偏振感知可重构天线辅助无线通信

Chao Zhang，IEEE 研究生会员；Hu Zhou，IEEE 会员；Ruizhe Long，IEEE 会员；Ying-Chang Liang，IEEE 会士；以及 Boon-Hee Soong，IEEE 终身高级会员

arXiv:2603.01166v1 [eess.SP] 1 Mar 2026

摘要—可重构天线（RA）已成为未来无线网络的一项前景广阔的技术，可为无线通信带来额外的灵活性。在现有设计中，可旋转天线尤其能够通过仅波束轴向的视轴对准有效提升方向增益。然而，传统可旋转可重构天线往往忽视了一种关键的物理耦合：机械旋转不可避免地会改变辐射偏振方向，可能导致偏振失配。为应对这一挑战，本文研究了一种新型RA架构，该架构同时支持三维旋转和偏振状态重构，确保在空间和偏振两个维度上实现对准。为量化解决这种失配所带来的性能提升，我们分析了一个简化的单用户视距场景，并将优化后的可旋转设计与固定方案进行比较。该分析明确将性能提升归因于三个方面：波束轴向转向带来的方向性与投影增益、滚转调整带来的偏振方向对准增益，以及偏振重构带来的偏振状态匹配增益。此外，对于一般的多径多用户系统，我们通过联合优化数字波束成形以及旋转和偏振设计，在满足速率要求和硬件约束的条件下，构建了一个联合功率最小化问题。为求解由此产生的非凸问题，我们提出了一种交替优化框架，以高效获得解：数字波束成形通过半正定松弛和凸差技术求解，而旋转和偏振设计则分别利用黎曼共轭梯度在相应流形上更新。仿真结果表明，所提出的可重构天线优于仅旋转和仅波束轴基准方案；在相同速率约束下，通过联合空间—偏振设计实现了更低的发射功率。

索引词—可重构天线（RA）、极化与三维旋转优化、方向增益模式

I. 引言

沉浸式扩展现实、数字孪生以及网联自动驾驶汽车等新兴 6G 应用，对峰值数据速率、可靠性和能效提出了严格要求 [1]–[3]。为满足这些需求，多天线技术已从多输入多输出 (MIMO) 发展到大规模 MIMO，近年来又发展到超大规模 MIMO [4]–[6]。尽管这些进步显著提升了系统容量，但进一步增大阵列尺寸仍面临物理孔径受限、空间相关性强等实际瓶颈，这可能会降低有效空间自由度 (DoFs)。这些限制促使人们寻求在物理层引入新的可控自由度，而非仅仅增大阵列尺寸。

为应对这些挑战，可重构天线（RAs）作为一种能够在天线域引入额外可控自由度的硬件高效方案，正受到越来越多的关注。根据具体实现方式，可重构天线能够重构天线几何结构（位置和方向）、极化状态，甚至频率响应 [7]–[10]。

在各种可重构天线（RA）能力中，几何可重构因能够自适应地重塑传播信道而受到广泛关注。早期研究聚焦于可移动天线（MA）和流体天线系统（FAS） [11]–[14]，，通过在可行区域内优化天线单元的物理位置，利用位置相关的信道变化并提升有效信道质量。通过改变路径长度和相位，位置调整能够重塑有效信道，缓解严重衰落，同时增强用户间的空间可分性。具体而言，文献 [11] 研究了近场流体天线系统的能效最大化问题，通过交替优化算法（AO）联合优化基站（BS）发射波束成形和天线位置，取得了显著的性能提升，并验证了流体天线系统的有效性。文献 [12],提出了一种可移动天线辅助的多用户混合波束成形方案，并设计了交替优化算法，联合优化波束成形和子阵位置，以提高相较于固定位置阵列的和速率。此外，文献 [13] 提出了可移动天线波束成形，通过联合优化天线位置和权重，在特定条件下实现朝向目标方向的全阵列增益，并在所有非目标方向形成零陷指向；该方法还给出了闭式解，并验证了其相较于固定位置阵列的性能提升。

尽管这些结果证实，物理上重新配置天线位置能够有效重塑信道，但位置调整只是几何可重构性的一个方面。除位置调整外，另一种实用选择是天线指向，它能有效扩展

C. Zhang、H. Zhou 和 R. Long 任职于中国电子科技大学无线通信国家重点实验室，中国成都 611731（电子邮箱：zhang_chao@std.uestc.edu.cn、huzhou@std.uestc.edu.cn、ruizhelong@gmail.com）。Y.-C. Liang 任职于中国电子科技大学基础与前沿科学研究院，中国成都 611731（电子邮箱：liangyc@ieee.org）。B. H. Soong 任职于新加坡南洋理工大学电气与电子工程系，新加坡 639798（电子邮箱：ebhsoong@ntu.edu.sg）。

将服务覆盖范围从传统地面区域扩展至整个三维空间，通过为仰角高度动态变化的空中用户（例如无人机）确保稳健的链路质量，从而助力蓬勃发展的低空经济 [15]。对于可旋转天线， [16] 提出了一种可旋转模型，通过联合优化基站接收波束成形和可重构天线的三维波束轴方向，最大化最小信干噪比，以增强上行通信。为缓解干扰， [17] 提出了一种可旋转天线阵列，以增强零陷指向。在该方案中，通过旋转整个阵列来改变天线的有效位置和方向，并优化旋转角度，以最大化目标方向上的增益，同时抑制干扰。此外， [18], 提出了一种可旋转天线辅助的认知无线电系统，通过联合优化次级发射波束成形和可重构天线的波束轴方向，取得了显著的频谱共享增益。

然而，这些可旋转设计从根本上忽略了一个关键的物理耦合：在三维空间中，旋转天线不仅会改变其波束指向，也会同时旋转其偏振方向，从而可能导致极化失配。即使空间对准完美，若极化状态相互正交，信号功率也无法得到有效接收 [19]。实际中，由于设备朝向随机且信道存在去极化，入射极化状态高度不可预测；反射和散射等机制会改变入射极化状态。因此，依赖固定极化的传统系统常遭受严重的极化失配损耗。尽管双极化乃至三极化天线具有更强的鲁棒性 [20],，但通常需要额外的射频（RF）链路，从而增加硬件成本和设计复杂度。这一挑战推动了对极化可重构天线的广泛研究，此类天线能够以较低的实现开销自适应地调整极化状态，以匹配信道。具体而言， [21], [22], 研究了采用离散选择、从少量预定义状态中进行选择的极化可重构天线，为以有限的硬件开销切换极化提供了一种实用方案。此外， [23] 探讨了极化灵活设计，以实现偏振方向的连续调整，从而更精细地适应信道变化。最近， [24], 提出了一种基于移相器的极化可重构设计，通过控制正交极化分量之间的相对相位来合成不同的极化状态，以较低的实现成本实现灵活的极化适配。

总体而言，现有大多数研究通常将几何重构与极化重构视为两个独立的设计变量，未能处理上述两者之间固有的耦合。 [25], 研究了这种耦合的物理基础，并证实收发器配置的空间几何决定了极化特性。然而，该研究仅限于信道建模，并将天线指向视为静态部署配置，而非用于系统优化的主动自由度。在这种几何耦合的基础上，近期有研究在 [26] 中探讨了面向6DMA赋能通感一体化系统的联合旋转与极化优化。然而，该研究聚焦于视距场景下的定位应用。在这一6DMA场景中，旋转主要用于利用空间自由度，而非利用天线转向所提供的高方向增益。相比之下，可旋转定向天线具有较高的方向性。在这些系统中，现有研究主要关注视轴对准，并表明更高的天线增益通常能带来更优的性能。然而，仅为最大化方向增益而优先进行波束指向转向，会忽视旋转与极化之间固有的耦合。因此，若不能有效实现极化匹配，高方向增益的优势便会大打折扣。

受上述研究及尚存空白的启发，我们提出一种可重构天线辅助的系统模型，其中每个天线单元均可在三维空间中旋转，并以电子方式重构其极化状态，如图1和图2所示。通过联合利用三维旋转以增强方向增益并实现几何极化方向对准，再辅以极化重构以灵活适应信道去极化，所提出的架构提供了超越传统数字波束成形的额外灵活性。具体而言，我们首先考虑一个简化的单用户视距场景，以明确将性能提升归因于方向增益和极化匹配增益。随后，我们将该框架扩展至多用户多径系统。鉴于严重的信道去极化和用户间干扰使得获得方向增益与极化匹配增益不再直接，我们构建了一个联合优化问题，并给出了高效的求解方法。本文的主要贡献总结如下：

- 我们提出一种RA架构，使每个天线单元能够同时进行三维旋转与极化重构，从而为传输增强提供超越传统数字波束成形的额外自由度。
- 为揭示所提出的可重构天线的优势，我们针对简化的单用户视距场景提供理论性能分析。我们明确地将性能提升分解为方向增益和极化匹配增益。此外，我们揭示了极化匹配增益源自投影增益、极化方向对准和极化状态匹配。
- 针对一般多径信道和多用户传输，我们构建了一个联合优化问题，在满足用户速率要求以及旋转和极化重构的实际硬件约束的前提下，最小化总发射功率。

本文已提交至 IEEE，拟供其考虑发表。版权可能会在不另行通知的情况下转让，届时此版本可能无法继续访问。

为处理由此产生的非凸性，我们提出了一种交替优化算法，其中，数字波束成形子问题通过半定规划（SDP）结合差分凸（DC）技术求解，并利用相应流形上的黎曼共轭梯度法（RCG）高效更新旋转和极化变量。

- 仿真结果表明，与仅旋转和仅波束轴向的可重构天线基准方案相比，所提出的旋转和极化均可联合调节的可重构天线始终表现更优，在满足相同速率约束的同时实现更低的发射功率，并提升整体系统性能。

本文其余部分安排如下：第二节介绍所提出的可重构天线辅助多用户多输入单输出系统的系统模型。第三节对简化的单用户视距场景进行理论性能分析。第四节建立用于功率最小化的数字波束成形、旋转和极化联合优化问题。第五节提出一种基于半定规划和RCG方法的交替优化算法。第六节给出仿真结果，第七节总结全文。

记号：小写和大写粗体字母分别表示向量和矩阵。矩阵$\mathbf{A}$ 的共轭、转置和共轭转置分别记为$\mathbf{A}^*$、$\mathbf{A}^T$和$\mathbf{A}^H$。$\mathbb{C}^{M\times N}$和 $\mathbb{R}^{M\times N}$分别表示复矩阵空间和实矩阵空间。$\mathbf{A}\succeq\mathbf{0}$ 表示$\mathbf{A}$ 是半正定（PSD）矩阵。Tr(**A**)和 $\|\mathbf{A}\|_2$ 分别表示矩阵$\mathbf{A}$的迹和谱范数。对于向量$\mathbf{a}$， $\|\mathbf{a}\|$ 表示其欧几里得范数， $|[\mathbf{a}]_i|$ 表示其第 i个元素的模。符号 $\odot$ 表示Hadamard积， $\Re\{\cdot\}$ 表示复数的实部。最后， $\mathcal{CN}(\mu,\sigma^2)$表示均值为 μ 、方差为 σ^2的圆对称复高斯（CSCG）分布。

II. 系统模型

如图1所示，我们考虑一个下行多用户MISO系统，其中基站（BS）为 K个用户提供服务。基站配备 M 个具有可重构极化功能的可旋转天线，并在 x-y 平面内排列成均匀平面阵列（UPA）。为实现极化可重构性，基站的每个天线单元由两个共址且相互正交取向的线性

极化偶极子：一个垂直极化（V单元）和一个水平极化（H单元）。类似地，在用户侧，每个用户配备由两个具有全向辐射方向图的正交单元（H/V端口）组成的双极化天线。具体而言，基站采用包含 $M=M_xM_y$ 根天线的均匀平面阵列。对于第（n_x,n_y）根天线，其中 $n_x\in\{0,1,...,M_x-1\}$、$n_y\in\{0,1,...,M_y-1\}$，其在全局笛卡尔

