含光学参量放大器的激子光力学中的非互易纠缠

Zhen-Sen Lin, [1,*] Rui Zhang, [1,*] Zi-Wei Jiang, [1] Wen-Quan Yang, [1] Ya-Feng Jiao, [2,†] Hui Jing, [1,2,‡] and Le-Man Kuang[1,2,§]

[1] *Key Laboratory of Low-Dimensional Quantum Structures and Quantum Control of Ministry of Education, Hunan Research Center of the Basic Discipline for Quantum Effects and Quantum Technologies, XJ-Laboratory and Department of Physics, Hunan Normal University, Changsha 410081, China*

[2] *Academy for Quantum Science and Technology,Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China*

我们研究了含光学参量放大器的旋转激子光力学系统（EOMS）中的非互易双体纠缠与三体纠缠。我们证明，在实验可行的参数下，可以实现光子、激子与声子之间的非互易纠缠。我们发现，由萨尼亚克效应诱导的非互易纠缠可通过光学参量放大器进行调控。特别地，我们表明光学参量放大器显著增强光子-激子纠缠和三体纠缠，但会削弱光子-声子纠缠和激子-声子纠缠。此外，我们发现光子-激子非互易纠缠不仅可在室温乃至更高温度下产生，而且对腔耗散表现出高度鲁棒性。我们的工作为操控室温非互易纠缠开辟了一条途径，这可能有助于发展非互易量子技术。

arXiv:2603.01397v1 [quant-ph] 2 Mar 2026

一、引言

量子纠缠 [1–11, 18]描述量子力学系统之间的一种关联，这种关联在经典物理学中并不存在。它不仅是量子力学的核心，也是新兴量子信息技术[19–23], 不可或缺的量子资源，可用于量子计算、量子通信和量子精密测量。腔光力学系统 [12–15] 已成为研究宏观量子系统 [16, 17, 24–28] 基础物理以及精密传感 [29–32]实际应用的重要平台。在腔光力学系统中，腔场对可动镜施加辐射压力，从而改变机械模式的共振频率和阻尼率。同时，弹簧的机械振动会调制可动镜的位置，进而改变腔长和光学共振频率。腔光力学系统中机械和光学响应的共振增强，使人们能够对多种物理量进行精密传感，包括位移、质量、力、加速度、磁场和超声波。近年来，得益于基态冷却 [33取得的显著进展，人们开始高度关注如何在腔光力学系统 [37–49]中产生和操控量子纠缠。两个振子之间的量子纠缠已在实验中实现 [50–53]。

激子光机械系统（EOMS）是一种新型混合光机械系统，具有激子-光子耦合和声子-光子耦合。该系统已在 GaAs/AlAs 量子阱（QW）微腔中通过实验实现 [54–58]。微腔激子极化激元具有许多优势 [54, 55, 59, 60] ，例如强光-物质耦合、低泵浦强度、强非线性效应和高品质因数。因此，人们在激子极化激元中发现了许多新颖独特的现象，例如室温极化激元凝聚 [61, 62], 、超流性 [63], 、双稳态 [64–66], 以及光机械诱导透明 [67–69]。与此同时，激子极化激元在设计先进极化激元器件方面也具有潜在应用，例如极化激元激光器 [70], 、极化激元自旋开关和存储器 [71, 72], 、极化激元晶体管 [55, 73, 74], 以及极化激元隧道二极管 [75]。尤其是，激子光机械系统中的量子纠缠 [76] 也已得到研究。研究表明，可以实现稳态激子-光子纠缠或极化激元-极化激元纠缠；通过改进 EOMS 的相关实验参数，还有望获得室温极化激元纠缠 [77]。然而，在 EOMS 中实现非互易双体和三体纠缠的可能性仍未得到探索。

本文研究了带有光学参量放大器（OPA）的旋转EOMS中的非互易纠缠。我们证明，在实验可行的参数下，该系统中的光子、激子和声子之间可以实现非互易纠缠。我们发现，萨格纳克效应诱导的非互易纠缠可以通过OPA进行调控。特别是，我们表明，OPA显著增强了光子-激子纠缠和三体纠缠，但削弱了光子-声子和

* 共同第一作者，贡献相同
† yfjiao@zzuli.edu.cn
‡ jinghui73@foxmail.com§
lmkuang@hunnu.edu.cn

激子-声子纠缠。此外，我们发现，光子-激子非互易纠缠对热噪声和腔耗散具有很强的鲁棒性，在室温乃至更高温度下仍保持较高水平。

本文结构如下。在第II节中，我们介绍物理模型，并推导所研究系统的线性化量子朗之万方程。在第III 节和第IV节中，我们分别使用实验上可实现的参数，数值研究非互易双体纠缠和三体纠缠。最后，在第V节总结全文。

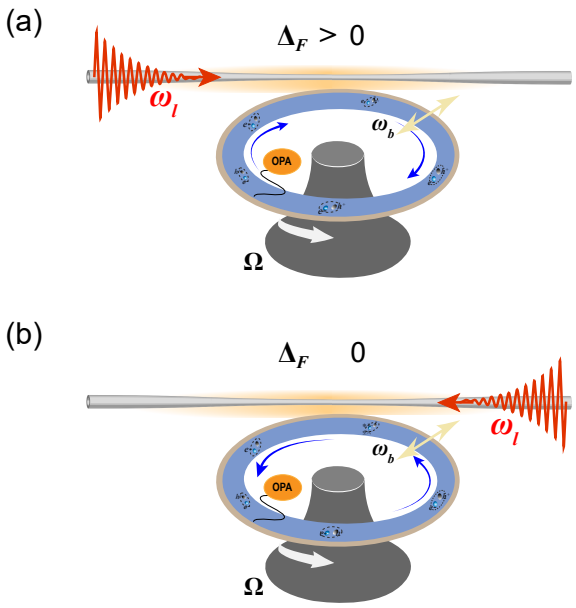

图 1. 嵌入了激子俘获量子阱（QW）和光学参量放大器（OPA）的旋转激子光机械系统（EOMS）示意图。该谐振器同时支持机械模、光学回音壁模和激子模。微波驱动可分别沿两个不同方向施加： $\Delta_F > 0$ 表示驱动场从左侧输入（a），$\Delta_F < 0$ 表示驱动场从右侧输入（b）。

II. 物理模型与量子朗之万方程

本节提出我们所研究的物理模型，介绍线性化量子朗之万方程（QLEs）的推导，并随后计算系统的稳态解。我们考虑一个由旋转微谐振腔和光学参量放大器构成的激子光机械系统，如图1 所示，其中旋转的回音壁微谐振腔通过倏逝场与一根锥形光纤耦合。微谐振腔中包含用于俘获激子的砷化铟镓量子阱（QWs）。辐射压力会激发机械径向呼吸模，产生声子。光学参量放大器（OPA）嵌入光力学腔中。量子阱由多层厚砷化铟镓层构成，并嵌入两层砷化铝镓之间。众所周知，由于旋转，光学模频率会发生萨格纳克-菲佐位移，其变换形式为

$$\omega_c \to \omega_c + \Delta_F, \tag{1}$$

$$\Delta_F = \left(\frac{nR\Omega\omega_c}{c}\right)\left(1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right), \tag{2}$$

其中 Ω 为旋转谐振器的角速度；n 以及 R 分别为谐振器的折射率和半径；而 c 以及 λ 分别为真空中的光速和光波长。色散项 $dn/d\lambda$ 表示萨格纳克-菲佐位移中可忽略不计的相对论（色散）修正。在此，我们固定谐振器沿顺时针方向旋转，因此$\Delta_F > 0$ ($\Delta_F < 0$)分别对应于从谐振器左侧（右侧）驱动谐振器的情况，如图1所示。

在以驱动频率 ω_0 旋转的参考系中，系统的哈密顿量为（$\hbar = 1$）：

$$\begin{aligned} H = {} & (\Delta_c + \Delta_F)c^\dagger c + \Delta_a a^\dagger a + \omega_b b^\dagger b \\ & + J(c^\dagger a + a^\dagger c) + g c^\dagger c(b^\dagger + b) \\ & + iG(c^{\dagger 2}e^{i\varphi} - c^2 e^{-i\varphi}) + i\varepsilon(c^\dagger - c), \end{aligned} \tag{3}$$

