一种用于流变学的物理引导神经框架

基于动态激光散斑的测量

Tianliang Wang[1], Thomas Goudoulas[1], Ehsan Fattahi[1], Dominik Geier[1], Yiyuan Yang[2], Ivan Ezhov[3],Yixiao Liu[4], Yi Li[5], Martin Booth[6], Thomas Becker[1,*]

[1]*BioPAT*与数字化课题组，ＴＵＭ　慕尼黑工业大学生命科学学院，德国弗赖辛 *85354*[2] 牛津大学计算机科学系，英国牛津 *OX1 3QD*[3] 慕尼黑工业大学附属医院，德国慕尼黑 *80333*[4]北京大学第三医院泌尿外科，中国北京 *100191*[5]中国计量大学光学与电子技术学院，中国浙江杭州 *310018*[6]牛津大学工程科学系，英国牛津 *OX1 3PJ*

[*]电子邮箱：*tb@tum.de*

摘要

生物医学和材料科学领域的重大突破日益依赖于快速、非接触式黏弹性表征方法。激光散斑流变学（LSR）有望满足这一需求，有效规避传统机械流变测量固有的速度和侵入性瓶颈。 然而，多重散射严重限制了其在浑浊流体中的应用；标准物理反演高度依赖精确且针对特定样品的光传输参数，而这些参数难以在原位测量。为克服这一障碍，我们提出一种物理引导的深度学习框架，根据强度自相关 $g_2(t)$和散斑强度直方图统计量推断麦克斯韦弛豫谱。随后，该谱通过麦克斯韦正向模型传播，在物理一致性约束下预测 $G'(\omega)$和 $G''(\omega)$。定量而言，该框架相对于参考流变测量的 $\text{均方根误差}_{\log}$ 低至 0.009，并能泛化至此前未见的散射条件，同时保持物理上合理的频率依赖性以及 $G'(\omega)$–$G''(\omega)$相位行为。该方法减少了对难以原位确定的光传输参数的依赖，并输出可解释的广义麦克斯韦松弛谱，提升了激光散斑流变学在浑浊介质中的实用性。

关键词：激光散斑图样、光散射、深度学习、麦克斯韦模型

引言

储能模量（G'（ω））和损耗模量（G''（ω））是表征复杂流体和软物质系统黏弹性行为的关键参数。它们提供的样品动态信息涵盖生物医学工程、食品科学，

工业和生物学领域，因此，测量这些参数对于了解材料性能并指导实际应用至关重要 [1-8]。最初，$G'(\omega)$ 和 $G''(\omega)$ 采用旋转流变仪和动态剪切流变仪等机械装置进行测量[9]。这些设备通过施加连续的旋转剪切力以及周期性的剪切应力或应变来评估样品的力学性能，随后细致测量样品在一系列角频率下的响应[10-14]。然而，这类方法具有侵入性、耗时、需要大量样品体积，依赖昂贵且笨重的仪器设备，并且只能离线使用[12, 14-17]。它们在许多实际和原位场景中的适用性有限。为解决这些局限，人们开发了动态光散射（DLS）和扩散波光谱（DWS）等替代技术。DLS通过分析散射光强度的时间相关性来测量样品动力学并揭示扩散过程，能够提供快速、简便且高度灵敏的测量[18]。然而，它在浓缩样品或多分散样品中的适用性有限（例如，局部样品断裂或法向力过大可能造成影响），通常需要稀释，而这可能污染样品[19]。相比之下，DWS将测量范围扩展到浑浊或浓缩系统，部分克服了DLS的不足[20,21]。然而，其准确性高度依赖于光传输参数（如传输平均自由程）的正确确定，并且容易受到吸收和样品几何形状的影响。这些参数的微小偏差可能导致恢复出的相关函数产生系统偏差，进而影响推导得到的均方位移和黏弹性模量[22-25]。随后，人们引入了一种名为激光散斑流变学（LSR）的全光学技术，以解决DLS和DWS的局限。传统的LSR方法通常需要采集散斑

强度自相关 $g_2(t)$，然后通过将 $g_2(t)$ 拟合到拉伸指数等模型，推断粒子均方位移（MSD）。最后，通过广义斯托克斯-爱因斯坦关系（GSER）[26-28] 计算材料的复模量，$G^*(\omega)=G'(\omega)+iG''(\omega)$。这种方法具有显著优势：它能够快速、无创地进行测量，尤其适用于传统流变仪无法达到的高频范围；也适用于其他方法难以处理的光学致密或浑浊体系。然而，要将这一原理应用为可靠且广泛适用的工具仍面临挑战，这也是行业面临的一项重大难题。首先，致密或强散射介质中的多重散射会严重扭曲 $g_2(t)$ 信号，使简单的散射模型失效，并增加结果解释的难度 [24, 26, 27]。其次，将 $g_2(t)$ 反演以获得均方位移（MSD），继而得到 $G^*(\omega)$，这一核心计算步骤本质上是一个病态问题。传统反演方法通常使用简化的衰减模型 [28] 拟合测得的 $g_2(t)$。然而，并非所有实验 $g_2(t)$ 曲线都能用此类模型准确表示；许多情况下，拟合数据与测量数据之间仍存在较大偏差，导致其偏离假设的模型形状，并且常常得出不稳定或缺乏明确物理意义的MSD结果 [27]。至关重要的是，推断出的MSD中任何误差或不稳定性，在通过GSER转换到频域以获得 $G^*(\omega)$ 时都会进一步放大，从而导致最终黏弹谱出现显著误差 [25]。此外，粒径、浓度、溶剂性质乃至仪器光学系统等实验条件的细微变化，都可能因混杂的光学效应而显著改变表观 $g_2(t)$ 形状 [29]。尽管偏振敏感相关传输蒙特卡罗射线追踪（PSCT-MCRT）等先进仿真工具旨在考虑这些复杂的光子路径 [27], ，但其

实际应用受到对样品特异性重新校准的依赖所限制。每种新配方都要求将其精确光传输参数的先验知识输入模型。因此，即使是复杂的仿真模型，也必须定期重新校准，以反映样品特异性参数和衰减特性。这严重限制了它们在不同配方间的鲁棒性和可移植性，妨碍其作为可靠的“一键式”工具用于快速配方筛选或在线过程监测。

这些核心局限凸显了对一种新策略的明确需求，该策略应规避直接反演固有的不稳定性。在本研究中，我们提出一种物理引导神经网络架构，以直接从散斑强度时间序列重建黏弹性谱$G'(\omega)$和$G''(\omega)$。关键在于，我们并非将问题视为纯粹的数据驱动回归任务，而是将病态反演重新表述为物理约束参数估计问题。该网络被训练用于推断物理上可容许的弛豫谱（$H(\tau)$），使其既与观测到的散斑动力学一致，也符合基本的黏弹性约束，从而将先验物理结构直接嵌入学习过程。

这一配方使模型能够抑制直接数值反演固有的噪声放大，并区分具有物理意义的衰减行为与测量诱导的畸变，同时避免依赖不稳定的中间量。基于这一物理引导的配方，所提出的框架整合了多尺度物理表征与约束正向建模，以确保麦克斯韦一致性和因果行为。为进一步将粒径、浓度和散射条件引起的光学变化与内在布朗动力学解耦，我们引入了辅助统计

信息，以提升模型在多种实验条件下的鲁棒性。针对此前模型未见过的粒径、浓度和溶剂开展的大量实验表明，即使在多重散射和高噪声条件下，所提出的方法仍能保持具有物理意义的弛豫谱，并准确重建$G'(\omega)$和$G''(\omega)$。

物理约束网络设计

我们的主要创新是一种物理约束网络架构，它将本构黏弹性结构嵌入学习到的表示。目标是让网络学习从测得的$g_2(t)$（该映射仍为非线性映射）和直方图到弛豫谱$H(\tau)$的确定性映射，同时保持非负性、平滑性和因果一致性等物理约束。图1概述了这些物理约束如何转化为具体的处理流程。$g_2(t)$首先由衰减分析器处理，以提取多尺度衰减特征，这些特征用于形成初始弛豫谱表示（广义麦克斯韦模态$\{G_i, \tau_i\}$，位于对数 τ 轴上。随后，这些$g_2(t)$特征通过注意力融合模块与直方图特征相结合，并由解码器优化模态参数，以生成最终的弛豫模式$\{G_i, \tau_i\}$。最后，物理前向步骤将$\{G_i, \tau_i\}$映射到频域输出$G'(\omega)$以及