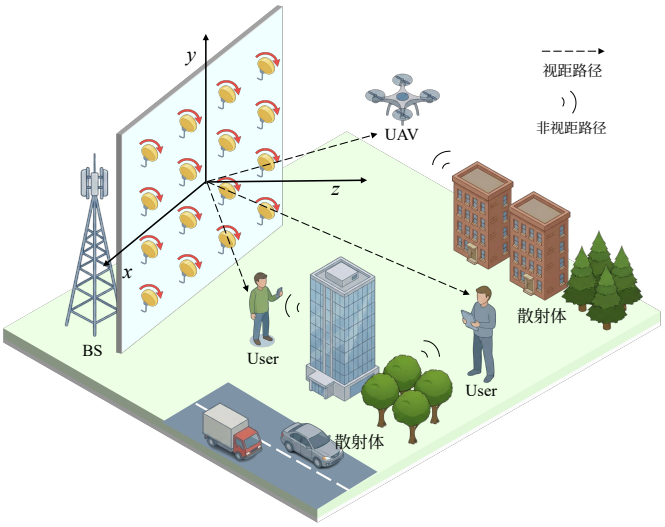


图1. RA辅助通信系统

坐标系（CCS）由下式给出

$$\mathbf{p}_{n_x,n_y}=\begin{bmatrix}\left(n_x-\frac{M_x-1}{2}\right)\Delta\\ \left(n_y-\frac{M_y-1}{2}\right)\Delta\\ 0\end{bmatrix},\forall n_x,n_y, \tag{1}$$

其中， Δ 表示相邻天线之间的间距。为方便表示，我们将（n_x， n_y）映射为单个索引 $m\in\{1,\ldots,M\}$，并用$\mathbf{p}_m$表示相应的位置。

A. RA架构与建模

我们考虑一种能够同时调整三维旋转和极化状态的可重构天线架构。

1）三维旋转模型：设全局正交归一基为$\mathbf{e}_x=[1,0,0]^T$、$\mathbf{e}_y=[0,1,0]^T$和$\mathbf{e}_z=[0,0,1]^T$。对于第 m根发射天线，我们将未旋转时的垂直极化方向定义为$\mathbf{e}_y$，水平极化方向定义为$\mathbf{e}_x$，天线波束指向定义为$\mathbf{e}_z$。令$\mathbf{R}_m=[\mathbf{r}_{m,1},\mathbf{r}_{m,2},\mathbf{r}_{m,3}]$表示第 m根天线的旋转矩阵。数学上，$\mathbf{R}_m$ 属于特殊正交群SO(3)，其定义为

$$\mathrm{SO}(3)\triangleq\{\mathbf{R}\in\mathbb{R}^{3\times3}\mid\mathbf{R}^T\mathbf{R}=\mathbf{I}_3,\det(\mathbf{R})=1\}. \tag{2}$$

约束$\mathbf{R}_m\in$ SO(3)确保刚体旋转，从而保持极化端口与波束指向之间的正交性。旋转后，极化方向变为$\mathbf{e}_{H,m}=\mathbf{R}_m\mathbf{e}_x=\mathbf{r}_{m,1}$、$\mathbf{e}_{V,m}=\mathbf{R}_m\mathbf{e}_y=\mathbf{r}_{m,2}$，而旋转后的波束轴方向变为$\mathbf{e}_{B,m}=\mathbf{R}_m\mathbf{e}_z=\mathbf{r}_{m,3}$。本质上，第三列$\mathbf{r}_{m,3}$决定波束指向，而前两列 $\{\mathbf{r}_{m,1},\mathbf{r}_{m,2}\}$ 则指定三维空间中的水平/垂直极化方向。

2）极化重构模型：接下来，我们将介绍如图2所示的极化重构架构。每个RA单元在同一天线上配备了两个共址的正交极化端口。

本文已提交至 IEEE，拟申请发表。版权可能会在不另行通知的情况下转让，届时可能无法再访问此版本。

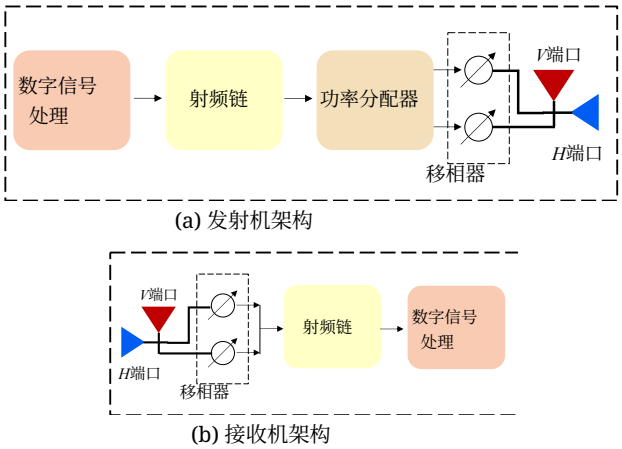


图2. 极化可重构天线的架构

发射端（基站）：与传统的固定极化配置不同，第 m 个射频链的输出通过可调功率分配器连接到两个极化端口，之后接入两个独立的移相器。第 m 个天线的极化状态向量记为 $\mathbf{v}_m \in \mathbb{C}^{2\times 1}$，其建模如下

$$\mathbf{v}_m = \begin{bmatrix} \rho_{H,m} e^{-j\varphi_{H,m}} \\ \rho_{V,m} e^{-j\varphi_{V,m}} \end{bmatrix}, \forall m, \tag{3}$$

其中，$\rho_{H,m},\rho_{V,m} \geq 0$ 分别表示水平和垂直端口的幅度系数，满足功率约束 $\rho_{H,m}^2 + \rho_{V,m}^2 = 1$。此外，参数 $\varphi_{H,m}$, $\varphi_{V,m} \in (0, 2\pi]$ 表示移相器引入的相移。

接收端（用户）：在用户侧，为降低硬件复杂度，我们考虑纯相位控制架构。具体而言，来自两个正交接收端口的信号先进行相移，再合并到单条射频链中。对于用户 k，接收极化合并向量定义为：$\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} e^{-j\phi_{H,k}} \\ e^{-j\phi_{V,k}} \end{bmatrix}, \forall k$，其中$\phi_{H,k},\phi_{V,k} \in (0, 2\pi]$ 表示由移相器引入的相移。所提出的架构允许发射端和接收端通过调节相位差合成多种极化状态，例如线极化、椭圆极化和圆极化。这种灵活性使系统能够有效补偿极化失配。

B. 信道模型

我们考虑一种基于几何的信道模型，其中包含一条视距路径和 L 条非视距散射路径 [27], [28]。令 $\mathbf{p}_k \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ 表示用户 k的位置，并令 $\mathbf{s}_l \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ 表示第 l 个散射体的位置。因此，第 m 个发射天线与第 k 个用户之间的下行信道系数记为$h_{m,k}$。具体而言，总信道系数由视距路径和 L 条非视距路径的贡献相加得到，即

$$h_{m,k} = \sum_{l=0}^{L} h_{m,k,l}, \tag{4}$$

其中，$h_{m,k,0}$ 表示视距分量，而 $h_{m,k,l}$表示第 l 个非视距分量，其中 $l = 1, \ldots, L$。

1）视距路径建模：对于视距路径，第 m根天线与用户 k 之间的距离为$d_{m,k,0} = \|\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_m\|$。相应的单位传播方向向量由$\mathbf{f}_{m,k,0} = (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_m)/\|\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_m\|$给出。我们采用远场假设，其中辐射电场位于与传播方向正交的横向平面内。我们为横向平面构造正交归一基$\mathbf{Z}_{m,k,0} = [\mathbf{z}_{m,k,0}, \bar{\mathbf{z}}_{m,k,0}] \in \mathbb{R}^{3\times 2}$，满足$\mathbf{Z}_{m,k,0}^T \mathbf{Z}_{m,k,0} = \mathbf{I}_2$ 和$\mathbf{Z}_{m,k,0}^T \mathbf{f}_{m,k,0} = \mathbf{0}$。令$\mathbf{E} = [\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y] \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ 表示全局笛卡尔坐标系中H/V端口的参考基。相应地，将旋转后的天线基$\mathbf{R}_m\mathbf{E}$投影到所定义的横向平面上，发射极化投影矩阵由$\mathbf{P}_{m,k,0} = \mathbf{Z}_{m,k,0}^T \mathbf{R}_m \mathbf{E} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$给出。类似地，接收极化投影矩阵定义为$\mathbf{Q}_{m,k,0} = \mathbf{E}^T \mathbf{Z}_{m,k,0} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$，因为用户采用与全局笛卡尔坐标系对齐的不可旋转天线。因此，计及极化匹配的小尺度分量由$\mathbf{u}_k^H \mathbf{Q}_{m,k,0} \mathbf{M}_{m,k,0} \mathbf{P}_{m,k,0} \mathbf{v}_m$给出，其中$\mathbf{M}_{m,k,0}$表示极化耦合矩阵。对于视距分量，我们假设极化保持。因此，相应的极化耦合矩阵被建模为单位矩阵，即$\mathbf{M}_{m,k,0} = \mathbf{I}_2$。

对于大尺度分量，我们考虑基站处的定向天线。有效增益取决于天线波束轴与传播方向之间的失准角。具体而言，对于视距路径，失准角为

$$\varepsilon_{m,k,0} = \arccos\left(\mathbf{e}_{B,m}^T \mathbf{f}_{m,k,0}\right), \tag{5}$$

其中 $\mathbf{e}_{B,m} = \mathbf{R}_m \mathbf{e}_z$ 是当前的波束轴方向。我们采用广泛使用的余弦幂方向图

$$G(\varepsilon) = \begin{cases} G_0 \cos^{2p}(\varepsilon), & \varepsilon \leq \pi/2, \\ 0, & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{6}$$

其中 $p \geq 0$ 表示方向性因子，$G_0 = 2(2p+1)$表示最大增益。路径损耗因子由弗里斯传输方程给出：

$$\beta_{m,k,0} \approx \frac{A}{4\pi d_{m,k,0}^2} G_0 \cos^{2p}(\varepsilon_{m,k,0}), \tag{7}$$

其中 A 表示每根天线的物理尺寸。由于假设用户天线为全向天线，接收端增益设为 1。因此，信道 $h_{m,k,0}$ 可表示为

$$h_{m,k,0} = \sqrt{\beta_{m,k,0}} \mathbf{u}_k^H \mathbf{Q}_{m,k,0} \mathbf{M}_{m,k,0} \mathbf{P}_{m,k,0} \mathbf{v}_m e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d_{m,k,0}}. \tag{8}$$

2）非视距路径建模：类似地，对于所有 $l \geq 1$，第 l 条非视距路径的信道系数表示为

$$h_{m,k,l} = \sqrt{\beta_{m,k,l}} \mathbf{u}_k^H \mathbf{Q}_{k,r,l} \mathbf{M}_{m,k,l} \mathbf{P}_{m,t,l} \mathbf{v}_m e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d_{m,k,l}}, \tag{9}$$

其中，$\beta_{m,k,l}$ 和 $d_{m,k,l}$ 分别表示路径损耗和总传播距离。与视距

路径中，非视距分量涉及散射。令 $\mathbf{f}_{m,l}^{\mathrm{tx}} = \mathbf{s}_l - \mathbf{p}_{\|l-m\|}\mathbf{s}\,\mathbf{p}_{m\|}$ 表示从第 m 个基站天线到散射体 l 的离开方向，$\mathbf{f}_{k,l}^{\mathrm{rx}} = \mathbf{p}_{\|k-l\|}\mathbf{s}\,\mathbf{p}\,\mathbf{s}_{l\|}$ 表示从散射体 l 到用户 k 的到达方向。据此，我们为这些方向构建横平面基 $\mathbf{Z}_{m,l}^{\mathrm{tx}}$ 和 $\mathbf{Z}_{k,l}^{\mathrm{rx}}$。随后，发射和接收投影矩阵分别表示为 $\mathbf{P}_{m,l} = (\mathbf{Z}_{m,l}^{\mathrm{tx}})^T\mathbf{R}_m\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{Q}_{k,l} = \mathbf{E}^T\mathbf{Z}_{k,l}^{\mathrm{rx}}$。极化耦合矩阵 $\mathbf{M}_{m,k,l}$ 由散射体的电磁特性决定，例如其材料和几何形状。其模型为

$$\mathbf{M}_{m,k,l} = \begin{bmatrix} \sqrt{\chi}e^{j\theta_{m,k,l}^{HH}} & \sqrt{1-\chi}e^{j\theta_{m,k,l}^{HV}} \\ \sqrt{1-\chi}e^{j\theta_{m,k,l}^{VH}} & \sqrt{\chi}e^{j\theta_{m,k,l}^{VV}} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中，$\chi \in [0,1]$ 表示共极化功率占比，$\theta^{ab} \in (0, 2\pi]$ 对于 $a, b \in \{H,V\}$ 表示由散射体 [28]引入的、从发射极化 b 到接收极化 a 的独立随机相移。对角项对应共极化响应，而非对角项则描述散射引入的交叉极化耦合。此处，我们将交叉极化鉴别度（XPD）定义为共极化功率与交叉极化功率之比，即 $\mathrm{XPD} = \frac{\chi}{1-\chi}$。因此，XPD 越大，交叉极化泄漏越小。

