量子区单离子声子激光器 *

DONG Yuanzhang[1,2], HE Siwen[3], DENG Zhijiao[3], LI Peidong[1,2], CHEN Liang[1], FENG Mang[1]

1.精密测量科学与技术创新研究院，中国科学院，武汉 430071，中国

2.中国科学院大学，北京 100049，中国

3.国防科技大学理学院，长沙 410073，中国

摘要

量子声子激光态是基于量子力学原理、由声子相干放大技术产生的振动态。其核心特征

尽管量子声子激光态已在双离子系统中得到验证，但其实用应用仍面临重大挑战。本文基

* 本文是发表于《物理学报》的中文原文的英译版本。请按如下方式引用本文：
DONG Yuanzhang, HE Siwen , DENGZhijiao, LI Peidong, CHEN Liang , FENG Mang, 量子区域中的单离子声子激光. Acta Phys. Sin., 2025, 74(19): 193701.
DOI: 10.7498/aps.74.20250603

具体实验方案，该方案基于单个囚禁的 $^{40}Ca^{+}$ 离子，采用由蓝边带激光和红边带激光组成

关键词：囚禁离子、维格纳函数、声子激光态

PACS：37.10.Ty, 03.65.–w, 42.50.–p

doi: 10.7498/aps.74.20250603

CSTR: 32037.14.aps.74.20250603

1. 引言

量子区域中的声子激光态是一种基于量子力学原理、通过声子相干放大技术产生的振动态。其核心特征是通过对声子动力学的精确控制，实现对声子量子态的相干激发与操控。这项技术突破了传统声子激光态的经典物理极限，为量子信息技术提供了新的研究方法，主要体现在三个方面。首先，在量子信息处理方面，它实现了 对声子-光子耦合系统量子态的精确控制；其次，在精密测量领域，其量子增强特性显著提高了纳米尺度力传感的灵敏度；最后，它为量子相干、超流态和拓扑声子态等新型量子态提供了实验平台。在理论描述层面，范德波尔模型可以定性解释声子激光的稳态行为和阈值特性，而对于系统的量子效应，如量子噪声和能级离散化，则需要进一步引入林德布拉德主方程或量子涨落理论，以进行更详细的建模与分析。囚禁离子系统中的单离子声子激光态主要基于范德波尔振子机制，在弱信号检测领域展现出高灵敏度、低噪声等独特优势。这种高度可控的量子声场也为研究复杂量子系统的动力学行为提供了理想工具。值得注意的是，这一跨学科研究领域融合了量子物理、光学工程、声子学和先进材料科学的前沿成果，不仅推动了基础研究领域的发展，也为量子计算、量子通信和量子传感等应用技术的发展开辟了新途径。

此前关于量子区域中声子激光态的研究主要围绕量子范德波尔振子展开。作为非线性量子

自囚禁离子系统中首次观测到“声子激光”以来，这一现象已在多种物理系统中成功实现，涵盖从原子系统到纳米机械系统的众多研究平台。尤其引人注目的是，在原子系统中观测到的振荡振幅可达数十微米量级，这对应于约为 10^4量级的声子数。近年来，声子激光态在量子控制和非线性动力学领域取得了一系列重要突破。2020年，Flühmann和Home通过特定的内部态选择技术，将位移算符实部或虚部的期望值创新性地映射到离子的内部态，从而实现了对振动态量子态特征函数的直接测量。此外，他们通过二维傅里叶变换重构完整的维格纳函数，建立了表征振动态量子态的新范式。2023年，Behrle等人在量子控制领域取得突破：利用混合物种双离子系统构建双耗散通道，首次在量子区域实现了稳定的声子激光态。这项工作不仅在实验上验证了量子声子激光器的基本

原理，还为量子声场研究开辟了新方向。2024年，HE Siwen通过控制外部驱动场，研究了单离子声子激光态的量子同步特性，并观测到纠缠动力学演化中的显著振荡，为理解量子同步与量子纠缠之间的关联机制提供了新的理论基础。