$G''(\omega)$。

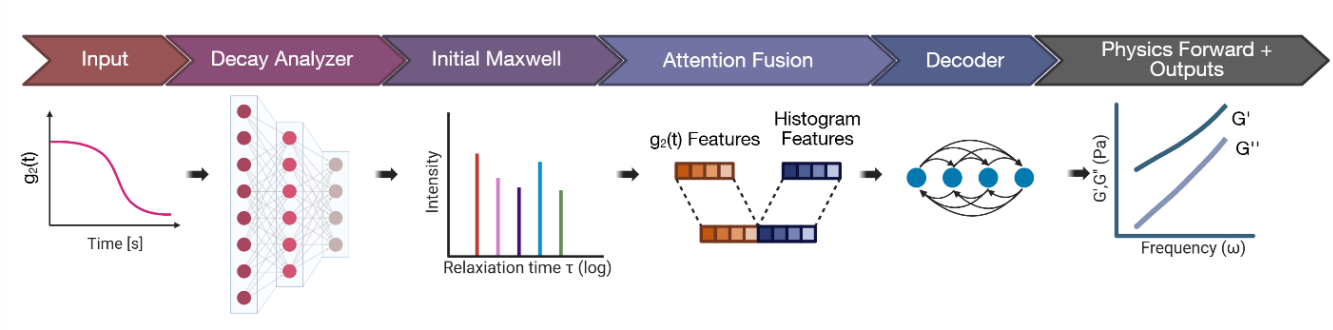


图1. 所提出的物理约束网络示意图。输入自相关$g_2(t)$被衰减分析器编码，以形成初始广义麦克斯韦谱$\{G_i, \tau_i\}$。直方图派生的静态特征通过注意力模块与$g_2(t)$特征融合，并由解码器细化弛豫模式。最终确定性谱被映射到频域输出$G'(\omega)$和

$$G''(\omega).$$

详细结构如图2所示。分析器将原始$g_2(t)$转换为多尺度[30], 物理可解释描述符，这些描述符分离出特征时间和振幅，用以初始化麦克斯韦谱。该过程从数据增强开始（图2，I），其中分析器模块首先通过生成四个互补的特征通道来增强原始自相关曲线$g_2(t)$。这些通道包括：（i）原始衰减曲线，（ii）其一阶导数，（iii）其对数时间梯度，以及（iv）其对数时间曲率。通过突出衰减形状的不同方面，例如快速去相关区间和拐点，这些增强特征有助于后续由并行卷积层提取多尺度弛豫时间 τ 和振幅，从而形成麦克斯韦谱的初始估计。

接下来，在多尺度映射阶段（图2，II），对四路增强信号进行处理。我们在 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ 内的对数尺度上构建 S 个弛豫时间，其中 $\tau_{\min}$和 $\tau_{\max}$根据测量时间窗和材料的黏弹性设定。每个 τ对应一个一维卷积分支，并行处理四个输入通道。每个分支中的处理包括一个经过物理初始化的初始卷积层（Phys-init Conv1d），随后是由卷积、批归一化（BN）和 ReLU激活组成的标准模块（Conv / BN / ReLU）。Phys-init Conv1d 层基于指数衰减（$e^{-t/\tau}$）对原始 $g_2(t)$ 通道及其导数（$(1/\tau)e^{-t/\tau}$）进行卷积核的物理初始化；对于一阶导数通道，这一设计受广义麦克斯韦模型启发，而其他通道则采用常规初始化。所有尺度的输出经跨尺度拼接后，再通过轻量级的压缩与激励（SE）注意力模块（SE attention）重新加权，从而有效筛选出信息量最高的时间尺度 [31]。随后进行初始参数提取（图2，III）。经过尺度重加权的特征被送入两个并行的头：幅值头输出非负振幅 A_s，时间头则对固定的候选时间对数网格进行轻微调整，以获得最终的时间常数 τ_s。该输出矩阵 $\{A_s, \tau_s\}$ 应理解为对 $g_2(t)$ 的观测性（过完备）指数表示，即 $\hat{g}_2(t) = \sum_{s=1}^{S} A_s e^{-t/\tau_s}$。由于多个弛豫时间接近的指数项可以解释相同的有限时间窗衰减，这些分量可能数量众多且彼此重叠，因此不一定构成彼此分离良好的物理麦克斯韦模态。

最后，麦克斯韦谱投影阶段（图2，IV）输出麦克斯韦谱。我们不再投影到静态的 τ 网格，而是通过

位置-尺度变换 [32] 实现自适应离散化。具体而言，一个子网络根据多尺度特征以及初步衰减参数 ($\{A_s,\ \tau_s$)[33]，估计松弛时间分布的对数中心和对数展宽。我们利用这些矩动态平移并缩放基础模板，从而参数化候选松弛时间 τ_i。随后，将这些候选值在对数空间中限制在物理可接受范围内，从而隐式地对麦克斯韦模态进行参数化分箱。通过 softplus 预测相应的模态强度，以确保非负性；再结合 softmax 归一化模态权重（总和为一），得到最终谱 $\{G_i,\ \tau_i\}$ [34]。这种参数化估计将导出的模态限制在物理可接受的集合内（非负的 G_i、有界的 τ_i 以及归一化的权重），同时提高了统计稳定性。

为在计算 $G'(\omega)$ 和 $G''(\omega)$ 之前进一步细化这些模式，从 $g_2(t)$ 中提取的动态特征作为查询，而直方图派生的静态特征则在交叉注意力融合模块 [35] 中提供键值对。这一过程嵌入了与浓度和粒径相关的校正，同时不改变固有谱形状。随后，融合表示经由轻量级自注意力解码器 [36], ，使不同的松弛组分能够在共享上下文中相互作用，并仅对其振幅和时间常数进行幅度较小且物理可行的调整。最终的麦克斯韦谱 $\{G_i, \tau_i\}$ 随后用于标准 Maxwell 前向模型，以计算 $G'(\omega)$ 和 $G''(\omega)$ [37]。网络配置的详细说明见补充信息。

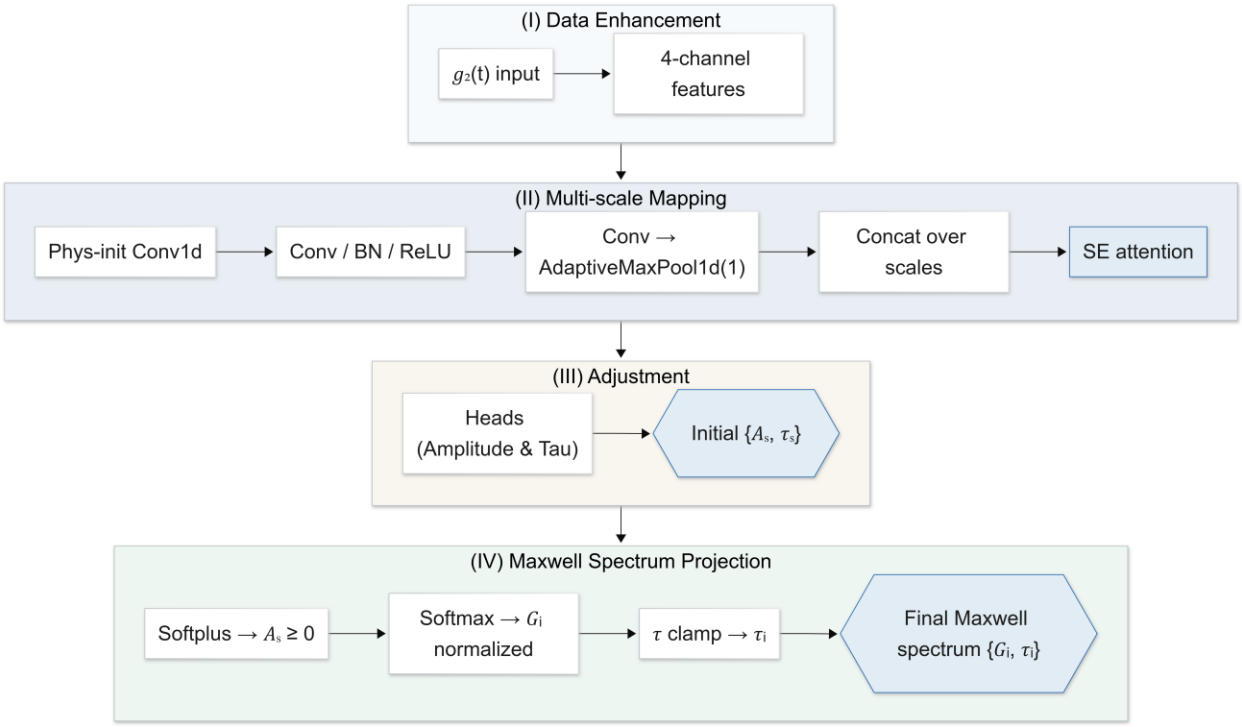


图2 展示物理引导神经网络主要处理阶段的流程图。该架构包括：（I）数据增强；（II）结合物理初始化和注意力的多尺度映射；（III）初始参数提取；以及（IV）投影到物理约束的麦克斯韦谱 $\{G_i, \tau_i\}$。