最后，我们将 $\{h_{k,m}\}_{m=1}^{M}$ 堆叠为用户 k 的下行信道向量，记为 $\mathbf{h}_k = [h_{1,k}, h_{2,k}, \ldots, h_{M,k}]^T \in \mathbb{C}^{M\times 1}$。值得强调的是，有效信道 $\mathbf{h}_k$ 由天线旋转集合 $\mathbf{R} \triangleq \{\mathbf{R}_m\}_{m=1}^{M}$、发射极化状态集合 $\mathbf{V} \triangleq \{\mathbf{v}_m\}_{m=1}^{M}$ 和接收极化状态集合 $\mathbf{U} \triangleq \{\mathbf{u}_k\}_{k=1}^{K}$ 的联合设计决定。为表征所提出的RA架构的性能上限，我们考虑一种理想情况，即有效极化耦合 $\mathbf{Q}_{m,k,l}\mathbf{M}_{m,k,l}\mathbf{P}_{m,k,l}$ 完全已知。

C. 传输模型

1) 基站发射信号： 令 s_k 表示用户 k 的发射信号，其中 $\mathbb{E}[|s_k|^2] = 1$；令 $\mathbf{w}_k \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 表示用户 k 的数字波束成形向量。发射信号表示为

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{w}_k s_k. \quad (11)$$

2) 用户设备 k 处的接收信号： 用户 k 接收到的信号由两个极化端口的信号合并而成。接收基带信号 y_k 可表示为

$$y_k = \mathbf{h}_k^H(\mathbf{V},\mathbf{u}_k,\mathbf{R})\mathbf{w}_k s_k + \sum_{i\neq k}^{K} \mathbf{h}_k^H(\mathbf{V},\mathbf{u}_k,\mathbf{R})\mathbf{w}_i s_i + n_k, \quad (12)$$

其中，$n_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_k^2)$ 表示用户 k 处的加性噪声。由于用户处的极化重构是通过移相器实现的，而移相器的噪声相较于射频链路噪声可以忽略不计，因此我们仅对 $n_k \sim \mathcal{CN}$ 中的射频链路噪声进行建模。根据（12），用户 k 的信干噪比为

$$\gamma_k = \frac{|\mathbf{h}_k^H(\mathbf{V},\mathbf{u}_k,\mathbf{R})\mathbf{w}_k|^2}{\sum_{i\neq k}^{K}|\mathbf{h}_k^H(\mathbf{V},\mathbf{u}_k,\mathbf{R})\mathbf{w}_i|^2 + \sigma_k^2}, \forall k. \quad (13)$$

因此，用户 k 的可达速率为

$$R_k = \log_2(1+\gamma_k), \forall k. \quad (14)$$

III. 单用户视距场景

为了量化所提出的RA架构带来的基本性能优势，我们考虑一个简化的单用户视距场景，其中包含 $M = 1$、$K = 1$ 和 $L = 0$。我们重点关注三维旋转和极化匹配带来的性能提升，并省略路径损耗 β，因为它与RA设计无关。

对于单用户视距链路，令 $\mathbf{f} = [f_x, f_y, f_z]^T \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ 表示从基站到用户的单位传播方向向量。根据式（8）中的信道模型，我们定义不含路径损耗的有效信道增益为

$$g(\mathbf{v},\mathbf{u},\mathbf{R}) = G(\varepsilon)\eta(\mathbf{v},\mathbf{u},\mathbf{R}), \quad (15)$$

其中，$G(\epsilon)$ 是式（5）中定义的方向增益，而 $\eta(\mathbf{v},\mathbf{u},\mathbf{R}) = \left|\mathbf{u}^H\mathbf{Q}\mathbf{P}\mathbf{v}\right|^2$ 表示极化匹配效率。

为显式分析 η，我们利用投影矩阵到横向平面的表达式为

$$\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T = \mathbf{I}_3 - \mathbf{f}\mathbf{f}^T. \quad (16)$$

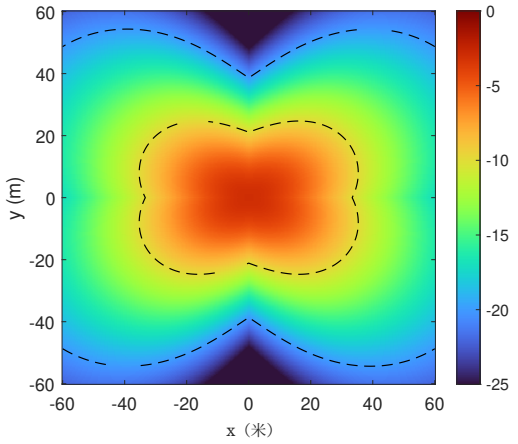
令 $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_h, \mathbf{e}_v] \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ 表示两个共置的正交极化端口，其中 $\mathbf{e}_h = [1,0,0]^T$ 和 $\mathbf{e}_v = [0,1,0]^T$。在本小节中，我们始终假设采用垂直极化传输，即 $\mathbf{v} = [0,1]^T$，因此 $\mathbf{E}\mathbf{v} = \mathbf{e}_v$。将 $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{Q}$ 的定义代入式（16），可将式（16）中的极化合并增益改写为

$$\begin{aligned}\eta(\mathbf{u},\mathbf{R}) &= \left|\mathbf{u}^H(\mathbf{E}^T\mathbf{Z})(\mathbf{Z}^T\mathbf{R}\mathbf{E}\mathbf{v})\right|^2 \\ &= \left|\mathbf{u}^H\mathbf{E}^T(\mathbf{I}_3 - \mathbf{f}\mathbf{f}^T)\mathbf{R}\mathbf{e}_v\right|^2, \end{aligned} \quad (17)$$

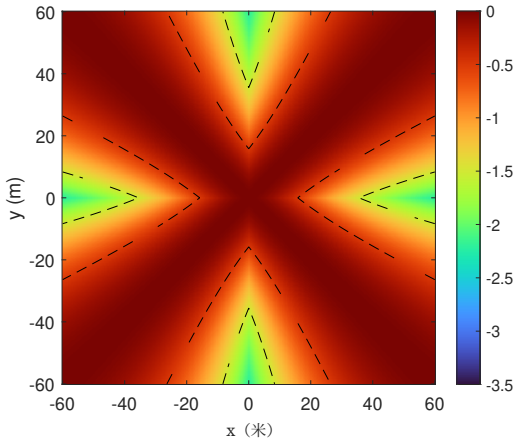
其中，第二个等号由式（16）得出。考虑到用户端采用纯相位控制架构，我们对合并向量施加单位模约束，即 $|u_j| = 1$，其中 $j = 1,2$。通过调整 $\mathbf{u}$ 的相位以实现极化状态匹配，可得

$$\eta^\star = \max_{\{|u_j|=1\}} \eta(\mathbf{u},\mathbf{R}) = \left(\sum_{j=1}^{2}\left|\left[\mathbf{E}^T(\mathbf{I}_3 - \mathbf{f}\mathbf{f}^T)\mathbf{R}\mathbf{e}_v\right]_j\right|\right)^2. \quad (18)$$

接下来，我们分析所提出的可重构天线设计相较于传统固定方案所带来的性能提升。



（a）具有固定旋转的可重构天线



（b）具有优化旋转的可重构天线

图3. 有效增益的空间分布

1）具有固定旋转的可重构天线：当三维旋转被禁用时，有 $\mathbf{R}=\mathbf{I}_3$。将其代入（18）可得合并增益的闭式表达式

$$\eta_{\text{fix}}^{\star}=\left(\sum_{j=1}^{2}\left|\left[\mathbf{E}^T(\mathbf{I}_3-\mathbf{f}\mathbf{f}^T)\mathbf{e}_v\right]_j\right|\right)^2 =\left(|f_xf_y|+|1-f_y^2|\right)^2, \tag{19}$$

这反映了投影损失，因为固定天线平面通常不垂直于传播方向$\mathbf{f}$ [20]。因此，相应的有效增益为 $g_{\text{fix}}^{\star}=G(\varepsilon_{\text{fix}})\ \eta_{\text{fix}}^{\star}$，其中 $\varepsilon_{\text{fix}}=\arccos(\mathbf{e}_z^T\mathbf{f})$ 是固定波束指向$\mathbf{e}_z$下的失准角。

2) 具有优化旋转的可重构天线：当启用旋转时，矩阵 $\mathbf{R}\in\mathrm{SO}(3)$ 作为优化变量。我们首先通过施加 $\mathbf{R}\mathbf{e}_z=\mathbf{f}$，将天线波束轴转向用户方向，这确保$\varepsilon=0$ 并将方向增益最大化至 $G(0)=G_0$。此外，由于 $\mathbf{e}_v\perp\mathbf{e}_z$，旋转后的极化方向 $\mathbf{r}_{m,2}=\mathbf{R}\mathbf{e}_v$ 满足 $\mathbf{r}_{m,2}\perp\mathbf{f}$。因此，投影项简化为

$$(\mathbf{I}_3-\mathbf{f}\mathbf{f}^T)\mathbf{s}=\mathbf{s}, \tag{20}$$

从而避免发射端的投影损失。于是，(18) 中的优化问题简化为在与 $\mathbf{f}$ 正交的平面内优化 $\mathbf{r}_{m,2}$ 的方向。

$$\eta_{\text{rot}}^{\star}=\max_{\|\mathbf{r}_{m,2}\|=1,\,\mathbf{r}_{m,2}\perp\mathbf{f}}\left(|[\mathbf{r}_{m,2}]_1|+|[\mathbf{r}_{m,2}]_2|\right)^2. \tag{21}$$

(21) 的闭式最优值为

$$\eta_{\text{rot}}^{\star}=2-\min\left\{(f_x+f_y)^2,\ (f_x-f_y)^2\right\}. \tag{22}$$

最优$\mathbf{R}^{\star}$ 的定义是将$\mathbf{r}_{m,3}$ 与$\mathbf{f}$ 对齐，并将$\mathbf{r}_{m,2}$选为 $[1,\pm1,0]^T$在$\mathbf{f}$的零空间上的归一化投影。随后，第一列由 $\mathbf{r}_{m,1}=\mathbf{r}_{m,2}\times\mathbf{r}_{m,3}$确定。最后，RA架构的最优有效增益为 $g_{\text{rot}}^{\star}=G_0\,\eta_{\text{rot}}^{\star}$。可旋转情形与固定情形之间的理论增益比可分解为

$$\frac{g_{\text{rot}}^{\star}}{g_{\text{fix}}^{\star}}=\frac{1}{\cos^{2p}(\varepsilon_{\text{fix}})}\cdot\frac{\eta_{\text{rot}}^{\star}}{\eta_{\text{fix}}^{\star}}, \tag{23}$$

这揭示了三维旋转如何从以下两个方面提升性能

- 方向增益（$1/\cos^{2p}(\varepsilon_{\text{固定}})$）：这一因素源于波束轴向转向。通过调节方位角和仰角，使波束指向用户，RA能够在窄波束辐射方向图下减轻角度失准造成的增益损失。

