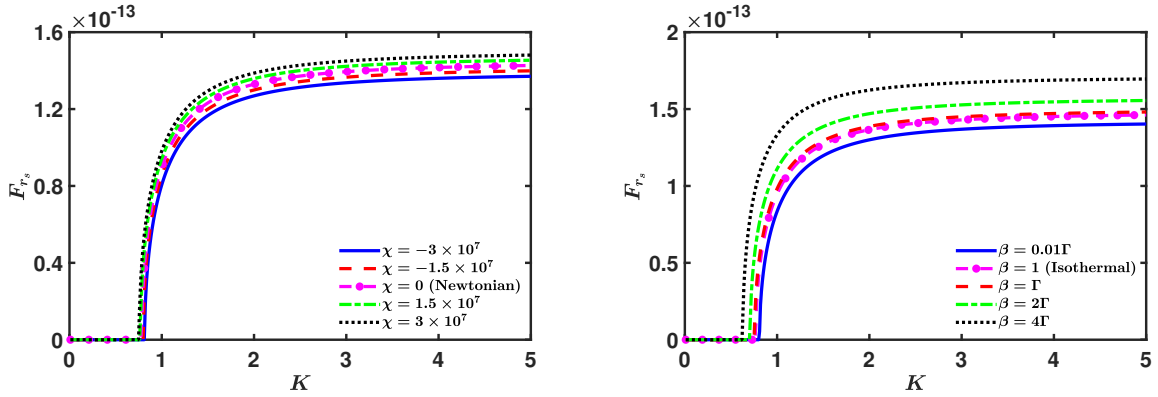

图13. 归一化模态表面能流密度（F_{r_s}）随Jeans归一化角波数（K）变化的剖面，对应不同所示的EiBI引力参数（χ）和相对多方声速（β）取值。此处，χ 以国际单位制表示。

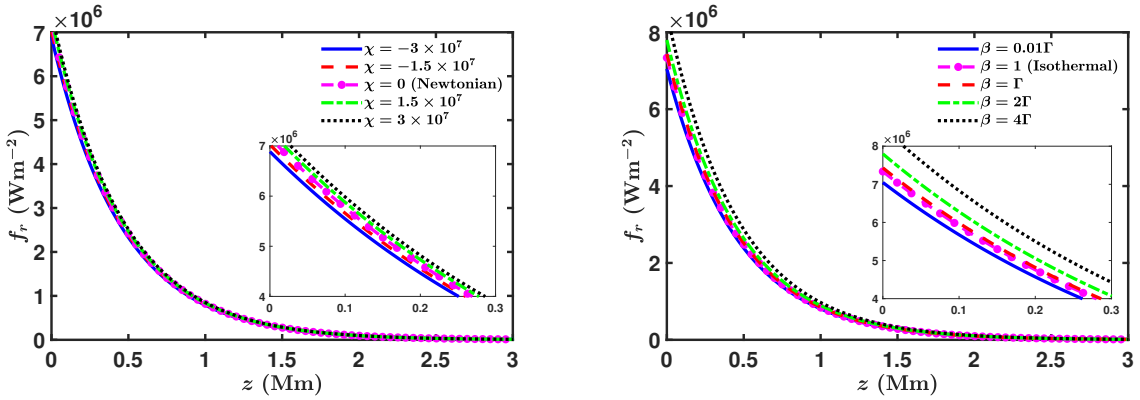

图14. 由p模驱动的能流密度（f_r）随光球底部以上高度（z）变化的剖面，对应不同所示的EiBI引力参数（χ）和相对多方声速（β）取值。此处，χ 以国际单位制表示。峰值速度振幅根据观测约束设为 $v_{rs} = 500$ ms^{-1}。