尽管该架构对表征施加了结构性物理约束，我们还通过在训练过程中加入互补的基于物理的损失项，进一步确保其与测量光谱在定量上的一致性。

损失函数设计

为引导优化过程趋向具有物理意义的解，我们引入了一组物理引导损失函数，将网络预测与实验可观测量显式耦合起来。这些损失与架构约束相辅相成，能够稳定训练，并抑制即使仅满足网络结构也可能产生的物理上不合理解。首先，频域物理损失（L_{phy}）比较预测结果与

实验G'和G''，确保最终输出直接对应于实验可测量的流变谱。由公式（1）可知，损失是在统一的对数等间隔频率网格 $\{\omega_k\}_{k=1}^{N_\omega}$ 上计算的，其中 k 索引离散频率采样，N_ω 表示频率点总数。鉴于 $G'(\omega)$ 和 $G''(\omega)$ 可能相差数个数量级，模量失配是在对数模量域中计算的，从而使损失衡量相对误差而非绝对误差，并避免较大分量占据主导。此外，还加入了对 $\tan\ \delta(\omega)\ = G''(\omega)/G'(\omega)$ 的惩罚项，以约束弹性响应与黏性响应之间的相位关系。

$$L_{phy} = \| \log_{10}(G'_{pred} + \epsilon) - \log_{10}(G'_{ref} + \epsilon) \|_1 + \| \log_{10}(G''_{pred} + \epsilon) - \log_{10}(G''_{ref} + \epsilon) \|_1 + (\| s'_{pred} - s'_{ref} \|_2^2 + \| s''_{pred} - s''_{ref} \|_2^2) + \| \log_{10}(tan\delta_{pred} + \epsilon) - \log_{10}(ta\delta_{ref} + \epsilon) \|_2^2 \quad (1)$$

斜率项 $s(\omega) = d\log\ G(\omega)/d\log\ \omega$ 强制黏弹谱呈现物理上有意义的局部幂律标度行为，该行为表征材料的频率依赖弛豫机制。

其次，在 $g_2(t)$ 路径上，我们使用重构损失 L_{g2}，要求分析器提取的多尺度分量能够重新组合成原始的 $g_2(t)$ 曲线，从而避免特征学习变得过于抽象。如公式 (2) 所示，$\widehat{g_2}(t_n)$ 是重建后的曲线，$g_2(t_n)$ 是输入曲线（原始的 $g_2(t)$），N 是散斑图样的采集时间点数。w_n 表示权重值，$\frac{1}{N}\sum_n w_n = 1$ 表示归一化后权重之和必须为 1，以强调早期时间段，从而避免特征学习过度抽象。

$$L_{g_2} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} w_n \left(\widehat{g_2}(t_n) - g_2(t_n)\right)^2, w_n > 0, \frac{1}{N}\sum_n w_n = 1 \quad (2)$$

同时，为避免所有模态收缩到单一时间尺度（即模式坍缩），我们设计了 τ 分离约束（L_{scp}）和信息熵约束（L_{ent}），以鼓励模态分布在合理范围内，如公式 (3)(4) 所示：

$$L_{scp} = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M-1} max\{0, \delta - \left(\log_{10}\tau_{(i+1)}^{mx} - \log_{10}\tau_{(i)}^{mx}\right)\} \quad (3)$$

$$L_{ent} = |H(w) - H^{\star}|, H(w) = -\sum_{i=1}^{M} w_i \log w_i \quad (4)$$

其中，M 为麦克斯韦模态的数量，τ_i^{mx} 为按对数顺序排列的弛豫时间。阈值 δ 定义相邻模态之间的最小间距，以避免模态坍缩。此外，w_i 表示归一化的模态权重（$w_i > 0$, $\sum_i w_i = 1$），而 H（w） $=-\sum$ w_i对数 $_i$ w_i 则表示其熵。参考值 $H^{\star}$控制离散程度，使谱既不会过度集中，也不会过于均匀。最终损失可写为 $L = 5L_{phy} + L_{g_2} + L_{scp} + L_{ent}$，其中物理损失的权重为 5（更多信息请参见补充材料）。总体而言，该架构和损失函数鼓励模型得到符合物理规律且具有可解释性的弛豫行为解。在下一节中，我们将简要阐释这种弛豫表示的物理基础。

麦克斯韦模型作为网络中的物理约束

接下来，我们将探讨这一中间描述的物理基础，并解释为何它能够在散斑衍生衰减特征与宏观黏弹性响应之间建立恰当的联系。在本研究中，我们提出了一种绕过不稳定的GSER反演的策略。我们的

方法采用非负麦克斯韦弛豫谱，$H(\tau)$，作为核心物理中间变量，从而得到一种简洁且易于解释的指纹（弛豫时间和强度）。

在这一配方中，本构物理定律被明确嵌入网络的前向传播过程中。$H(\tau)$并非被视为纯粹抽象的潜变量，而是用于对材料的弛豫状态进行符合物理规律的表征。随后从$H(\tau)$到$G'(\omega)$和$G''(\omega)$的映射，由广义麦克斯韦方程定义的固定、不可训练求和层实现。因此，网络仅需预测底层弛豫谱，而最终的黏弹性模量则严格通过确定性的物理定律得出。这种设计对模型输出施加了硬性物理约束，因此无论数据噪声如何，均能确保预测的谱满足因果性和克拉默斯–克罗尼希关系[37], 。

此处，$H(\tau) \geq 0$ 描述材料中特征弛豫时间（τ）上的弛豫强度分布，为微观和宏观尺度行为建立了具有物理可解释性的联系。$H(\tau)$的理论依据源于其适定的物理和数学性质。从物理角度而言，对于线性被动黏弹性材料，场自相关函数$g_1(t)$ 可表示为$H(\tau)$的拉普拉斯变换，这由伯恩斯坦定理[28, 35], 保证，如式（5）所示：

$$|g_1(t)|^2 = \int \exp(_0^\infty \quad -t\ \tau\ H\ \tau\ d\quad \tau/)\ (\ )\ \ln \tag{5}$$

该配方保留了 $H(\tau)$ 这一适定的非负量，而均方位移重建则涉及微分和核反演步骤，因此对噪声更为敏感。

从数学上讲，从 H（τ）到频域黏弹模量 G'（ω）和 G''（ω）的映射是一种稳定的斯蒂尔切斯线性积分变换 [28]：

$$G'(\omega) = \int_0^\infty H(\tau) \frac{\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2} d\ln\tau \quad (6)$$

$$G''(\omega) = \int_0^\infty H(\tau) \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} d\ln\tau \quad (7)$$

$H(\tau)$ 是一种谱，可帮助我们根据 $g_2(t)$ 求解 $G'(\omega)/G''(\omega)$。它通过将问题分解为两个步骤来简化求解过程：首先求出 $H(\tau)$，然后通过平稳积分确定 $G'(\omega)/G''(\omega)$。

然而，仅依赖测得的$g_2(t)$并不足以可靠推断$H(\tau)$。测得的强度自相关$g_2(t)$通过西格特关系[38]与物理量$g_1(t)$相关联，$g_2(t) - 1 = \beta|g_1(t)|^2 = exp\{-2\gamma[k^2\Delta r^2(t)]^\xi\}$。此处，k为波数，而γ 和ζ 是反映样品静态光学性质的实验常数。这些参数会造成歧义，使得仅凭$g_2(t)$曲线难以恢复唯一的$H(\tau)$[16]。正是在这里，强度直方图被引入作为一项独立约束。它提供静态的、依赖于样品的信息，使网络能够有效地将光学效应（编码于γ 和ζ）与本征布朗动力学（编码于$g_1(t)$）解耦。通过同时使用$g_2(t)$和直方图，可以稳健地推断$H(\tau)$。一旦获得可靠的$H(\tau)$，便可通过式(6)和式(7)中稳定的线性积分，准确且确定性地计算$G'(\omega)$和$G''(\omega)$。在实验上，这要求装置以足够的时间分辨率记录完整散斑场，从而能够从同一次采集中计算$g_2(t)$和强度直方图。接下来我们描述实验配置。