- 极化匹配增益（$\eta^{\star}_{\text{旋转}}/\eta^{\star}_{\text{修正}}$）：第二项反映了通过三维旋转改善极化方向对准所带来的增益。固定方案和可旋转方案均通过根据式（18）调整合并相位，实现极化状态匹配。然而，与固定方案相比，三维旋转通过两种特定方式提升了极化效率。首先，它使发射极化方向垂直于传播方向，从而避免式（20）所示的投影损失。其次，如式（21）所示，通过围绕波束指向滚转，可重构天线能够进一步优化发射极化方向，使其更好地匹配接收合并器。对于所考虑的采用仅相位合并的双极化接收机，忽略滚转调整相较于最佳滚转对齐会导致接收功率最多损失 3 dB。相比之下，对于单极化接收机，极化失配的影响可能严重得多，并可能大幅衰减接收信号 [19]。

为直观展示这种性能差距的空间分布，我们在 $z=30$ m 处的平面上进行仿真。基站位于原点 (0，0，0) m，固定天线的波束指向与 z 轴对齐。方向性因子设为 $p=2$。仿真结果以理论最大值 $g_{\max}=2G_0$ 归一化，并展示于图3。图3(a)显示，固定天线在离轴区域遭受严重的增益退化，损失超过 20 dB。这种严重的性能损失主要是由定向天线波束较窄所导致的波束失准造成的，

本文已提交 IEEE，拟供其考虑发表。版权可能在未另行通知的情况下转让，届时此版本可能不再可供访问。

这会因极化失配而进一步加剧。相比之下，图3(b)显示，所提出的可重构天线在整个平面上实现了均匀的高增益覆盖。

为定量验证这一点，我们考察方向$\mathbf{f}=[\sqrt{3}/8,\sqrt{3}/8,1/2]^T$，其对应的失准角为 $\varepsilon_{\text{fix}}=60°$。在这种情况下，固定方案的有效增益仅为 $g_{\text{fix}}^{\star}=G_0/16$。相比之下，所提出的可重构天线恢复了完整的方向增益，并使极化效率翻倍，即 $g_{\text{rot}}^{\star}=2G_0$。这使总增益提升约15.1 dB，证实所提出的设计不仅补偿了12 dB的失配损耗，还额外提供了3 dB的极化增益。

IV. 一般多用户多径场景

第二节中的分析验证了空间与极化自由度带来的基本增益。然而，将这些发现推广到一般多用户多径场景面临着重大挑战。在这些场景中，信道会造成严重的去极化，而旋转与极化的最优联合设计不再仅由视距方向决定，还受到用户间干扰和物理旋转角度限制的制约。在这些挑战下，简单地进行视轴对准，或单独优化旋转矩阵，都不足以解决问题。因此，我们构建一个联合优化问题，旨在通过优化数字波束成形、旋转和极化设计，在满足用户速率要求的前提下最小化发射功率。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{P}1:\quad & \min_{\mathbf{W},\mathbf{V},\mathbf{U},\mathbf{R}} \quad \sum_{k=1}^{K}\|\mathbf{w}_k\|^2 && (24)\\
\text{s.t.}\quad & R_k \geq \bar{R}_k,\ \forall k, && (24a)\\
& |u_{k,j}|=1,\ j=1,2,\forall k, && (24b)\\
& \|\mathbf{v}_m\|_2=1,\ \forall m, && (24c)\\
& \mathbf{R}_m^T\mathbf{R}_m=\mathbf{I},\ \forall m, && (24d)\\
& \det(\mathbf{R}_m)=1,\ \forall m, && (24e)\\
& 0\leq \arccos\left(\mathbf{r}_{m,3}^T\mathbf{e}_z\right)\leq\theta_{\max},\ \forall m, && (24f)
\end{aligned}
$$

其中，$\mathbf{W}\triangleq\{\mathbf{w}_k\}_{k=1}^K$ 汇集了基站处的数字波束成形向量。约束条件 (24a) 确保每个用户 k 满足最低速率要求 R_k。约束条件 (24b) 对$\mathbf{u}_k=[u_{k,1},u_{k,2}]^T$的各个元素施加单位模约束，这与用户接收端仅进行相位控制的架构一致。约束条件 (24c) 表示基站处极化状态向量$\mathbf{v}_m$ 的功率归一化。约束条件 (24d) 和 (24e) 将$\mathbf{R}_m$ 限制为刚体旋转，确保调整天线方向而不改变其物理结构。最后，约束条件 (24f) 将视轴偏差角限制在 $[0,\theta_{\max}]$ 以内，这既考虑了实际硬件限制，也有助于减轻天线耦合。

V. 所提方案

本节将提出一种算法来求解问题$\mathbf{P}1$。鉴于变量之间存在强耦合，问题$\mathbf{P}1$高度非凸，难以直接求解。为此，我们提出一种交替优化框架，采用针对各变量特定约束条件设计的优化策略。具体而言，对于数字波束成形$\mathbf{W}$，我们结合使用半定规划和差分凸方法来处理非凸二次项。另一方面，对于旋转 $\mathbf{R}$ 和极化变量 $\{\mathbf{V},\ \mathbf{U}\}$，它们分别严格受限于 $SO(3)$群、复单位球面和复圆周流形，我们采用黎曼共轭梯度法，直接在各自的流形上高效地进行更新。最后，我们分析所提出的算法的收敛特性和计算复杂度。

A. 基站数字波束成形的优化

在本小节中，我们在固定旋转变量和极化变量的同时，对数字波束成形向量进行优化。给定$\mathbf{R}$、$\mathbf{V}$ 和$\mathbf{U}$ 后，原问题可简化为数字波束成形子问题$\mathbf{P}2$:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{P}2:\quad & \min_{\mathbf{W}} \quad \sum_{k=1}^{K}\|\mathbf{w}_k\|^2\\
\text{s.t.}\quad & (24a).
\end{aligned}
$$

由于信干噪比约束中存在相互耦合的二次项，上述问题仍然是非凸的。为解决这一问题，我们结合差分凸技术，采用半定规划方法重新构建该问题。具体而言，我们引入半正定矩阵 $\mathbf{D}_k=\mathbf{w}_k\mathbf{w}_k^H,\forall k$，以将二次项线性化。因此，子问题可重新表述为

$$
\begin{aligned}
\mathbf{P}2.1:\ & \min_{\{\mathbf{D}_k\}_{k=1}^K} \sum_{k=1}^{K}\text{tr}(\mathbf{D}_k) && (25)\\
\text{s.t.}\quad & \mathbf{h}_k^H\mathbf{D}_k\mathbf{h}_k\geq\iota_k\left(\sum_{i\neq k}^{K}\mathbf{h}_k^H\mathbf{D}_i\mathbf{h}_k+\sigma_k^2\right),\forall k, && (25a)\\
& \text{rank}(\mathbf{D_k})=1,\forall k, && (25b)
\end{aligned}
$$

其中 $\iota_k=2^{\bar{R}_k}-1$。这种重新表述将二次项线性化，但引入了非凸的秩一约束（25b）。为解决这一问题，我们利用秩一约束等价于两个凸函数之差这一事实

$$
\text{rank}(\mathbf{D}_k)=1\iff\text{tr}(\mathbf{D}_k)-\|\mathbf{D}_k\|_2=0, \qquad (26)
$$

其中，$\|\cdot\|_2$ 表示谱范数。为满足秩一约束 (25)，我们直接在目标函数中添加惩罚项 $\lambda\sum_{k=1}^{K}(\text{tr}(\mathbf{D}_k)-\|\mathbf{D}_k\|_2)$。由于 $-\|\mathbf{D}_k\|_2$ 是凹函数，我们在前一次迭代点 $\mathbf{D}_{k,t-1}$处使用一阶泰勒展开将其线性化，从而得到上界 $-\|\mathbf{D}_k\|_2\leq-\|\mathbf{D}_{k,t-1}\|_2-\left\langle\mathbf{d}_{k,t-1}\mathbf{d}_{k,t-1}^H,\mathbf{D}_k-\mathbf{D}_{k,t-1}\right\rangle$，其中 $\langle\mathbf{X},\mathbf{Y}\rangle=\Re\{\text{tr}(\mathbf{X}^H\mathbf{Y})\}$，$\mathbf{d}_{k,t-1}$ 表示对应于 $\mathbf{D}_{k,t-1}$ [29]的最大特征值的特征向量。将此近似代入

本研究已提交至 IEEE，供其考虑发表。版权可能在未通知的情况下转让，之后此版本可能不再可访问。

目标函数并省略与$\mathbf{D}_k$无关的常数项后，子问题可表述为

$$\mathbf{P}2.2 \min_{\{\mathbf{D}_k\}_{k=1}^K} \sum_{k=1}^K \mathrm{tr}(\mathbf{D}_k) + \lambda_0 \sum_{k=1}^K \big(\mathrm{tr}(\mathbf{D}_k) - \langle \mathbf{d}_{k,t-1}\mathbf{d}_{k,t-1}^H, \mathbf{D}_k \rangle\big) \quad \text{s.t.} \quad (25a).$$

重新表述后的子问题$\mathbf{P}2.2$是凸问题，可使用CVX工具 [30]高效求解。

B. 基站处旋转矩阵的优化

在本小节中，在固定数字波束成形和极化变量的情况下，我们优化旋转矩阵$\mathbf{R} \triangleq \{\mathbf{R}_m\}_{m=1}^M$。注意，旋转矩阵$\mathbf{R}$不会出现在目标函数中；相反，它们直接决定有效信道$\mathbf{h}_k(\mathbf{R})$的质量。通过优化$\mathbf{R}$，我们可以最大化信道增益，从而提高信干噪比约束的可行性裕度，进而降低发射功率。因此，我们不直接最小化发射功率，而是通过提升最差用户链路质量来更新$\mathbf{R}$，即考虑以下最大最小信干噪比子问题

$$\mathbf{P}3 \max_{\{\mathbf{R}_m\}_{m=1}^M} \min\{\gamma_1, \ldots, \gamma_K\} \quad \text{s.t.} \quad (24a), (24d), (24e), (24f).$$

约束条件(24d)和(24e)意味着旋转矩阵位于乘积流形$\mathcal{M}_R \triangleq \mathrm{SO}(3)^M$上。这种光滑的黎曼结构使得可以应用黎曼共轭梯度法。为了在流形框架内处理其余约束条件(24a)和(24f)，我们通过二次惩罚项将它们纳入目标函数。因此，问题$\mathbf{P}3$被重新表述为在$\mathcal{M}_R$上最小化以下基于惩罚项的目标函数

$$\widetilde{\mathcal{J}}_R(\mathbf{R}) = \max\{-\gamma_1(\mathbf{R}), \ldots, -\gamma_K(\mathbf{R})\} + \lambda_1 \widetilde{P}_{\mathrm{angle}}(\mathbf{R}) + \lambda_2 \widetilde{P}_{\mathrm{thresh}}(\mathbf{R}), \quad (27)$$

其中，λ_1和λ_2表示惩罚参数。项$P_{\mathrm{angle}}(\cdot)$和$P_{\mathrm{thresh}}(\cdot)$分别量化旋转约束(24f)和SINR要求(24a)的违反程度。具体而言，利用角度约束的等价条件$\mathbf{r}_{m,3}^T \mathbf{e}_z \geq \cos\theta_{\max}$，我们将这些惩罚项定义为

$$\tilde{P}_{\mathrm{angle}}(\mathbf{R}) = \sum_{m=1}^M \big(\max\{0, \cos\theta_{\max} - \mathbf{r}_{m,3}^T \mathbf{e}_z\}\big)^2, \quad (28a)$$

$$\tilde{P}_{\mathrm{thresh}}(\mathbf{R}) = \sum_{k=1}^K \big(\max\{0, \iota_k - \gamma_k(\mathbf{R})\}\big)^2. \quad (28b)$$