这些研究成果不仅推动了量子声子动力学理论的发展，也为量子技术的工程应用开辟了新

尽管单离子方案的二能级模型为量子声子激光态提供了简洁的理论框架，但其过度简化

偏差。相比之下，单离子方案的理论模型扩展为三能级模型后，通过引入额外的能级结构，

本文构建了单离子量子区间声子激光态的三能级理论模型。通过数值求解量子主方程，

2. 三能级模型

在囚禁离子系统中，离子具有两个相互独立的自由度：电子自旋态和离子振动态。这两个

基态 $|g\rangle$跃迁至激发态 $|e_2\rangle$，同时吸收一个声子；随后，离子通过有效耗散过程以衰减

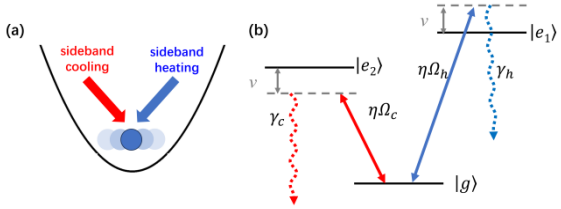

图1。用于产生量子声子激光器的三能级模型。(a) 双色光场产生声子激光器的示意图。

当离子运动的振幅较小时，其运动可近似为简谐振动，离子的总哈密顿量 H由两部

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_\mathrm{h} + \hat{H}_\mathrm{c}, \tag{1}$$

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2}\omega_{0\mathrm{h}}\hat{\sigma}_{z\mathrm{h}} + \frac{1}{2}\omega_{0\mathrm{c}}\hat{\sigma}_{z\mathrm{c}} + v\hat{a}^\dagger\hat{a}, \tag{2}$$

$$\hat{H}_\mathrm{h} = \Omega_\mathrm{h}\hat{\sigma}_\mathrm{h}^+\{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{L\mathrm{h}}t}[1 + \mathrm{i}\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})]\} + \mathrm{h.c.}, \tag{3}$$

$$\hat{H}_\mathrm{c} = \Omega_\mathrm{c}\hat{\sigma}_\mathrm{c}^+\{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{L\mathrm{c}}t}[1 + \mathrm{i}\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})]\} + \mathrm{h.c.}, \tag{4}$$

其中， Ω_h 和 Ω_c 分别是蓝边带激光和红边带激光与离子相互作用的拉比频率；η 是兰姆-

其中， $\hat{\sigma}_\mathrm{h}^+$ 和 $\hat{\sigma}_\mathrm{c}^+$ 分别是 $\hat{\sigma}_\mathrm{h}$ 和 $\hat{\sigma}_\mathrm{c}$ 的厄米共轭算符。

离子的总哈密顿量 H 在相互作用表象下进行变换，即

$$\hat{H}_{\mathrm{I}} = \eta\Omega_{\mathrm{h}}(\hat{a}^{\dagger}\hat{\sigma}_{\mathrm{h}}^{+} + \hat{a}\hat{\sigma}_{\mathrm{h}}) + \eta\Omega_{\mathrm{c}}(\hat{a}\hat{\sigma}_{\mathrm{c}}^{+} + \hat{a}^{\dagger}\hat{\sigma}_{\mathrm{c}}). \tag{5}$$

由以下林德布拉德主方程描述:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\rho}}} = -\mathrm{i}[H_{\mathrm{I}}, \hat{\boldsymbol{\rho}}] + \gamma_{\mathrm{h}} D[\sigma_{\mathrm{h}}]\hat{\boldsymbol{\rho}} + \gamma_{\mathrm{c}} D[\sigma_{\mathrm{c}}]\hat{\boldsymbol{\rho}}, \tag{6}$$

$$D[\hat{\sigma}_{\mathrm{h}}]\hat{\boldsymbol{\rho}} = \hat{\sigma}_{\mathrm{h}}\hat{\boldsymbol{\rho}}\hat{\sigma}_{\mathrm{h}}^{+} - \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{\mathrm{h}}^{+}\hat{\sigma}_{\mathrm{h}}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \hat{\boldsymbol{\rho}}\hat{\sigma}_{\mathrm{h}}^{+}\hat{\sigma}_{\mathrm{h}}), \tag{7}$$