实验

实验装置

激光散射流变术的基本原理是分析来自样品的背向散射光强度，以获得$G'(\omega)$和($G''(\omega)$。实验装置如图3所示。一台He-Ne激光器（R-30995，17 mW，Newport Spectra-Physics GmbH，达姆施塔特，德国）作为主光源。激光穿过第一个偏振片（P1）后，由分束器（CCM1-BS013，Thorlabs，纽顿，新泽西州，美国）分光。一部分激光束被导向光学陷阱，另外50%用于照射样品。来自样品的背向散射光被采集，作为强度衰减分析的信号。随后，背向散射光经分束器反射，并通过交叉偏振片（P2）和透镜系统2（一台5× 无限远校正物镜（货号#15-941，Edmund Optics，巴灵顿，新泽西州，美国）以及一个相机筒镜（货号#18-504，Edmund Optics，巴灵顿，新泽西州，美国））由高速相机（acA640-750uc，Basler AG，阿伦斯堡，德国）采集。交叉偏振配置可抑制同偏振镜面反射和照明泄漏，从而提高用于相关分析的散斑对比度[28]。鉴于$G'(\omega)$和$G''(\omega)$对温度高度敏感，环境温度被稳定控制在25 ℃。此外，为减轻环境条件的影响，整个装置被封闭在光学罩内。该配置使得时间自相关和强度统计均可从同一次测量中提取。

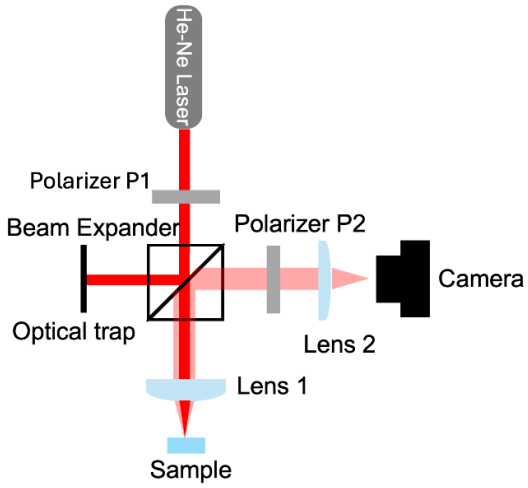


图3 示意图　激光散斑流变学实验装置。经过 a

偏振片（P1）和扩束器后，氦氖激光器进入光学陷阱并聚焦于样品上。散射光（浅红色）经过透镜（透镜2）和偏振片（P2）后，由相机捕获，以分析散斑图样。

样品制备

通过将甘油（纯度为≥99.5%，AnalaR® NORMAPUR® ACS分析试剂，经再蒸馏，VWR Chemicals，美国拉德诺）与去离子水按不同体积比混合，制备散斑图样样品，以调节溶剂黏度。混合物记为GxWy，其中G和W分别表示甘油和水的体积分数（%）（例如G100W0、G70W30和G50W50）。随后，按指定的质量体积浓度添加定制的单分散聚苯乙烯颗粒，浓度为*c*%（w/v），定义为每100 mL溶剂混合物中含*c* g颗粒。添加颗粒后，将溶液置于70 °C

水浴中加热30分钟，随后超声搅拌1小时，以确保充分均质化和颗粒分散，最终完成样品制备。

数据描述

基于这一设置，我们的数据集包含从每个记录的散斑序列中提取的两个可观测量：g_2（t）和散斑强度直方图。前者提供核心动态信息，后者则提供解决光学歧义所需的静态背景。

自相关曲线： 动态信息的载体

当相机采集到来自样品的散射光时，可以观察到一种称为散斑图样的干涉图样 [39], 参见图4。自相关专门用于测量散斑图样随时间的相似度，并直接对应于布朗运动导致散射场失去相位相干性的速率。在此，g_2（t）曲线可表示为 [28]

$$g_2(t) = < \frac{\langle I(t_0)I(t_0+t)\rangle}{\sqrt{\langle I(t_0)^2\rangle\langle I(t_0+t)^2\rangle}} >_{t_0} \quad (8)$$

其中，$I(t_0)$和$I(t_0+t)$分别表示时间t_0 和t_0+t,时的散斑图样强度，而〈$I(t_0)I(t_0+t)$〉表示这两个散斑图样的互相关期望。

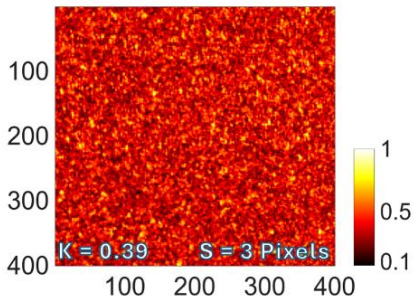


图4 典型散斑图样。*S*表示散斑尺寸，*K*表示该散斑图样的对比度。*S*估算为空间相关长度，即二维强度自相关函数峰值的半峰全宽（FWHM，单位为像素）。颜色条表示归一化强度。*K*通过散斑强度的标准差除以平均强度计算。侧边栏显示归一化强度水平。

由于强度依赖性，$g_2(t)$曲线不仅受样品动态特征影响，也受样品的光学参数影响。因此，动力学特性相似但光学条件不同的两个样品可能会产生不同的$g_2(t)$衰减，如图5(a)所示。反过来，即使底层黏弹性响应保持不变，粒子浓度的变化也可能改变$g_2(t)$。光学结构与力学动力学之间的这种耦合，使得$g_2(t)$无法作为可靠追踪样品状态的核心参数。因此，仅使用$g_2(t)$会限制提取的$G'(\omega)$和$G''(\omega)$的准确性。为此，我们还考虑了伴随的散斑强度直方图，该直方图可直接从记录的散斑帧中获得。

直方图：补充静态信息

以往的研究（包括我们自己的研究）表明，直方图的形状由散射路径长度多样性和探测几何决定 [27, 30-34]。这些特性会受到样品光学系数（吸收和散射）的影响，也会受到数值孔径、像素-散斑比以及相对于去相关时间的曝光时间等仪器参数的影响 [29, 40-44]。因此，将直方图与 $g_2（t）$结合使用，可实现正交处理：$g_2（t）$主要编码动态信息，即随时间变化的相位去相关；而直方图则概括了上述静态光学条件。这

有助于模型区分动态因素和光学因素。在学习框架中，直方图通道向网络提供路径统计和检测平均值的信息，使网络能够将 $g_2(t)$ 的变化归因于运动，而非光传输的变化，从而提高可判别性和鲁棒性。

为展示自相关函数 $g_2(t)$ 和强度直方图所捕获的互补信息，我们在相同溶剂条件（G100W0）下，以恒定浓度 2%（w/v）测量了不同粒径（0.49、5 和 11μm）的聚苯乙烯悬浮液。如图5所示，不同粒径对应的 $g_2(t)$ 曲线可能相似，而相应的强度直方图则清晰分离，为区分样品提供了额外线索。主图中未展示的其他样品数据集已提供于代码库 [45] 中。

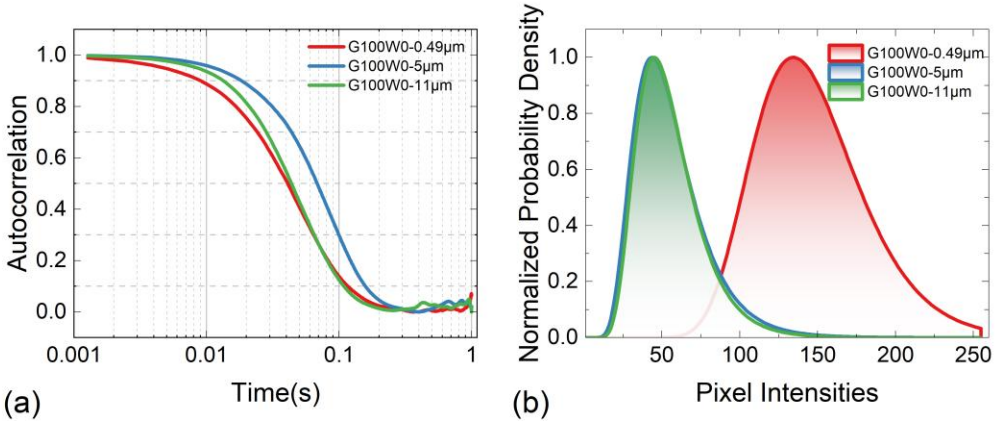


图5 $g_2(t)$与强度直方图的互补性。甘油-水中的聚苯乙烯悬浮液 r

（100:0 w/w）。（a、b）在浓度恒定（2% w/v）时改变粒径（0.49、5、 11 μm）。

数据集生成与网络训练

在网络训练阶段，我们采集了具有三种不同动态特征的样品散斑图样：G50W50、G70W30 和 G100W0。对于每组样品，均采用 2%、6% 和 12% 的聚苯乙烯浓度以及 0.49、1.7 和 5 μm 的粒径制备，以模拟配方和工艺条件下散射强度与力学响应的实际变化来源。采集散斑图样时，样品温度精确控制在 25°C。使用 Pylon相机控制软件调节相机曝光时间，并将感兴趣区域（ROI）设为 100 × 100 pixels。采样率固定为每秒 790 帧，曝光时间为 100 μs。每次录制持续 0.4 s，以减少冗余数据；因此每个样品获得连续的 316 帧，并将其作为一个样品的原始数据片段。随后采用滑动时间窗方法扩充数据集。扩充后的数据集被划分为训练集和测试集，其中 60% 的数据用于训练，20% 用于验证，剩余 20% 用于测试。为获得制备样品 $G'(\omega)$ 和（$G''(\omega)$）的最优参考值，使用了先进的 Anton Paar MCR 502e流变仪，测量期间温度同样维持在 25°C。训练过程分为先后两个阶段。第一阶段中，网络经过 35 轮次优化，以重建 $g_2(t)$ 曲线并捕捉此类曲线的主要衰减模态。第二阶段引入了额外的基于物理的约束，使模型能够进一步使其预测结果与样品的流变学性质相符。此外，该阶段还采用了 Mixup数据增强策略，以提升网络的泛化能力和鲁棒性，防止过拟合 [46]。完整训练共进行 300 轮次，批量大小为 32。

