arXiv:2603.01155v1 [physics.app-ph] 1 Mar 2026

磁性全转换：与源无关的静磁场塑形

Jaume Cunill-Subiranas，[1]，* Natanael Bort-Soldevila，[1] Fabian Resare，[2] Nuria Del-Valle，[1] Witlef Wieczorek，[2]，† 以及 Carles Navau[1]，‡[1]物理系，巴塞罗那自治大学，*08193* 贝拉特拉，巴塞罗那，西班牙[2]微技术与纳米科学系（*MC2*），查尔姆斯理工大学，*SE-412 96* 哥德堡，瑞典

磁场受到其源的几何形状和位置的限制，从而限制了自由定制其空间分布的能力。我们提出了一种通用框架，可将任意源产生的磁场被动转换为有限无源区域内预先规定的任意期望场。我们的方法依托于利用线性磁性材料进行场整形，从而实现与源无关的磁场塑形。我们给出了通用方案、针对若干典型示例的解析和数值演示，以及一项概念验证实验，验证了这一思想及其材料实现。这种方法为磁屏蔽、定向场传递、先进成像技术以及广泛的场控制应用带来了新的可能性。

在特定空间区域内精确生成和控制磁场，对许多不同的科学与工程领域都至关重要。例如，粒子物理学、医学成像、原子钟和核磁共振 [1–7]都需要高度均匀的磁场。在精密质谱学、量子磁力学或磁约束聚变中，高精度的偶极场、四极场或更复杂的场对于实验[8–16]的性能至关重要。

一般而言，要在指定空间区域内获得期望的磁场分布，需要精心选择磁源，使其近似目标场，但无法做到完全一致。这种局限不仅源于实验实现中不可避免的不完善，也因为用于描述磁场的物理方程本身只是一级近似，或者依赖截断或离散化的源表示。此外，尽管人们似乎必须叠加多个线圈或磁体才能获得任意场构型，但仍可以设想：能否通过操控某个给定单一源的磁场，使其在特定区域内转变为任意期望场?

众所周知，磁性材料可通过排斥或吸引场线来改变场线，从而在自由空间中实现磁屏蔽或场集中[17–19]。变换光学 [20, 21] 催生了借助超材料控制电磁场和静磁场的新方法 [22, 23], , 使完美透镜或隐身斗篷[24–29], 以及其他器件 [30–36]成为可能。

在此，我们展示如何利用位于该区域之外的任意源，在有限且有界的无源空间区域内精确地产生任意类型的静磁场——而非作为n阶近似，也非采用截断方案。我们的概念基于磁场整形的理念 [37], , 并将其提升到新的层次：在有限有界区域内，将任意外加磁场转变为任意其他期望场分布，例如均匀场、类单极子场、类偶极子场、类抛物线场等。由此，我们的工作将磁屏蔽这一概念加以推广；磁屏蔽旨在使特定区域内的磁场归零。

接下来，我们将陈述问题并描述一般解。我们将介绍具有说明性和相关性的示例，考虑用实际材料加以实现，并通过概念验证实验来同时验证总体思路以及具备所需性质的材料的可得性。

磁性全转换的一般描述

我们旨在在某一扩展体积内获得期望的静磁场 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$，且与所施加的源无关；这些源产生场 $\mathbf{H}_a(\mathbf{r})$。这看似不可能，但如果该区域不含 $\mathbf{H}_a$ 的源，则确实可行。其思路是利用包围感兴趣区域的适当磁性材料，重塑源的场线，将其转换为期望的场线。

期望场 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ 必须首先在给定的扩展空间区域 $\mathcal{V}$ 内满足 $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$和 $\nabla \times \mathbf{H} = 0$，我们假定该区域中没有源。于是可以写成 $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(\mathbf{r})$，其中 $\phi(\mathbf{r})$ 为标量磁势。 ϕ 满足拉普拉斯方程 $\nabla^2\phi(\mathbf{r}) = 0$，对于 $\mathbf{r} \in \mathcal{V}$。根据拉普拉斯方程解的唯一性定理，如果我们找到一个体积$\mathcal{V}_0 \subset \mathcal{V}$，其曲面满足期望场的边界条件，则对于 $\mathbf{r} \in \mathcal{V}_0$，磁场 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ 将与期望场具有完全相同的形状，而与源所产生的场 $\mathbf{H}_a(\mathbf{r})$ 无关。下面我们说明如何找到这些曲面以及如何定义$\mathcal{V}_0$。

如果体积 $\mathcal{V}$ 内的场没有奇点（即 $\mathbf{H} = 0$ 的点），我们首先选择一条闭合

* jaume.cunill@uab.cat
† witlef.wieczorek@chalmers.se
‡ carles.navau@uab.cat

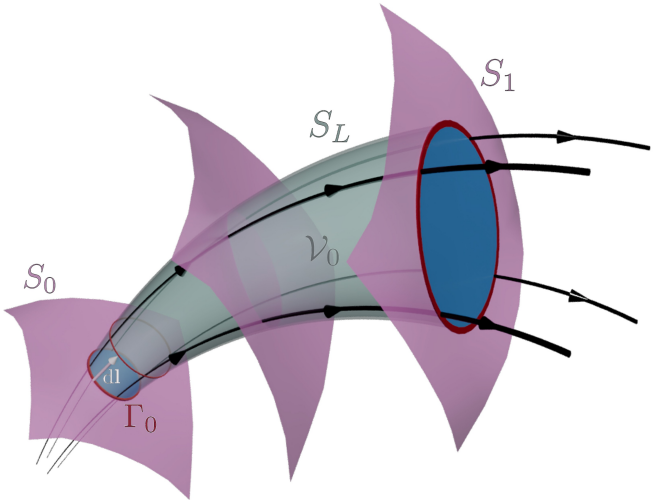

图 1. **磁性全转换**。具有期望场的体积 $\mathcal{V}_0$ 的形成。 S_0 是一个等势面，而 Γ_0 是属于该曲面的任意闭合曲线。黑线表示场线，其中穿过 S_0 的场线 Γ_0 生成一个侧面， S_L。另一个等势面 S_1界定了该体积。白色箭头表示式（**1**）中的 dl 矢量。

曲线 Γ_0，它属于任意一个等势面 $S_0 = \{\mathbf{r} \in \mathcal{V} \,|\, \phi(\mathbf{r}) = \phi_0\}$，见图 1。在 S_0中，场 $= -\nabla\phi$ H 与曲面垂直。具体而言，从属于 $\Gamma_0 \subset S_0$的所有点出发，沿着各点处与场平行的微分位移dl，即可生成一条新的闭合曲线。也就是说，通过求解以下方程可得到新点

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) \times \mathrm{d}\mathbf{l}(\mathbf{r}) = 0. \tag{1}$$

这样，我们可以生成一组闭合曲线，它们最终构成一个曲面。事实上，式（1）是一个微分方程，其解以 Γ_0 点为边界条件，得到一个曲面，使得磁场 **H** 在该曲面的每一点都与其平行。我们称该曲面为 S_L。最后，我们取另一个等势面$S_1 = \{\mathbf{r} \in \mathcal{V} | \phi(\mathbf{r}) = \phi_1\}$，其中 $\phi_1 \neq \phi_0$。曲面 S_0、S_1和 S_L 围成一个体积 $\mathcal{V}_0 \subset \mathcal{V}$，其所有边界曲面上的磁场要么平行于曲面（在属于 S_L 的点处），要么垂直于曲面（在属于 S_0 和 S_1的点处）。

换言之，我们以如下方式构造了体积 $\mathcal{V}_0 \subset \mathcal{V}$，使标量势 ϕ 的边界条件恰好就是产生期望场H的那些条件。根据唯一性定理，$\mathcal{V}_0$ 内部的场必定具有期望场的形状。