其中， c、 a 和 b（$c^\dagger$、 $a^\dagger$ 和 $b^\dagger$）分别是湮灭算符（产生）算符，分别对应腔光子、激子和声子，并满足对易关系$[j, j^\dagger] = 1$ （$j = c$， a， b）； ω_c、 ω_a和 ω_b是它们的共振频率。腔频率ω_c 相对于驱动场的失谐为 $\Delta_c = \omega_c - \omega_0$，激子模频率 ω_a 为 $\Delta_a = \omega_a - \omega_0$。腔光子与量子阱激子之间的拉比耦合强度为 J。腔光子与声子之间的耦合效应用单光子光力耦合强度 $g = \omega_c/R\sqrt{\hbar/(2m_{\mathrm{eff}}\omega_b)}$ 描述，其中 m_{eff} 为机械模式的有效质量。单光子光力耦合强度 g 通常较弱，但用强激光场驱动微腔可显著增强有效光力耦合。参数 G 表示光学参量放大器的非线性增益，其中 φ为驱动场的相位。最后一项对应单光子驱动，其中$\varepsilon = \sqrt{2P\kappa_c/\hbar\omega_0}$ 表示腔与频率为 ω_0、功率为P 的驱动场之间的耦合强度， κ_c为腔衰减率。

通过纳入各模式的耗散和输入噪声，我们得到以下量子朗之万方程

方程（量子朗之万方程）：

$$\begin{aligned}\dot{c} =& -[i(\Delta_c+\Delta_F)+\kappa_c]c - iJa - igc(b^\dagger+b)\\ &+2Gc^\dagger e^{i\phi}+\varepsilon+\sqrt{2\kappa_c}c^{\mathrm{in}},\\ \dot{a} =& -(i\Delta_a+\kappa_a)a - iJc+\sqrt{2\kappa_a}a^{\mathrm{in}},\\ \dot{b} =& -(i\omega_b+\kappa_b)b - igc^\dagger c+\sqrt{2\kappa_b}b^{\mathrm{in}},\end{aligned} \tag{4}$$

其中，κ_c、κ_a、κ_b 分别表示光学模、激子模和机械模的衰减率。$j^{\mathrm{in}}(t)$ $(j=c,\ a,\ b)$ 是这三个模式的输入噪声算符，其均值为零，并由关联函数 $\langle j^{\mathrm{in}}(t)\ j^{\mathrm{in}\dagger}(t')\rangle=[N_j(\omega_j)+1]\delta(t-t')$ 和 $\langle j^{\mathrm{in}\dagger}(t)\ j^{\mathrm{in}}(t')\rangle=N_j(\omega_j)\delta(t-t')$ 表征，其中 $N_j(\omega_j)=1/(e^{\hbar\omega_j/k_BT}-1)$ 是模式 j的平衡热激发平均数，T 为浴温度。

如果我们对腔光子模式施加强驱动，使得 $|\langle c\rangle|\gg 1$，就可以将系统的动力学线性化。同样，强烈的激子-光子激发交换相互作用会导致 $|\langle a\rangle|\gg 1$。因此，我们可以将一个算符写成其稳态值与一阶涨落部分之和：$j=\langle j\rangle+\delta j$，其中 $\langle j\rangle$ 为稳态平均值，而 δj 为均值为零的小涨落算符。将这些算符形式代入方程（4），量子朗之万方程可分为两组方程：一组描述稳态平均值，另一组描述量子涨落。量子涨落的线性化量子朗之万方程为

$$\begin{aligned}\dot{\delta c} =& -(i\tilde{\Delta}_c+i\Delta_F+\kappa_c)\delta c - iJ\delta a - G_{cb}(\delta b^\dagger+\delta b)\\ &+2Ge^{i\varphi}\delta c^\dagger+\sqrt{2\kappa_c}c^{\mathrm{in}},\\ \dot{\delta a} =& -(i\Delta_a+\kappa_a)\delta a - iJ\delta c+\sqrt{2\kappa_a}a^{\mathrm{in}},\\ \dot{\delta b} =& -(i\omega_b+\kappa_b)\delta b+G_{cb}^*\delta c - G_{cb}\delta c^\dagger+\sqrt{2\kappa_b}b^{\mathrm{in}},\end{aligned} \tag{5}$$

其中 $\tilde{\Delta}_c=\Delta_c+2g\langle b\rangle$ 为有效腔驱动失谐，其中包含光机械相互作用引起的频移，而 $G_{cb}=ig\langle c\rangle$ 为有效光机械耦合强度。稳态平均值的表达式为

$$\begin{aligned}\langle c\rangle =& \varepsilon\frac{2Ge^{i\varphi}+\Lambda}{|\Lambda|^2-4G^2},\\ \langle a\rangle =& -\frac{iJ}{i\Delta_a+\kappa_a}\langle c\rangle,\\ \langle b\rangle =& -\frac{g}{\omega_b}|\langle c\rangle|^2,\end{aligned} \tag{6}$$

其中复系数 $\Lambda=-i(\Delta_c+\Delta_F)+\kappa_c+J^2/(-i\Delta_a+\kappa_a)$。

量子朗之万方程（5）可用一个紧凑的矩阵形式表示，其中包含涨落算符和噪声算符的正交分量 $\delta X_j=(\delta j+\delta j^\dagger)/\sqrt{2}$, $\delta Y_j=i(\delta j^\dagger-\delta j)/\sqrt{2}$ 和 $X_j^{\mathrm{in}}=(j^{\mathrm{in}}+j^{\dagger\mathrm{in}})/\sqrt{2}$, $Y_{\mathrm{in}_j}=i(j^{\dagger\mathrm{in}}-j^{\mathrm{in}})/\sqrt{2}$, 即:

$$\dot{\mathbf{u}}(t)=\mathbf{A}\mathbf{u}(t)+\mathbf{n}(t), \tag{7}$$

其中，$\mathbf{u}(t)=[\delta X_c(t)\ \delta Y_c(t)\ \delta X_a(t)\ \delta Y_a(t)\ \delta X_b(t)\ \delta Y_b(t)]^{\mathrm{T}}$表示量子涨落向量，$\mathbf{n}(t)=[\sqrt{2\kappa_c}X_c^{\mathrm{in}},\sqrt{2\kappa_c}Y^{\mathrm{inc}},\sqrt{2\kappa_a}X_a^{\mathrm{in}},\sqrt{2\kappa_a}Y_{\mathrm{ina}},\sqrt{2\kappa_b}X_b^{\mathrm{in}},\sqrt{2\kappa_b}Y_b]^{\mathrm{T}}$ in表示输入噪声向量，而漂移矩阵$\mathbf{A}$ 为

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}-\kappa_{\varphi,-} & \tilde{\Delta}_{\varphi,+} & 0 & J & -2\,\mathrm{Re}\,G_{cb} & 0\\ -\tilde{\Delta}_{\varphi,-} & -\kappa_{\varphi,+} & -J & 0 & -2\,\mathrm{Im}\,G_{cb} & 0\\ 0 & J & -\kappa_a & \Delta_a & 0 & 0\\ -J & 0 & -\Delta_a & -\kappa_a & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\kappa_b & \omega_b\\ -2\,\mathrm{Im}\,G_{cb} & 2\,\mathrm{Re}\,G_{cb} & 0 & 0 & -\omega_b & -\kappa_b\end{pmatrix}, \tag{8}$$

其中$\tilde{\Delta}_{\varphi,\pm}=\Delta_c+\Delta_F\pm 2G\sin\varphi$，$\kappa_{\varphi,\pm}=\kappa_c\pm 2G\cos\varphi$。上述紧凑形式方程的解可以直接给出，$\mathbf{u}(t)=\mathbf{M}(t)\mathbf{u}(0)+\int_0^t ds\mathbf{M}(s)\mathbf{n}(t-s)$，其中 $\mathbf{M}(t)=\exp(\mathbf{A}t)$。根据Routh-Hurwitz判据，仅当$\mathbf{A}$ 的所有特征值均具有负实部时，系统最终才会达到稳定。在我们提出的参数方案中，该判据可以得到满足，于是在稳态下可有$\mathbf{M}(\infty)=0$，并且

$$\mathbf{u}_i(\infty)=\int_0^\infty ds\sum_k\mathbf{M}_{ik}(s)\mathbf{n}_k(t-s). \tag{9}$$