模型选择依据

最小复合验证损失，并采用早停来防止过拟合。启用物理训练后，物理损失迅速下降并稳定在 2.6×10^{-2} (均方根误差) 左右，而 $g_2(t)$ 重建误差仍保持在 10^{-4} 水平，如图S1所示。这种两阶段策略首先确保模型能够捕捉到可辨识的时间模态，随后在物理域中对其进行精细调整，以实现预测结果与实验数据的精确对齐。详细信息请参阅补充材料。

结果与讨论

测试数据集验证

作为第一项测试，我们考察网络能否在受扰动的实验条件下稳健地重建流变响应。具体而言，本节的测试数据由g_2（t）信号及其对应的直方图构成，这些数据来自粒径和浓度与训练时所用样品相同、但在不同时间采集且未纳入训练集的样品。这样的设置使我们能够评估网络的稳定性，以及其对未见过的测量变化的泛化能力，而非对未见过的材料组成的泛化能力。如图 6(a) 所示，重建的 g_2（t）曲线在所有溶剂比例下均与测试数据高度吻合，均方根误差较低（RMSE 为 0.006 至 0.035），表明网络具有很强的抗扰动能力。图 6(b) 中重建的弛豫谱彼此清晰分离，且具有明确的物理意义。每个弛豫谱均由在 0.4 s 内采集的散斑帧重建，对应的等效频率范围约为 2.5–790 rad·s⁻1。模型自动

将响应分解为两个占主导地位的麦克斯韦模态。重要的是，提取出的弛豫时间符合溶剂组成变化的预期趋势：随着水分数增加，特征弛豫时间系统性缩短，这与低黏度环境中结构弛豫更快的情况一致。

所得黏弹性谱 $G'(\omega)$ 和（$G''(\omega)$（图6(c)）准确再现了幅值和标度趋势。为确保定量比较稳健，我们以平滑参考基线为基准评估预测误差，并有针对性地聚焦于高频范围（10-100 rad/s），因为对于低黏度样品，流变仪数据在该范围内最为可靠。我们采用了两项关键指标：对数均方根误差（$RMSE_{log}$），用于反映平均乘法误差；以及绝对百分比误差中位数（MdAPE），这是一项稳健的典型相对误差度量。对于已见样品和未训练样品，模型均表现出色。$G''(\omega)$预测极为准确，$RMSE_{log}$ 低至0.009，典型 MdAPE 不到 2.4%。$G'(\omega)$预测同样表现良好，最佳情况下 $RMSE_{log}$ 约为0.023-0.034，典型 MdAPE 为5-7%。这些结果证实，恢复出的麦克斯韦模态不仅在数学上准确，而且与弛豫时间对溶剂黏度的内在物理依赖关系在定量上保持一致，体现了网络出色的重建保真度

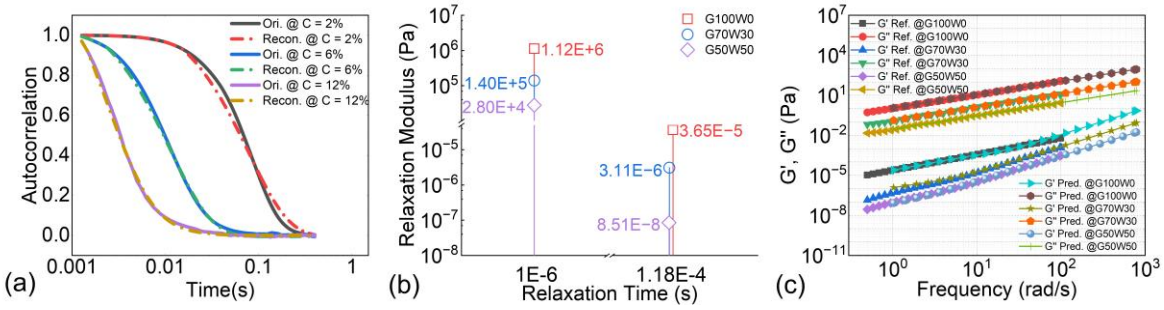


图6 (a) 重建曲线与实验测得的 g_2（t）曲线，在训练所用的甘油-水比例（G100W0、G70W30 和 G50W50）下吻合良好。(b) 根据散斑帧恢复的相应弛豫谱，分解为三个主要麦克斯韦模态。(c) 预测的 $G^{'}$（ω）和（$G^{''}$（ω）谱保持了正确的标度趋势和一致的黏度依赖弛豫行为。

前所未有的材料条件评估

为进一步评估模型的泛化能力，我们在相同的甘油-水体系（G70W30）中测试了三种前所未有的条件：改变粒径、改变浓度，以及同时改变二者。分析此类高浓度悬浮液的主要挑战在于多重散射效应，它会显著扭曲自相关函数。图 7(a、d、g) 表明，网络能够高保真地重建 $g_2(t)$曲线。较低的 $g_2(t)$重建均方根误差值证实了这种视觉上的吻合：在所有测试案例中，误差通常介于 0.004 至 0.032 之间，并准确恢复了系统的本征衰减动力学。根据这些重建曲线推导出的麦克斯韦弛豫谱（图 7(b、e、h)）进一步证明了模型的物理一致性。重要的是，该模型能够准确区分粒径和浓度各自的物理效应。在仅改变粒径的情况下，实验测得的$G'(\omega)$和 $G''(\omega)$几乎保持不变，而模型预测的麦克斯韦模态具有高度一致的弛豫时间（τ），这反映了溶剂黏度和流体动力学的显著不变性。相反，在浓度变化的测试中，模型识别出主要差异源于弛豫模量G 的变化，而弛豫时间分布几乎保持不变。这与物理定律一致：

弛豫时间主要由溶剂环境决定，而粒子浓度主要控制系统的模量。

在最终的黏弹谱预测（图7(c, f, i)）中，模型在预测损耗模量$G''(\omega)$时表现最为稳定。对$G''(\omega)$的预测取得了低于15%的较低典型中位绝对百分比误差，以及在各测试案例中介于0.017至0.075的良好均方根误差$_{\log}$。尽管储能模量$G'(\omega)$表现出较大的相对误差，未见浓度案例的中位绝对百分比误差介于41%至69%，均方根误差$_{\log}$介于0.16至0.24，但这可归因于其固有的较小信号振幅（通常比$G''(\omega)$低数个数量级），即使很小的绝对偏差也会导致较大的相对误差。更重要的是，模型准确再现了所有样品中$G'(\omega)$与$G''(\omega)$的双对数坐标斜率及相对层级关系，展现出其学习低信号物理、保持高定量精度并分离粒径与浓度效应的卓越能力。这些结果表明，该模型不仅有效消除了多重散射的影响，还从原始散斑图像中提取了核心动力学信息，从而实现物理一致且可解释的黏弹谱重建。