为了避免得到对所有 $\mathbf{r} \in \mathcal{V}_0$ 都有 $\mathbf{H} = 0$ 的平凡解，应在体积 $\mathcal{V}_0$ 之外设置一个外加场源，并用满足表面 S_0、S_1 和 S_L处所需条件的适当材料来改变其场线。外场确定了 S_0 和 S_1处的势值。因此，内部磁场的大小取决于外部源，但其形状并不取决于外部源。改变源（位置、性质、大小）只会改变 $\mathcal{V}_0$内部磁场的大小。这适用于任意 外场以及任意所需的非奇异磁场[38]。我们设计了一种静磁全转换器。

对于包含奇点的场，整个空间可以划分为互不相交的区域，使得从某一区域出发的场线不会进入另一区域。此外，零斜线可以表现为场沿其平行并通过奇点的线（例如，在柱对称系统中，对称轴即为一条零斜线）。通过任意将奇点设定在 $\phi = 0$处，等势面形成相互分离的等势片（一些具有 $\phi > 0$，另一些具有 $\phi < 0$）。若希望区域 $\mathcal{V}_0$ 包含该奇点，则上述步骤可加以推广，办法是考虑初始闭合等势线 Γ_0，它们须（i）包围一条零斜线，（ii）位于带有相同 ϕ符号的等势片上，且（iii）与各分离区域一一对应——也就是说，要有与区域数量相等的 Γ_0 线，且每条线属于不同区域。在生成曲面 S_L（由每一 Γ_0 按式（1）得到）之后，带有 ϕ之另一符号的等势面随后用于封闭体积 $\mathcal{V}_0$。下面以四极场为例展示这一过程。

迄今为止， $\mathcal{V}_0$ 的定义一直是一种数学构造。我们现在说明如何基于物理材料实现这些S_0、 S_1和 S_L 曲面。一方面，等势面可以用无限磁导率（IMP）介质来实现，这类材料内部的H磁场始终为零。等价地，它们可表征为磁导率为 $\mu \to \infty$的线性磁性材料。场的切向分量在穿过材料曲面时必须连续。对于IMP介质，该轮廓条件确保H场始终垂直于IMP曲面，这正是等势面 S_0 和 S_1 所要求的。这种材料也被称为完美磁导体[39–41]。需要注意的是，具有高磁导率的软线性铁磁材料（如坡莫合金或铸铁）是理想IMP情形的极佳实际近似 [42]。

另一方面， S_L 曲面可以用零磁导率（ZMP）材料实现。这些材料具有内部**B**场为 0 的特性。因此，在其外表面，场 $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$ 必须与曲面平行。这正是 S_L 曲面的要求。还需注意，文献[16, 37] 已表明，超导材料（尤其是 I 型超导材料，其工作尺度下的伦敦穿透深度较小）是 ZMP 材料良好的实用近似。

然而，使用超导体时，必须考虑到理想超导体的表现如同零磁导率材料，但还具有一项额外性质：它们会保持完全位于其内部的任意闭合回路中的磁通子不变 [43]。这会施加一项额外约束。为绕过磁通子守恒，一种可能的解决方案是

在曲面上开一道小狭缝 S_L [33, 44]，以阻止电流绕其循环。这样一来，磁通子守恒便不再适用，超导体也就可以作为零磁导率材料的实用实现方式。或者，如果不开狭缝，可以对超导体进行场冷，这意味着冷却全向转换器后，内部存在的磁场$\mathcal{V}_0$ 将被困在其中，不受外部源之后发生变化的影响。

代表性示例

接下来，我们将详细解释并阐述如何在一些典型且有用的情形中实现这些想法。我们从最简单的情形开始：希望在一个扩展区域内获得完全均匀场 $\mathbf{H}(x,y,z) = H_0 \hat{z}$。标量势为 $\phi = -H_0 z + C$，其中 C 为任意常数。一个等势曲面可以是 $z = 0$ 曲面，而一条闭合曲线 Γ_0 可以是 $z = 0$ 平面内半径为 R 的圆。式（1）简化为 $H_0(\mathrm{d}y\,\hat{\mathbf{x}} - \mathrm{d}x\,\hat{\mathbf{y}}) = 0$，其显然的解为 $\mathrm{d}x = \mathrm{d}y = 0$。这表明，从圆$\Gamma_0$出发，曲面 S_L 是一个半径为 R、平行于z轴的圆柱体。该体积可以在任意另一个等势曲面（另一个 z为常数的平面）处闭合，例如 $z = L$。这表明，在由两块 IMP 材料（其内部表面分别位于 $z = 0$和 $z = L$ ）以及一块零磁导率材料（其内部表面位于 $x^2 + y^2 = R^2$）所限定的圆柱区域内，磁场完全均匀，而与位于该圆柱区域之外（当然也在这些材料之外）的场源无关。在图 2(a,b) 中，我们展示了一个计算实例：感兴趣区域内的场完全均匀，无论场源是偶极子还是线圈。

遵循同一原理，无论源场如何，也可以在给定区域内生成精确的偶极场。在这种情况下，期望场及其对应的标量势采用标准球坐标$(r,\ \theta,\ \varphi)$表示，并且不失一般性，假设期望偶极场是位于原点、磁矩为$\mathbf{m} = m\hat{\mathbf{z}}$的偶极子所产生的场，则有$\mathbf{H}(r,\ \theta,\ \varphi) = \frac{m}{4\pi r^3}\left(2\cos\theta\,\hat{\mathbf{r}} + \sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)$，相应地，$\phi(r,\theta,\varphi) = \frac{m}{4\pi}\frac{\cos\theta}{r^2}$。标量势为 ϕ_0的等势面由满足以下条件的点构成

$$r^2 = A\cos\theta, \tag{2}$$

对于给定的$A = \frac{m}{4\pi\phi_0}$，从该曲面上的任意闭合曲线 Γ_0 出发，通过求解方程（1），即可得到侧向 S_L 曲面；在此情形下，方程变为 $H_r r\mathrm{d}\theta = H_\theta\,\mathrm{d}r$. 当 $r \neq 0$时，解为

$$r = C\sin^2\theta, \tag{3}$$

其中，C 是由所选特定 Γ_0 决定的常数。需要注意的是，场严格呈偶极场的区域必须避开 $\mathbf{r} = 0$ 点，因为外部源必须位于 $\mathcal{V}_0$ 区域之外。如图所示如图2(c)，我们构造出了一个严格的偶极场，其效果如同由原点处的垂直偶极子产生，但实际上它是由感兴趣区域之外的水平偶极子产生的。因此，这再次证实，区域内的场形状 $\mathcal{V}_0$ 与该区域外的场源无关。

另一个有趣的情形是，在给定区域内形成精确的单极场。例如，可以利用超导涡旋 [45], 获得近似单极场。然而，我们在此证明，任何外部源都能在大范围空间内产生精确的单极场。在这种情况下，期望场和标量势（用球坐标表示）分别为 $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{A}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$ 和 $\phi(\mathbf{r}) = -\frac{A}{r} + C$，其中 A 和 C 为常数。为定义体积 $\mathcal{V}_0$，我们从一个以原点为中心、半径为 R_0 的球体（等势面）开始，并取该球体与平面 $z = z_0$ （ $z_0 < R_0$ 时）的交线作为闭合曲线 Γ_0。选择球体上满足 $z < z_0$ 的曲面后，我们通过根据式（1）求出 dl 来构造该体积。这表明，新曲面 S_L 只需增大半径即可构造（因为式（1）的解为 $\mathrm{d}\theta = \mathrm{d}\varphi = 0$）。为封闭该体积，我们再选取一个半径为 $R_1 > R_0$ 的球体。该体积以及以偶极子为外部源进行的模拟见图 2(d)。