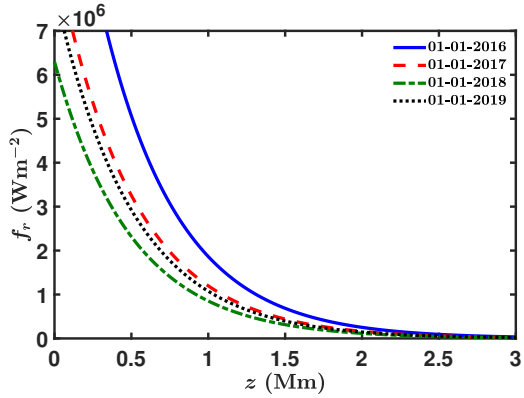

图15. 由p模驱动的能流密度（f_r）随光球底部以上高度（z）变化的剖面，由四年（2016–2019年）的SDO/HMI多普勒观测得到。

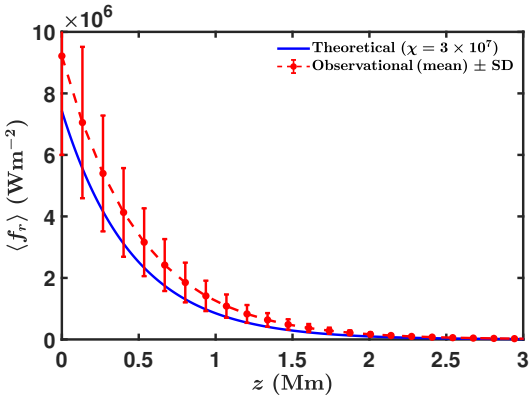

图16. 光球底部上方高度（z）处由平均p模驱动的能量通量密度（$\langle f_r \rangle$），比较了 $\chi = 3 \times 10^7$ m^5 kg^{-1}s^{-2}（蓝色实线）的理论预测与基于四年（2016–2019年）SDO/HMI多普勒数据得到的观测结果平均值。红色虚线表示观测均值，竖直误差棒表示各数据集的标准差（SD）。