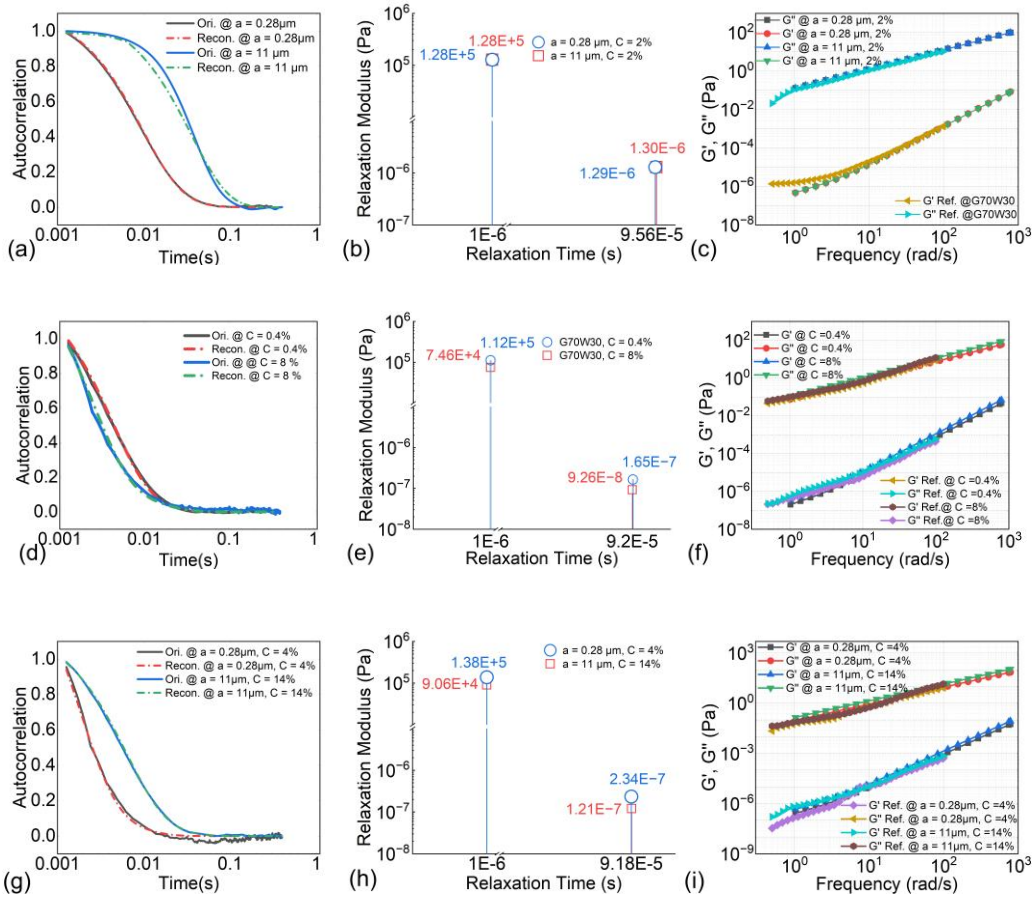


图7. 所提出的网络在未见过的粒径和浓度条件下的泛化性能

甘油-水悬浮液（G70W30）。(a-c) 未见粒径测试（0.28 μm和11 μm，2%(w/v)）。(d-f) 未见浓度测试（0.4%(w/v)和8%(w/v)，5 μm）。(g-i) 同时未见粒径（0.28μm）和浓度（14%(w/v)）的测试。网络以高保真度重建单次散射$g_2(t)$曲线（a、d、g），得到物理一致的麦克斯韦谱（b、e、h）以及黏弹性模量$G^{'}(\omega)$和（$G^{''}(\omega)$（c、f、i）。弛豫时间在各条件下几乎保持恒定，而模量大小随浓度变化，这与预期的对颗粒负载量而非溶剂动力学的依赖关系一致。

此外，我们设计了两组极端测试（图8），以进一步检验模型的极限。第一组样品使用了不同的甘油-水比例（G60W40和G80W20），其不同于

训练集，同时保持相同的粒径和浓度（5 μm，2% ((w/v))）。这用于评估在不同溶剂散射条件下响应的一致性。第二组样品同时改变了溶剂、粒径和浓度（11 μm，3%(w/v)以及0.28 μm，14%(w/v)），代表训练过程中未曾遇到的组合。这使我们能够在未见过的动力学条件下检验模型的泛化能力边界。

结果表明，即使在训练范围之外的条件下，网络仍能够重建合理的$g_2(t)$曲线，重构均方根误差较低，通常介于0.008至0.02之间，并生成物理上可解释的麦克斯韦谱。图8(b)和图6(e)显示，G60W40和G80W20样品的主弛豫时间发生系统性偏移，反映了溶液黏度和折射率变化所引起的动力学差异。这一趋势表明，模型能够区分由体系黏度变化引起的弛豫变化与由散射路径差异导致的信号畸变。定量而言，对于这两个测试集，$G'(\omega)$的中位绝对百分比误差在27%–78%之间波动，$\mathrm{RMSE}_{\log}$介于0.08至0.40；而($G''(\omega)$的中位绝对百分比误差约为20%–55%，相应的$\mathrm{RMSE}_{\log}$介于0.10至0.35。尽管与训练范围内数据相比，中位绝对百分比误差和$\mathrm{RMSE}_{\log}$值相对较高，但预测结果对所有样品仍保持了频率依赖斜率与模量相对标度之间的正确关系。这种“误差较大但模式正确”的现象表明，模型在完全未见过的条件下严格遵循物理约束，而不是依赖黑箱数值拟合。

麦克斯韦谱表明，模型能够可靠地识别不同散射环境中的主导弛豫模式。这些结果表明，网络通过将散斑直方图统计与$g_2(t)$衰减特征相结合，捕捉到了不同的动态弛豫和静态散射贡献。值得注意的是，对于完全未见过的实验条件，预测的弛豫时间区间、模量比和频率依赖性仍处于物理上合理的范围内。综合来看，这些观察结果与物理信息学习行为一致，并表明具有良好的泛化能力。

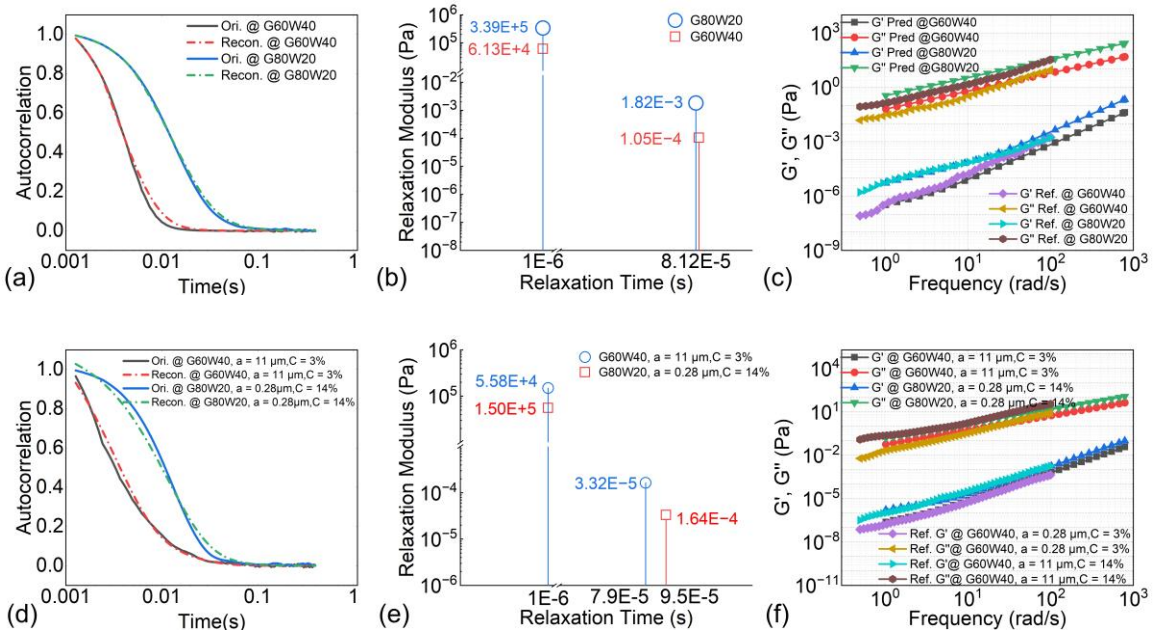


图 8. (a-c) 针对溶剂组成（G60W40 和 G80W20）未见过的样品的结果，但训练时使用了

粒径和浓度。(d-f) 针对溶剂、粒径和浓度均未见过的组合的结果。尽管数值误差幅度较大，预测的弛豫行为仍符合物理规律，表明该网络能够将动态弛豫与散射诱导的变化区分开来

而非进行经验拟合。

消融测试

通过消融测试（图9）进一步验证了纳入直方图信息的物理意义和价值。我们比较了完整模型与移除直方图后的模型预测结果。我们采用粒径为 5 μm、浓度为 2%(w/v) 的体系，并选取三种典型溶剂（G50W50、G70W30 和 G100W0）。结果表明，移除直方图、仅使用 $g_2(t)$ 进行黏弹谱预测时，$G'(\omega)$ 和 $(G''(\omega)$ 均出现系统性高估。这一趋势与采用传统的未校准 MSD-$g_2(t)$ 关系求解广义斯托克斯–爱因斯坦方程（广义斯托克斯-爱因斯坦关系）时得到的结果一致，表明直方图在网络中起到了统计尺度归一化和光学校正因子的作用。

