自适应模型预测控制器的信息论框架

Wael Hafez Semarx
Research LLC 美国弗吉尼亚州亚历山德里亚
w.hafez@semarx.com

Amir Nazeri Semarx
Research LLC 美国弗吉尼亚州亚历山德里亚
amir.nazeri@semarx.com

摘要——**模型预测控制（MPC）是自主系统（如无人驾驶飞行器（UAV））的一项关键技术，可实现优化的运动规划。然而，传统MPC难以适应动态障碍物和系统动力学变化等实时变化，也缺乏固有的自我监测和自适应优化机制。本文提出纠缠学习（EL），一种通过信息数字孪生（IDT）增强MPC适应性的信息论框架。IDT以比特为单位监测并量化MPC输入、控制动作与无人机行为之间的信息流。通过引入我们称为纠缠度量的新型信息论度量，该框架可跟踪这些依赖关系的变化。这些度量衡量优化器输入、控制动作与由此产生的无人机动力学之间的互信息，从而深入理解它们之间的相互关系。借此，IDT能够检测性能偏差，并生成实时自适应信号以重新校准模型预测控制参数，同时保持稳定性。不同于依赖基于误差的反馈的传统MPC，这种双反馈方法利用信息流主动适应不断变化的环境。该框架具有可扩展性，并可利用现有基础设施，从而提升MPC在各种场景下的可靠性和鲁棒性；其应用范围也不局限于无人机控制，还可用于任何需要自适应性能的MPC实现。**

关键词——模型预测控制、纠缠学习、自适应控制系统、信息数字孪生、实时自适应

I. Introduction

模型预测控制（MPC）是无人机（UAV）运动规划的基石，能够在确保符合系统约束的同时实现精确的轨迹优化。通过预测未来状态并动态调整控制信号，MPC 可在复杂且动态的环境中提升安全性、导航精度和避障能力 [1]。实时优化技术的进步进一步拓展了 MPC 的能力 [2], ，使其成为实现稳健自主飞行的重要工具 [3]。

然而，尽管模型预测控制已被证明具有诸多优势，但在以下环境中仍面临重大挑战：不确定性和扰动。这些因素包括未建模动力学、阵风等外力 [1], 以及与其他智能体之间的相互作用 [4]。鲁棒模型预测控制方法能够通过适应不断变化的条件并维持稳定性来应对这些问题，但仍受到运行限制的制约 [5]。鲁棒优化 [5]、自适应控制 [6], 和基于学习的方法 [7], 能够增强韧性，但也存在权衡。鲁棒优化方法通常依赖保守的不确定性估计，因此难以快速响应不断变化的条件 [8][9][10]。同样，自适应控制技术需要经过大量调试才能应对复杂的非线性行为，而基于学习的方法则需要大量计算资源和大型数据集，往往超出无人驾驶飞行器系统的能力范围[7][8]。

我们提出了一种信息论框架，通过量化控制回路中的互信息来提升模型预测控制（MPC）的自适应能力。该方法利用基于信息和熵的度量指标，衡量 MPC 使其控制决策与系统动力学相一致的有效程度。具体而言，我们计算互信息 MI(S,A;S′)，其中 S 表示系统状态（MPC输入），A 表示控制动作，S′ 表示由此产生的下一状态。该指标量化了状态和动作信息对未来系统行为的预测能力，可作为模型与现实的一致性的实时度量指标。

A. 通过信息数字孪生实现双反馈

为量化控制决策与系统动力学之间的一致性，我们采用集成于双反馈框架中的基于纠缠的方法来测量互信息 MI(S,A;S′)。当控制模型与物理现实之间的一致性下降时，该设计能够实现持续监测和实时自适应。

双反馈架构（如图 1 所示）由两个嵌套回路组成。内环执行标准的模型预测控制（MPC）任务：评估系统状态、优化轨迹并生成控制动作。外环通过信息数字孪生（IDT）实现，负责监测 MPC输入（例如参考轨迹）、控制动作与系统响应之间的互信息。

XXX-X-XXXX-XXXX-X/XX/$XX.00 ©20XX IEEE

与缺乏内置自我评估机制的传统 MPC 不同， [11], IDT 利用纠缠度量检测控制模型与实际系统行为之间的差异。当这些偏差超过预设阈值时，IDT 会生成自适应信号，以重新校准模型预测控制参数，从而确保稳定性，而无需彻底改造模型。这种方法显著增强了系统在动态条件下的韧性， [12], 因此尤其适用于不可预测环境中的无人机导航等应用场景[13]。

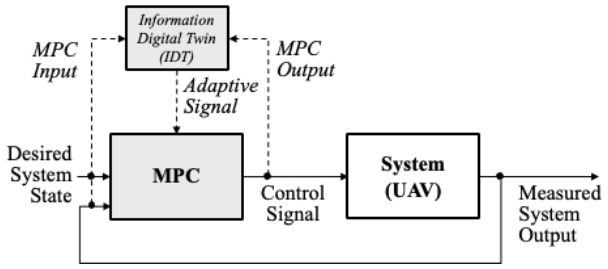

图1. 自适应模型预测控制的双反馈架构示意图。内环（实线）通过比较参考输入与系统输出来计算控制动作。外环（虚线）由IDT驱动，评估输入输出关系以产生自适应信号，从而在保持稳定性的同时实现实时调整。