如果我们想要生成精确的线性四极场，并将奇点包含在 $\mathcal{V}_0$内，就必须考虑若干条起始 Γ_0 线，如前文所述。该场及其标量势可表示为：$\mathbf{H}(x,y,z) = A_0(-x\hat{\mathbf{x}} - y\hat{\mathbf{y}} + 2z\hat{\mathbf{z}})$，$\phi(x,y,z) = A_0\left(-\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + z^2\right)$，其中 A_0为某个常数。不失一般性，我们假设奇点（$\mathbf{r} = 0$）处的势为零，且 $A_0 > 0$，并假设四极场关于 z轴对称。在这种情况下，存在若干彼此不连通的等势面片，定义如下

$$z^2 = \frac{\phi_0}{A_0} + \frac{\rho^2}{2}\,. \tag{4}$$

对于 $\phi_0 > 0$，它表示位于 $|z| > \rho/2$ 体积上的两个曲面片（一个对应 $z > 0$，另一个对应 $z < 0$）。对于 $\phi_0 < 0$，它描述了位于区域 $\rho > 2|z|$内的柱对称曲面。此外，没有任何场线能够穿过 $z = 0$ 平面（二维流形），从而将空间有效地划分为两个区域：$z > 0$ 和 $z < 0$。要定义体积 $\mathcal{V}_0$，应考虑两条等势闭合曲线，Γ_{01} 和 Γ_{02}，一条位于 $z > 0$ 区域，另一条位于 $z < 0$ 区域，且两条曲线都环绕 z轴（一维零流线）。根据这两条曲线，利用公式（1）构造侧曲面 S_{L1} 和 S_{L2}。侧曲面满足

$$\rho z^2 = C_i\,, \tag{5}$$

与 $i \in \{1,2\}$。C_1 和 C_2 分别由 Γ_{01} 线和 Γ_{02} 线的选择决定。请注意，每个 Γ_0

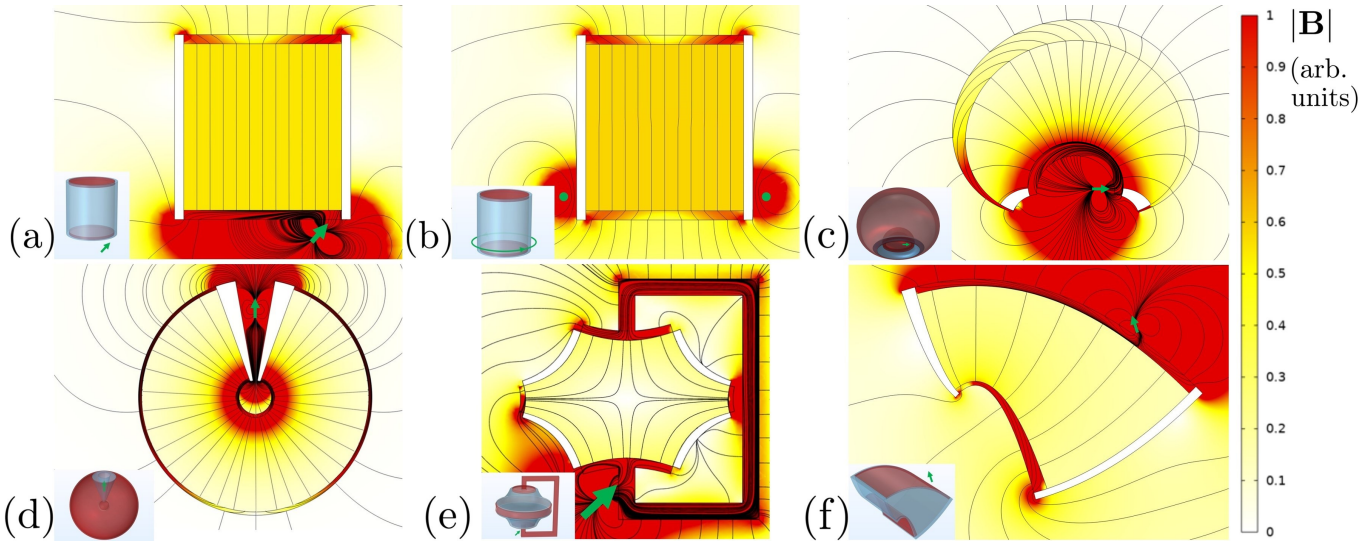

图 2. **磁性全转换示例**。 (a) 和 (b) 无论外部源为何（(a) 中为偶极子，(b) 中为线圈），区域 $\mathcal{V}_0$ 内都会产生均匀磁场。(c) 外部源为水平偶极子，但所需并生成的磁场是垂直偶极子产生的磁场。(d) 外部偶极子源在 $\mathcal{V}_0$ 内产生单极场。(e) 生成了一个中心带有奇点的四极场。(f) 外部源为偶极子，但 $\mathcal{V}_0$ 内生成的场线呈抛物线形状。每个示例左下方的三维示意图中，IMP表面以红色显示，ZMP表面以蓝色显示。绿色表示外加场源：(a、c-f) 中为偶极子，(b) 中为电流环。请注意，不同示例中偶极子的磁矩大小不一定相同；此外，为便于可视化，部分区域的颜色标度已饱和。

会产生一个 S_L 曲面。最后，体积 $\mathcal{V}_0$ 由另一个电势符号相反的等势面闭合该体积来确定。图中展示了将偶极子场转换为包含奇点的四极场的模拟结果。2(e)。请注意，为确保两个 IMP 曲面确实具有预期的相同电势，需要在 $\mathcal{V}_0$ 之外使用 IMP材料将它们磁性连接起来。

如果我们希望实现特定的场线几何形状，而不是特定的场表达式，那么可以直接应用上述讨论的思路。我们可以构建一个具有场线几何形状的 ZMP 曲面，并找出一组与场垂直的曲面，选取其中两个这样的 IMP，使其与 ZMP 曲面共同包围一个体积 $\mathcal{V}_0$，在该体积内场将具有完全符合要求的形状。例如，假设我们希望得到具有抛物线场线的场。在这种情况下，可以选择一个形状为延伸抛物线的 ZMP 曲面，并将相应的共轭抛物面作为 IMP表面。这样，任何位于体积 $\mathcal{V}_0$ 外部的源都会在 $\mathcal{V}_0$内部产生具有抛物线场线的场，正如所期望的那样。该示例见图 2（f）。

若要在非单连通体积（即带有一个孔洞的体积 [2]）中生成给定的场，对于非奇异情形，我们可以选择两条电势相同且互不相交的起始线 Γ_0 。从每条起始线出发，构造侧曲面。再用另一等势面 S_1将其包围后，由此得到的 $\mathcal{V}_0$ 体积将是非单连通的，并且按照这种构造方式，其中的场将具有所需的形状。还可以设想将本文介绍的方法组合起来，处理更复杂的情形。另一种特殊情况是，S_L 本身已经确定了一个封闭体积（即环面）。在这种情况下，无需使用 IMP表面，但应使用外部源，以确保内部的场不为零 [16]。

原理验证实验

下面，我们通过一项概念验证实验，说明所提出方法的基本工作原理。为此，我们制作了一种概念验证器件——全向转换器，旨在将单个平面圆形线圈产生的非均匀磁场，转换为特定空间区域内的均匀场。该研究区域是一个长 92 mm、半径 22.5 mm 的圆柱体，位于线圈外部（如图 2(b) 所示）。圆柱体的端盖由铸铁制成，作为理想磁导体介质，垂直于目标磁场放置。圆柱形侧壁是一根长 100 mm、厚 2.5 mm 的高纯铝管，在我们的工作温度下属于 I 型超导体（< 150 mK）。伦敦穿透深度为$\simeq 50$ nm，相对于管子的所有尺寸都可以忽略不计。因此，铝管作为零磁导率材料，与场线平行放置。铝管上沿轴向开有一道宽 1 mm 的狭缝，以防止