由于线性化动力学以及量子噪声的高斯性质，系统的稳态与任何初始条件无关，最终演化为三方零均值高斯态，该态完全由一个 6×6 关联矩阵（CM）$\mathbf{V}$表征，其分量为

$$\mathbf{V}_{ij}=\langle\mathbf{u}_i(\infty)\mathbf{u}_j(\infty)+\mathbf{u}_j(\infty)\mathbf{u}_i(\infty)\rangle/2. \tag{10}$$

将式（9）代入式（10，并利用 $\mathbf{n}(t$ 的六个分量彼此不相关这一事实，可得稳态关联矩阵 $\mathbf{V}$ 为

$$\mathbf{V}=\int_0^\infty ds\,\mathbf{M}(s)\mathbf{D}\mathbf{M}^{\mathrm{T}}(s), \tag{11}$$

其中，$\mathbf{D}=\mathrm{Diag}[\kappa_c(2N_c+1)\ \kappa_c(2N_c+1)\ \kappa_a(2N_a+1)\ \kappa_a(2N_a+1)\ \kappa_b(2N_b+1)\ \kappa_b(2N_b+1)]$ 为扩散矩阵，其定义为 $\langle\mathbf{n}_i(s)\mathbf{n}j(s')+\mathbf{n}j(s')\mathbf{n}_i(s)\rangle/2=\mathbf{D}_{ij}\delta(s-s')$。在满足稳定性条件时，稳态关联矩阵 $\mathbf{V}$ 满足李雅普诺夫方程

$$\mathbf{A}\mathbf{V}+\mathbf{V}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}=-\mathbf{D}. \tag{12}$$

显然可以看出，李雅普诺夫方程（12）关于 $\mathbf{V}$ 是线性的，并且可以直接求解，从而意味着可以求得协方差矩阵 $\mathbf{V}$，且适用于相关参数的任意特定取值。

III. 非互易双体纠缠

在本节中，我们研究光学模、激子模与机械模之间非互易双体纠缠的产生与调控。我们采用对数负性作为系统中任意两个模之间量子纠缠的定量度量，其定义为

$$E_N = \max\left[0, -\ln(2\nu^-)\right] \tag{13}$$

˜其中 ν^- = 最小[特征值($i\Omega_2\mathbf{V}_4$)](Ω 辛矩阵 $_2 = \oplus_{j=1}^{2} i\sigma_y$，而$\sigma_y$ 是y-泡利矩阵）是˜的最小辛特征值，其中$\mathbf{V}_4 = P\mathbf{V}_4P$是$\mathbf{V}_4$，即所考虑两个模式的约化协方差矩阵，可通过从$\mathbf{V}$ 中删除与无关模式对应的行和列得到，而$P = \mathrm{Diag}[1,-1,1,1]$ 是对约化协方差矩阵执行部分转置的矩阵。式(13)量化了所考虑高斯态的可分性部分转置正定条件被违反的程度，这等价于Simons的纠缠非正部分转置判据（或相关的Peres-Horodecki判据）。注意，当且仅当 $\nu^- < 1/2$时，系统选取的两个模式会发生纠缠，其中 E_N 具有非零值。

接下来，我们将对所研究的激子光力学系统中的非互易双体纠缠进行数值研究。我们表明，非互易双体纠缠可通过光学参量放大器进行调控。在计算中，我们选取了实验上可行的参数值： $\omega_b/2\pi$ = 1GHz、$\omega_0/2\pi$ = 345THz、 $\kappa_c/2\pi = \kappa_a/2\pi$ = 80MHz、 $\kappa_b/2\pi$ =100KHz、 $J/2\pi$ = 280MHz、 $g/2\pi$ = 500 KHz、 $\varepsilon/2\pi$ =0.1THz，温度为 T = 10mK。根据Routh-Hurwitz判据，这些参数值均处于所研究系统的稳定区域内。首先，我们研究光学模和激子模之间的双体纠缠。在图2中，我们绘制了光学模和激子模之间的双体纠缠（E^c、$_N{}^a$ ）随 Δ_F/ω_b 和激子驱动失谐 Δ_a/ω_b 的变化，分别考察了不存在和存在光学参量放大器的情形。图2(a)和图2(b)分别展示了不存在和存在光学参量放大器时，纠缠随参数 Δ_F/ω_b 和Δ_a/ω_b 的变化。比较图2(a)和图2(b)可以发现，存在光学参量放大器时， E^c、$_N{}^a$ 显著增强。从图2(b)可以看出，存在光学参量放大器时，纠缠大约增强了一个数量级，而参数

纠缠得以维持的区域也显著扩大。值得注意的是，光学参量放大器的存在对于增强该系统中的纠缠至关重要。其主要原因在于，光学参量放大器提高了腔占据数，并改变了腔模的光子统计，从而增强了腔-激子耦合。因此，稳态值

腔模 [见公式(6)] 还取决于参量增益 G 及其对应的相位 φ。在图2(c)和2(d)中，我们分别绘出了 Δ_a/ω_b 无光学参量放大器和有光学参量放大器时，光子-激子纠缠随失谐$\Delta_F/\omega_b = \pm 0.1$的变化。对比图2(c) 和图2(d)可以发现，光学参量放大器不仅能显著增强光子-激子纠缠，还能增强纠缠的非互易性。

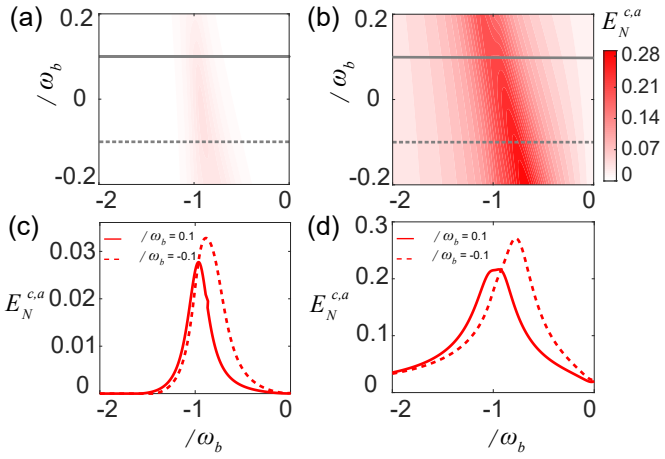

图2. 光子-激子纠缠（E^c、$_N{}^a$）随Δ_F/ω_b和激子驱动失谐 Δ_a/ω_b 的变化。(a) $G = 0$，(b) $G = 0.08\omega_b$，假设与光学参量放大驱动场相关的相位 φ为0。此外，在(c)-(d)中，我们设定 $\Delta_F/\omega_b = 0.1$（实线）和 $\Delta_F/\omega_b = -0.1$（虚线）。取 $\tilde{\Delta}_c = 0.9\omega_b$，其他参数见正文。

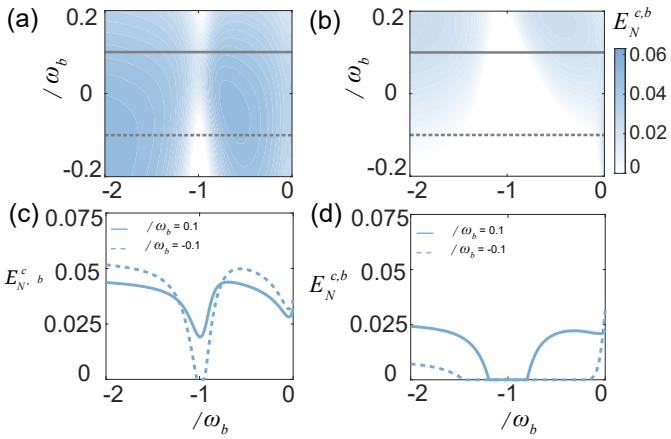

图3. 光子-声子（E^c、$_N{}^b$ ）与 Δ_F/ω_b 及激子驱动失谐 Δ_a/ω_b（a） $G = 0$，（b） $G = 0.08\omega_b$，与光学参量放大驱动场相关的相位设为 $\pi/2$。此外，我们在（c）—（d）中设定 $\Delta_F/\omega_b = 0.1$（实线）和$\Delta_F/\omega_b = -0.1$（虚线）。其他参数与图2相同。