B. 理论基础与计算可行性

本文定义了我们方法的数学框架，并评估其计算可行性。尽管缺乏实验验证，我们仍对实施要求及其与控制理论的联系进行了严格分析。纠缠计算基于离散化状态-动作空间上的概率分布，对N个分箱需要O(N)次运算，并与主模型预测控制优化并行运行，从而保持较低的计算开销和最小的时间影响。

我们的纠缠度量为传统控制度量提供了信息论补充。与可观测性（根据输出进行状态推断）和可控性（状态可达性）不同，纠缠评估控制器模型对真实输入输出动态的反映程度。通过关注信息流而非误差跟踪，这些度量能够及早检测模型与现实不匹配，从而在性能明显下降之前实现主动适应。

II. 相ELATED 关ORK工作

早期将信息论融入控制系统的尝试，例如 Saridis 的基于熵的方法 [14], 和 Feldbaum 的双重控制 [15], , 奠定了重要基础，但受计算限制所限。这些思想推动了随机控制的发展，但其复杂性限制了广泛应用。

此后，现代自适应模型预测控制（MPC）方法应运而生，以应对不确定性。鲁棒模型预测控制 [16], 侧重于最坏情况，往往以牺牲响应能力为代价；而自适应模型预测控制 [17], 则需要精确的特定应用调参。基于学习的模型预测控制 [18], 采用数据驱动技术，但面临可解释性和数据依赖性方面的挑战，因此这些方法具有领域特异性，且缺乏通用度量。

信息论方法进一步推动了该领域的发展。熵已用于量化不可预测性 [19], , 互信息则用于评估控制性能 [20]。Touchette 和 Lloyd [21] [22], 率先提出了这一视角，通过优化信息流来改进控制，但其关注点仍局限于静态关系或成对关系。Chernyshov [1] 指出了一个关键缺口：这些方法很少处理动态的多组件交互或实时适应能力。

传统双反馈架构等实际方案，例如双环控制 [24], , 能够管理扰动，但不会直接监测信息模式。类似地，数字孪生 [25] 可在控制应用中复现物理行为，以实现监测和预测，具有显著价值。然而，它们通常忽略信息流动态。相比之下，我们的信息数字孪生（IDT）通过追踪实时纠缠度量，进一步拓展了这一概念，使系统能够在性能下降之前及早检测系统不匹配。

以往针对控制的信息论方法虽已探索熵和互信息，但通常缺乏在连续控制系统中计算这些量的具体方法。我们的方法通过离散化状态、动作和结果空间（即将连续值划分为有意义的区间，或称“分箱”，以供统计分析），弥补了这一不足，从而能够根据实时运行数据实时计算概率分布和熵。这种离散化不仅可以精确测量信息关系，还能生成具有区分度的信号，以指导有针对性的控制调整。通过将连续变量映射到具有物理意义的分箱中，我们能够依据状态、动作和结果之间不断变化的依赖关系进行实际适配——这是早期大多停留在理论层面的框架所不具备的能力。

III. INFORMATION AND ENTANGLEMENT BACKGROUND

本节从通信视角审视模型预测控制（MPC）等控制系统，为纠缠学习（EL）奠定信息论基础。从这一视角来看，MPC会生成控制动作，以塑造MPC输入、控制动作与无人机响应之间的统计依赖关系。控制系统本质上会降低系统行为的不确定性，因此信息论是分析其性能的自然视角。我们的目标是运用信息论度量量化这些关系，并展示它们在动态条件下维持MPC一致性的潜力。

我们首先概述通信理论对信息的定义，随后探讨信息如何刻画MPC在状态转移过程中维持依赖关系的作用。最后，我们借鉴量子力学中的纠缠概念，对MPC所有动态过程中的多重信息关系进行度量。

A. 信息即不确定性降低

香农将信息定义为：在已知另一个变量的情况下，对一个变量的不确定性所减少的程度 [26]。以比特为单位衡量，它量化了知晓来自信源的消息后，信号的不确定性减少了多少

目的地接收到的信号。在通信系统中（图 2 上方示意图），这一过程包括通过信源编码表征消息的统计特征、通过信道编码应对传输过程中的不确定性，以及在目的地进行解码，从而即使存在通信错误，也能恢复原始消息。这一框架从根本上依赖变量之间的统计依赖关系，以及反映初始不确定性的先验分布。

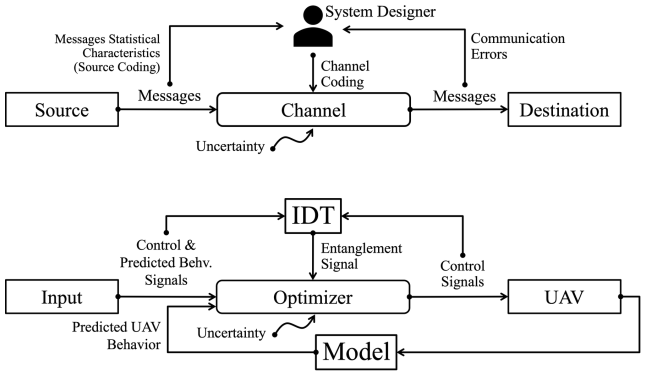

图 2. 通信与控制系统的对应关系。上方示意图描绘了传统通信系统：人工设计者根据消息统计特性和预期噪声设定固定的信源编码和信道编码。下方示意图展示了我们的纠缠学习方法，其中信息数字孪生（IDT）取代人工设计者，持续监测控制输入与系统行为之间的信息模式，为优化器提供自适应信号。这一对应关系凸显了从静态、由设计者定义的关系，向动态、持续测量的信息依赖关系的转变。