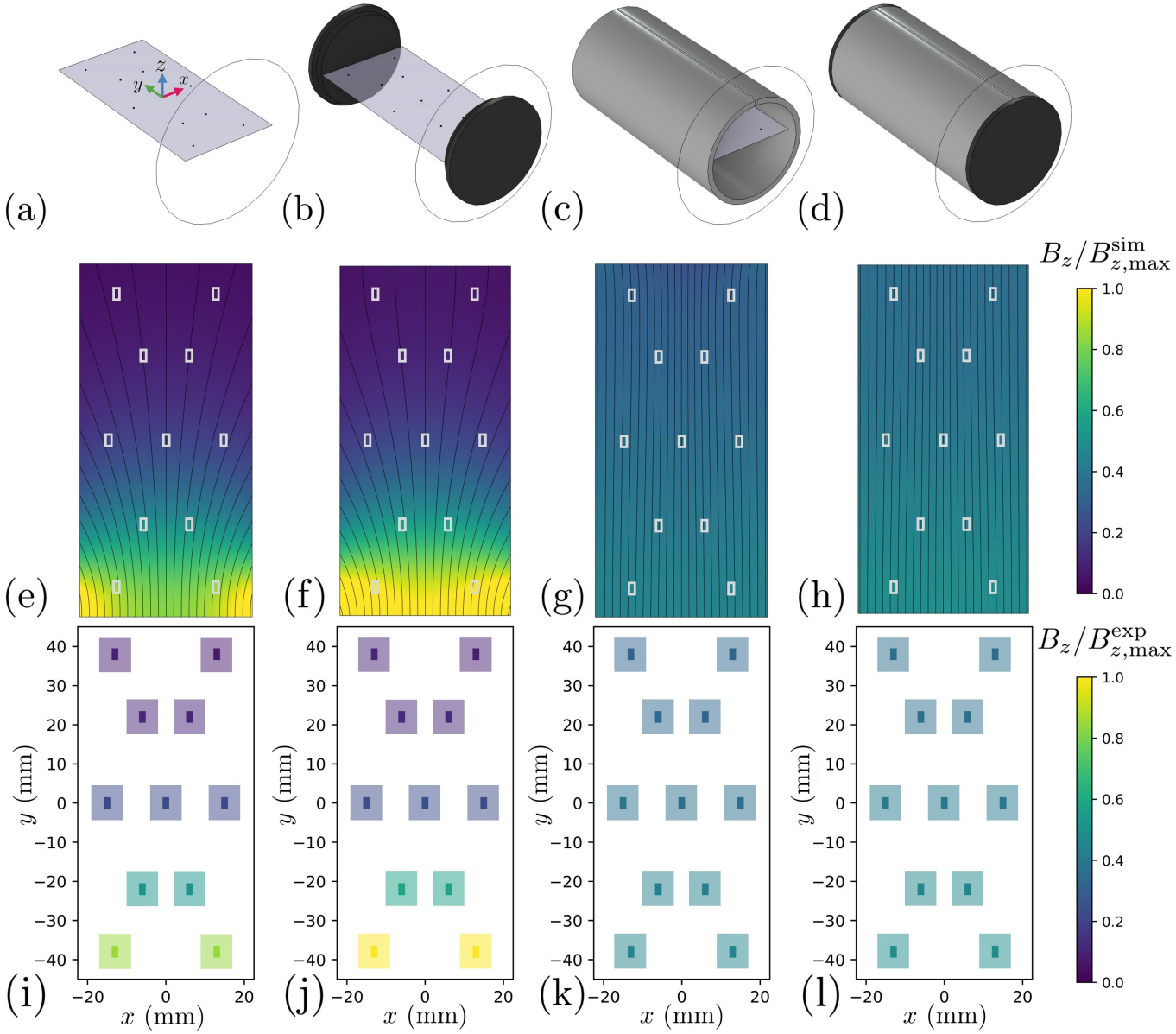

图 3. **概念验证磁场全转换演示装置**。实验系统配置 (a)-(d)、对应的仿真结果 (e)-(h) 以及实验测量 (i)-(l)。对比同一扁平圆形线圈在四种配置下产生的感应磁场：(a)、(e) 和 (i) 仅包含线圈、印刷电路板和传感器；(b)、(f) 和 (j) 添加了软磁性端盖；(c)、(g) 和 (k) 添加了超导铝管，但不含端盖；(d)、(h) 和 (l) 则包含完整组件，即铝管和端盖。色标表示轴向磁场分量 B_z，并分别按仿真和实验中的最大值归一化，$B_{z,\ \max}^{\mathrm{sim}}$ 和 $B_{z,\ \max}^{\mathrm{exp}}$。在仿真图 (e)-(h) 中，黑线表示磁力线，白色矩形标出实际的传感器位置。实验图 (i)-(l) 中也使用相同的矩形，并根据各传感器测得的 B_z 值统一着色；矩形外围还套有一个颜色相同、透明度较低的大矩形，以增强可视性。

净电流环流（因为系统经过零场冷却）。

我们使用 11 个商用隧道磁阻传感器测绘研究区域内的磁场。传感器焊接在定制印刷电路板（PCB）上，并沿轴向对齐，置于管内 [图 3(a-d)]，，形成可用于研究磁场均匀性的排列。整个系统置于稀释制冷机中，一个由铌钛线绕制的多匝线圈与铝管同轴放置，距铝管 12 mm，以防铝管中的磁场超过其临界磁场。

在四种不同配置下进行了测量，以比较以下情况下产生的磁场：(a) 仅线圈；(b) 带铸铁端盖的线圈；(c) 带超导铝管的线圈；(d) 完整的全向转换器系统。铝

管和印刷电路板保持固定，铸铁端盖仅在情况 (b) 和 (d) 下安装。铝管的超导态由温度控制：在低于 1.0 K 时激活 [情况 (c) 和 (d)]，在高于此温度时失活 [情况 (a) 和 (b)]。每种情况下，线圈中的电流均从 -0.1 A 扫描至 0.1 A。对于情况 (a) 和 (b)，室温数据根据 1.28 K 时的测量结果进行修正，以补偿传感器输出的热漂移，并考虑传感器在低温下响应的变化。鉴于传感器的线性响应，通过线性拟合将测得的电压直接映射为磁场轴向分量。详情见补充信息。这些归一化的轴向磁场测量结果见图 3(i-l)。

为进行比较，我们使用有限元法求解安培定律，进行了四组相应的数值仿真。铸铁端盖被建模为近乎理想的 IMP（$\mu/\mu_0 = 10^5$）材料，而超导铝则被建模为近乎理想的 ZMP（$\mu/\mu_0 = 10^{-5}$）介质。图 3(e-h) 展示了模拟得到的归一化轴向场分量。

实验测得的 [图 3(i-l)] 与模拟得到的 [图3(e-h)] 相对磁场值明显吻合。独立线圈产生的磁场并不均匀 [图 3(i)]，，模拟中的弯曲场线也证实了这一点 [图3(e)]。

使用铸铁端盖时，磁场仍不均匀，靠近线圈一侧的端盖附近磁场有所增强 [图 3(j)]。不过，仿真 [图3(f)] 显示，朝管端方向的场均匀性略有改善。

关键在于，当铝管进入超导态时，会发生显著而剧烈的变化：管内的磁场变得均匀分布，场线转变为垂直于管道横截面的笔直平行线 [图3(k,l)]。鉴于该管的长宽比，超导体对场均匀性的影响比单独铁磁端盖的影响更为显著，这解释了情形 (g,k) 与 (h,l) 之间观察到的相似性。然而，靠近边缘处或管道较宽时，铁磁材料的影响会变得更加显著；例如，在图 3(g) 的上部可以看到场线略有弯曲，而由于端盖的存在，这一现象在图 3(h) 中并未出现。

在全向转换器完全组装的配置中[图3(d,h,l)]，场均匀性仍存在的细微偏差，主要并非源于真实材料的不完美。这一点得到了仿真与实验结果高度吻合的支持，见图 3(h) 和图 3(l)。这表明实际材料忠实地实现了这些尺度下理想的 IMP 和 ZMP 行为。相反，这些不均匀性归因于狭缝的存在，仿真中也考虑了这一因素。这证实了所选材料适用于实际应用，并表明后续改进应着重于尽可能缩小狭缝间距。