$$D[\hat{\sigma}_{\mathrm{c}}]\hat{\boldsymbol{\rho}} = \hat{\sigma}_{\mathrm{c}}\hat{\boldsymbol{\rho}}\hat{\sigma}_{\mathrm{c}}^{+} - \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{\mathrm{c}}^{+}\hat{\sigma}_{\mathrm{c}}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \hat{\boldsymbol{\rho}}\hat{\sigma}_{\mathrm{c}}^{+}\hat{\sigma}_{\mathrm{c}}), \tag{8}$$

其中， γ_{h} 和 γ_{c} 分别是对应于激发态 $|e_1\rangle$ 和 $|e_2\rangle$ 的有效衰减率； $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ 是密度矩阵。

3. 仿真结果

3.1 量子声子激光态的相图、维格纳准概率分布和声子数分布

通过求解量子系统的林德布拉德主方程（6），将详细分析声子激光态的量子特性。选取参数为 $\gamma_{\mathrm{c}} = 100$ 和 $\gamma_{\mathrm{h}} = 1$，并令 $g_{\mathrm{c}} = \eta\Omega_{\mathrm{c}}$， $g_{\mathrm{h}} = \eta\Omega_{\mathrm{h}}$。每组耦合参数 g_{c} 和 g_{h} 对应一个特定的哈密顿量 H_{I}，将这些参数代入（6）进行数值求解，以 得到相应参数条件下的平均声子数 $\langle n\rangle = \langle a^{\dagger}a\rangle$。通过系统地改变耦合参数，可以得到图 2(a)所示的稳态相图，该图清晰地展示了系统在不同参数区域的稳定性特征。