B. 将控制系统视为通信信道

像模型预测控制这样的控制系统与这一通信模型相对应（图 2，下方示意图），[21]。控制输入充当信源，生成消息（预测行为信号），这些消息经过优化器（信道），产生影响系统（目的地）的控制信号。在传统模型预测控制中，人工设计者会在状态、控制量和响应之间设定固定的统计依赖关系——这类似于针对预期噪声条件设计的通信系统。当运行工况发生变化时，这些固定关系便无法再有效传递期望行为的“消息”，因此需要手动重新设计。

相比之下，启用纠缠学习的MPC系统将这些统计依赖关系视为动态变化的。信息数字孪生（IDT）会持续监测并计算优化器输入S、动作A与结果状态S′之间的互信息MI(S,A;S′)。 IDT通过纠缠度量评估对齐情况，并向优化器生成实时自适应信号。利用这些信息，优化器会调整控制参数，在系统动力学变化时维持结构化依赖关系。与传统MPC不同，纠缠学习无需人工干预即可确保持续进行模型精化。

C. 纠缠作为束缚信息

纠缠学习（EL）引入束缚信息的概念，用来描述控制系统内部动态相互锁定的关系。束缚信息指受其对其他变量的依赖关系所约束的信息，也就是说，一个变量发生变化时，其他变量也需要做出相应调整，以维持系统的连贯性。这个概念超越了互信息的范畴：互信息用于量化变量在特定时刻的静态统计依赖关系，却无法体现条件发生变化时持续相互适应的需求。

在模型预测控制（MPC）中，状态S、控制动作A和下一状态S′在设计上紧密相连，构成一个系统：其中一个组成部分（例如新的控制动作）发生变化时，其他部分也需要相应调整，才能维持性能。以一架在变化的风况中飞行的无人机为例。动作A与响应S′之间的互信息（MI）衡量它们在特定时刻的相关性；如果风况发生变化，MI只会更新以反映新的关系，却无法为如何适应提供指导。相比之下，纠缠——在此指根据MPC模型衡量S、A和S′共同演变紧密程度的指标——能够检测这种关系何时偏离预期。例如，如果阵风扰乱了推力与高度之间的预测关联，纠缠就会向控制器发出适应信号，从而确保系统一致性。

因此，在 EL 的语境中，纠缠不仅仅是一种测量方式，更是确保系统韧性的机制。信息数字孪生（IDT）通过量化束缚信息，持续监控系统各组件之间的协调情况。一旦出现偏差，它便会生成自适应信号，促使优化器在性能恶化之前调整控制策略。

D. 纠缠度量作为性能指标

在确立束缚信息作为纠缠学习的基础后，我们现在转而探讨其实际意义。由这一概念推导出的纠缠度量，可作为系统性能的实时指标。这些度量量化了系统各组件之间绑定信息关系的强度和质量，提供了一种通用的控制有效性衡量标准，不受特定领域性能指标的限制。

这些度量——基础纠缠（衡量束缚信息的整体强度）、不对称性（识别绑定关系中哪个组件正在减弱）以及记忆（量化信息绑定随时间持续的程度）——共同评估系统在不同状态、动作和结果之间的依赖关系。三者共同构成一种信息论特征，既能检测绑定关系何时减弱，也能诊断哪些具体关系需要加强。这使系统能够采取有针对性的自适应策略，即使条件发生变化，也能维持系统一致性，而且通常能在传统性能指标发现问题之前做到这一点。以下章节将以数学形式阐述这些度量，并展示它们在理论上如何指导具体的模型预测控制参数调整。

IV. Entanglement Learning Framework

EL框架应用信息论原理，量化系统[29] [30]的输入状态、动作与结果状态之间的相互可预测性。依托基于信息的度量，纠缠学习评估优化器在模型预测控制情境下的有效性，以

将其输入——例如系统模型预测、约束和目标——转化为能够实现期望结果的控制动作。这些度量被称为纠缠度量，为模型预测控制提供通用的自参照机制，用于检测性能偏差，从而能够以最少的人工干预进行实时调整。

EL框架（图3）通过与优化器并行运行的IDT与模型预测控制相集成。IDT持续监测三个关键变量：优化器的输入状态（预测状态、代价和约束）、其生成的控制动作，以及执行这些动作后的结果状态。