然而，由于$\max(\cdot)$算子，目标函数$\mathcal{J}_R(\mathbf{R})$不可微。为解决这一问题，我们采用Log-Sum-Exp函数来近似项$\max\{-\gamma_1(\mathbf{R}), \ldots, -\gamma_K(\mathbf{R})\}$，即

$$f_{\mathrm{obj}}(\mathbf{R}) = \frac{1}{\mu} \ln\left(\sum_{k=1}^K \exp(-\mu\,\gamma_k(\mathbf{R}))\right), \quad (29)$$

其中，$\mu > 0$为平滑参数。最小化平滑上界可有效地最大化最小信干噪比。对于惩罚项，我们采用Softplus函数$\mathrm{sp}_\alpha(x) = \frac{1}{\alpha}\ln(1 + \exp(\alpha x))$来近似$\max\{0, x\}$，得到

$$P_{\mathrm{angle}}(\mathbf{R}) = \sum_{m=1}^M \big(\mathrm{sp}_\alpha(\cos\theta_{\max} - \mathbf{r}_{m,3}^T \mathbf{e}_z)\big)^2, \quad (30a)$$

$$P_{\mathrm{thresh}}(\mathbf{R}) = \sum_{k=1}^K \big(\mathrm{sp}_\alpha(\iota_k - \gamma_k(\mathbf{R}))\big)^2. \quad (30b)$$

结合式(29)、(30a)和(30b)中推导出的光滑替代函数，我们在流形$\mathcal{M}_R$上构造连续可微的目标函数$\mathcal{J}_R(\mathbf{R})$，如下所示:

$$\mathcal{J}_R(\mathbf{R}) = f_{\mathrm{obj}}(\mathbf{R}) + \lambda_1 P_{\mathrm{angle}}(\mathbf{R}) + \lambda_2 P_{\mathrm{thresh}}(\mathbf{R}), \quad (31)$$

为满足约束条件，如果相应的约束条件未得到满足，则动态增大惩罚参数λ_1和λ_2。

$\mathcal{J}_R(\mathbf{R})$的光滑性使得能够计算欧几里得梯度并应用RCG算法。因此，我们接下来使用RCG算法求解问题$\mathbf{P}3.1$

$$\mathbf{P}3.1 \min_{\mathbf{R}\in\mathcal{M}_R} \mathcal{J}_R(\mathbf{R}),$$

$\mathrm{SO}(3)^M$上RCG算法的主要步骤总结如下

- 黎曼梯度：令$\mathbf{G}_m = \nabla_{\mathbf{R}_m}\mathcal{J}_R(\mathbf{R}) \in \mathbb{R}^{3\times3}$表示$\mathcal{J}_R(\mathbf{R})$在$\mathbf{R}_m$处的欧几里得梯度。$\mathbf{G}_m$的详细推导见附录A。通过将$\mathbf{G}_m$正交投影到SO(3)的切空间上，即可得到黎曼梯度:

$$\mathrm{grad}_{\mathbf{R}_m}\mathcal{J}_R = \mathbf{G}_m - \mathbf{R}_m \,\mathrm{sym}\left(\mathbf{R}_m^T \mathbf{G}_m\right), \quad (32)$$

其中，$\mathrm{sym}(\mathbf{A}) = \frac{1}{2}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T)$。完整的黎曼梯度为$\mathrm{grad}_{\mathbf{R}}\mathcal{J}_R = \{\mathrm{grad}_{\mathbf{R}_m}\mathcal{J}_R\}_{m=1}^M$。

- 搜索方向更新。在第t次迭代中，共轭搜索方向更新为

$$\boldsymbol{\xi}_m^{(t)} = -\mathrm{grad}_{\mathbf{R}_m}\mathcal{J}_R(\mathbf{R}^{(t)}) + \beta^{(t)}\mathcal{T}_{\mathbf{R}_m^{(t-1)}\to\mathbf{R}_m^{(t)}}\left(\boldsymbol{\xi}_m^{(t-1)}\right), \quad (33)$$

其中，$\mathcal{T}(\cdot)$表示SO(3)上切空间之间的向量传输，$\beta^{(t)}$根据Polak–Ribiè**re规则 [31]计算得到。

- 步长选择：步长$\alpha^{(t)}$通过沿搜索方向$\{\boldsymbol{\xi}_m^{(t)}\}_{m=1}^M$在$\mathcal{M}_R$上执行Armijo回溯线搜索来确定。

- 回缩。为保持SO(3)上的可行性，我们将切向更新回缩到流形上。给定$\mathbf{Y}_{(t)m} = \mathbf{R}_{(t)m} + \alpha_{(t)}\boldsymbol{\xi}_{(t)m}$，我们采用极分解回缩

$$\mathbf{R}_m^{(t+1)} = \mathbf{A}\,\mathrm{diag}\big(1, 1, \det(\mathbf{A}\mathbf{B}^T)\big)\,\mathbf{B}^T, \quad (34)$$

其中，$\mathbf{Y}_m^{(t)} = \mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{B}^T$是$\mathbf{Y}_m^{(t)}$的奇异值分解（SVD）。

C. 基站处发射极化设计的优化

在本小节中，在固定其他变量的情况下，我们优化发射极化向量$\mathbf{V} \triangleq \{\mathbf{v}_m\}_{m=1}^{M}$。与$\mathbf{R}$的优化类似，我们通过求解以下最大最小信干噪比子问题来更新$\mathbf{V}$：

$$\mathbf{P}4: \quad \max_{\{\mathbf{v}_m\}_{m=1}^{M}} \quad \min\{\gamma_1, \ldots, \gamma_K\} \quad \text{s.t. } (24a), (24c),$$

(24c)中的约束条件将可行集限制为一个流形 $\mathcal{M}_V$，其定义为 M 个复单位球面的乘积:

$$\mathcal{M}_V \triangleq \{\mathbf{V} \mid \|\mathbf{v}_m\|_2 = 1, \ \forall m\}. \tag{35}$$

由于 $\mathcal{M}_V$ 是光滑流形，我们也可以采用RCG算法。为处理不等式约束(24a)，我们通过惩罚项将其纳入目标函数。此外，利用与旋转优化中相同的光滑替代函数来近似不可微分项，可得到以下在 $\mathcal{M}_V$上的光滑无约束最小化问题

$$\mathbf{P}4.1 \min_{\mathbf{V}\in\mathcal{M}_V} \quad \mathcal{J}_V(\mathbf{V}) = f_{\text{obj}}(\mathbf{V}) + \lambda_3 P_{\text{thresh}}(\mathbf{V}), \tag{36}$$

其中，$\lambda_3 > 0$ 为惩罚参数。随后，我们在 $\mathcal{M}_V$上应用RCG算法求解**P4。1**。在第 t次迭代中，令$\mathbf{G}_m^{(t)} = \nabla_{\mathbf{v}_m^*}\mathcal{J}_V$(V)表示附录B中推导出的欧几里得梯度。黎曼梯度通过将$\mathbf{G}_m^{(t)}$ 投影到切空间上得到

$$\text{grad}_{\mathbf{v}_m}\mathcal{J}_V = \left(\mathbf{I}_2 - \mathbf{v}_m\mathbf{v}_m^H\right)\mathbf{G}_m^{(t)}, \ \forall m. \tag{37}$$

利用黎曼梯度，按照式 (33) 中给出的相同共轭梯度规则和向量传输机制更新搜索方向 $\boldsymbol{\xi}_m^{(t)}$。步长 $\alpha^{(t)}$ 通过 Armijo 回溯线搜索确定。最后，通过归一化将更新后的切向量重新映射回 $\mathcal{M}_V$：

$$\mathbf{v}_m^{(t+1)} = \frac{\mathbf{v}_m^{(t)} + \alpha^{(t)}\boldsymbol{\xi}_m^{(t)}}{\left\|\mathbf{v}_m^{(t)} + \alpha^{(t)}\boldsymbol{\xi}_m^{(t)}\right\|_2}, \ \forall m. \tag{38}$$

D. 用户接收极化设计的优化

在本小节中，在其他变量固定的情况下，我们优化接收极化合并向量 $\mathbf{U} \triangleq \{\mathbf{u}_k\}_{k=1}^{K}$。与对 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{V}$的优化类似，我们通过求解以下最大-最小信干噪比问题来更新 $\mathbf{U}$，以改善链路质量

$$\mathbf{P}5: \quad \max_{\{\mathbf{u}_k\}_{k=1}^{K}} \quad \min\{\gamma_1, \ldots, \gamma_K\} \quad \text{s.t. } (24a), (24b),$$

约束条件 (24b) 将可行集限制在复圆流形 $\mathcal{M}_U$上

$$\mathcal{M}_U \triangleq \left\{\mathbf{U} \ \middle| \ |[\mathbf{u}_k]_j| = 1, \ \forall k, \ j = 1, 2\right\}. \tag{39}$$

采用与前几小节相同的平滑策略，我们在 $\mathcal{M}_U$ 上构造了平滑问题

$$\mathbf{P}5.1: \quad \min_{\mathbf{U}\in\mathcal{M}_U} \quad \mathcal{J}_U(\mathbf{U}) = f_{\text{obj}}(\mathbf{U}) + \lambda_4 P_{\text{thresh}}(\mathbf{U}). \tag{40}$$

我们采用 RCG 算法求解 **P5.1**。令 $\mathbf{G}_k^{(t)} = \nabla_{\mathbf{u}_k^*}\mathcal{J}_U(\mathbf{U})$ 表示欧几里得梯度（见附录 C）。黎曼梯度通过逐元素运算将 $\mathbf{G}_k^{(t)}$ 投影到切空间上得到:

$$\text{grad}_{\mathbf{u}_k}\mathcal{J}_U = \mathbf{G}_k^{(t)} - \Re\left\{\mathbf{G}_k^{(t)} \odot (\mathbf{u}_k^{(t)})^*\right\} \odot \mathbf{u}_k^{(t)}, \tag{41}$$

其中，$\odot$ 表示 Hadamard积。按照式 (33) 中的相同规则更新搜索方向 $\boldsymbol{\xi}_k^{(t)}$。最后，将更新后的点重新映射到 $\mathcal{M}_U$，具体如下:

$$\mathbf{u}_k^{(t+1)} = \exp\left(j\angle\left(\mathbf{u}_k^{(t)} + \alpha^{(t)}\boldsymbol{\xi}_k^{(t)}\right)\right), \ \forall k. \tag{42}$$

综上所述，求解问题**P1**的整体算法总结于算法1中。

E. 算法讨论

$$\frac{1}{\sum_{k=1}^{K}\| \quad {}_k^{(i-1)}\|^2} \qquad\qquad P^{(i-1)} \qquad\qquad =)$$

收敛性分析：令 W 表示在第 $(i-1)$ 次交替优化迭代中更新 W 后的发射功率。为确保交替优化算法收敛，必须保证发射功率在交替优化迭代过程中单调不增。在第 $(i-1)$ 次交替优化迭代中，我们得到一个可行解 $(\mathrm{W}^{(i-1)}, \mathrm{V}^{(i-1)}, \mathrm{U}^{(i-1)}, \mathrm{R}^{(i-1)})$，该解满足所有约束条件。在随后对 R、V 和 U 的更新中，我们不改变 W，因此发射功率保持不变，即在更新 R、V 和 U 的过程中，$P^{(i-1)}$。此外，R、V 和 U 的更新旨在改善最差用户链路质量。因此，在这些更新过程中一旦满足速率约束，在固定波束成形 $\mathrm{W}^{(i-1)}$的情况下，所得有效信道的信干噪比不会降低。因此，功率最小化问题的可行集实际上得以扩大，从而可以进一步降低发射功率，得到$P(\mathrm{W}^{(i)}, \mathrm{V}^{(i)}, \mathrm{U}^{(i)}, \mathrm{R}^{(i)}) \leq P(\mathrm{W}^{(i-1)}, \mathrm{V}^{(i)}, \mathrm{U}^{(i)}, \mathrm{R}^{(i)}) = P_{(i-1)}$。因此，$P_{(i)} \leq P_{(i-1)}$，也就是说，发射功率在交替优化迭代过程中单调不增。因此，发射功率序列 $P^{(i)}$ 保证收敛。此外，所提出的交替优化算法收敛到原问题的一个局部解。