结论

本文聚焦于静磁场，因为 IMP 和 ZMP表面可分别用铸铁和超导铝等传统材料有效近似。然而，如果能够找到可近似无限电导率——即理想导体——以及静态零电导率介质的材料，同样的理论原理也可以推广到静电场。本文提出的流程是一种利用现有源产生期望场的通用方案，因此其适用范围远不止某一特定应用。原则上，可以设想任意外加磁场，并通过设计合适的全向转换器，将任意源场转换为期望场。这有助于通过获得更易控制的磁场，改进粒子阱、医学成像或粒子加速器等现有技术。此外，本研究为创新解决方案铺平了道路；若依赖难以获得的场构型，这些方案原本可能显得遥不可及。

致谢

我们感谢 Lars J¨onsson 协助制作实验所需的机械部件，并感谢 Samuel Lara-Avila 和 Thilo Bauch 就磁传感器提供的宝贵建议。本研究部分获得欧盟 Horizon Europe 2021—2027 框架计划资助，具体通过 SuperMeQ 项目（资助协议编号101080143）提供；同时还获得西班牙项目 PID2023-149054NB-I00 的资助，该项目由 MCIU/AEI/10.13039/501100011033/欧洲区域发展基金/欧盟支持。J.C.- S. 感谢加泰罗尼亚政府和欧洲社会基金+提供的 AGAUR-FI Joan Oró奖学金（资助编号2025 FI-3 00143）。W.W. 感谢欧洲研究理事会通过资助编号 101087847（ERC Consolidator SuperQLev）提供的支持，并感谢 Knut and Alice Wallenberg（KAW）基金会通过瓦伦堡学术研究员资助和学者资助提供的支持。

[1] C. Abel 等，Phys. Rev. A **99**，042112（2019）。

[2] T. Albahri 等（μ子 $g-2$ 合作组），Phys. Rev. A **103**，042208（2021）。

[3] C. Abel 等，《欧洲物理学杂志C》85, 202 (2025)。[4] T. C. Cosmus 和 M. Parizh，《IEEE 应用超导汇刊》21, 2104 (2011)。[5] H. M. Gach、A. N. Curcuru、S. Mutic 和 T. Kim，《医学物理学》47, 4101 (2020)。[6] L. Sárkány、P. Weiss、H. Hattermann 和 J. Fortágh，《物理评论A》90, 053416 (2014)。[7] D. I. Hoult 和 R. E. Richards，《伦敦皇家学会会刊A辑：数学与物理科学》344, 311 (1975)。[8] G. Gabrielse、A. Khabbaz、D. S. Hall、C. Heimann、H. Kalinowsky 和 W. Jhe，《物理评论快报》82, 3198 (1999)。[9] J. Fortágh 和 C. Zimmermann，《现代物理评论》79, 235 2007( )。[10] O. Romero-Isart、L. Clemente、C. Navau、A. Sanchez 和 J. I. Cirac，《物理评论快报》109, 147205 (2012)。[11] N. Bort-Soldevila、J. Cunill-Subiranas、N. Del-Valle、W. Wieczorek、G. Higgins、M. Trupke 和 C. Navau，《物理评论研究》6, 043046 (2024)。[12] J. Hofer 等，《物理评论快报》131, 043603 (2023)。[13] M. Gutierrez Latorre、G. Higgins、A. Paradkar、T. Bauch 和 W. Wieczorek，《物理评论应用》19, 054047 (2023)。[14] A. H. Boozer，《现代物理评论》76, 1071 (2005)。[15] P. Helander，《物理学进展报告》77, 087001 (2014)。[16] N. Bort-Soldevila、J. Cunill-Subiranas 和 A. Sanchez，《科学报告》14, 3653 (2024)。[17] T. J. Sumner、J. M. Pendlebury 和 K. F. S mith，《物理学杂志D：应用物理》20, 1095 (1987)。[18] K. Ferrone、C. Willis、F. Guan、J. Ma、L. Peterson 和 S. Kry，《辐射》3, 46 (2023)。[19] J. D. Jackson，《经典电动力学》，第3版（约翰·威立父子出版公司，1999）。[20] J. B. Pendry、D. Schurig 和 D. R. Smith，《科学》312, 1780 2006( )。[21] J. B. Pendry、A. Aubry、D. R. Smith 和 S. A. Maier，《科学》337, 549 (2012)。[22] M. Kadic、G. W. Milton、M. van Hecke 和 M. Wegener，《自然综述：物理学》1, 198 (2019)。[23] F. Magnus 等，《自然·材料》7, 295 (2008)。[24] J. B. Pendry，《光学快报》11, 755 (2003)。[25] R. Fleury、F. Monticone 和 A. Alù，《物理评论应用》4, 037001 (2015)。

[26] B. Wood和J. B. Pendry，《物理学杂志：凝聚态物质》19, 076208（2007）。[27] F. Gömöry、M. Solovyov、J. Šouc、C. Navau、J. Prat-Camps和A. Sanchez，《科学》335, 1466（2012）。[28] S. Narayana和Y. Sato，《先进材料》24, 71（2012）。[29] J. Zhu、W. Jiang、Y. Liu、G. Yin、J. Yuan、S. He和Y. Ma，《自然-通讯》6, 8931（2015）。[30] C. Navau、J. Prat-Camps和A. Sanchez，《物理评论快报》109, 263903（2012）。[31] N. Bort-Soldevila等人，《APL材料》12, 021123（2024）。[32] A. Barrera等人，《ACS纳米》19, 10461（2025）。[33] C. Navau、J. Prat-Camps、O. Romero-Isart、J. I. Cirac和A. Sanchez，《物理评论快报》112, 253901（2014）。[34] O. Gargiulo、S. Oleschko、J. Prat-Camps、M. Zanner和G. Kirchmair，《应用物理快报》118, 012601（2021）。[35] F. Valadares、N.-N. Huang、K. T. N. Chu、A. Dorogov、W. Chua、L. Kong、P. Song和Y. Y. Gao，《自然-通讯》15, 5816（2024）。[36] R. Mach-Batlle、M. G. Bason、N. Del-Valle和J. Prat-Camps，《物理评论快报》125, 177204（2020）。[37] A. Sanchez和N. Bort-Soldevila，《应用物理学杂志》130, 163901 2021( )。[38]存在一个例外：如果场源所处位置足够对称，使得在 S_0 和 S_1 中产生的势完全相同，那么平凡的$\mathrm{H} = 0$ 解便是唯一解：场的形状保持不变，但其大小趋于零。[39] R. Orton和N. Seddon，载于第十二届国际天线与传播会议，2003（ICAP 2003）。（会议出版物第491号），第2卷（2003），第599–602页，第2卷。[40] I. V. Lindell和A. H. Sihvola，《电磁波与应用杂志》19, 861（2005）。[41] M. L. N. Chen、L. J. Jiang和W. E. I. Sha，《应用物理学杂志》119, 064506（2016）。[42] T. Pirottin、E. Fourneau、A. V. Silhanek、P. Vanderbemden和B. Vanderheyden，《IEEE磁学汇刊》61, 1（2025）。[43] M. Tinkham，《超导导论》，第2版（多佛出版社，2004）。[44] J. Cunill-Subiranas、N. Bort-Soldevila、N. Del-Valle和C. Navau，《物理评论B辑》111, 174530（2025）。[45] J. R. Clem，《物理评论B辑》43, 7837（1991）。

《磁性全转换：静磁场的源无关塑形》补充信息

Jaume Cunill-Subiranas,[1,a)] Natanael Bort-Soldevila,[1] Fabian Resare,[2] Nuria Del-Valle,[1] Witlef Wieczorek,[2,b)] Carles Navau[1,c)]