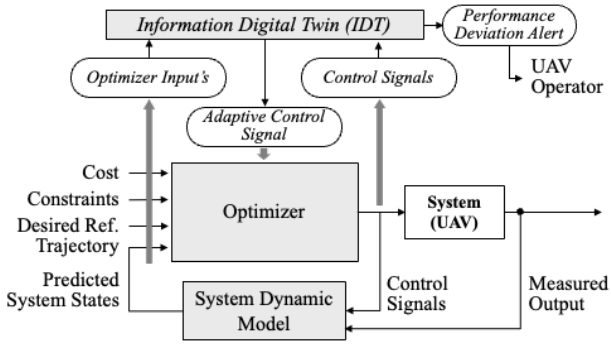

图3. 模型预测控制架构的示意图，描绘了优化器输入（预测状态、代价评估、当前约束和期望轨迹）的流向，以及作为控制指令的输出。

通过根据这些变量的概率分布计算纠缠度量，IDT识别预测行为与实际行为之间的偏差，并生成自适应信号以调整模型预测控制参数，同时保留优化器的核心功能。

A. 纠缠度量

纠缠度量以比特为单位，量化MPC系统内信息关系的不同方面。这些度量源自熵，熵用于衡量随机变量中的不确定性，如下所示：

$$H(X) = -\sum p(x) log^2 p(x) \quad (1)$$

其中*p(x)*是每个可能取值的概率。较高的熵表示更大的不确定性，而变量之间的互信息则表示不确定性降低。图4将这些熵关系示为三个熵区域的维恩图：H(S)表示系统状态，H(A)表示控制动作，H(S')表示结果状态。

图 4 通过维恩图展示了初始系统状态 H(S)、控制动作 H(A) 与结果状态 H(S′) 之间的熵关系。图中的重叠区域表示这些变量之间共享的互信息，以直观的方式揭示了它们的统计依赖关系。

具体而言，中心重叠量记为 MI(S,A;S′)，它定义了基础纠缠 ψ，用于量化状态和动作如何共同影响未来状态。其他重叠量，例如 MI(A;S′) 和 MI(S;A)，则捕捉了纠缠中的不对称性，反映了

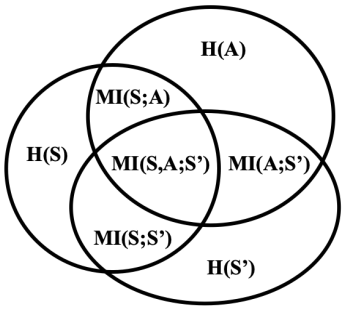

图 4. 展示状态 H(S)、动作 H(A) 和结果状态 H(S′) 的熵区域的维恩图，重叠部分表示互信息：MI(S,A;S′)（纠缠）、MI(A;S′)、MI(S;A)（不对称性）和 MI(S;S′)（记忆）。

动作和状态的方向性贡献，而 MI(S;S′) 表示纠缠记忆，将过去与未来状态联系起来。这种结构超越了简单的成对相关性，从多变量视角呈现了系统一致性。基于这些熵关系，我们定义了三种互补指标，用于捕捉控制器-系统对齐的不同方面：

基础纠缠 (ψ)：衡量组合状态-动作对与结果状态之间的互信息，用于量化控制系统的整体可预测性：

$$\psi = I(S,A;S') = H(S,A) + H(S') - H(S,A,S') \quad (2)$$

该指标评估优化器的决策在实现预期飞行行为方面的有效性。在 MPC 系统中，纠缠表示优化器对当前状态和所选控制动作的了解，能够多有效地预测未来的系统行为。纠缠度越高，表明控制器模型与实际无人机动力学的吻合程度越高；纠缠度下降则意味着控制有效性减弱，因此需要及时关注，以防止轨迹跟踪性能下降。

纠缠不对称性（$\Lambda\psi$）：量化系统中不同信息路径之间的不平衡：

$$\Lambda\psi = MI(A;S') - MI(S;A)$$

$$= [H(A) + H(S') - H(A,S')] - [H(S) + H(A) - H(S,A)] \quad (3)$$

该指标诊断性能问题的根本原因，区分其是源于无人机模型与实际飞行动力学之间的差异，还是源于过于严格的优化约束。正不对称性表明控制执行存在限制，而负不对称性则表明预测模型存在误差。这一洞察直接指导纠正动作，例如更新动力学模型参数或放宽约束以恢复性能，从而实现有针对性的干预，而非笼统的重新校准。

纠缠记忆（$\mu\psi$）：衡量系统在不受控制动作影响时的自然可预测性：

$$\mu\psi = MI(S;S') = H(S) + H(S') - H(S,S') \quad (4)$$

该指标用于识别无人机对控制动作的响应随时间出现的不一致，这通常表明存在风况模式等环境影响，或车辆动力学发生变化。记忆反映了系统状态在不受干预时演变的一致性，从而揭示潜在的环境动力学。记忆降低时，说明系统行为中此前可靠的模式正在发生变化，可能需要立即更新系统模型以保持性能。

这些度量共同构成控制器-系统对齐的综合信息论特征。以比特计量的这些度量偏差，会依据其幅度和模式指导模型预测控制的自适应。轻微偏差会促使自动调整优化权重和约束，而显著变化则可能提醒操作人员需要进行模型再辨识或问题重构。这些度量协同发挥作用，同时提供检测与诊断——例如，风扰动期间不对称性增大可能触发对预测模型参数的更新，而记忆下降则可能表明需要延长预测时域，以应对演变较慢的环境影响。通过量化信息关系而非仅仅跟踪误差，纠缠框架能够更早、更有针对性地适应不断演变的条件。