接下来，我们研究光学模式与机械模式之间的双体纠缠。在图3中，我们绘出了光子-声子纠缠（$E^{c}_{,N^{b}}$）随 Δ_F/ω_b 和激子驱动失谐 Δ_a/ω_b 的变化。这里，光学参量放大驱动场的相位取为 $\pi/2$，其他参数的取值与图2相同。与光子-激子纠缠的情况不同，从图3(a)和图3(b)可以观察到，光学参量放大器通常会削弱光子-声子纠缠。特别是在 $\Delta_F/\omega_b < 0.1$区域，光子-声子纠缠几乎完全受到抑制。有趣的是，当 $\Delta_a/\omega_b = -1$时，我们观察到理想非互易性：对于 $\Delta_F > 0$，可以产生腔-声子纠缠；而对于$\Delta_F < 0$ [，则不会出现纠缠，见图3(c)]。值得注意的是，与不含光学参量放大器的系统相比，光学参量放大器拓宽了理想非互易性所覆盖的失谐参数空间范围，尤其是在相位为 $\varphi = \pi/2$时，如图3(d)所示。在图3(c)和图3(d)中，我们分别绘出了 $\Delta_F/\omega_b = \pm 0.1$时，光子-声子纠缠随失谐 Δ_a/ω_b的变化。由图3(c)和图3(d)可见，光学参量放大器会削弱光子-声子纠缠，但增强其非互易性。

现在我们转而讨论激子与机械模式之间的双体纠缠。在这种情况下，激子-声子纠缠（$E^{a}_{,N^{b}}$）随 Δ_F/ω_b 和激子驱动失谐 Δ_a/ω_b 变化的关系如图 4所示。这里，相关参数的取值与图 2相同。与光子-声子纠缠的情况类似，从图 4(a)和图 4(b) 中可以观察到，OPA 不仅无法增强激子-声子纠缠，反而会削弱它。然而，OPA 的存在可以使激子-声子纠缠表现出更强的非互易性。在图 4(c)和 4(d)中，我们绘出了激子-声子纠缠随失谐 Δ_a/ω_b 的变化。从图4(d)中可以发现，在 $\Delta_a/\omega_b = -1$附近的区域几乎可以出现理想的非互易纠缠。

从图2、图3 和图4中，我们还可以观察到光学模、激子和机械模式之间的双体纠缠是非互易的。当微谐振腔的旋转方向保持不变时，从左侧（右侧）施加的驱动场会引起正（负）频移 Δ_F，这是由于萨格纳克效应。因此，非互易纠缠可以

由该系统中的萨格纳克效应产生。为了定量表征非互易纠缠，我们利用双向对比度来评估双体纠缠的非互易程度，其定义为

$$C_N^{i,j} = \frac{\left| E_N^{i,j}(\Delta_F > 0) - E_N^{i,j}(\Delta_F < 0) \right|}{E_N^{i,j}(\Delta_F > 0) + E_N^{i,j}(\Delta_F < 0)}, \tag{14}$$

这意味着 $0 \leqslant C^{i}_{,N^{j}} \leqslant 1$。当 $C^{i}_{,N^{j}} = 1$时，系统呈现理想非互易性，而 $C^{i}_{,N^{j}} = 0$ 表示

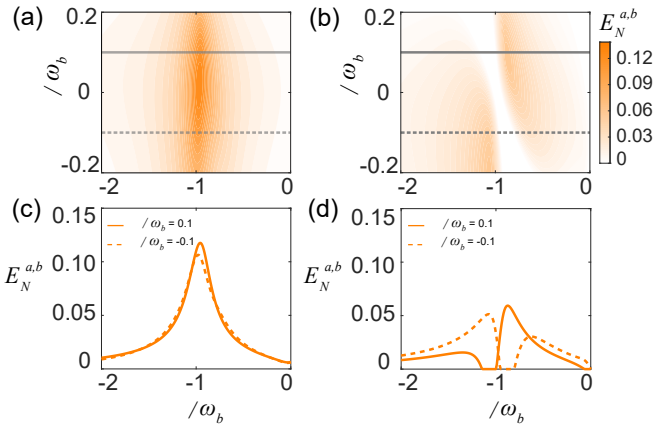

图4. 激子-声子纠缠 ($E^{a}_{,N^{b}}$) 随Δ_F/ω_b及激子驱动失谐 Δ_a/ω_b(a) $G = 0$、(b) $G = 0.08\omega_b$的变化。光学参量放大驱动场的相位 φ设为 0。此外，在 (c)-(d) 中，我们设 $\Delta_F/\omega_b = 0.1$ (实线) 和 $\Delta_F/\omega_b = -0.1$ (虚线)。其他参数与图 2 相同。

双体纠缠完全不存在非互易性。对比度 $C^{i}_{,N^{j}}$ 越大，意味着纠缠的非互易性越强。

为清楚观察 OPA 对双体非互易纠缠双向对比度 $C^{i}_{,N^{j}}$ 的影响，我们在图 5 中展示了 $C^{i}_{,N^{j}}$ 随 OPA 非线性增益 G/κ_c 和激子驱动失谐 Δ_a/ω_b 的变化，其中相位为 $\varphi = \pi/2$ 和 $|\Delta_F| = 0.1\omega_b$。结果清楚表明，通过控制 OPA 非线性增益和激子驱动失谐，可以实现双体纠缠的理想非互易性（$C^{c}_{,N^{a}} = C^{c}_{,N^{b}} = C^{a}_{,N^{b}} = 1$），如红色虚线围出的区域所示。从图 5(a) 可以看出，光子-激子纠缠的理想非互易区域（$C^{c}_{,N^{a}} = 1$）出现在较小 OPA 增益（$G/\kappa_c \lesssim 0.1$）范围内，并且大致对称地分布在失谐$\Delta_a/\omega_b = -1$两侧。然而，进一步增大 G/κ_c 超出此范围会抑制非互易纠缠，导致 $C^{c}_{,N^{a}}$ 退化。图 5(b) 显示，OPA 显著拓宽了实现光学模与机械模之间理想非互易纠缠的可用失谐范围。随着 OPA 增益增加，理想非互易区域（$C^{c}_{,N^{b}} = 1$）围绕 $\Delta_a/\omega_b = -1$扩展，覆盖的失谐区间逐渐变宽。这一现象表明，OPA 不仅有助于实现光子-声子纠缠的非互易性，还能在宽广的参数范围内稳定维持这种非互易性。值得注意的是，从图5(c) 可以看出，在没有 OPA 或 OPA 非线性增益很小（$G/\kappa_c \ll 1$）时，激子-声子纠缠中仅出现较弱的非互易性（$C^{a}_{,N^{b}} \approx 0$）。然而，在失谐区间 $\Delta_a/\omega_b \in [-1, 0]$内，激子-声子纠缠的理想非互易性

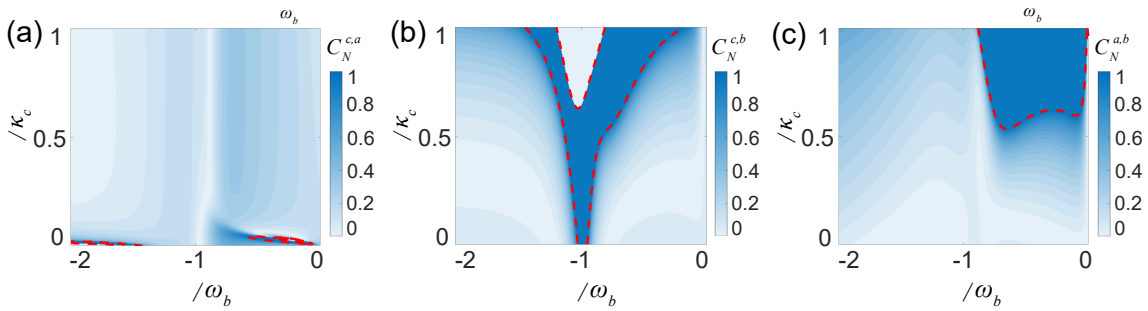

图 5. 双向对比度比 (a) $C^{c,\ a}_{N}$，(b) $C^{c,\ b}_{N}$ 和 (c) $C^{a,\ b}_{N}$ 随 OPA 非线性增益 G/κ_c 和激子驱动失谐 Δ_a/ω_b以及相位 $\varphi = \pi/2$ 和 $|\Delta_F| = 0.1\omega_b$的变化。红色虚线围成的区域表示理想非互易纠缠。其他参数与图 2相同。