[1] *Departament de Física, Universitat Autònoma de Barcelona, 08193 Bellaterra, Barcelona, Spain*
[2] *Department of Microtechnology and Nanoscience (MC2), Chalmers University of Technology, SE-412 96 Gothenburg, Sweden*

a) 电子邮箱：jaume.cunill@uab.cat b) 电子邮箱：witlef.wieczorek@chalmers.se c) 电子邮箱：carles.navau@uab.cat

S1 实验细节

S1.1 系统

实验装置由一根高纯度铝管（4N）组成，管壁厚度为 2.5 mm，内半径为 22.5 mm，长度为 100 mm（见图 S1）。端盖由铸铁制成，厚度均为 6.5 mm，其中 4 mm 插入管内，另有 2.5 mm 沿纵向伸出。整个实验过程中，铝管水平放置在稀释制冷机低温恒温器（Bluefors LD250）内，通过过盈配合嵌入两个黄铜支架，并用螺钉固定在混合级上。

用于测量的印刷电路板 (PCB) 上装有 11 个商用一维线性隧穿磁阻 (TMR) 传感器 Allegro CT100，这些传感器排列成阵列，用于绘制管道不同区域的轴向磁场分量。在图 S2 （左），底部中央的两个

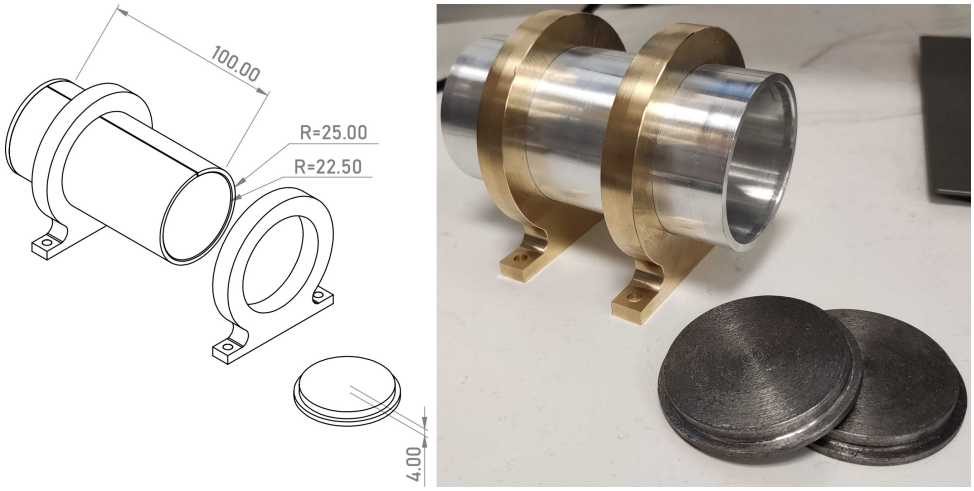

图 S1：铝管组件的几何结构。铝管及其两个铸铁端盖和两个黄铜支架的尺寸（左，单位：毫米）和照片（右）。

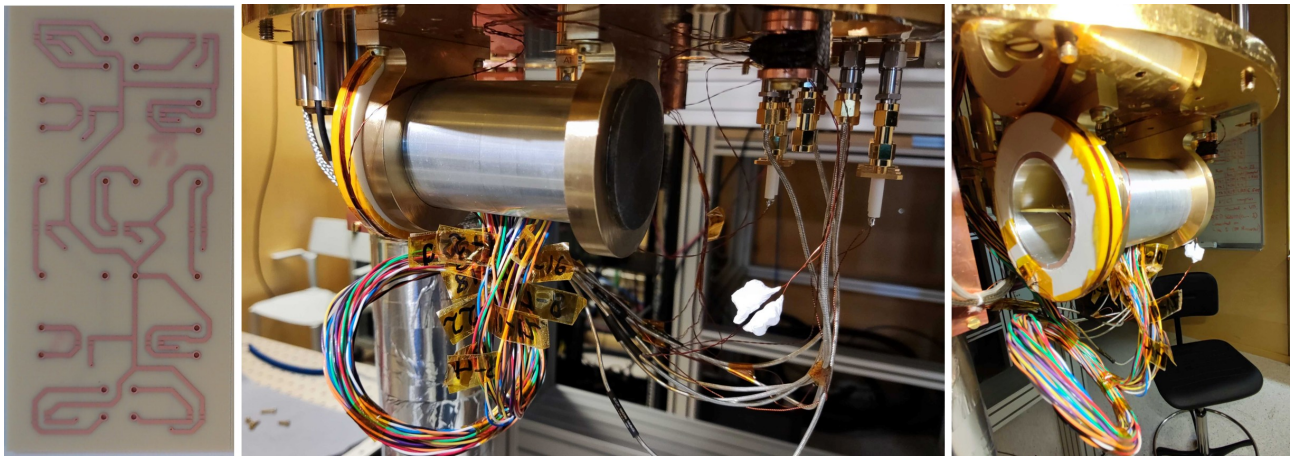

图 S2：低温恒温器内印刷电路板及最终装配体的照片。焊接商用 Allegro CT100 传感器之前的印刷电路板照片（左），以及集成到低温恒温器中的完整实验装配体照片，分别展示了装上端盖（中）和未装端盖（右）的状态。

端口用于连接所有传感器的供电电压电缆，其余 22 根电缆则用于记录所监测传感器的测量数据。传感器使用无铅焊膏焊接在印刷电路板上。

印刷电路板水平放置在管内，其尺寸为（90 mm $\times$ 45 mm），因此管子本身可用作支撑，将其固定在位以防移动。铝管沿全长开有一道 1 mm 宽的狭缝，狭缝与管轴平行。24 根铜线从这道狭缝中穿过。

采用多匝 NbTi 线圈作为磁场源。线圈安装在铝管附近的一个 3D 打印线圈架上，与管子相距 12 mm。这样的间距可避免铝达到临界场；如果将线圈直接绕在管子上，则可能会超过该临界场。在所有实验中，线圈始终放置在同一位置，即管子的一端附近（靠近其中一个黄铜支架，如图 S2所示）。

S1.2 数据处理

S1.2.1 原始数据

为测量静磁场，我们记录了印刷电路板上 11 个传感器各自测得的电压值，并将其作为铌钛线圈中电流的函数。我们在不同条件下重复了这一过程，从而获得主文图 3 中展示的四种不同情况。

在图 S3(a) 中，我们展示了系统处于室温且未安装铸铁端盖时记录的电压绝对值。每个数据点代表连续五次电压测量的平均值。传感器的编号按照从左到右、从上到下的顺序排列，如图 3 所示。对于图 S3(b) 所示的情况，即室温下将端盖安装在管端时，我们也绘出了相应的平均电压。

在低于 1.0 K 的温度下（零场冷却）测量了同一系统，使高纯度铝管进入超导态。尽管样品本身没有温度传感器，我们仍使用低温恒温器混合室传感器监测温度。结果分别显示在未安装铸铁端盖的图 S3(c) 中，以及安装端盖的图 S3(d) 中。