B. 纠缠框架假设

MPC系统中纠缠学习（纠缠学习）所依据的假设认为，模型预测控制的有效性可以通过分析信息模式和梯度来系统量化。这些模式衡量优化器的输入状态、其输出控制状态以及后续输入状态（包括无人机响应）之间的相互可预测性。在数学上，我们假设模型预测控制的性能与纠缠度量按如下方式相关：

$$P(t) \propto f\big(\psi(t), \Lambda\psi(t), \mu\psi(t)\big) \tag{5}$$

其中，P(t)表示控制器性能（例如跟踪精度、稳定性裕度），而f是纠缠度量的单调递增函数。此外，我们提出，这些度量的时间梯度能够预测性能变化：

$$\Delta P(t+\tau) \propto g\big(\Delta\psi(t), \Delta\Lambda\psi(t), \Delta\mu\psi(t)\big) \tag{6}$$

其中，τ 表示度量变化与可观测性能影响之间的时间延迟，g 则反映性能对度量变化的敏感度。我们假设，较高的相互可预测性（即纠缠）对应着更出色的轨迹跟踪能力和系统稳定性。如果这一假设得到验证，这些纠缠模式便可帮助 IDT 在性能退化影响飞行安全之前及时检测到它。借助这些预测能力，便能及时更新模型或调整优化参数，同时维持模型预测控制的基本稳定性。

V. Defining 该模型预测控制 Entanglement Model

将纠缠学习框架应用于模型预测控制，需要深入理解优化过程中的关键信息流。MPC优化器将输入——这些输入源自系统动态模型的预测、代价函数和约束——转换为引导系统行为的控制信号。通过分析这些输入、由此产生的控制动作以及随后的模型预测的概率分布，可以定义纠缠度量。这些度量用于量化优化器的目标与实际系统行为之间的一致性。本节将为MPC系统定义这些度量，说明如何解读其模式，并展示如何利用它们指导具体的参数调整，从而在条件变化时维持性能。

*A. MPC-EL*框架集成

在运行期间监测MPC优化器输入与输出之间的关系，对于评估其有效性至关重要。该优化器处理了多路输入流，包括来自系统动态模型的预测状态、代价评估、当前约束和期望轨迹（见图3）。这些输入共同构成了优化器的输入状态。优化器的输出被记录为控制指令，构成其系统的动作状态。这些输入状态与输出状态为计算纠缠度量奠定了基础。

IDT通过分析各个优化周期中各类优化器输入状态与控制动作的出现频率，评估模型预测控制的性能。它考察其互信息模式与梯度，从而构建EL指标。这些以比特表示的指标刻画了优化器的行为模式。IDT通过跟踪这些指标及其随时间变化的趋势，量化优化器使其决策与无人机飞行目标相一致的有效程度。

B. 使用 *EL* 指标解读模型预测控制的性能

对于 MPC 系统，纠缠（ ψ ）表示根据给定输入及其对应动作预测期望结果的能力。其定义如下：

$$Ent, \psi = MI\left(\begin{matrix} Optimizer\ inputs, control\ actions; \\ Next\ Optimizer\ inputs \end{matrix}\right) \tag{7}$$

其中，MI 表示互信息。纠缠度量控制动作实现预期结果的有效程度。在每个优化周期中，系统根据预测状态、代价、约束和期望轨迹等输入生成控制动作。这些动作会为下一个周期产生新的输入，从而表明初始动作是否达到了预期效果。高纠缠意味着控制动作有效，而纠缠降低则表明存在性能问题。

基础纠缠反映了模型预测控制维持对无人机行为控制的能力。基础纠缠下降表明控制可靠性降低，这可能是模型与实际飞行动力学不匹配，或优化约束过于严格所致。例如，不可预测的风况模式或电池电量降低会削弱控制有效性，导致纠缠在轨迹跟踪明显恶化之前就开始下降。这一早期预警有助于主动适应。

当基础纠缠低于既定阈值时，IDT 可能会生成自适应信号，以调整关键优化器参数。此类调整可能针对预测时域和代价函数权重。例如，可以缩短预测时域，以便聚焦于更可靠的近期预测：

$$Np_{adapted} = \max(Np_{min}, Np_{nominal} \cdot (1 - \beta \cdot (\psi_{baseline} - \psi_{current})/\psi_{baseline})) \quad (8)$$

其中，β 表示灵敏度因子。同样，也可以重新平衡代价函数权重，以强调更可靠的控制方面，暂时优先考虑与系统响应保持较高互信息的目标。这些概念性的调整机制说明了如何将纠缠度量转化为具体的参数自适应，同时维持系统稳定性。

纠缠不对称性（$\Lambda\psi$）有助于洞察模型预测控制性能问题的根本原因，并指导采取纠正措施。不对称性显著增加，通常表明优化约束已变得过于严格，迫使系统采取僵化行为而牺牲适应能力，从而导致低效或过于激进的飞行动作。相反，如果不对称性仅略有变化，而纠缠程度却在下降，则表明动力学模型存在根本性问题。这种偏差可能导致优化器作出看似合理、却无法实现预期结果的决策。这些洞察有助于实施有针对性的干预：调整优化参数以增强灵活性，或完善动力学模型，使其更准确地反映无人机当前的运行工况。

当不对称性超过特定阈值时，IDT 可以根据其变化方向实施相应的参数调整。正向不对称性可能会触发与测量偏差成比例的约束放宽：

$$u_{bound,adapted} = (1 + \alpha \cdot \max(0, \Lambda\psi)) \cdot u_{bound,nominal} \quad (9)$$