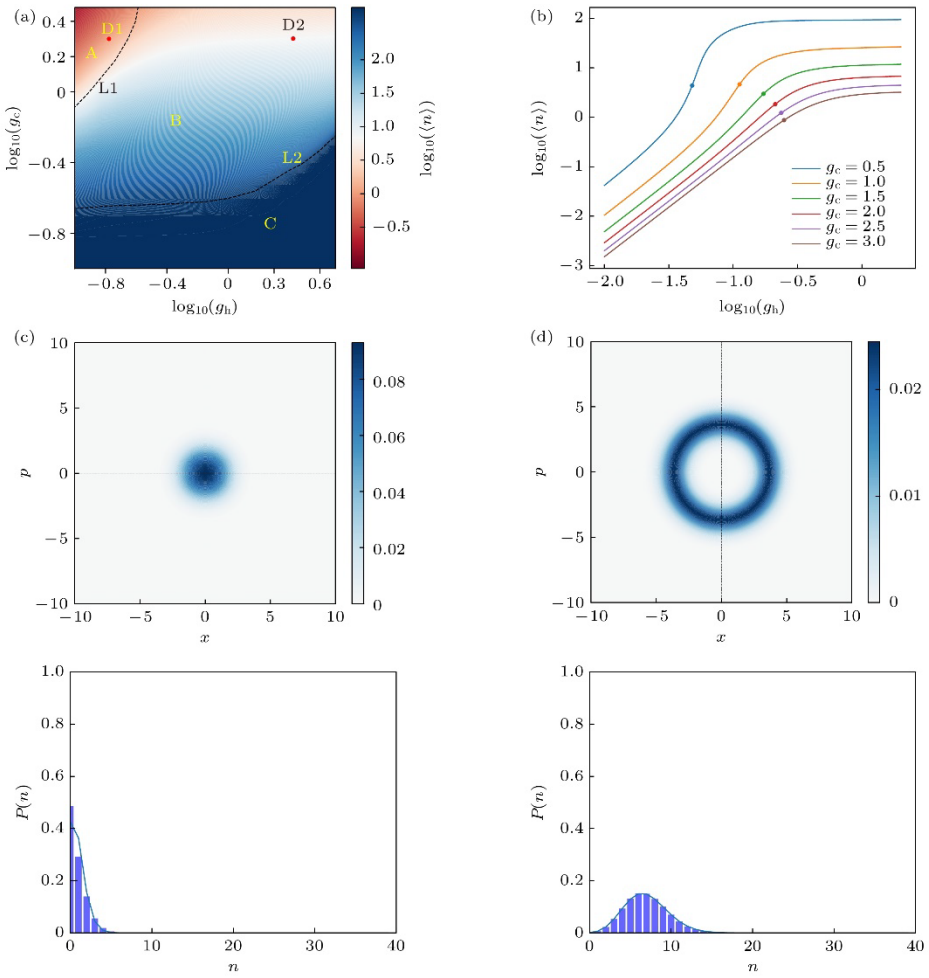

图 2。 (a) 相图，其中横坐标、纵坐标和平均声子数均以 10 为底的对数表示。截断数为 600。区域 A 为热态区，区域 B 为声子激光区，区域 C 为发散区。虚线 L1 是热态与声子激光之间的边界，虚线 L2 是收敛区与发散区之间的边界；(b) 平均声子数随 g_h 的变化。平均声子数先快速增加，然后收敛至稳定值；(c) D1(–0.8239, 0.301) 的稳态维格纳准概率分布，参数为 $g_h = 0.15, g_c = 2$；(d) D2(0.4771, 0.301) 的稳态维格纳准概率分布，参数为 $g_h = 3, g_c$ =2。

如图 2(a)所示，根据阈值线 L1 和边界线 L2，相图可清晰地划分为三个特征区域：区域 A、B 区域和区域 C。具体而言，区域 A 位于阈值线 L1 左侧；B 区域分布在阈值线 L1 右侧且边界线 L2 上方；区域 C 位于分界线 L2 下方。在区域 A 中，声子数分布呈现典型的热分布。在 B 区域中，离子进入自激振荡状态，表现出稳定的振幅和随机的相位。区域 C 中的结果对应于尚未收敛的区域

当截断数为 600 时，其中包括声子数大于 600 的声子激光态以及非稳态。需要指出的是，图 2(a)中的 C 区域是数值计算中迭代次数不足所导致的非稳态结果，因此在本文的分析中可以忽略。

本文采用两种方法确定声子激光态的阈值。第一种方法如图 2(b)所示，通过分析不同参数下平均声子数$\langle n\rangle$随控制参数变化的特征，确定热态与声子激光态之间的阈值线 L1。具体而言，当系统参数越过临界值时，平均声子数会发生显著跃变，跃变点即为跃迁阈值点。为准确确定临界点，采用数值微分法对曲线求偏导数，导数的极值点对应系统的相变阈值。通过系统地扫描参数空间，并确定每种参数组合下的相变阈值，最终构建出完整的阈值线 L1。另一方面，系统边界线 L2 则根据声子数随时间演化的长期行为来确定。在稳定区域内，平均声子数经过短暂的弛豫过程后会迅速收敛至稳态值；在不稳定区域内，平均声子数则持续增长，直至触发数值模拟的截断条件。根据动力学行为的差异，在福克空间截断数为 600 时即可得到系统边界线 L2。

判断声子激光态阈值的另一个重要方法，是比较区域 A 和 B 中维格纳准概率分布函数

$$W(x,p)=\frac{1}{\pi\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}\langle x+y|\,\hat{\boldsymbol{\rho}}\,|x-y\rangle\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}py/\hbar}\mathrm{d}y, \tag{9}$$

^ ^ ^w、x和p分别表示位置算符 $x=(a+a^{\dagger})/\sqrt{2}$ 和

^ _ ^ ^ ^动量算符 $p=(a-a^{\dagger})/$

表示普朗克常数；$\boldsymbol{\rho}$ 是 [illegible]

离子的声子态。声子态的维格纳准概率分布函数与声子数分布函数之间存在数学对应关系。

[illegible] $\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{ph}}$。

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{ph}} = \mathrm{Tr}_{\mathrm{in}}\hat{\boldsymbol{\rho}}. \tag{10}$$