从物理角度看，直方图分支提供了与散斑统计直接相关的“光通量”约束，使网络能够区分动态弛豫（粒子布朗运动）与静态散射（光路分布），从而实现物理一致的预测，而非经验拟合。该分支的计算复杂度也极低，仅处理统计直方图，而非原始图像序列。与端到端图像输入相比，这一设计在保持预测准确率的同时显著降低了计算与存储成本，从而获得更高的实时性能和可扩展性，使模型更契合实际工业应用。

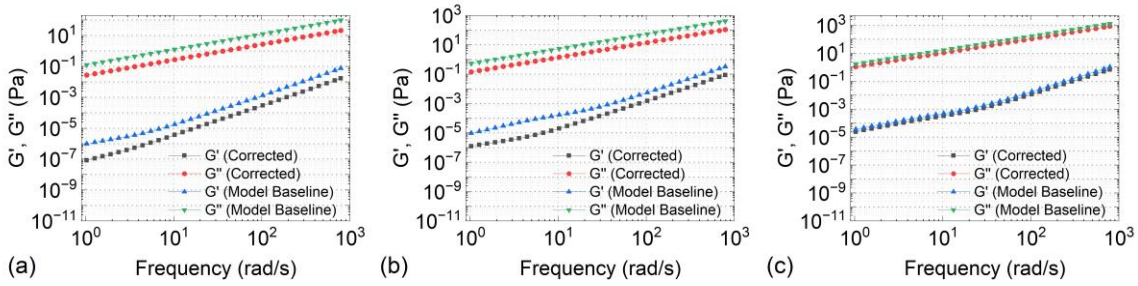


图9. G50W50 (a)、G70W30(b) 和 G100W0(c) 溶剂中 5 μm 颗粒（2 % (w/v)）的结果。不输入直方图时，$G^{'}(\omega)$ 和 ($G^{''}(\omega)$ 均会被系统性高估。

稳定性测试

为评估对实际应用至关重要的长期可靠性，我们在10小时内评估了网络的预测稳定性。我们每小时从具有挑战性的先前未见样品（11 μm颗粒，3% w/v，G80W20和G60 W40）采集散斑数据。我们通过将每次后续预测与初始（t=0）预测进行比较，使用均方根误差$_{log}$和中位绝对百分比误差来量化漂移。如图10所示，网络表现出很强的稳定性。$G'(\omega)$和（$G''(\omega)$两者的预测误差均保持较低，尤其是在最初四小时内：在G60W40中，$G'(\omega)$和（$G''(\omega)$的中位绝对百分比误差低于0.2%，均方根误差$_{log}$ 低于0.001；而在G60W40中，$G'(\omega)$和（$G''(\omega)$的中位绝对百分比误差低于3%，均方根误差$_{log}$ 低于0.03。尽管误差指标在整个10小时内略有上升，但这种轻微漂移很可能源于系统噪声和潜在颗粒沉降等累积的实验因素，而非模型不稳定性。关键在于，并未出现偏差，且误差始终保持在可控范围内。最终，所有$G'(\omega)$和（$G''(\omega)$的中位绝对百分比误差分别低于1%和8 %。这种一致的保真度凸显了网络在与过程监测相关的较长时间内保持稳定性能的鲁棒性。这种持续且稳定的高保真度，即使面对长时间的

测量挑战和潜在的样品演化，强有力地彰显了网络固有的鲁棒性，并验证了其在实时过程监测等应用中可靠部署的潜力；在这些应用中，长时间持续保持稳定性能至关重要。

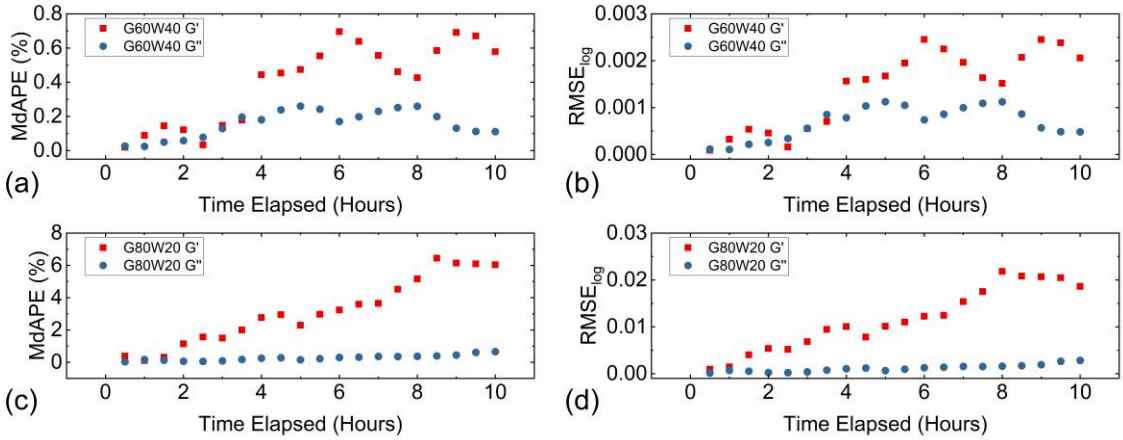


图10 未见样品（11 μm颗粒，G80W20和G60W40中的含量为3%）在10小时内网络预测的长期稳定性。子图展示了相对于初始预测（t=0）的 MdAPE（%）和 RMSE$_{log}$ 漂移，分别对应 $G^{'}(\omega)$ 和 $(G^{''}(\omega)$。误差范围较小，表明模型具有适用于连续监测的鲁棒性。

结论

本研究提出一个将物理约束与深度学习相结合的框架，以直接从多重散射散斑图案重建储能模量$G'(\omega)$和损耗模量$(G''(\omega)$。整体网络设计遵循物理可解释结构：a）衰减分析器模块提取时间衰减特征并解释其多尺度弛豫行为；b）初始Maxwell模块利用参数化分布生成物理可解释的初始模量谱；c）注意力实现加权耦合

动态特征与静态特征之间；d）最后，物理前向层完成物理一致的频域映射。这种分层结构将物理定律显式嵌入网络流，从而在从信号分析和特征融合到物理输出的整个链条中实现可解释建模。该设计使网络能够直接从实验散斑图样中提取反映粒子布朗动力学的物理信息，而无需依赖任何显式散射模型。

系统性实验表明，该模型能够在广泛的测试条件下可靠地预测符合物理规律的黏弹性谱。对于已知溶剂但粒径和浓度未知的样品，中位绝对百分比误差 $G''(\omega)$ 通常低于 15%。虽然 $G'(\omega)$ 的误差略大（20–60%），但模型仍保持了正确的频率依赖性和变化趋势。在完全未见过的溶剂体系（G60W40 和 G80W20）中，模型仍能准确识别主要的弛豫时间分布，且麦克斯韦模态迁移方向与黏度趋势一致，这表明其泛化能力源于真正学会了动力学与光学统计特征，而非经验拟合。此外，直方图分支显著提高了预测稳定性并降低了计算开销；与直接基于图像序列的端到端网络相比，其总体计算成本降低了约一个数量级，展现出用于工业规模实时表征的潜力。尽管如此，模型性能仍受训练数据覆盖范围的限制，尤其是在极端光学条件和复杂分散体系中。未来工作将致力于开发更精细的训练样本生成策略，并探索整合额外模态信息（如光谱、相位和偏振信号），以

提供更全面的物理约束和表征。这种多模态物理驱动网络不仅有望进一步提高预测准确率和鲁棒性，还为散斑成像在非侵入式流变测量及复杂流体表征中的智能化应用奠定了理论和技术基础。

致谢

FEI的本工业集体研究项目在德国联邦经济与能源部（BMWE）促进工业集体研究（工业集体研究）的计划框架内，依据德国联邦议院的一项决议获得支持。项目01IF22490N。本研究亦得到英国工程与自然科学研究委员会（EPSRC）的资助，资助编号为EP/Z53285X/1。开放获取资助由Projekt DEAL促成并组织。作者感谢Applied Microspheres GmbH提供定制尺寸的聚苯乙烯微球。

作者贡献

T.W. 提出了这一构想，开展了理论分析，开发了算法并进行了优化，开展了实验，分析并解读了数据，还起草了稿件。T.G. 参与了实验研究、结果解读与讨论，并共同撰写了稿件。E.F.、Y.Y. 和 I.E. 提供了算法支持，并参与计算方法的开发与验证。D.G.、Y.Liu、Y.Li 和 M.B. 参与了结果解读与讨论。E.F.，