其中，α 决定适应灵敏度。这将使控制器能够在必要时暂时超出名义输入限制，以维持性能。不对称性为负可能会促使更新动力学模型参数，尤其是与外力相关的参数：

$$c_{drag,adapted} = c_{drag,nominal} \cdot (1 - \gamma \cdot \min(0, \Lambda\psi)) \quad (10)$$

其中，γ 用于缩放适应效应。这些概念性机制说明，不对称性模式如何能够为针对错位具体来源的精确调整提供依据，而不是对整个控制系统进行一般性重新校准。

纠缠记忆（$\mu\psi$）评估系统模型持续表征无人机动态行为的能力，且独立于控制动作。较高的记忆值表明模型与实际飞行动力学之间的状态演化预测可靠。例如，记忆下降凸显了更新动力学模型的必要性，以使其与新飞行条件下的当前无人机行为相一致。该指标对于识别至关重要需要模型精化的情形，这不同于为维持整体性能而对优化器参数进行调整。

当纠缠记忆值下降到既定阈值以下时，IDT 可以触发专注于控制问题时间层面的适应。一种可能的调整是修改控制器的采样时间，以便更好地捕捉不断变化的动力学：

$$T_{s,adapted} = \max(T_{s,min}, T_{s,nominal} \cdot (1 - \delta \cdot (\mu_{\psi,baseline} - \mu_{\psi,current})/\mu_{\psi,baseline})) \quad (11)$$

其中，δ 表示一个灵敏度参数。此外，记忆下降可能表明需要调整状态估计滤波器参数，以便更好地考虑不断变化的环境条件。这可能包括增大过程噪声协方差矩阵的元素，使近期测量值相对于模型预测获得更高权重：

$$Q_{adapted} = Q_{nominal} \cdot (1 + \varepsilon \cdot (\mu_{\psi,baseline} - \mu_{\psi,current})/\mu_{\psi,baseline}) \quad (12)$$

这些概念性适应说明，记忆指标如何能够为时间参数和状态估计组件的具体调整提供依据，帮助控制器与不断变化的系统动力学保持一致。

尽管这些度量评估了模型预测控制性能的不同方面——整体可预测性、性能退化来源和模型保真度——但它们之间存在重要的相互依赖关系。这种相互关系使 IDT 能够定位性能问题并提出有针对性的干预措施。图 5 [31], 展示了强化学习智能体训练期间的纠缠度量，说明信息论如何刻画控制系统动力学。从初始探索到策略发展，学习过程中的各种模式表明，互信息和熵能够自然地捕捉不断演变的状态-动作关系。对于基于模型预测控制的无人机控制器，类似的信息模式可以刻画控制器-飞行动力学，为监测系统行为提供数学框架；偏离既定基线特征则表明存在需要调整的不匹配。

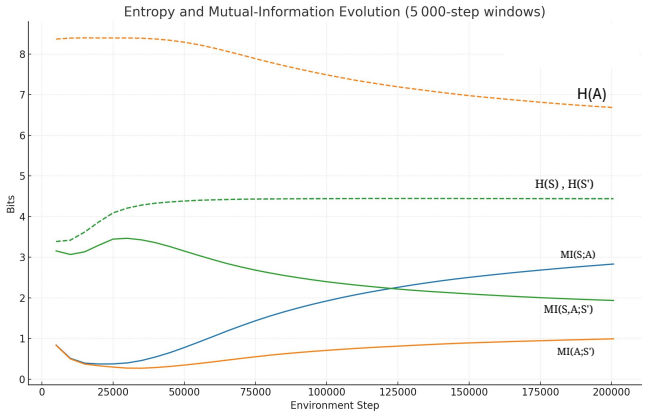

图5. 强化学习智能体在20万训练步上的学习动态的信息论刻画，说明熵与互

信息度量能够捕捉不断演变的控制行为——这一原理同样适用于基于MPC的控制系统。

C. 离散化与计算可行性

该框架将模型预测控制中的连续变量离散化为有限个分箱，以便计算纠缠度量，从而能够计算概率分布。优化器输入包括预测状态、代价值、约束和期望轨迹，并根据与运行意义相符的自适应范围进行分箱。预测状态根据无人机飞行包线限制进行分组，代价值在典型阈值附近进行分箱，约束则围绕激活边界进行分类。控制动作根据执行器分辨率和物理限制进行离散化。该分箱策略优先确保关键范围内的分辨率，因为这些范围对精度要求较高；而在极端范围内则采用更宽的分箱，以提高计算效率。

通过对算法效率和系统资源分配进行策略性优化，可以确保该框架在计算上切实可行。信息数字孪生（IDT）将在专用处理器上运行，负责处理概率更新并计算熵和互信息，而不占用模型预测控制（MPC）处理器的资源。这种分离确保模型预测控制能够专注于主要优化任务，而不会造成性能下降。

从计算角度看，纠缠计算的复杂度随离散分箱数量线性增长，即 O(N)，其中 N 通常为每个维度 40–50 个。对于三维系统，总计 120–150 个分箱，只需进行基本的算术运算和对数运算。在现代嵌入式处理器上，每个计算周期约需 5–10 微秒，远低于毫秒级的模型预测控制优化周期。