在 $G/\kappa_c \approx 0.5$ 时得以实现，并且随着 G/κ_c增加，其覆盖的参数范围也更广。

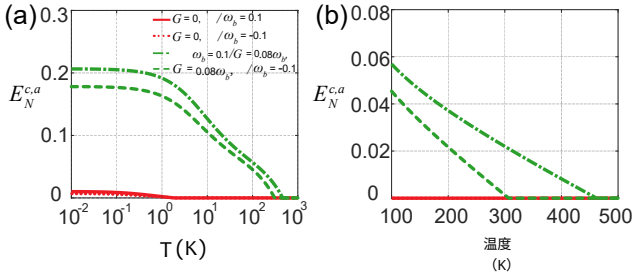

图 6. (a) 非互易光子-激子纠缠 $E^{c,\ a}_{N}$ 随温度 T 的变化，分别对应存在（$G = 0.08\omega_b$，$\varphi = 0$）和不存在（$G = 0$）光学参量放大器的情况；(b) 同一数据的放大视图，用以突出存在光学参量放大器时接近消失点附近的行为。参数˜为 $\Delta_c = \omega_b$，$\Delta_a = -\omega_b$，$g/2\pi = 300$kHz，其余参数与图 5相同。

接下来，我们讨论温度对双体纠缠的影响。图 6(a) 绘出了有无 OPA 时光子-激子纠缠随温度的变化。结果表明，OPA 的存在显著增强了纠缠抵御温度影响的鲁棒性。这意味着所产生的光子-激子纠缠具有很强的抗热噪声能力。图 6(a)中的红色实线和点线表明，在没有 OPA 时，纠缠 $E^{c,\ a}_{N}$ 在约 2 K 时消失。在这一温度下，表示$\varphi = 0$存在 OPA 时情况的绿色点划线（虚线）曲线显示，纠缠值约为 $E^{c,\ a}_{N}$ 0.18（0.15）。因此，OPA 的存在有助于在高得多的温度下实现强纠缠。图 6(b) 是图 6(a) 在 100K 至 500K 范围内的放大图，突出显示了 $E^{c,\ a}_{N}$ 在存在 OPA 时、纠缠消失点附近对温度的依赖关系。值得注意的是，该图清楚表明，纠缠可持续到高得多的温度：对于 $\Delta_F/\omega_b = 0.1$，可达 450 K，对于 $\Delta_F/\omega_b = -0.1$，可达 300 K。结果进一步表明，OPA 能显著增强光子-激子纠缠的热鲁棒性，并揭示了通过参数优化实现室温（300 K）乃至高温光子-激子纠缠的可能性。

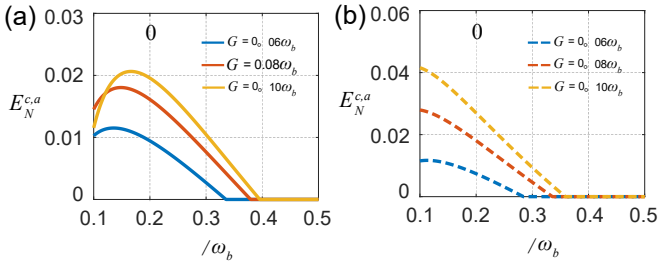

图 7. 非互易光子-激子纠缠 $E^{c,\ a}_{N}$ 随腔衰减率 κ_c/ω_b的变化；在存在光学参量放大器且非线性增益 G 取不同值时，分别对应 (a) $\Delta_F/\omega_b = 0.1$ 和 (b) $\Delta_F/\omega_b = -0.1$。温度取 $T = 260K$，其余参数与图 6相同。

现在，我们研究不同 OPA 增益下光子-激子纠缠对腔耗散的鲁棒性。图 7 展示了温度固定为 $T = 260$K 时，OPA 非线性增益设为 $G = 0.06\omega_b$, $0.08\omega_b$, 和$0.10\omega_b$ 的情况下，光子 - 激子纠缠 $E^{c}_{N}{}^{,a}$ 随腔衰减率 κ_c/ω_b 的变化，其中 $\Delta_F/\omega_b = 0.1$ (a) 和 $\Delta_F/\omega_b = -0.1$ (b)。其他参数与图 6 相同。从图 7(a) 可以看出，对于每个 G 值，$E^{c}_{N}{}^{,a}$ 最初随 κ_c/ω_b增大，在最佳腔衰减率处达到最大值，随后逐渐减小。值得注意的是，随着 OPA 增益 G增大，纠缠衰减显著变慢，非零纠缠得以维持的 κ_c 范围也大幅扩大。这表明，较大的 OPA 增益能够有效增强光子-激子纠缠抵抗腔耗散的能力。图 7(b) 中的 $\Delta_F/\omega_b = -0.1$也呈现出类似趋势，其中较高的 G 同样能增强其抵抗耗散的鲁棒性。这些结果

表明，OPA 在提升纠缠的噪声抵抗性方面发挥着积极作用，为在高耗散环境中实现稳健的量子纠缠提供了一条途径。

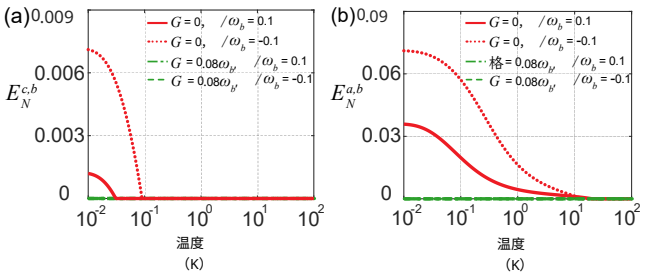

图 8. (a) 非互易光子-声子纠缠 $E_N^{c,b}$ 以及 (b) 激子-声子纠缠 $E_N^{a,b}$ 随温度 T 在存在（$G = 0.08\omega_b$，$\varphi = 0$）和不存在（$G = 0$光学参量放大器时的变化。其他参数与图6相同。

值得注意的是，与光子-激子纠缠相比，光子-声子和激子-声子纠缠抵抗热噪声的能力较弱。图8分别绘出了光子-声子和激子-声子纠缠随温度的变化。从图8(a)和8(b)可以看出，在存在光学参量放大器时，光子-声子和激子-声子纠缠都更容易受到热效应的影响，纠缠消失的温度显著降低。这些结果表明，光学参量放大器介导的非线性与机械模式的耦合方式有所不同，可能会引入额外的热噪声通道，从而加速这些声子介导纠缠的热退化。

IV. 非互易三体纠缠

在本节中，我们研究光学模、激子模和机械模之间的三体纠缠。我们采用最小剩余纠缠角作为三体纠缠的定量度量 [78, 79]。其定义为

$$R_\tau^{\min} = \min\left[R_\tau^{i|jk},\ R_\tau^{j|ik},\ R_\tau^{k|ij}\right], \tag{15}$$

其中，剩余纠缠表示为

$$R_\tau^{i|jk} = C_{i|jk} - C_{i|j} - C_{i|k}, \tag{16}$$

其中 $C_{u|v}$ 表示子系统的纠缠角 u 和 $v(v$ 包含一个或两个模式)，它是一个适当的纠缠单调量，定义为对数负性平方。要计算单模与双模之间的对数负性 $E_{i|jk}$，只需按照方程（13）的定义，将 Ω 替换为$\Omega_3 = \oplus_{j=1}^3 i\sigma_y$，并将 $\tilde{\mathbf{V}}_4 = P\mathbf{V}_4 P$替换为 $\tilde{\mathbf{V}} = P_{i|jk}\ P_{i|jk}$ $P_{1|23} =$ $[1,-1,1,1,1,1]$ $P_{2|13} = \mathbf{V}$，其中 Diag、Diag$[1,1,1,-1,1,1]$和 $P_{3|12} =$ Diag$[1,1,1,1,1,-1]$ 是部分转置矩阵。