D.G. 和 T.B. 为该项目提供了经费支持。所有作者均审阅、编辑并批准了最终稿件。

数据可用性

支持本研究结论的数据可根据合理请求向通讯作者获取。

本研究期间产生的补充数据集可在 Zenodo 代码库中获取，
https://doi.org/10.5281/zenodo.18186797 [44]

声明

利益冲突

作者声明不存在利益冲突。

参考值

1. Català-Castro, F., 等，使用分时光镊微流变学测量细胞器、细胞和生物体的年龄依赖性黏弹性。 自然·纳米技术，2025。 **20**(3)：第 411–420 页。

2. Conley, G.M., 等，微凝胶的流变学与结构之间的关系：相互穿透、变形与压缩。《自然 · 通讯》，2019。**10**(1)：第 2436 页。

3. Khondkar, D., 等，未交联和交联糯玉米淀粉凝胶与果胶凝胶的流变行为。《食品水胶体》，2007。**21**(8)：第 1296–1301 页。

4. Khosravi, A., 等，理解纳米接触流变学。《自然·通讯》，2022年。**13**(1)：第2428页。

5. Jiménez-Avalos, H., E. Ramos-Ramírez 和 J. Salazar-Montoya，使用麦克斯韦模型对阿拉伯胶与玉米淀粉混合物进行黏弹性表征。《碳水化合物聚合物》，2005年。**62**(1)：第11–18页。

6. Lu, Y.-B., 等，中枢神经系统中单个神经胶质细胞和神经元的黏弹性。美国国家科学院院刊，2006年。**103**(47)：第17759–17764页。

7. Šćepanović, P., T.B. Goudoulas 和 N. Germann，小麦面团揉捏过程中微观结构损伤的数值研究。《食品结构》，2018年。**16**：第8–16页。

8. Besiri, I.N. 等，海藻酸盐- *Ca2+* 凝胶化动力学的原位评估。《应用高分子科学杂志》，2023 年。**140**(32)：第 e54252 页。

9. Malkin, A.Y. 和 A.I. Isayev，《style id='1'>流变学：概念、方法与应用。2022 年：爱思唯尔。

10. Singh, P.K.、J.M. Soulages 和 R.H. Ewoldt，频率扫描中等振幅振荡剪切（中等振幅振荡剪切）。 Journal of Rheology，2018 年。**62**(1)：第 277–293 页。

11. Laun, M. 等，旋转流变仪性能检查与精度验证指南：稳态剪切与振荡剪切中的黏度测量（国际纯粹与应用化学联合会技术报告）。《纯粹与应用化学》，2014。**86** （12）：第 1945–1968 页。

12. Del Giudice, F.，微流控器件流变学表征综述。Micromachines，2022。**13**（2）：第167页。

13. Hyun, K.,等，非线性振荡剪切试验综述：大振幅振荡剪切（*LAOS*）的分析与应用。 Progress in Polymer Science，2011 年。 **36**(12)：第 1697–1753 页。

14. Ricarte, R.G.和 S. Shanbhag，面向高分子化学家的线性流变学教程式综述：共价适应性网络的基础知识与最佳实践。 Polymer Chemistry，2024 年。 **15**(9)：第 815–846 页。

15. Hnyluchová, Z.等，一种基于布朗运动追踪的简易微黏度测量方法。 Revie w of Scientific Instruments，2015 年。**86**(2)。

16. Mao, Y.、P. Nielsen 和 J. Ali，面向生物医学系统的被动与主动微流变学。 Frontiers in Bioengineering and Biotechnology，2022 年。**10**：第 916354 页。

17. Läuger, J.和 H. Stettin，旋转流变仪中振荡剪切下仪器惯性和流体惯性的影响。 Journal of Rheology，2016 年。 **60** （3）：第 393–406 页。

18. Stetefeld, J.、S.A. McKenna 和 T.R. Patel，动态光散射：实用指南及其在生物医学科学中的应用。 Biophysical Reviews，2016 年。**8**（4）：第 409–427 页。

19. Medebach, M.等，浑浊胶体分散液中的动态光散射：改进型平板池光散射仪与三维动态光散射仪之间的比较。 Journal of Colloid and Interface Science，2007 年。**305** （1）：第 88–93 页。

20. Pine, D.J. 等。 扩散波光谱的特征。载于 光子相关技术与应用。1988 年。Optica Publishing Group。

21. Weitz, D.A. 和 D.J. Pine，扩散波光谱。动态光散射，1993：第652–720页。

22. Zhang, C. 等，基于光传输和吸收平均自由程自动化测定的改进扩散波光谱。《韩国-澳大利亚流变学杂志》，2017。 **29**(4)：第241–247页。

23. Fahimi, Z. 等，标准动态光散射装置中的扩散波光谱。《物理评论E》，2017。**96**(6)：062611。

24. Kim, H.S. 等，高散射浓单分散乳液的扩散波微流变学。美国国家科学院院刊，2019。**116**(16)：第7766–7771页。

25. Mason, T.G. 和 D.A. Weitz，复杂流体的频率依赖的线性黏弹模量的光学测量。《物理评论快报》，1995。 **74**(7)：第 1250 页。

26. Hajjarian, Z. 和 S.K. Nadkarni，激光散斑流变学教程：技术、应用与机遇。《生物医学光学杂志》，2020 年。**25**(5)：第 050801–050801 页。

27. Hajjarian, Z. 和 S.K. Nadkarni，生物流体激光散斑流变学中光散射变化的评估与校正。《公共科学图书馆·综合》，2013 年。**8**(5)：第 e65014 页。

28. Leartprapun, N., 等，激光散斑流变显微术揭示了生物组织的宽频带黏弹性谱。《科学进展》，2024 年。 **10**(19): 第 eadl1586 页。

29. Postnov, D.D., 等，动态光散射成像。《科学进展》，2020年。**6**(45): 第 eabc4628 页。

30. Michau, G., G. Frusque 和 O. Fink，用于无监督监测高频时间序列的完全可学习深度小波变换。美国国家科学院院刊，2022。**119**(8)：第 e2106598119 页。

31. Hu, J.、L. Shen 和 G. Sun。 挤压-激励网络。载于 *IEEE*计算机视觉与模式识别会议论文集。2018。

32. Kingma, D.P. 和 M. Welling，自编码变分贝叶斯。 arXiv 预印本 arXiv:1312.6114，2013。

33. Rezende, D. 和 S. Mohamed。 使用归一化流进行变分推断。载于国际机器学习会议。2015。PMLR。

34. Baumgaertel, M. 和 H.H. Winter，从动态力学数据确定离散松弛与迟滞时间谱。《流变学学报》，1989。 **28**(6)：第 511–519 页。

35. Vaswani, A., 等，注意力就是你所需要的一切。 神经信息处理系统进展，2017年。**30**。

36. Dosovitskiy, A., 一张图像抵得上 *16x16* 个词：用于大规模图像识别的 *Transformer*。 arXiv 预印本 arXiv:2010.11929，2020年。

37. Ferry, J.D., 聚合物的黏弹性。1980年：John Wiley & Sons。

38. Sutton, M., 等，利用相干*X*射线衍射观察散斑。《自然》，1991年。**352**(6336)：第608–610页。

39. Goodman, J.W., 光学中的散斑现象：理论与应用。2007年，Roberts and Company Publishers。

40. Wang, T., 等，基于散斑图案伽马校正和神经网络的优化激光散斑流变测量。《光学与激光技术》，2025年。**191**：第113320页。

41. Goodman, J.W.，散斑的一些基本性质。JOSA，1976年。**66**(11)：第1145–1150页。

42. Cummins, H.，光子相关与光拍频光谱学。第3卷。2013年：Springer Science & Business Media。

43. Majic, M.、W.R. Somerville 和 E.C. Le Ru，折射球体和平板中的路径长度分布、散射与吸收。《物理评论A》，2023年。**107**(5)：第053509页。

44. Ramirez-San-Juan, J. 等，散斑/像素尺寸比对动态散射系统时空散斑对比度分析的影响：对血流动力学测量的意义。《生物医学光学快报》，2013年。**4**(10)：第1883–1889页。

45. Wang, T., 原始激光散斑流变数据集：*G50/G70/G100*悬浮液的 *g2*曲线和强度直方图（*0.49*、*5*、*11 μm*）. 第 1.0 版，编者。Zenodo。2026。

46. Thulasidasan, S., 等，关于 *mixup*训练：提升深度神经网络的校准能力和预测不确定性。神经信息处理系统进展，2019。**32**。