该框架通过增量概率更新最大限度地降低计算开销：仅调整受新数据影响的分箱，而非重新计算整个分布。与简单实现相比，这种方法可将计算时间缩短一个数量级。内存需求较低：对于每个维度有 40–50 个分箱的系统，通常不到 10 千字节，其中包括概率计数器的存储空间（每个分布包含 40–50 个浮点值）以及近期状态-动作对的滑动窗口。分箱操作相对于标准模型预测控制实现中本就会执行的状态采样，只增加了可忽略不计的开销，因此新增的计算负载极小。

这种职责分离使IDT能够与MPC系统并行运行，在保持实时兼容性的同时，维护核心优化操作的完整性。纠缠计算的计算负担占典型模型预测控制优化周期所需CPU资源的不到1%，确保该方法对于无人机应用中的资源受限嵌入式系统仍然具有实用性。

VI. Implementing 纠缠学习 Framework： The InformationDigital Twin

IDT是用于模型预测控制器的并行监测系统，通过实施纠缠框架来评估和维持系统性能。与复制物理系统的传统数字孪生类似，IDT通过分析状态与动作之间的关系，创建了一个关于模型预测控制性能的实时信息模型。IDT由六个主要模块组成，这些模块共同利用信息论原理测量、分析并保持模型预测控制的功能。

1. 输入处理：该模块持续监控MPC系统，捕获三类关键数据流：优化器输入（预测状态、代价、约束和期望轨迹）、已实施的控制动作，以及随后的系统响应。该模块在每个优化周期中对这些数据进行归一化和整理，以便计算概率分布，并维护近期数据的滑动窗口，以支持实时分析。

2. EL度量计算：该模块使用处理后的数据流计算三项核心纠缠度量。利用近期优化周期内输入状态和控制动作的概率分布，计算用于评估整体可预测性的纠缠度量（ψ）、用于评估性能不平衡的不对称性（$\Lambda\psi$），以及用于评估模型精度的记忆（$\mu\psi$）。这些计算与MPC系统同时运行，确保不影响控制时序。

3. EL基线定义：在经验证达到最优性能的时段内，确立纠缠度量的参考值。模型刻画不同运行工况下度量的典型变化，并制定自适应阈值，以适应预期变化。随着运行数据不断累积，基线逐步演化，为识别显著偏差提供更精确的参考。

4. 失准检测：持续将当前纠缠度量与基准值进行比较，以识别显著偏差。该模块评估 EL指标的幅度、模式和梯度，并应用自适应阈值，以考虑不同运行阶段。超过这些阈值的偏差会触发更深入的性能分析，同时滤除正常波动。

5. 对准恢复分析：该模块通过检查纠缠、不对称性和记忆的相对变化来诊断问题，并判断偏差是否源于模型不准确、优化缺陷或环境因素。分析即时趋势和长期趋势后，提出有针对性的自适应策略建议。

6. 反馈生成：根据分析结果生成两类输出：针对轻微偏差的自适应信号，用于调整模型预测控制参数（例如预测时域或约束权重）；以及针对需要进行系统级更新的重大问题发出的详细警报。根据性能偏差的影响和紧迫程度确定反馈优先级

，从而能够及时有效地采取干预措施。

信息数字孪生框架可在高保真仿真环境中进行验证，该环境能够复现无人机动力学和模型预测控制运行。初步测试通过受控改变风况或飞行器参数等因素，评估纠缠度量的敏感性以及自适应响应的有效性。仿真全面评估了自动调整和操作员警报，且不会对物理系统造成风险。此外，仿真还提供了受控环境，可在适应过程中系统地验证稳定性保证，并在实际部署前明确性能限制。

VII. 纠缠学习otential 潜pplications 应用 及与 影响mpact

尽管纠缠学习仍是一个有待实证验证的理论构想，但其以香农信息论为基础，为衡量和优化系统行为提供了稳健的数学框架。纠缠学习的适用范围不限于无人机控制，还可扩展至任何需要自适应性能的模型预测控制实现。例如，自动驾驶车辆可利用纠缠学习监测不同驾驶条件下的轨迹优化，而工业过程控制则可在系统老化或运行工况变化时维持最优性能。纠缠学习通过引入以比特表示的通用度量，为量化和调整控制器行为提供了标准化方法。必须在不同应用领域开展严格测试，以验证其效用并制定实用的实施指南，其中包括区分由环境因素引起的性能变化与由传感器退化导致的变化。

VIII. Conclusion

本研究提出了一种新颖的框架，用于增强模型预测控制（MPC）系统的自适应能力。与现有侧重于单个组件的方法不同，我们的方法利用信息论构建通用度量，以监测并维持MPC在条件变化时的性能。该方法通过非侵入式信息数字孪生（IDT）实现，可在不影响稳定性或系统架构的前提下，使现有系统能够实时自适应。这标志着自主控制领域的一项重要进展，有助于在多样且动态的环境中优化性能。

IX. 工uture 作

本研究为将纠缠学习（EL）作为MPC系统中的并行监测与自适应层集成奠定了概念基础。IDT以非侵入且保留架构的方式增强现有MPC架构的自适应能力，无需从根本上重新设计控制算法。未来研究将优先通过实证研究验证该框架在无人机控制应用中的效果，拓展其在其他MPC变体中的适用性，例如分布式MPC和随机模型预测控制，并优化计算效率，以便在资源受限环境中实时部署。