然而，由于室温测量与低温测量之间的温差较大，且会对传感器产生轻微影响，因此

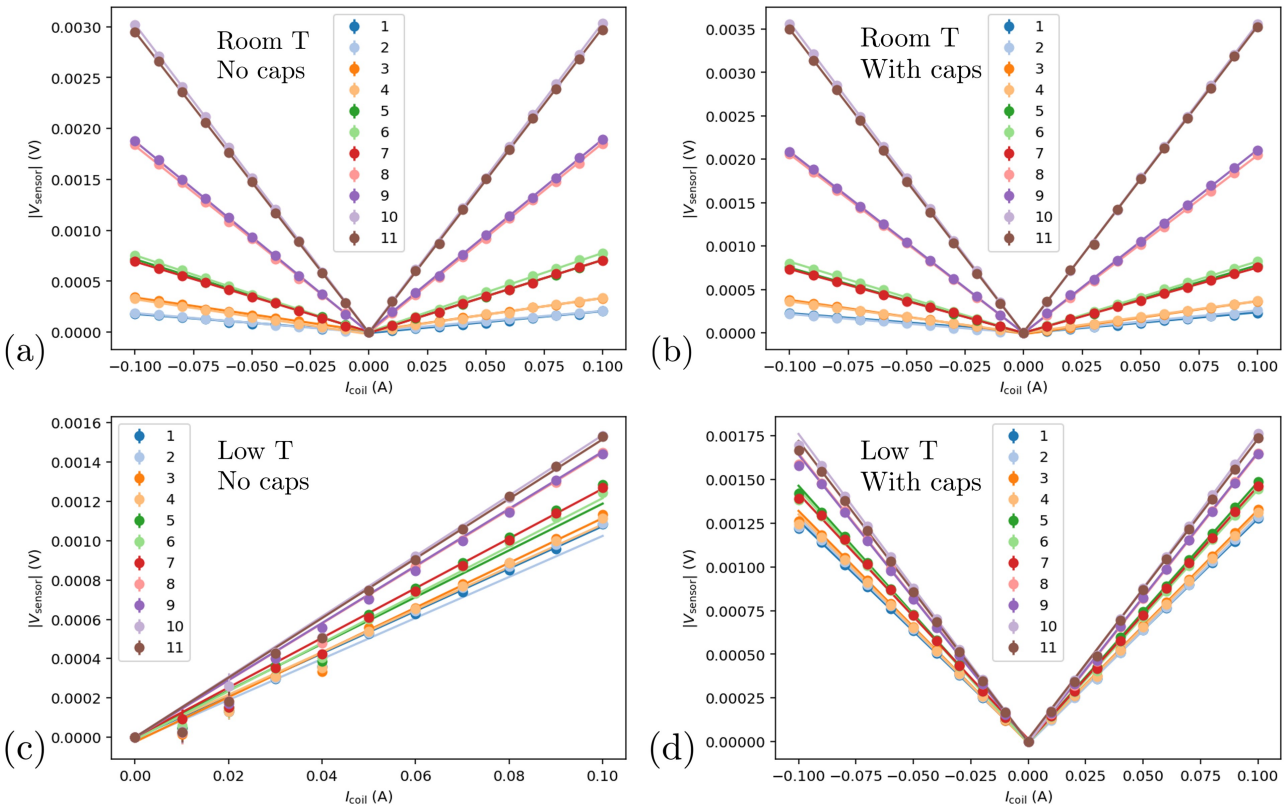

图 S3：实验测量。测量 11 个隧道磁阻传感器中每个传感器的电压绝对值，并将其表示为流经铌钛线圈的电流的函数。每个数据点代表连续五次电压测量的平均值。实线表示线性拟合；对于大多数数据点，误差棒小于符号尺寸。(a) 系统处于室温，且未安装铸铁端盖。(b) 系统处于室温，且铸铁端盖安装在管端。(c) 系统温度低于 1.0 K，且未安装铸铁端盖。(d) 系统温度低于 1.0 K，且铸铁端盖安装在管端。

也记录了低温1.28 ± 0.01 K 下的电压，该温度高于铝的临界温度。这些测量值见图 S4(a)，可据此对室温下测得的电压进行校正，以便与低温下获得的电压进行比较。

S1.2.2 线性拟合

通过对传感器电压随线圈电流（与外加磁场成正比）变化的数据进行线性拟合，可以得到各线性回归的斜率。这些斜率与各传感器所处磁场相对于外加磁场的大小成正比。线性回归所得的斜率经过归一化后列于表 S1 中。拟合的相关系数均介于 0.996 和 0.999990 之间。室温下测得的电压通过以下方式进行校正：将各传感器的测量值乘以图 S4(a) 中各线圈电流下的电压与图 S3(a) 中对应电压之比的平均值，从而能够与低温测量结果直接比较。这些平均比值（即校正因子）从9号传感器的0.97到1号传感器的1.62不等，表明如此大的温度变化对传感器虽有明显影响，但影响仍属适中。

表 S1：归一化磁场结果。数值 $B_z/B_z^{exp,\ max}$，分别根据图 *S3*(a-d) 中数据点的线性拟合斜率得出。为便于在低温下进行适当比较，对 (*) 情况应用了根据图 *S4*(a) 中数据得出的校正因子。所有数值的不确定度： ± 0.010。

传感器编号	线圈*	线圈+端盖*	线圈+管	线圈+管+端盖
1	0.086	0.105	0.316	0.357
2	0.071	0.084	0.324	0.360
3	0.110	0.118	0.336	0.371
4	0.106	0.119	0.331	0.367
5	0.219	0.236	0.380	0.415
6	0.228	0.243	0.366	0.404
7	0.217	0.232	0.369	0.408
8	0.523	0.584	0.430	0.463
9	0.519	0.578	0.428	0.461
10	0.849	1.000	0.451	0.494
11	0.840	0.996	0.456	0.486

S1.3 向超导态的转变

在本实验中，还间接测量了高纯度（4N）铝的临界温度，方法是利用隧道磁阻传感器检测铝管处于超导态与非超导态时磁场的差异。为此，实验采用了印刷电路板和传感器置于铝管内、但不安装铸铁端盖的配置。在超导线圈中通入电流时，测量11号传感器记录的电压。实验在0.04 K至1.24 K的温度范围内进行，温度步进为0.04 K。结果如图 S4(b) 所示。

在 1.00 K 之前，传感器 11 的电压-电流曲线斜率没有显著变化。然而，在 1.00 K 至 1.12 K 之间，曲线显示传感器 11（位于线圈附近）所在位置的磁场明显增强。高于 1.12 K 后，线性拟合不再呈现明显变化，但其斜率仍明显高于 1.00 K 以下的斜率。由于传感器 11 位于线圈附近，铝进入超导态时，该区域的磁场会减弱，因为磁场会沿管道重新分布得更加均匀。然而，一旦超过材料的临界温度，材料不再表现出抗磁性，铌钛线圈附近位置的磁场便会增强。由于温度是用混合室传感器而非样品上的传感器监测的，因此无法直接测量材料的温度；据此，我们的数据将这种 4N 块体铝的超导转变范围限定在 1.00–1.12 K。

这一现象与实验相关，因为印刷电路板的连接部分并非超导态。因此，进行电流斜坡时，传感器会发热，从而使整个系统的温度升高。不过，斜坡可以足够快地完成，避免铝管在单次测量期间失去超导性。若未考虑这一点，并在测量过程中缓慢操作，同时让偏置电流持续流经印刷电路板，则会得到如图 S4(c) 中传感器 1 所示的磁场分布：铝管起初处于超导态，但当电流超过 50 mA 时，由于此前测量中积累的热量，临界温度被超过，磁场斜率随之突然改变。