(2023年)。

[25] P. Avelino，《爱丁顿启发的 Born-Infeld 引力：核物理约束与连续流体近似的有效性》，《宇宙学与天体粒子物理学杂志》**2012**，022。[26] J. Casanellas、P. Pani、I. Lopes 和 V. Cardoso，《利用太阳检验替代引力理论》，《天体物理学杂志》**745**，15（2012）。[27] P. Banerjee、D. Garain、S. Paul、R. Shaikh 和 T. Sarkar，《来自激变变星双星的爱丁顿启发的玻恩-英费尔德引力恒星约束》，《天体物理学杂志》**924**，20（2022）。[28] S. Das 和 P. K. Karmakar，《经 EiBI 引力修正的太阳 GES 结构》，《中国物理学刊》**91**，157（2024）。[29] M. Stix，《太阳》《太阳》（Springer Berlin Heidelberg，2002年）。[30] M. J. Aschwanden，《第11章——太阳》，载于《太阳系百科全书（第三版）》，T. Spohn、D. Breuer 和 T. V. Johnson 编（Elsevier，2014年），第235–259页，第三版。[31] E. Priest，《太阳磁流体力学》《太阳磁流体力学》（剑桥大学出版社，2014年）。[32] A. Ambastha，《不可见太阳物理学》《不可见太阳物理学》（CRC 出版社，2020年）。[33] B. Roberts 和 W. R. Campbell，《磁场对太阳振荡频率的修正》，《自然》**323**，603（1986）。[34] S. Das、A. Atteya 和 P. K. Karmakar，《基于 GES 的磁活性湍流太阳等离子体不稳定性的理论分析》，《皇家天文学会月刊》**523**，5635（2023）。[35] P. S. Cally，《弱至中等垂直磁场对太阳 f 模和 p 模的影响》，《天体物理学杂志》**451**，372（1995）。[36] F. C. Adams、M. Fatuzzo 和 R. Watkins，《分子云中非线性波与孤子的普遍解析结果》，《天体物理学杂志》**426**，629（1994）。[37] S. Chandra，《太阳等离子体中扩散率和黏度的研究》，《印度物理学杂志》**87**，601（2013年）。[38] A. W. Hendry，《太阳的多方模型》，《美国物理学杂志》**61**，906（1993）。[39] C. J. Hansen、S. D. Kawaler 和 V. Trimble，《恒星内部结构》《恒星内部结构》（Springer New York，2004年）。[40] G. Horedt，《多方体》《多方体》，第306卷（Kluwer Academic Publishers，2004年）。[41] R. B. Larson，《分子云中的湍流与恒星形成》，《皇家天文学会月刊》**194**，809（1981）。[42] S. Lizano 和 F. H. Shu，《分子云核与双峰恒星形成》，《天体物理学杂志》**342**，834（1989）。[43] F. F. Chen，《等离子体物理学与受控聚变导论》《等离子体物理学与受控聚变导论》（Springer International Publishing，2016年）。[44] L. Landau 和 E. Lifshitz，《流体力学》《流体力学》，第2版，第6卷（Elsevier，1987年）。[45] A. R. Choudhuri，《流体与等离子体物理学》（剑桥大学出版社，1998）。[46] C. Clarke 和 B. Carswell，《天体物理流体动力学原理》（剑桥大学出版社，2007）。[47] G. Stokes，论运动流体内摩擦理论以及弹性固体的平衡与运动，载于《Trans. Cambridge Philos. Soc.》，第 8 卷（Cambridge Philosophical Society，1845），第 287–319 页。[48] G. Buresti，关于斯托克斯假设的札记，《力学学报》**226**，3555（2015）。[49] S. I. Braginskii，等离子体中的输运过程，载于《Re- views of Plasma Physics》，第 1 卷，M. A. Leontovich 编（Consultants Bureau，1965），第 205–311 页。[50] J. V. Hollweg，磁化等离子体中的黏度：物理解释，《地球物理研究杂志：空间物理》**90**，7620（1985）。[51] B. D. Pontieu、S. W. McIntosh、M. Carlsson、V. H. Hansteen、T. D. Tarbell、C. J. Schrijver、A. M. Title、R. A. Shine、S. Tsuneta、Y. Katsukawa、K. Ichimoto、Y. Suematsu、T. Shimizu 和 S. Nagata，足以驱动太阳风的强色球阿尔芬波，《科学》**318**，1574（2007）。[52] M. Shoda 和 T. Yokoyama，经由模态转换产生的高频针状体振荡，《天体物理学杂志》**854**，9（2018）。[53] J. M. Fontenla、D. Rabin、D. H. Hathaway 和 R. L. Moore，宁静太阳光球中的 p 模能量传播测量，《天体物理学杂志》**405**，787（1993）。[54] T. S. Community、S. J. Mumford、S. Christe、D. Pérez- Suárez、J. Ireland、A. Y. Shih、A. R. Inglis、S. Liedtke、R. J. Hewett、F. Mayer、K. Hughitt、N. Freij、T. Meszaros、S. M. Bennett、M. Malocha、J. Evans、A. Agrawal、A. J. Leonard、T. P. Robitaille、B. Mam- paey、J. I. Campos-Rozo 和 M. S. Kirk，SunPy——用于太阳物理学的 Python，《计算科学与发现》**8**，014009（2015）。[55] W. T. Barnes、M. G. Bobra、S. D. Christe、N. Freij、L. A. Hayes、J. Ireland、S. Mumford、D. Perez-Suarez、D. F. Ryan、A. Y. Shih、P. Chanda、K. Glogowski、R. Hewett、V. K. Hughitt、A. Hill、K. Hiware、A. Inglis、M. S. F. Kirk、S. Konge、J. P. Mason、S. A. Maloney、S. A. Mur- ray、A. Panda、J. Park、T. M. D. Pereira、K. Reardon、S. Savage、B. M. Sipőcz、D. Stansby、Y. Jain、G. Taylor、T. Yadav、Rajul 和 T. K. Dang，SunPy 项目：1.0 版核心软件包的开源开发与现状，《天体物理学杂志》**890**，68（2020）。[56] S. Das 和 P. K. Karmakar，多方态方程 EiBI引力太阳等离子体的稳定性与波动力学，《物理评论E》（2025）。