拟议的转型路线图包括以下阶段：(1) 在高保真无人机仿真中进行验证。(2) 与飞行控制器开展硬件在环测试。(3) 在限制空域内进行控制器飞行测试。(4) 逐步部署于复杂的自主运行任务中。每个阶段都将评估纠缠学习对模型预测控制的适应性、稳定性和控制性能的影响，同时制定切实可行的实施指南。

参考文献

[1] D.-N. Bui 等，“无人驾驶飞行器最优运动规划的模型预测控制”，2024，arXiv预印本 arXiv:2410.09799。[2] Y. Peng 等，“无人驾驶飞行器与车辆编队系统的分布式模型预测控制：综述”，Intell. Robot. 2024，4，293–317页。http://dx.doi.org/10.20517/ir.2024.19。[3] A. Taher Azar 等，“考虑传感器不确定性的无人驾驶飞行器优化模型预测控制”，2022年国际控制、自动化与诊断会议（ICCAD），葡萄牙里斯本，2022，1–6页，doi: 10.1109/ICCAD55197.2022.9869421。[4] C. J. Stamouli 等，“具有保形预测保证的动态环境递归可行缩短时域MPC”，动力学与控制学习会议，2024。[5] R. Sinha 等，“通过不确定性消除实现自适应鲁棒模型预测控制”，2022，ArXiv abs/2212.01371。[6] M. Krstić、P. V. Kokotovic、I. Kanellakopoulos，“非线性与自适应控制设计”，1995。[7] M. Wei、L. Zheng、Y. Wu、H. Liu、H. Cheng，“不确定扰动下多架无人机的安全学习型控制”，载于IEEE自动化科学与工程汇刊，21，4，7349–7362页，2024年10月，doi: 10.1109/TASE.2023.3341470。[8] Z. Wu 等，“基于机器学习的模型预测控制方法教程式综述”，化学工程评论，2024。[9] D. Bertsimas、M. Sim，“鲁棒性的代价”，运筹学，2004，52，35–53页。[10] J. A. Paulson、M. Ali，（2020）“具有稳定性和约束满足保证的近似闭环鲁棒模型预测控制”，IEEE控制系统快报4，2020，719–724页。[11] D. Q. Mayne（2014）。“模型预测控制：最新进展与未来展望”，*Automatica*，50(12)，2967-2986。[12] C. Liu 等（2019）。“无人机轨迹跟踪的鲁棒模型预测控制”，*IEEE*控制系统技术汇刊，27(2)，842-849。[13] K. Alexis 等（2011）。“阵风条件下四旋翼飞行器轨迹跟踪的自适应控制”，*IEEE*控制系统技术汇刊，19(3)，654-664。[14] G. N. Saridis（1979）。“迈向智能控制的实现”，*IEEE*会刊，67(8)，1115-1133。[15] A. A. Feldbaum（1960-61）。“双重控制理论”，自动化与遥控，第I-IV部分，21-22。[16] A. Bemporad 和 M. Morari（1999）。“鲁棒模型预测控制：综述”，控制与信息科学讲义，245，207 226-。[17] V. Adetola 和 M. Guay（2010）。“受约束非线性系统的自适应模型预测控制”，系统与控制快报，59(6)，320-326。[18] L. Hewing 等（2020）。“基于高斯过程回归的谨慎模型预测控制”，*IEEE*控制系统技术汇刊，28(6)，2736-2743。[19] N. C. Martins 和 M. A.（2008）。“噪声信道存在时的反馈控制”，*IEEE*自动控制汇刊，53(6)，1604-1615。[20] T. Tanaka 等（2017）。“具有最小定向信息的线性二次高斯控制”，*IEEE*自动控制汇刊，62(1)，37-52。[21] H. Touchette 和 S. Lloyd（2004）。“研究控制系统的信息论方法”，*Physica A*：统计力学及其应用，331(1-2)，140-172。[22] H. Touchette 和 S. Lloyd（2000）。“控制的信息论极限

[23] K. Chernyshov（2023）。“辨识与控制框架中的信息论”，*IEEE 俄罗斯自动化会议（RusAutoCon）*，第 1–6 页。[24] J. H. Lee 等（1994）。“模型预测控制的状态空间解释”，*Automatica*，30(4)，707–717。[25] F. Tao 等（2019）。《数字孪生驱动的智能制造》，学术出版社。[26] C. E. Shannon 与 W. Weaver（1949）。《通信的数学理论》。伊利诺伊大学出版社。[27] A. Richards，（2023）“鲁棒自适应模型预测控制讲座。斯坦福自主系统实验室”，。访问日期：[12/05/25]。https://stanfordasl.github.io/aa203/sp2223/pdfs/lecture/ lecture_13-14.pdf。

[28] J. P. Allamaa 等（2024）《利用并行化数字孪生实现自动驾驶的基于学习的非线性模型预测控制自适应》，arXiv abs/2402.16645。[29] W. Hafez，《信息即纠缠——通用人工智能框架》，载于：Goertzel、B. 等（编），AGI 2022。Springer计算机科学讲义，第 13539 卷（2023）：第 20–29 页。[30] T. F. Varley，《复杂系统科学家的信息论》，2023 年 *arXiv* abs/2304.12482。[31] Reid、C.、Hafez、W. 与 Nazeri、A.（2025）。《互信息追踪强化学习中的策略一致性》。arXiv 预印本，arXiv:2509.10423。