2）计算复杂度：我们从外层交替优化迭代和惩罚项更新所引入的内层迭代两方面分析计算复杂度。设 I 为外层交替优化迭代次数。对于四个子问题，设 I_W、I_R、I_V和 I_U 分别表示满足约束条件所需的惩罚项更新迭代次数。采用内点法求解 **P2.1** 的计算复杂度为 $S_1 = \mathcal{O}\left((MK)^{4.5}\log(1/\varsigma)\right)$，其中 ς表示解的精度 [32]。此外，RCG 方法的计算开销主要由相应的梯度计算决定。采用矩阵实现时，每次 RCG 迭代的计算开销为 $\mathcal{O}($ $MK^2 + MKL)$。项 MKL 的出现是因为旋转变量对信道的影响是非线性的，因此每次迭代计算梯度时，都需要根据 L个多径分量重构有效信道。因此，

本作品已提交至 IEEE，拟供其发表。版权可能在未事先通知的情况下转让；转让后，此版本可能不再可供访问。

算法1 问题P1的拟议交替优化算法 输入：设置迭代索引 $i=0$。初始化变量 $\mathbf{W}^{(0)}$、$\mathbf{R}^{(0)}$、$\mathbf{V}^{(0)}$、$\mathbf{U}^{(0)}$。初始化惩罚参数 $\lambda_j, \forall j$，并设置缩放因子 $\tau>1$。输出：获得优化后的设计 $\mathbf{W}^\star$、$\mathbf{R}^\star$、$\mathbf{V}^\star$ 和 $\mathbf{U}^\star$。1：重复 2：给定 $\mathbf{W}^{(i)}$、$\mathbf{V}^{(i)}$ 和 $\mathbf{U}^{(i)}$。设置内层迭代 3：索引 $t=1$ 和惩罚参数 λ_1,λ_2。4：当约束条件 (24a) 或 (24f) 不满足时执行 5：通过黎曼共轭梯度法求解 P3.1，更新 $\mathbf{R}_t^{(i+1)}$ 。6：若 (24f) 违反，则更新 $\lambda_1 \leftarrow \tau\lambda_1$ ；更新$\lambda_2 \leftarrow$ 7：若 (24a) 违反，则更新 $\tau\lambda_2$。设置 $t \leftarrow t+1$。8：结束 while 9：给定 $\mathbf{W}^{(i)}$、$\mathbf{R}^{(i+1)}$ 和 $\mathbf{U}^{(i)}$。设置内层迭代 10：索引 $t=1$ 和惩罚参数 λ_3。11：当约束条件 (24a) 不满足时执行 12：通过黎曼共轭梯度法求解 P4.1，更新 $\mathbf{V}_t^{(i+1)}$ 。13：更新 $\lambda_3 \leftarrow \tau\lambda_3$ 和 $t \leftarrow t+1$。14：结束 while 15：给定 $\mathbf{W}^{(i)}$、$\mathbf{R}^{(i+1)}$ 和 $\mathbf{V}^{(i+1)}$。设置内层迭代 16：索引 $t=1$ 和惩罚参数 λ_4。17：当约束条件 (24a) 不满足时执行 18：通过黎曼共轭梯度法求解 P5.1，更新 $\mathbf{U}_t^{(i+1)}$ 。19：更新 $\lambda_4 \leftarrow \tau\lambda_4$ 和 $t \leftarrow t+1$。20：结束 while 21：给定 $\mathbf{R}^{(i+1)}$、$\mathbf{V}^{(i+1)}$ 和 $\mathbf{U}^{(i+1)}$。设置内层迭代 22：索引 $t=1$ 和惩罚参数 λ_0。23：当秩一约束 (25b) 不满足时执行 24：通过求解问题 P2.2，更新 $\{\mathbf{D}_{k,t}\}_{k=1}^K$。25：更新惩罚参数 $\lambda_0 \leftarrow \tau\lambda_0$ 和 $t \leftarrow t+1$。26：结束 while 27：通过 SVD 恢复数字波束成形 $\mathbf{W}^{(i+1)}$。28：更新迭代索引 $i \leftarrow i+1$。29：直到目标函数值收敛。

使用 RCG 求解$\mathbf{R}$ 上的子问题的复杂度为$S_2 = \mathcal{O}\big(I_{\mathrm{RCG,\ R}}(MK^2+MKL)\big)$，其中 $I_{\mathrm{RCG,\ R}}$ 表示在$\mathbf{R}$上求解子问题所需的 RCG 迭代次数。相比之下，对于$\mathbf{V}$ 和$\mathbf{U}$，梯度与信道呈线性关系。因此，聚合信道可以预先计算并存储。由此，求解$\mathbf{V}$子问题的复杂度为 $S_3 = \mathcal{O}\big(I_{\mathrm{RCG,\ V}}MK^2\big)$，其中 $I_{\mathrm{RCG,\ V}}$ 表示在$\mathbf{V}$上进行 RCG 迭代的次数。类似地，求解$\mathbf{U}$子问题的复杂度为 $S_4 = \mathcal{O}\big(I_{\mathrm{RCG,\ U}}MK^2\big)$。因此，所提出的算法的整体计算复杂度为$I($
$I_W S_1 + I_R S_2 + I_V S_3 + I_U S_4)$。

表 I 仿真参数

参数	符号	数值
载波频率	-	2.4 GHz
基站天线数量	M	16 (4×4)
散射体数量	L	8
用户数量	K	5
用户距离范围	-	$[30,60]$ 米
用户角度范围（Z轴）	-	$[0°,70°]$
噪声功率	σ^2	-80 dBm
所需速率	$\bar{R}$	$1-5$ 比特/秒/赫兹
方向性因子	p	$0-5$
同极化功率分配	χ	0.9（交叉极化鉴别度 $=9$）
最大旋转角	$\theta_{\max}$	$\frac{\pi}{5}$

VI. 仿真

本节评估所提出系统的性能。我们首先验证算法的收敛性。数值结果进一步证实，在一般的多用户多径场景中，与现有方案相比，所提出的天线旋转与极化联合优化显著降低了发射功耗。

除非另有说明，仿真参数设置如下。载波频率为2.4 GHz。在基站侧，采用由 $M=16$ 根天线组成的均匀平面阵列，并以半波长间距排列成 4×4 网格。用户数量设为 $K=5$。下行信道由一条视距路径和 $L=8$ 条非视距散射路径生成。每个用户处的噪声功率固定为 $\sigma^2=-80$ dBm [16]。关于用户分布，基站与每个用户之间的距离在 $[30,60]$ m范围内均匀生成，用户相对于基站Z轴的角度在 $[0°,70°]$内均匀分布。对于非视距路径，共极化功率占比设为 $\chi=0.9$，对应的交叉极化鉴别度为9。对于定向天线，方向性因子 p 从0变化到5，以评估不同的波束宽度，天线的初始朝向设置为与Z轴对齐。主要仿真参数汇总于表I。

为明确评估所提联合设计带来的性能提升，我们将所提可重构天线方案与三种基准方案进行比较。为确保比较公平，所有方案均采用相同的速率约束和数字波束成形优化框架，区别仅在于其天线能力。仿真图中所用的具体方案及其缩写定义如下：

- 所提可重构天线方案（所提旋转+极化可重构天线 + 数字波束成形）：此处，Rot 和 Pol 分别表示旋转和极化。在该方案中，基站天线支持三维旋转，基站天线和用户天线均支持灵活的极化重构。因此，通过联合优化数字波束成形矩阵 $\mathbf{W}$、旋转矩阵 $\{\mathbf{R}_m\}$ 和极化状态（$\mathbf{V}$，$\mathbf{U}$），使总发射功率最小化。

- 仅旋转可重构天线方案（仅旋转可重构天线 +数字波束成形）：在该方案中，基站天线可旋转

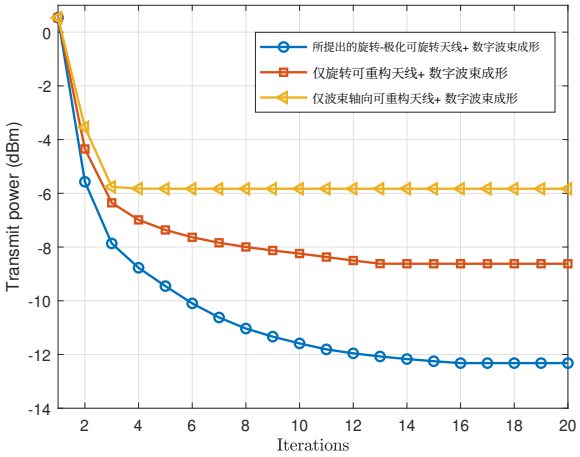


图 4. 发射功率与迭代次数的关系

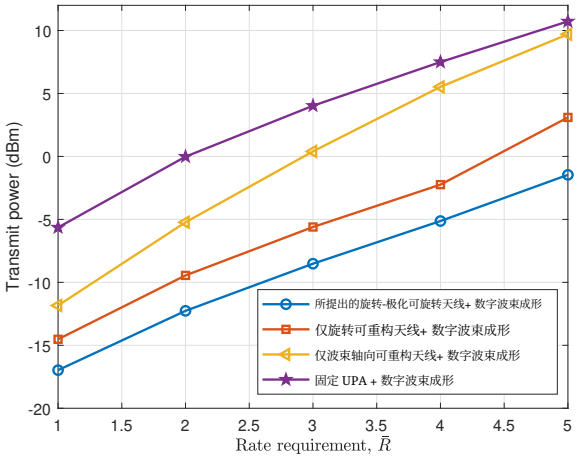


图 5. 发射功率与速率要求的关系，$\bar{R}$

但不具备极化可重构性。数字波束成形矩阵 $\mathbf{W}$ 和旋转矩阵 $\{\mathbf{R}_m\}$ 经过优化，而极化状态保持固定。此基准方案用于单独评估旋转带来的功率节省增益。

- 仅波束轴向 RA 方案（仅波束轴向 RA +数字波束成形）：基站天线仅优化其波束轴方向 $\mathbf{r}_{m,\,3}$。极化方向 $\mathbf{r}_{m,\,1}$ 和 $\mathbf{r}_{m,\,2}$的朝向与 $\mathbf{r}_{m,\,3}$ 确定性耦合，假设绕视轴的旋转角为零。此基准代表传统的可旋转天线，其仅侧重于方向增益。

- 传统固定天线方案（固定 UPA +数字波束成形）：该方案代表传统的固定均匀平面阵列系统。旋转和极化状态均固定，仅优化数字波束成形矩阵 $\mathbf{W}$。此方案作为性能下界。

图 4 展示了所提出的旋转-极化可重构天线（Rot-PolRA）+ 数字波束成形（DBF）方案与旋转方案和仅波束轴基准方案的收敛行为。仿真在速率要求为 $R = 2$ 比特/秒/赫兹且方向性因子为 $p = 2$的条件下进行。可以观察到，三种方案的总发射功率均随迭代次数单调下降，并在约 15 次迭代内趋于稳定。这种快速的收敛行为验证了所提出算法的高效性和实用性。

图 5 考察了总发射功率随速率要求 $\bar{R}$的变化情况，其中方向性因子设为 $p = 2$。可以观察到，所有方案的发射功率均随着速率要求的提高而单调增加。此外，所提出的旋转-极化 RA + DBF 方案始终优于三种基准方案。具体而言，与传统的固定 UPA + DBF 方案相比，所提方法可将发射功率降低约 12 dB。此外，仅旋转 RA + DBF 方案始终优于仅波束轴向 RA + DBF 基准方案，这表明优化三维旋转能够在波束轴向转向之外带来额外收益。此外，随着速率要求 $\bar{R}$ 提高，性能差距变得更加显著。在更高的 $\bar{R}$下，信干噪比约束变得更加严格，因此，仅波束轴向设计中的任何极化失配都必须通过增加发射功率来弥补，从而扩大了性能差距。