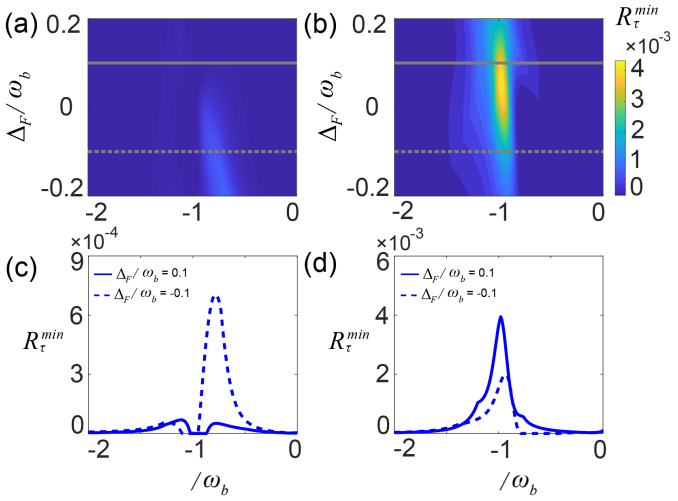

图 9. 腔-激子-声子模式之间的三体纠缠（R_τ^{min}）随 Δ_F/ω_b和激子驱动失谐 Δ_a/ω_b（a）$G = 0$、（b）$G = 0.08\omega_b$、$\varphi = \pi/2$的变化关系。我们在（c）–（d）中设定 $\Delta_F/\omega_b = 0.1$（实线）和 $\Delta_F/\omega_b = -0.1$（虚线）。其他参数与图 2相同。

在图9中，我们绘制了最小剩余纠缠角R_τ^{min}随 Δ_F/ω_b 和失谐 Δ_a/ω_b 在无 OPA 以及存在 OPA 时的变化关系。从图 9(a)和图 9(b) 可以观察到，OPA 的存在显著增强了三体纠缠。图 9(b) 表明，最佳参数区域为 $-0.05 < \Delta_F/\omega_b < 0.14$ 和 $-1.4 < \Delta_a/\omega_b < -0.8$。比较图 9(c) 和 9(d) 可知，最大 R_τ^{min}相较于无 OPA 的情况提高了近一个数量级。这一重要特性使三体纠缠的实验生成和探测更加可行。此外，通过比较图 9 与图 2、图 3和图 4，我们可以看到，三体纠缠的强度明显低于双体纠缠。

三体纠缠的量子非互易性可通过定义的双向对比度来衡量:

$$C_R = \frac{\left|R_\tau^{min}(\Delta_F > 0) - R_\tau^{min}(\Delta_F < 0)\right|}{R_\tau^{min}(\Delta_F > 0) + R_\tau^{min}(\Delta_F < 0)}, \tag{17}$$

这表明，当 $C_R = 1$时，系统呈现理想的非互易三体纠缠，而 $C_R = 0$则表示三体纠缠完全不存在非互易性。对比度 C_R的值越大，三体纠缠的非互易性越强。

在图10中，我们绘制了双向对比度 C_R

随失谐 Δ_a/ω_b 的变化，其中分别考察了有无光学参量放大器（OPA）的情况； $\Delta_F = \pm 0.1\omega_b$ 对应于驱动场分别从左侧或右侧入射。红色虚线（蓝色实线）表示存在（不存在）OPA 时的双向对比度。结果表明，OPA 的存在会改变三体纠缠的双向对比度。具体而言，我们可以观察到，理想的非互易三体纠缠（$C_R = 1$）在存在 OPA 时发生蓝移，且其工作范围有所拓宽，如红色阴影竖条所示。

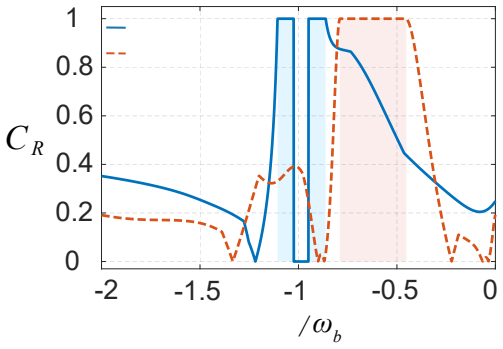

图 10. 双向对比度 C_R 随激子驱动失谐 Δ_a/ω_b的变化。彩色竖条表示理想非互易纠缠区。参数与图 8 相同。

最后，我们研究温度对所生成的非互易三体纠缠的影响。在图 11 中，我们绘出了最小剩余纠缠角 R_τ^{min}随温度 T 的变化，其中考虑了存在（$G = 0.08\omega_b$，$\varphi = 0$）和不存在（$G = 0$）光学参量放大器（OPA）的情况。结果表明，OPA 显著降低了非互易三体纠缠抵御热噪声的能力，并减少了纠缠量。从图 11可以看出，在没有 OPA 时，适宜的环境温度可达数十 K，比存在 OPA 时高两个数量级。值得注意的是，OPA 对三体纠缠的影响与其对图6所示光子-激子双体纠缠的影响截然不同。如图 11所示，OPA（绿色曲线）大幅抑制了 $R_\tau^{\min}$的大小和热鲁棒性，使其在 $T \approx 0.05$K 时消失。相比之下，不含 OPA 的情况（红色曲线）可使纠缠维持至 $T \approx 15$ K。因此，我们可以得出结论：OPA 会抑制非互易三体纠缠，并削弱其抵御热噪声的能力。

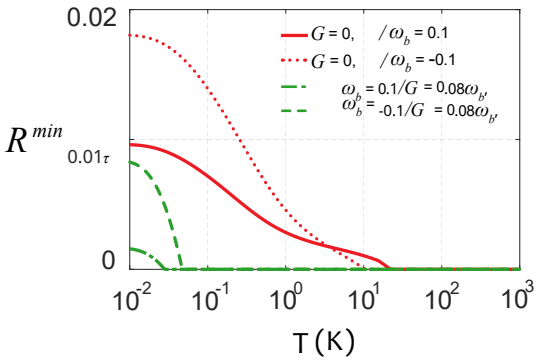

图 11. 非互易三体纠缠 R_τ^{min}随温度的变化 T 在存在（$G = 0.08\omega_b$，$\varphi = 0$ $G = 0$ ）和不存在（ ）光学参量放大器（OPA）的情况下。其他参数与图6相同。

V. 总结

总之，我们研究了含有光学参量放大器（OPA）的旋转EOMS中的非互易双体和三体纠缠。旋转引起的萨尼亚克-菲涅耳效应会产生方向依赖频移，而OPA则提供可调的非线性增益和相位，两者均有助于调控非互易动力学。我们的结果表明，OPA是控制非互易纠缠的多功能工具，其对双体纠缠的影响因具体的模式配对而显著不同。研究表明，OPA能够显著增强光子-激子纠缠及其抵抗腔耗散的鲁棒性。相比之下，OPA会抑制光子-声子纠缠和激子-声子纠缠。值得注意的是，研究发现，OPA能够在宽得多的失谐范围内显著增强非互易三体纠缠。我们还研究了温度对非互易纠缠的影响。结果表明，纠缠的热鲁棒性强烈依赖于模式。OPA能够大幅增强光子-激子纠缠抵抗温度变化的能力。尤其是，在室温甚至更高温度下也能产生非互易光子-激子纠缠。然而，OPA反而会加速涉及声子的双体和三体纠缠的热退化。我们的研究结果确立了一种利用OPA在EOMS中实现和控制非互易纠缠的有效机制。在特定子系统中产生非互易纠缠并大幅增强热鲁棒性的能力，为室温量子信息技术的实际应用开辟了新可能。未来的工作可以探索将这些思路推广至基于EOMS的更复杂网络，并对所预测的现象进行实验实现

利用最先进的激子-极化激元平台。

致谢

L.-M. K. 获得量子科学与技术国家科技重大项目（项目编号：2024ZD0301000）和中国国家自然科学基金（NSFC）（项目编号：12247105、12175060、12421005），湖南省科技计划（项目编号：2023ZJ1010）、河南省科技重大专项（编号：241100210400）以及XJ-Lab重点项目（项目编号：23XJ02001）。H.J.得到国家重点研发计划（项目编号：2024YFE0102400）和国家自然科学基金（项目编号：11935006和12421005）的资助。Y.-F.J.得到国家自然科学基金（项目编号：12405029）和河南省自然科学基金（项目编号：252300421221）的资助。