声子数分布可由对角矩阵元表示:

$$P(n) = \langle n|\, \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{ph}}\, |n\rangle\,. \tag{11}$$

基于此，选取平均声子数小于 10 的量子区间进行系统分析[30]，揭示量子区间内声子激光

在临界阈值左侧的区域 A 中，经过长时间演化后，离子的坐标和动量趋于稳定，因此在相

$$P(n) = \frac{\boldsymbol{\lambda}^{n}}{n!}\mathrm{e}^{-\boldsymbol{\lambda}}, \tag{12}$$

其中，λ 表示声子的期望值，声子数分布从高斯分布转变为具有离散特征的泊松分布，这

声子态呈现出明显的环形结构，表明相干性的产生。

与二能级系统相比，三能级系统引入了额外的能级自由度，因此无法直接比较这两个系

3.2 量子声子激光态的二阶关联函数

声子激光的二阶关联函数是区分经典与量子声子行为的关键指标，因为它能够区分经典声

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\left\langle \hat{a}^{\dagger}(t)\hat{a}^{\dagger}(t+\tau)\hat{a}(t+\tau)\hat{a}(t) \right\rangle}{\left\langle \hat{a}^{\dagger}(t)\hat{a}(t) \right\rangle \left\langle \hat{a}^{\dagger}(t+\tau)\hat{a}(t+\tau) \right\rangle}, \tag{13}$$

其中，τ 表示时间延迟。该表达式描述了空间中固定位置处的单模场在不同时刻t和$t+\tau$的

[illegible]主导地位[illegible]泊松分[illegible]探测事件在时间维度上的反聚束特性，这意味[illegible]达。随着时间延迟τ增加，二阶关联函数$g^{(2)}(\tau)$[illegible]参数为图[illegible]

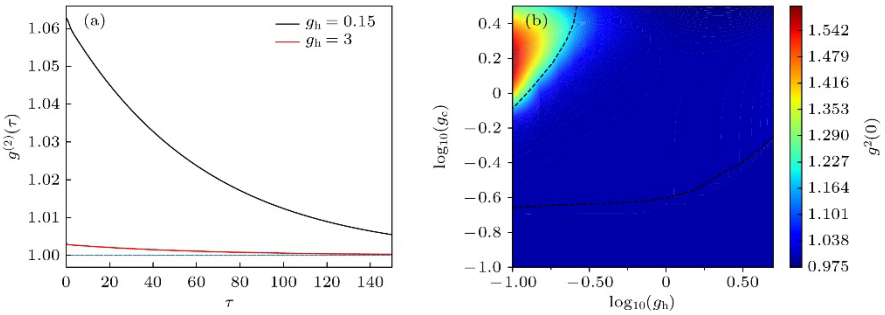

图 3。 (a) 声子激光阈值上下的二阶关联函数 $g^{(2)}(\tau)$，其中参数为 g_c=2；(b) 时间延迟为零时的二阶关联函数 $g^{(2)}(0)$。