图6展示了最大旋转角 $\theta_{\max}$ 对发射功率的影响，其中方向性因子固定为 $p = 2$。首先可以观察到，固定均匀平面阵列 + 数字波束成形方案的发射功率不随 $\theta_{\max}$变化，因为它不具备旋转能力。相比之下，对于所提出的旋转-极化可旋转天线 + 数字波束成形方案和仅旋转可重构天线 + 数字波束成形方案，发射功率随 $\theta_{\max}$ 增大而单调下降，并最终趋于平稳。这种饱和出现在 $\theta_{\max}$ 超过约 70°时，该值对应于仿真中设定的最大用户角度，表明天线能够完全覆盖用户分布范围。值得注意的是，这些方案的相对性能与我们在第三节分析中揭示的增益机制一致。从固定均匀平面阵列方案到仅波束轴向方案的初始功率降低对应于方向性与投影增益，该增益通过在空间上调整天线波束指向、以最大化朝向用户的有效孔径而获得。从仅波束轴向方案到仅旋转方案的进一步增益则分离出偏振方向对准增益，使发射场与接收合并器之间实现更好的极化方向匹配。最后，从仅旋转方案到所提出方案的性能跃升代表偏振状态匹配增益。该增益源于利用极化重构来补偿信道去极化，从而解决仅靠旋转只能调整方向、而无法改变极化状态的局限。此外，在 $\theta_{\max} = 0$这一特定点，仅波束轴向方案和仅旋转方案的性能均退化至与固定均匀平面阵列方案相同，因为旋转自由度被完全锁定。相比之下，所提出的方案仍保持显著的功率优势，

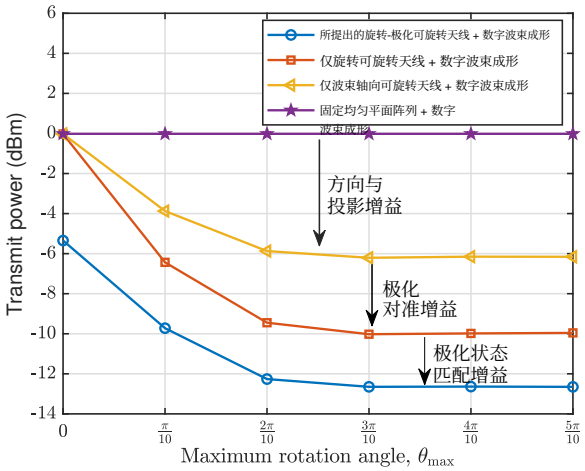


图 6. 发射功率与最大旋转角的关系， $\theta_{\max}$

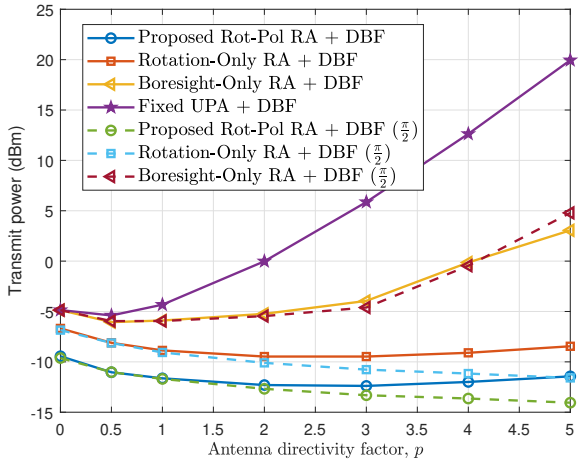


图7. 发射功率与天线方向性因子的关系， p

从而验证了即使在没有三维旋转的情况下，极化重构依然有效。

图 7 研究了天线方向性因子 p 对总发射功率的影响。可以观察到，当最大旋转角受限时（例如， $\theta_{\max}=\pi/5$），所有方案的发射功率均呈现先下降后上升的趋势。具体而言，对于固定均匀平面阵列 + 数字波束成形方案，增大 p 最初会通过提高峰值方向增益 G_0来降低功率。然而，随着 p 持续增大，功率会显著上升。这是因为固定均匀平面阵列方案无法通过机械方式调整波束指向来跟踪用户。因此，随着波束变窄，角度失准导致的增益损失会在所有传播路径上加剧，并迅速抵消峰值增益提升带来的好处。类似地，对于旋转角受限的所提方案和仅旋转方案（例如，$\theta_{\max}=\pi/5$），也观察到非单调变化趋势。这主要是由于旋转约束使天线无法将波束指向朝向位于旋转范围之外的用户。对于这些超出范围的用户，系统损失主要源于两个方面：预期的视距分量受到视轴失配的衰减，而日益变窄的波束则充当空间滤波器，也会抑制原本可为有效信道提供辅助的非视距分量。为验证这一分析，我们进一步绘制了旋转范围扩展至 $\theta_{\max}=\pi/2$ 时的性能曲线（以虚线表示）。可以观察到，在旋转能力充足时，发射功率随 p 单调下降。这是因为扩展后的旋转范围能够使波束指向与主导视距方向精确对准，从而恢复方向增益，并补偿旋转范围受限时观察到的失准所致损失。因此，当旋转能力充足时，所提出的架构能够充分利用窄波束天线的高峰值增益。然而，对于仅波束轴向方案，尽管其显著优于

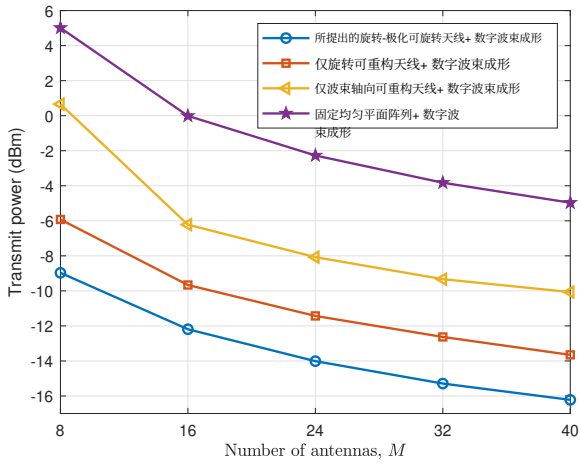


图8. 发射功率与天线数量的关系 ，M

得益于波束指向对准，固定均匀平面阵列方案的性能并非随 p 单调变化，即使在$\theta_{\max}=\pi/2$时也是如此。原因在于，虽然该方案通过调整波束指向利用不断提升的方向增益，却无法主动控制偏振方向。因此，较大的 p 所带来的额外方向增益，往往不足以抵消未经校正的极化失配造成的显著功率损失，导致性能呈现非单调趋势。这凸显了在可旋转天线系统中考虑极化匹配的重要性，因为仅靠波束指向对准，无法充分体现天线旋转带来的增益。

图 8 研究了基站天线数量 M 对总发射功率的影响，其中 $p=2$ 和$R=2$ 比特/秒/赫兹。我们考虑了多种 UPA 配置，范围从 4×2 ($M=8$) 到 4×10 ($M=40$)。可以观察到，所有方案的发射功率均随着天线数量增加而单调下降。这是因为更大的天线阵列能够提供更高的阵列增益和更好的空间分辨率，从而实现能效更高的波束成形。值得注意的是，所提出的旋转-极化可旋转天线

本作品已提交至 IEEE，供其考虑是否发表。版权可能在不另行通知的情况下转让，届时此版本可能不再可供访问。

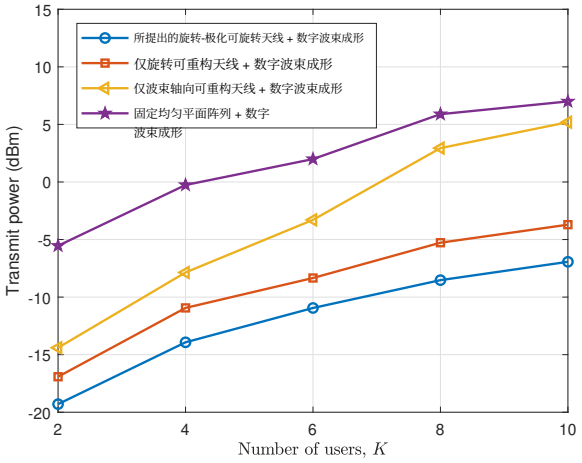


图 9. 发射功率与用户数量的关系， K

+ 数字波束成形方案在所有天线配置下始终实现最低功耗，且性能显著优于各基准方案。

此外，图 9 展示了发射功率随用户数量 K 的变化关系。正如预期，发射功率会随着用户数量的增加而上升。这一增长归因于两个因素：首先，基站必须分配更多功率，以满足更多用户的速率要求；其次，随着 K 的增加，用户间干扰变得更加严重，从而需要消耗额外的自由度进行干扰抑制。尽管难度有所增加，所提出的旋转-极化可旋转天线 + 数字波束成形方案仍持续优于基准方案。总体而言，图 8 和图 9 验证了所提出联合设计的可扩展性与鲁棒性，证明了其在大规模 MIMO 配置和密集用户场景中的有效性。

VII. 结论

本文提出了一种新型 RA 赋能的 MU-MISO 系统，其中每根天线均支持三维旋转与极化重构的同时进行。通过对视距场景的理论分析，我们深入揭示了所提出 RA架构所带来的性能提升来源。此外，针对一般的多用户多径场景，我们构建了联合发射功率最小化问题，并通过开发结合半定规划和 RCG 技术的交替优化算法对其进行了求解。最后，仿真结果表明，所提出的 RA架构显著优于仅旋转和仅波束轴基准方案，验证了利用空间域和偏振域自由度所实现的功率节省。

附录

附录 A：$\mathbf{R}_m$ 的欧几里得梯度

为实现黎曼共轭梯度算法，我们推导目标函数 $\mathcal{J}_R$ 的欧几里得梯度，该梯度关于旋转矩阵$\mathbf{R}_m$。通过应用链式法则，该梯度表示为：

$$\nabla_{\mathbf{R}_m}\mathcal{J}_R=\sum_{k=1}^{K}\omega_k\sum_{l=0}^{L}2\Re\left\{\frac{\partial\gamma_k}{\partial h_{m,k,l}}\frac{\partial h_{m,k,l}}{\partial\mathbf{R}_m}\right\}+\lambda_1\nabla_{\mathbf{R}_m}P_{\text{angle}},\tag{43}$$

其中，$\omega_k=\frac{\partial}{\partial\gamma_k}(f_{\text{obj}}+\lambda_2 P_{\text{thresh}})$ 表示目标函数关于信干噪比的梯度

$$\omega_k=-\frac{e^{-\mu\gamma_k}}{\sum_{j=1}^{K}e^{-\mu\gamma_j}}-2\lambda_2\cdot\text{sp}_\alpha(\iota_k-\gamma_k)\cdot\frac{e^{\alpha(\iota_k-\gamma_k)}}{1+e^{\alpha(\iota_k-\gamma_k)}}.\tag{44}$$

此外，我们将 $\Xi_{m,k}=\frac{\partial\gamma_k}{\partial h_{m,k,l}}$ 定义为信干噪比关于信道标量 $h_{m,k}$ 的偏导数：

$$\Xi_{m,k}=\frac{\partial\gamma_k}{\partial h_{m,k}}=\frac{I_k(\mathbf{h}_k^H\mathbf{w}_k)w_{k,m}^*-S_k\sum_{j\neq k}(\mathbf{h}_k^H\mathbf{w}_j)w_{j,m}^*}{I_k^2},\tag{45}$$

其中，$S_k=|\mathbf{w}_k^H\mathbf{h}_k|^2$ 为信号功率，I_k 为总干扰加噪声功率，而 $w_{k,m}$ 为 $\mathbf{w}_k$ 的第 m 个元素。对于项 $\frac{\partial h_{m,k,l}}{\partial\mathbf{R}_m}$，令 $\alpha_{m,k,l}=\sqrt{\beta_{m,k,l}}e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d_{m,k,l}}$ 表示复路径系数，该系数同时包含大尺度衰落和方向增益（$\mathbf{f}_{m,l}^T\mathbf{R}_m\mathbf{e}_z$）^{p}。利用乘积法则，我们推导得：

$$\frac{\partial h_{m,k,l}}{\partial\mathbf{R}_m}=\alpha_{m,k,l}\left(\mathbf{\Phi}_{m,k,l}^{\text{pol}}+\mathbf{\Phi}_{m,k,l}^{\text{gain}}\right).\tag{46}$$