[1] R. Horodecki、P Horodecki、M. Horodecki和K. Horodecki，量子纠缠，《现代物理评论》81, 865 2009( )。[2] A. Einstein、B. Podolsky和N. Rosen，量子力学对物理实在的描述能否被认为是完备的？《物理评论》47, 777 (1935)。[3] J. S. Bell，论爱因斯坦-波多尔斯基-罗森悖论，《物理学》1, 195 (1964)。[4] J. F. Clauser、M. A. Horne、A. Shimony和R. A. Holt，检验局域隐变量理论的提议实验，《物理评论快报》23, 880 (1969)。[5] S. J. Freedman和J. F. Clauser，局域隐变量理论的实验检验，《物理评论快报》28, 938 (1972)。[6] A. Aspect、P. Grangier和G. Roger，借助贝尔定理对实在论局域理论的实验检验，《物理评论快报》47, 460 (1981)。[7] A. Aspect、J. Dalibard和G. Roger，利用时变分析器对贝尔不等式的实验检验，《物理评论快报》49, 1804 (1982)。[8] W. Tittel、J. Brendel、B. Gisin、T. Herzog、H. Zbinden和N. Gisin，超过10 57, 3229 1998 km的量子关联实验演示，《物理评论A》( )。[9] W. Tittel、J. Brendel、H. Zbinden和N. Gisin，相距超过10 km的光子对贝尔不等式的违背，《物理评论快报》81, 3563 (1998)。[10] G. Weihs、T. Jennewein、C. Simon、H. Weinfurter和A. Zeilinger，在严格爱因斯坦局域性条件下对贝尔不等式的违背，《物理评论快报》81, 5039 (1998)。[11] J.-W. Pan、D. Bouwmeester、M. Daniell、H. Weinfurter和A. Zeilinger，三光子Greenberger-Horne-Zeilinger纠缠中量子非局域性的实验检验，《自然》（伦敦）403, 515 (2000)。R. Schmied和P. Treutlein，基于原子系综非经典态的量子计量学，《现代物理评论》90, 035005 (2018)。[12] M. Aspelmeyer、T. J. Kippenberg和F. Marquardt，腔光力学，《现代物理评论》86, 1391 (2014)。[13] W. P. Bowen和G. J. Milburn，《量子光力学》（CRC出版社，博卡拉顿，佛罗里达州，2015）。[14] T. J. Kippenberg和K. J. Vahala，腔光力学：介观尺度上的反作用，《科学》321, 1172 (2008)。[15] G. Huang、A. Beccari、N. J. Engelsen和T. J. Kippenberg，利用超低噪声腔实现的室温量子光力学，《自然》626, 512 (2024)。[16] L. Mercier de Lépinay、C. F. Ockeloen-Korppi、M. J. Woolley和M. A. Sillanp¨a¨a，无量子力学带有机械振子的子系统，《科学》372，625（2021）。[17] E. E. Wollman、C. U. Lei、A. J. Weinstein [18] M. A. Rowe、D. Kielpinski、V. Meyer、C. A. Sackett、W. M. Itano、C. Monroe 和 D. J. Wineland，利用高效探测实验验证贝尔不等式，《自然》（伦敦）409，791（2001）。[19] M. A. Nielsen 和 I. L. Chuang，《量子计算与量子信息》（剑桥大学出版社，剑桥，2000）。[20] F. J. Duarte 和 T. Taylor，《量子纠缠工程及其应用》（IOP出版社，伦敦，2021）。[21] S. L. Braunstein 和 P. van Loock，连续变量量子信息，《现代物理评论》77，513（2005）。[22] F. Flamini、N. Spagnolo 和 F. Sciarrino，光子量子信息处理：综述，《物理学进展报告》82，016001（2019）。[23] L. Pezz`e、A. Smerzi、M. K. Oberthaler、J. Suh、A. Kronwald、F. Marquardt、A. A. Clerk 和 K. C. Schwab，机械谐振器中的运动量子压缩，《科学》349，952（2015）。[24] T. P. Purdy、P. L. Yu、R. Peterson、N. S. Kampel 和 C. A. Regal，强光力压缩，《物理评论X》3，031012（2013）。[25] M. Chegnizadeh、M. Scigliuzzo、A. Youssefi、S. Kono、E. Guzovskii 和 T. J. Kippenberg，宏观机械振子的量子集体运动，《科学》386，1383（2024）。[26] S. Kiesewetter、R. Y. Teh、P. D. Drummond 和 M. D. Reid，两个光力振子的脉冲纠缠与Furry假说，《物理评论快报》119，023601 2017（）。[27] Y. F. Jiao、S. D. Zhang、Y. L. Zhang、A. Miranowicz、L. M. Kuang 和 H. Jing，抵御背向散射损耗的非互易光机械纠缠，《物理评论快报》125，143605（2020）。[28] Y. F. Jiao、J. X. Liu、Y. Li、R. Yang、L. M. Kuang 和 H. Jing，非同一机械振子间远程纠缠的非互易增强，《物理评论应用》18，064008（2022）。[29] B. B. Li、L. Ou、Y. Lei 和 Y. C. Liu，腔光力传感，《纳米光子学》10，2799（2021）。[30] S. Forstner、S. Prams、J. Knittel、E. D. van Ooijen、J. D. Swaim、G. I. Harris、A. Szorkovszky、W. P. Bowen 和 H. Rubinsztein-Dunlop，腔光力磁力计，《物理评论快报》108，120801（2012）。[31] W. J. Westerveld、M. Mahmud-Ul-Hasan、R. Shnaiderman、V. Ntziachristos、X. Rottenberg、S. Severi 和 V. Rochus，灵敏、小型、宽带且可扩展的光力

硅光子学超声传感器，《自然·光子学》15，341（2021）。[32] O. Arcizet、P. F. Cohadon、T. Briant、M. Pinard、A. Heidmann、J. M. Mackowski、C. Michel、L. Pinard、O. Fran˛cais 和 L. Rousseau，利用量子极限光力传感器对微机械谐振器进行高灵敏度光学监测，《物理评论快报》97，133601 2006（）。[33] I. Wilson-Rae、N. Nooshi、W. Zwerger 和 T. J. Kip- penberg，利用动力学反作用冷却机械振子至基态的理论，《物理评论快报》99，093901（2007）。[34] F. Marquardt、J. P. Chen、A. A. Clerk 和 S. M. Girvin，机械运动腔辅助边带冷却的量子理论，《物理评论快报》99，093902（2007）。[35] J. Chan、T. P. Alegre、A. H. Safavi-Naeini、J. T. Hill、A. Krause、S. Groeblacher、M. Aspelmeyer 和 O. Painter，将纳米机械振子激光冷却至量子基态，《自然》（伦敦）478，89（2011）。[36] J. D. Teufel、T. Dormer、D. Li、J. W. Harlow、M. S. Allman、K. Cicak、A. J. Sirois、J. D. Whittaker、K. W. Lehnert 和 R. W. Simmonds，将微机械运动边带冷却至量子基态，《自然》（伦敦）475，359（2011）。[37] M. Paternostro、D. Vitali、S. Gigan、M. S. Kim、C. Brukner、J. Eisert 和 M. Aspelmeyer，利用光产生并探测多体宏观纠缠，《物理评论快报》99，250401（2007）。[38] M. J. Hartmann 和 M. B. Plenio，两个介电膜机械振动中的稳态纠缠，《物理评论快报》101，200503（2008）。[39] S. Mancini、V. Giovannetti、D. Vitali 和 P. Tombesi，利用辐射压力纠缠宏观振子，《物理评论快报》88，120401（2002）。[40] D. Vitali、S. Gigan、A. Ferreira、H. R. Bohm、P. Tombesi、A. Guerreiro、V. Vedral、A. Zeilinger 和 M. Aspelmeyer，可动镜与腔场之间的光力纠缠，《物理评论快报》98，030405 2007（）。[41] C. Genes、D. Vitali 和 P. Tombesi，光学腔中微镜机械模式的同步冷却与纠缠，《新物理学期刊》10，095009（2008）。[42] L. Tian，通过光力界面中的量子干涉实现稳健的光子纠缠，《物理评论快报》110，233602（2013）。[43] S. Barzanjeh、E. S. Redchenko、M. Peruzzo、M. Wulf、D. P. Lewis、G. Arnold 和 J. M. Fink，来自微机械运动的稳态纠缠辐射，《自然》（伦敦）570，480（2019）。[44] Y. D. Wang 和 A. A. Clerk，光力系统中的储库工程纠缠，《物理评论快报》110，253601（2013）。[45] T. A. Palomaki、J. D. Teufel、R. W. Simmonds 和 K. W. Lehnert，利用微波场纠缠机械运动，《科学》342，710（2013）。[46] J. Q. Liao、Q. Q. Wu 和 F. Nori，双腔光力系统中两个宏观机械镜之间的纠缠，《物理评论A》89，014302（2014）。[47] D. G. Lai、J. Q. Liao、A. Miranowicz 和 F. Nori，通过合成磁性实现抗噪光力纠缠，《物理评论快报》129，063602（2022）。[48] J. Huang、D. G. Lai 和 J. Q. Liao，通过广义暗模控制实现抗热噪声光力纠缠