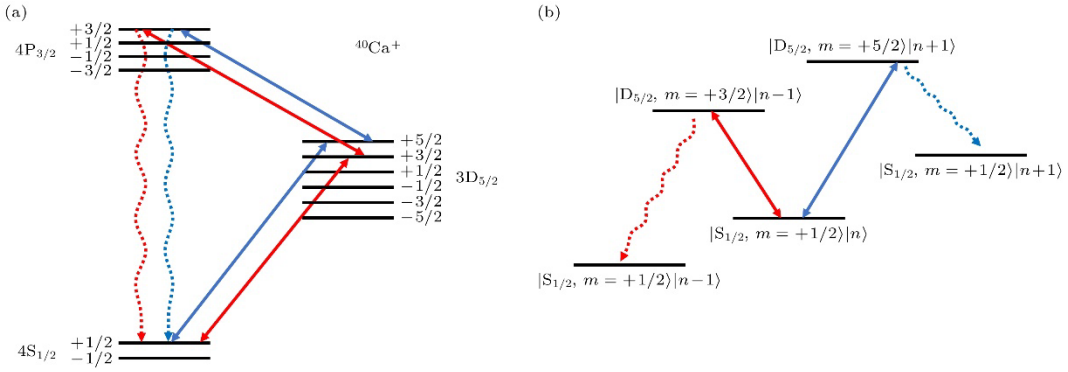

图 4。 (a) 内部能级示意图。蓝线和红线分别表示蓝边带加热和红边带冷却。(b) 蓝边带加

在时间延迟为零（τ=0）的情况下， $g^{(2)}(\tau)$可简化为 $g^{(2)}(0)$[33]:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\left\langle \hat{n}^2 \right\rangle - \langle \hat{n} \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2}, \tag{14}$$

其中 $\langle \hat{n} \rangle$ 为平均声子数。如图 3(b)所示，在区域 A 中， $g^{(2)}(0)$ >1表明声子系统存在聚束效应，表现为声子在时间和空间维度上呈非均匀聚类分布，其统计特征偏离泊松分布，呈现出明显的聚类依赖特征；在 B 区域， $g^{(2)}(0) \approx 1$，系统表现出相干性质，声子数分布接近泊松分布的特征。

4. 实验方案

4.1 量子区间中声子激光态的产生。

实验中所选$^{40}Ca^{+}$离子的能级如图4(a)所示。本研究主要关注与$4S_{1/2}$、$4P_{3/2}$和$3D_{5/2}$这三个能

首先，通过边带冷却将$^{40}Ca^{+}$离子的运动自由度冷却至基态，从而有效抑制离子热运动导

上述红边带冷却和蓝边带加热过程主要涉及$|4S_{1/2},m=+1/2$、$|3D_{5/2},m=+5/2$和$|3D_{5/2},m$

4.2 量子区间内的声子激光态测量

量子区间内的声子激光态可通过测量特征函数，并经二维傅里叶变换得到维格纳函数来表

F首先，将离子的振动态制备为 |ψ，并将电子自旋态制备为 $|4S_{1/2}, m=+1/2,$

然后，对其施加载波跃迁 $(\theta, \phi = 0)$ 作用于电子自旋态，位移算符 $D(\alpha)$ 作用于离子的振动态，随后可以通过测量期望值 $\langle Z \rangle$ [31] 得到特征函数

函数 $\chi(\alpha) = \langle \psi | D(\alpha) | \psi \rangle$，

其具体表达式如下，

$$\begin{aligned} \langle \hat{Z} \rangle &= \left\langle e^{i\theta} \hat{D}(-\alpha) + e^{-i\theta} \hat{D}(\alpha) \right\rangle / 2 \\ &= \cos(\theta) \mathrm{Re}[\chi(\alpha)] + \sin(\theta) \mathrm{Im}[\chi(\alpha)], \end{aligned} \tag{15}$$

其中，θ 是电子自旋态在布洛赫球上的旋转角，ϕ 是载波的相位。特征函数的虚部 $\mathrm{Im}[\chi$

通过测量离子运动量子态的特征函数并对其进行二维傅里叶变换，可以重建量子声子激

5. 总结

基于三能级原子模型，对量子区间内的单离子声子激光态进行了理论模拟。通过求解主方

通过优化蓝边带激光与离子之间的相互作用强度，可实现对相干声子态的可控激发

量子态的精确控制，并获得具有泊松统计特性的稳定声子激光输出。在实验方案中，利用

参考文献

[1] Qiao H, Dumur É, Andersson G, Yan H, Chou M H, Grebel J, Conner C R, Joshi Y J, Miller J M, Pover R G, Wu X, Cleland A N 2023 《科学》 380 1030

[2] Kuang T F, Huang R, Xiong W, Zuo Y L, Han X, Franco N, Qiu C W, Luo H, Jing H, Xiao G Z 2023 《自然·物理》 19 414

[3] Xiao G Z, Kuang T F, He Y T, Chen X L, Xiong W, Han X, Tan Z Q, Luo H, Jing H 2024年 eLight 4 17