这里，$\mathbf{\Phi}_{m,k,l}^{\text{pol}}$ 和 $\mathbf{\Phi}_{m,k,l}^{\text{gain}}$ 分别为

$$\mathbf{\Phi}_{m,k,l}^{\text{pol}}=\mathbf{Z}_{m,l}\mathbf{M}_l^T\mathbf{Q}_{k,l}^T\mathbf{u}_k^*(\mathbf{E}\mathbf{v}_m)^T,\tag{47}$$

$$\mathbf{\Phi}_{m,k,l}^{\text{gain}}=p(\mathbf{f}_{m,l}^T\mathbf{R}_m\mathbf{e}_z)^{-1}(\mathbf{u}_k^H\mathbf{Q}_{k,l}\mathbf{M}_l\mathbf{P}_{m,l}\mathbf{v}_m)\mathbf{f}_{m,l}\mathbf{e}_z^T.\tag{48}$$

最后，角度惩罚项的梯度为$\nabla_{\mathbf{R}_m}P_{\text{angle}}=-\kappa_m\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z^T$，其中标量系数 κ_m 为 $\kappa_m=2\text{sp}_\alpha(\Delta_m)\cdot\frac{e^{\alpha\Delta_m}}{1+e^{\alpha\Delta_m}}$，其中 $\Delta_m=\cos\theta_{\max}-\mathbf{e}_z^T\mathbf{R}_m\mathbf{e}_z$表示对仰角约束的违反程度。

附录B：$\mathbf{v}_m$的欧几里得梯度

目标函数 $\mathcal{J}_V$关于发射极化向量$\mathbf{v}_m$ 的欧几里得梯度可推导为关于$\mathbf{v}_m^*$的偏导数。应用链式法则后，梯度可表示为

$$\nabla_{\mathbf{v}_m}\mathcal{J}_V=\sum_{k=1}^{K}\omega_k\sum_{l=0}^{L}\Xi_{m,k}^*\cdot\mathbf{\Psi}_{m,k,l},\tag{49}$$

其中，ω_k 在附录 A 中定义。注意，$\Xi_{m,k}^*$ 是附录 A 中定义的项 $\Xi_{m,k}$ 的共轭，对应于导数 $\frac{\partial\gamma_k}{\partial h_{m,k}^*}$。向量项 $\mathbf{\Psi}_{m,k,l}$ 表示共轭信道分量关于$\mathbf{v}_m^*$的梯度，给出如下

$$\mathbf{\Psi}_{m,k,l}=\frac{\partial h_{m,k,l}^*}{\partial\mathbf{v}_m^*}=\alpha_{m,k,l}^*\mathbf{P}_{m,k,l}^T\mathbf{M}_{m,k,l}^H\mathbf{Q}_{m,k,l}^T\mathbf{u}_k,\tag{50}$$

其中，$\alpha_{m,k,l}$ 的定义见附录 A。

本文已提交至 IEEE，拟予发表。版权可能在不另行通知的情况下转让，届时本版本可能无法再访问。

附录 C：$\mathbf{u}_k$ 的欧几里得梯度

$\mathcal{J}_U$ 关于接收极化向量 $\mathbf{u}_k$ 的欧几里得梯度，推导为关于$\mathbf{u}_k^*$的偏导数。由于$\mathbf{u}_k$ 专属于第 k 个用户，因此梯度不涉及对用户求和：

$$\nabla_{\mathbf{u}_k}\mathcal{J}_U = \omega_k \sum_{m=1}^{M} \Xi_{m,k} \sum_{l=0}^{L} \boldsymbol{\Upsilon}_{m,k,l}, \tag{51}$$

其中，ω_k 和 $\Xi_{m,\,k}$ 定义见附录 A。向量项 $\boldsymbol{\Upsilon}_{m,\,k,\,l}$ 表示信道分量 $h_{m,\,k,\,l}$ 关于$\mathbf{u}_k^*$的梯度，表示为：

$$\boldsymbol{\Upsilon}_{m,k,l} = \frac{\partial h_{m,k,l}}{\partial \mathbf{u}_k^*} = \alpha_{m,k,l}\mathbf{Q}_{m,k,l}\mathbf{M}_{m,k,l}\mathbf{P}_{m,k,l}\mathbf{v}_m. \tag{52}$$

参考文献

[1] M. Z. Asghar、S. A. Memon 和 J. Hämäläinen，《无线通信向第六代移动通信的演进：潜在应用与研究方向》，Sustainability，第 14 卷，第 10 期，第 6356 页，2022 年。[2] C.-X. Wang、X. You、X. Gao、X. Zhu、Z. Li、C. Zhang、H. Wang、Y. Huang、Y. Chen 等，《迈向第六代移动通信：愿景、需求、关键技术与测试平台》，IEEE Commun. Surv. Tuts.，第 25 卷，第 2 期，第 905–974 页，2023 年。[3] C. Zhou、S. Hu、J. Gao、X. Huang、W. Zhuang 和 X. Shen，《第六代移动通信中的以用户为中心的沉浸式通信：基于数字孪生的数据导向框架》，IEEE Wirel. Commun.，第 32 卷，第 3 期，第 122–129 页，2025 年。[4] Z. Wang、J. Zhang、H. Du、W. E. I. Sha、B. Ai、D. Niyato 和 M. Debbah，《超大规模 MIMO：基础、挑战、解决方案与未来方向》，IEEE Wirel. Co mmun.，第 31 卷，第 3 期，第 117–124 页，2024 年。[5] E. Björnson、F. Kara、N. Kolomvakis、A. Kosasih、P. Ramezani 和 M. B. Salman，《通过从大规模 MIMO 转向巨型 MIMO，在上中频频段实现第六代移动通信性能》，IEEE Open J. Commun. Soc.，2025 年。[6] C. Zhang、H. Zhou 和 Y.-C. Liang，《采用 FTTD 的 RIS 辅助太赫兹通信近场宽带波束成形》，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 1–1 页，2025 年。[7] K.-K. Wong、A. Shojaeifard、K.-F. Tong 和 Y. Zhang，《流体天线系统》，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 20 卷，第 3 期，第 1950–1962 页，2020 年。[8] L. Zhu、W. Ma 和 R. Zhang，《可移动天线赋能的无线通信：建模与性能分析》，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 23 卷，第 6250 页，2023 年第 6 期，第 6234–? 页。[9] X. Shao、W. Mei、C. You、Q. Wu、B. Zheng、C.-X. Wang、J. Li、R. Zhang、R. Schober、L. Zhu、W. Zhuang 和 X. Shen，《面向第六代移动通信网络的六维可移动天线教程：协同实现可定位与可旋转天线》，IEEE Commun. Surv. Tutor.，第 28 卷，第 3666–3709 页，2026 年。[10] Y. Liu、Q. Wang、Y. Jia 和 P. Zhu，《采用液态金属的频率和极化可重构缝隙天线》，IEEE Trans. Antennas Propag.，第 68 卷，第 7635 页，2020 年第 11 期，第 7630–? 页。[11] Y. Chen、M. Chen、H. Xu、Z. Yang、K.-K. Wong 和 Z. Zhang，《近场流体天线系统的波束成形与天线联合设计》，IEEE Wirel. Commun. Lett.，2024 年。[12] Y. Zhang、Y. Zhang、L. Zhu、S. Xiao、W. Tang、Y. C. Eldar 和 R. Zhang，《可移动天线辅助的多用户通信混合波束成形》，IEEE Trans. Veh. Technol.，第 74 卷，第 6 期，第 9899–9903 页，2025 年。[13] L. Zhu、W. Ma 和 R. Zhang，《可移动天线阵列增强的波束成形：通过零陷指向实现完整阵列增益》，IEEE Commun. Lett.，第 27 卷，第 12 期，第 3340–3344 页，2023 年。[14] J. An、C. Yuen、M. D. Renzo、M. Debbah、H. V. Poor 和 L. Hanzo，《面向下行多用户 MISO 通信的柔性智能超表面》，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 24 卷，第 4 期，第 2940–2955 页，2025 年。[15] S. Wang、X. Song、T. Song 和 Y. Yang，《采用图神经网络和 SD3 的无人机 RIS 辅助 MU-MISO 系统波束成形与轨迹联合优化》，IEEE Trans. Mob. Comput.，第 24 卷，第 10 期，第 9539–9553 页，2025 年。[16] B. Zheng、Q. Wu、T. Ma 和 R. Zhang，《可旋转天线赋能的无线通信：建模与优化》，arXiv 预印本 arXiv:2501.02595，2025 年。[17] Y. Wen、W. Mei、Y. Xie、B. Zheng、Z. Chen 和 B. Ning，《可旋转天线阵列增强的零陷指向：性能分析与优化》，arXiv 预印本 arXiv:2512 12204，2025 年。[18] Y. Tan、B. Zheng、Y. Fang、D. W. Kwan Ng、J. Xu 和 R. Zhang，《认知无线电系统中的可旋转天线赋能频谱共享》，IEEE Wirel. Commun.，第 15 卷，第 1732–1736 页，2026 年。[19] C. A. Balanis，《天线理论：分析与设计》。John Wiley & Sons，2016 年。[20] M. R. Andrews、P. P. Mitra 和 R. DeCarvalho，《利用电磁极化使无线通信容量提升三倍》，Nature，第 409 卷，第 6818 期，第 316–318 页，2001 年。[21] Y. Sung、T. Jang 和 Y.-S. Kim，《用于可切换极化的可重构微带天线》，IEEE Microw. Wirel. Compon. Lett.，第 14 卷，第 11 期，第 534–536 页，2004 年。[22] J. M. Kovitz、H. Rajagopalan 和 Y. Rahmat-Samii，《采用旋转 E 形贴片单元设计与实现宽带微机电系统右旋圆极化/左旋圆极化可重构阵列》，IEEE Trans. Antennas Propag.，第 63 卷，第 6 期，第 2497–2507 页，2015 年。[23] M. R. Castellanos 和 R. W. Heath，《采用可重构阵列的宽带 MIMO 系统线极化优化》，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 23 卷，第 3 期，第 2282–2295 页，2023 年。[24] Z. Zhou、J. Ding 和 R. Zhang，《可移动天线系统的极化成形设计》，IEEE Wirel. Commun. Lett.，2025 年。[25] S. Jaeckel、K. Borner、L. Thiele 和 V. Jungnickel，《三维空间信道模型的几何极化旋转模型》，IEEE Trans. Antennas Propag.，第 60 卷，第 12 期，第 5966–5977 页，2012 年。[26] X. Shao、R. Zhang、H. Zhou、Q. Jiang、C. Zhou、W. Zhuang 和 X. Shen，《极化成形天线增强的感知与通信：建模与优化》，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第 44 卷，第 416–431 页，2026 年。[27] J. He、Y. Wang、T. Shu 和 T.-K. Truong，《多径环境下三极化系统的极化、角度与时延估计》，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 21 卷，第 8 期，第 5828–5841 页，2022 年。[28] Q. Zhu、C.-X. Wang、B. Hua、K. Mao、S. Jiang 和 M. Yao，《3GPP TR 38.901信道模型》，载于 Wiley《第五代移动通信参考：第五代移动通信核心参考在线版》。Wiley Press，2021 年，第 1–35 页。[29] C. Zhang、H. Zhou、R. Long、Y.-C. Liang 和 B.-H. Soong，《面向多用户多输入单输出共生无线电的基于分区的可重构智能表面》，IEEE Internet Things J.，第 1–1 页，2025 年。[30] M. Grant、S. Boyd 和 Y. Ye，《CVX：用于规范凸规划的 MATLAB 软件》，2008 年。[31] X. Yu、D. Xu 和 R. Schober，《基于智能反射面的 MISO 无线通信系统》，载于 IEEE/CIC 中国国际通信大会（ICCC）。中国成都，2019 年，第 735–740 页。[32] Z.-Q. Luo、W.-K. Ma、A. M.-C. So、Y. Ye 和 S. Zhang，《二次优化问题的半正定松弛》，IEEE Signal Process Mag.，第 27 卷，第 3 期，第 20–34 页，2010 年。