[49] J. X. Liu、Y. F. Jiao、Y Li、X. W. Xu、Q. Y. He和H. Jing，抗光学背散射的相位控制非对称光力学纠缠，《中国科学：物理学 力学 天文学》66, 230312 (2023)。[50] C. F. Ockeloen-Korppi、E. Damsk¨agg、J. M. Pirkkalainen、M. Asjad、A. A. Clerk、F. Massel、M. J. Woolley和M. A. Sillanp¨a¨a，大质量机械振子的稳定纠缠，《自然》（伦敦）556, 478 (2018)。[51] R. Riedinger、A. Wallucks、I. Marinkovic、C. Loschnauer、M. Aspelmeyer、S. Hong和S. Groblacher，两个微机械振子之间的远程量子纠缠，《自然》（伦敦）556, 473 (2018)。[52] L. Mercier de L?inay、C. F. Ockeloen-Korppi、M. J. Woolley和M. A. Sillanpaa，含机械振子的无量子力学子系统，《科学》372, 625 (2021)。[53] S. Kotler、G. A. Peterson、E. Shojaee、F. Lecocq、K. Cicak、A. Kwiatkowski、S. Geller、S. Glancy、E. Knill、R. W. Simmonds、J. Aumentado和J. D. Teufel，确定性宏观纠缠的直接观测，《科学》372, 622 (2021)。[54] J. Kasprzak、M. Richard、S. Kundermann、A. Baas、P. Jeambrun、J. M. J. Keeling、F. M. Marchetti、M. H. Szyma´nska、R. Andr´e、J. L. Staehli、V. Savona、P. B. Littlewood、B. Deveaud和L. S. Dang，激子极化激元的玻色-爱因斯坦凝聚，《自然》（伦敦）443, 409 2006( )。[55] D. Ballarini、M. De Giorgi、E. Cancellieri、R. Houdr´e、E. Giacobino、R. Cingolani、A. Bramati、G. Gigli和D. Sanvitto，全光极化激元晶体管，Nat. Commun. 4, 1778 (2013)。[56] B. Jusserand、A. N. Poddubny、A. V. Poshakinskiy、A. Fainstein和A. Lemaitre，GaAs/AlAs多量子阱中超强耦合腔光力学的极化激元共振，《物理评论快报》115, 267402 (2015)。[57] A. Fainstein、N. D. Lanzillotti-Kimura、B. Jusserand和B. Perrin，用于亚太赫兹声子和近红外光的垂直GaAs/AlAs微腔中的强光-力耦合，《物理评论快报》110, 037403 (2013)。[58] R. de Oliveira、M. Colombano、F. Malabat、M. Morassi、A. Lemaˆıtre和I. Favero，砷化铟镓微盘腔中的回音壁量子阱激子极化激元，《物理评论快报》132, 126901 (2024)。[59] B. Guha、F. Marsault、F. Cadiz、L. Morgenroth、V. Ulin、V. Berkovitz、A. Lemaˆıtre、C. Gomez、A. Amo、S. Combri´e、B. G´erard、G. Leo和I. Favero，品质因子为 6×10^6的表面增强砷化镓光子谐振器，Optica 4, 218 (2017)。[60] N. Carlon Zambon、Z. Denis、R. De Oliveira、S. Ravets、C. Ciuti、I. Favero和J. Bloch，基于量子阱激子极化激元的增强腔光力学，《物理评论快报》129, 093603 (2022)。[61] R. Su、S. Ghosh、J. Wang、S. Liu、C. Diederichs、T. C. H. Liew和Q. Xiong，室温下钙钛矿晶格中激子极化激元凝聚的观测，Nat. Phys. 16, 301 (2020)。[62] S. Christopoulos、G. Baldassarri H¨oger von H¨ogersthal、A. J. D. Grundy、P. G. Lagoudakis、A. V. Kavokin、J. J. Baumberg、G. Christmann、R. Butt´e、E. Feltin、J.-F. Carlin和N. Grandjean，半导体微腔中的室温极化激元激射"

98, 126405 (2007). [63] A. Amo, J. Lefr`ere, S. Pigeon, C. Adrados, C. Ciuti, I. Carusotto, R. Houdr´e, E. Giacobino, and A. Bramati, 《半导体微腔中极化激元的超流性》, 《自然·物理学》5, 805 (2009). [64] O. Kyriienko, T. C. H. Liew, and I. A. Shelykh, 《腔极化激元的光力学：耗散耦合与非常规双稳态》, 《物理评论快报》112, 076402 (2014). [65] D. Bajoni, E. Semenova, A. Lemaˆıtre, S. Bouchoule, E. Wertz, P. Senellart, S. Barbay, R. Kuszelewicz, and J. Bloch, 《基于砷化镓的极化激元二极管中的光学双稳态》, 《物理评论快报》101, 266402 (2008). [66] Z.-F. Yu, J.-K. Xue, L. Zhuang, J. Zhao, and W.-M. Liu, 《激子-极化激元凝聚体中的非厄米能谱与多稳态》, 《物理评论B》104, 235408 (2021). [67] K. C. Yellapragada, N. Pramanik, S. Singh, and P. A. Lakshmi, 《宏观杂化系统中的光力学效应》, 《物理评论A》98, 053822 (2018). [68] Z.-F. Yu and J.-K. Xue, 《基于极化激元耦合腔系统的光子晶体管》, 《光学快报》31, 26276 2023( ). [69] Z.-F. Yu, P.-F. Yan, J.-M. Gao, F.-Q. Hu, and J.-K. Xue, 《基于腔极化激元的光子负微分晶体管》, 《新物理学期刊》25, 103009 (2023). [70] Y. V. Kartashov and D. V. Skryabin, 《二维拓扑极化激元激光》, 《物理评论快报》122, 083902 (2019). [71] A. Amo, T. C. H. Liew, C. Adrados, R. Houdr´e, E. Giacobino, A. V. Kavokin, and A. Bramati, 《激子-极化激元自旋开关》, 《自然·光子学》4, 361 (2010). [72] R. Cerna、Y. L´eger、T. K. Paraïso、M. Wouters、F. Morier-Genoud、M. T. Portella-Oberli 和 B. Deveaud, 《相干极化激元气体的超快三稳态自旋存储器》, Nat. Commun. 4, 2008 (2013)。[73] T. Gao、P. S. Eldridge、T. C. H. Liew、S. I. Tsintzos、G. Stavrinidis、G. Deligeorgis、Z. Hatzopoulos 和 P. G. Savvidis, 《极化激元凝聚体晶体管开关》, 《物理评论B》85, 235102 (2012)。[74] Z.-F. Yu、P.-F. Yan、J.-M. Gao、F.-Q. Hu、Z. Zhang、A.- X. Zhang 和 J.-K. Xue, 《采用旋转极化激元微腔的非互易光子晶体管》, 《物理评论A》111, 013517 (2025)。[75] H. S. Nguyen、D. Vishnevsky、C. Sturm、D. Tanese、D. Solnyshkov、E. Galopin、A. Lemaˆıtre、I. Sagnes、A. Amo、G. Malpuech 和 J. Bloch, 《腔极化激元双势垒共振隧穿二极管的实现》, 《物理评论快报》110, 236601 (2013)。[76] X. Zuo、Z.-Y. Fan、H. Qian 和 J. Li, 《使激子与微腔光子纠缠》, Phys. Rev. Res. 6, 023089 (2024)。[77] J. Huang 和 Z. Zhang, 《极化激元光力学中室温激子-振动-光子纠缠》, 《物理评论A》112, 013509 (2025)。[78] G. Adesso 和 F. Illuminati, 《连续变量纠缠、单配性不等式以及连续变量系统高斯态中的纠缠共享》, 《新物理学期刊》8, 15 (2006)。[79] G. Adesso 和 F. Illuminati, 《连续变量系统中的纠缠：最新进展与当前观点》, J. Phys. A 40, 7821 (2007)。