[4] Cleland A Y, Wollack E A, Safavi-Naeini A H 2024年 《自然·通讯》 15 4979

[5] Wang H M, Liu X B, Hu S Q, Chen D Q, Chen Q, Zhang C, Guan M X, Meng S 2023 《科学进展》 9 33

[6] Leibfried D, Blatt R, Monroe C, Wineland D 2003 《现代物理评论》75 281

[7] Vahala K, Herrmann M, Knünz S, Batteiger V, Saathoff G, Hänsch T W, Udem Th 2009 《自然·物理》5 682

[8] Xie Y, Wan W, Wu H Y, Zhou F, Chen L, Feng M 2013 《物理评论A辑》87 053402[9] Pikovsky A, Rosenblum M, Kurths J 2001 《同步：非线性科学中的普遍概念》（剑桥：剑桥大学出版社[10] Lee T E, Sadeghpour H R 2013 《物理评论快报》111 234101

[11] Knünz S, Herrmann M, Batteiger V, Saathoff1 G, Hänsch T W, Vahala K, Udem Th 2010 《物理评论快报》105 013004

[12] Liu Z C, Wei Y Q, Chen L, Li J, Dai S Q, Zhou F, Feng M 2021 《物理评论应用》16 044007[13] Zhang Q K, Yang C, Sheng J T, Wu H B 2022 《美国国家科学院院刊》52 119[14] Ripin A, Peng R, Zhang X W, Chakravarthi S, He M H, Xu X D, Fu K M, Cao T, Li M

2023 《自然·纳米技术》18 1020[15] Häffner H, Roos C F, Blatt R 2008 《物理报告》469 155[16] Blatt R, Roos C F 2012 《自然·物理》8 277[17] Monroe C, Kim J 2013 《科学》339 1164[18] Akerman N, Kotler S, Glickman Y, Dallal Y, Keselman A, Ozeri R 2010 《物理评论A辑》82 061402[19] Lee T E, Cross M C 2011 《物理评论快报》106 143001[20] Li Y T, Li H H, Zhu Y, Zhang M, Yang J Z 2011 《物理评论E辑》84 066212[21] Lin G D, Duan L M 2011 《新物理学杂志》13 075015[22] Petri C, Meyer S, Lenz F, Schmelcher P 2011 《新物理学杂志》13 023006[23] Dutta S, Cooper N R 2019 《物理评论快报》123 250401[24] Wächtler C W, Platero G 2023 《物理评论研究》5 023021[25] Grudinin I S, Lee H, Painter O, Vahala K J 2010 《物理评论快报》104 083901[26] Kemiktarak U, Durand M, Metcalfe M, Lawall J 2014 《物理评论快报》113 030802[27] Cohen J D, Meenehan S M, MacCabe G S, Gröblacher S, Safavi-Naeini A H, Marsili F, Shaw M D, Painter O 2015 《自然》520 522[28] Pettit R M, Ge W C, Kumar P, Luntz-Martin D R, Schultz J T, Neukirch L P, Bhattacharya M, Vamivakas A N 2019 《自然·光子学》13 402[29] Wen Y T, Ares N, Schupp F J, Pei T, Briggs G A D, Laird E A 2020 《自然·物理》16 75[30] Behrle T, Nguyen T L, Reiter F, Baur D, Neeve B, Stadler M, Marinelli M, Lancellotti F, Yelin S F, Home J P 2023 《物理评论快报》131 043605[31] Flühmann C, Home J P 2020 《物理评论快报》125 043602[32] He S W, Deng Z J, Xie Y, Wang Y Y, Chen P X 2024年 《光学快报》32 13998[33] He S W 2024年 硕士学位论文（长沙：国防科技大学[34] Loudon R 2000 《光的量子理论》（牛津：牛津大学出版社[35] Scully M O, Zubairy M S 1997 量子光学（剑桥，英格兰：剑桥大学出版社[36] Xie J, Zhang A N, Cao N P, Xu H C, Zheng K M, Poon Y T, Sze N S, Xu P, Zeng B, Zhang L J 2020 《物理评论快报》125 150401

[37] Zhang Z M 2015《量子光学》（北京：科学出版社）第126页