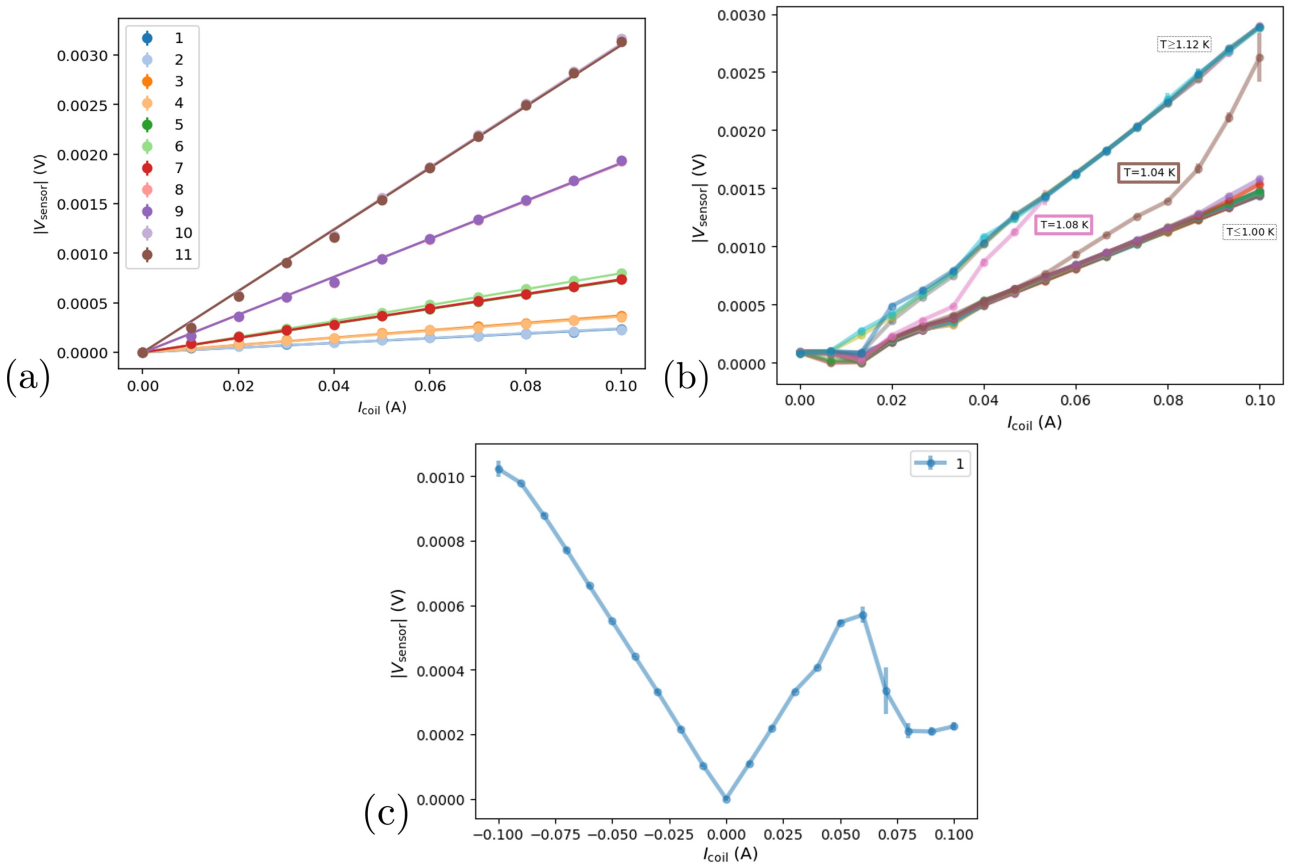

图 S4：测量过程中的温度效应。部分隧道磁阻传感器测得的电压绝对值随流经铌钛线圈的电流而变化。测量在管内未安装铸铁端盖的情况下进行。每个点代表五次连续测量的平均值 [，图（a,b）和图（c）中相邻测量的间隔分别为0.25 s和0.50 s]。对大多数点而言，误差棒小于符号尺寸。（a）11个隧道磁阻传感器在低温（1.28±0.02）K下测得的电压，该温度高于铝的临界温度。实线为线性拟合。（b）11号传感器在0.04 K至1.24 K范围内、以0.04 K为增量测得的电压。实线为目视引导线。所有温度的不确定度：±0.02 K。相互重叠的上方曲线对应于1.12 K至1.24 K之间的温度，而相互重叠的下方曲线对应于0.04 K至1.00 K之间的温度。在这些范围内未观察到磁场变化，表明铝在1.00 K以下处于超导态，在1.12 K以上处于正常态。相比之下，1.04 K和1.08 K下的测量显示电压斜率发生变化，证明发生了超导转变。（c）1号传感器从低于铝临界温度（<1 K）开始测得的电压。实线为目视引导线。该测量在采集过程中未进行温度控制。

S1.4 关于TMR传感器

焊接在印刷电路板上、用于测量管内静磁场的传感器是商用器件：Allegro CT100 型号（6 引脚 SOT-23封装）。

每个传感器测量磁场的一个分量。在本实验中，为简化演示，所有传感器均沿管子的轴向放置，因为待生成的均匀场沿此方向，且预计磁场在该方向上的分量最大。印刷电路板上传感器的布局（图案）经过设计，使用总计 11 个传感器，以代表性地测量管内及其轴向上的场均匀性。若要获得更完整的分布图并提高空间分辨率，则需要使用更多传感器。

整个实验过程中，每个传感器均由 3 V 电压供电，该电压处于制造商建议的工作范围（1.0 V 至 5.5 V）内。所施加磁场的强度也远在传感器的线性工作范围内。根据数据手册，传感器在 ± 20 mT 的范围内呈现线性度，该范围内的误差为 $\pm 0.5\%$，完全涵盖了本研究测量的磁场（约为 0.1 mT）。此外，尽管制造商规定的工作温度范围为 -40°C 至 $+150^{\circ}$C，我们仍验证了传感器在低温下保持良好的线性度。我们进行了两项初步测试：首先，将传感器浸入液氮中；其次，将其置于 4 K 低温恒温器中。两种情况下均确认其工作正常。最后，正如本研究所呈现的结果所示，这些传感器在低至毫开温度下仍能工作，并能在所测磁场值范围内保持出色的线性度。这一观察结果对于基于 TMR 的传感器在低温或超导环境中的应用尤为重要，因为此类应用需要在极低温度下可靠地测量磁场。我们的结果表明，这种商用传感器在此类条件下能够可靠工作。

S1.5 材料与制造讨论

尽管本研究使用了纯铝（一种低温超导体，LTS），但采用高温超导体（HTS）也应能取得类似结果。然而，由于 HTS 材料通常具有脆性，且受到制造约束，系统的实际实现可能会更具挑战性。另一种方案是使用超导带材作为表面层，而非块体元件，只要能确保其超导性即可。

从制造角度来看，未来的实现可以探索替代材料和制造技术。例如，失蜡法（cire perdue）铸造在制造更复杂的几何形状方面，以及实现更高的临界温度和临界场方面，相较于机械加工可能具有一定优势；而增材制造方法——例如对钽或其他超导金属进行激光烧结——则有望实现精密制造复杂部件，并使其适用于低温运行。

对于铁磁部件（也可以采用箔片或薄片的形式），铸铁端盖中可能会出现一些磁滞效应，但在本实验的准静态低磁场条件下，未观察到显著影响。事实上，选择铸铁是因为它兼具极低的矫顽力、高磁导率，并且在外加磁场范围内（远低于磁饱和）呈线性行为。坡莫合金或铁镍合金等其他软磁铁磁材料，也可作为合适的候选材料，为 IMP表面提供相同的性能。

S2 数值方法

数值仿真使用 COMSOL Multiphysics 6.2 的磁场 (mf) 接口完成，该接口求解方程 $\nabla \times \mathrm{H} = \mathrm{J}$、$\mathrm{B} = \nabla \times \mathrm{A}$ 和 $\mathrm{J} = \sigma \mathrm{E}$，并在仿真域边界处施加边界条件 $\mathrm{n} \times \mathrm{A} = 0$。仿真在稳态下进行，并根据具体情况采用三维 (3D)、二维 (2D) 或二维轴对称空间表示。仿真网格的最大单元尺寸设为 0.05 mm，最小单元尺寸设为 0.01 mm，最大单元增长率设为 1.1，曲率因子设为 0.2，狭窄区域分辨率设为 1。材料属性方面，为 IMP介质指定相对磁导率 $1 \cdot 10^{5}$，为 ZMP 材料指定 $1 \cdot 10^{-5}$。用于对应实验的圆柱轴对称仿真总计算域为 350 mm $\times$ 500 mm 的矩形，感兴趣区域约为 60 mm $\times$ 160 mm，其中包含尺寸为 22.5 mm $\times$92 mm 的研究区域。