Quantum-PROBE：借助射频透镜，基于里德堡原子接收器的多到达角估计

Hong-Bae Jeon， *IEEE* 会士，Kaibin Huang，*IEEE* 会士，以及 Chan-Byoung Chae，*IEEE* 会士

arXiv:2603.01855v1 [eess.SP] 2 Mar 2026

摘要—**本文提出基于量子功率分布的估计（PROBE）框架，这是一种基于里德堡原子接收机（RARE）、配备射频（RF）透镜前端的多用户到达角（AoA）估计方法。我们建立了一个物理一致的解析模型，表明仅幅度 RARE 测量经过波束传播法（BPM）处理并进行逐快照功率累积后，可严格表征为依赖于到达角、由透镜诱导的空间功率轮廓的非负叠加。该表述揭示了一种结构化且可解释的功率域字典，无需显式相位重构即可实现多用户到达角恢复。在此基础上，我们提出两种互补的恢复策略：（i）一种基于非负最小绝对收缩与选择算子（NN-LASSO）的原理性求解器，通过加速近端梯度法估计稀疏的非负角度表示，再进行基于聚类的到达角解码；（ii）一种低复杂度串行干扰消除（SIC）算法，通过余弦相似度匹配迭代识别并移除占主导地位的功率分布分量。仿真结果表明，在多种系统配置下，所提出的 Quantum-PROBE 框架始终优于具有代表性的 RARE 和基于射频的基准方法；同时，NN-LASSO 与 SIC 两种方案在精度与复杂度之间实现了清晰的权衡，适用于实际量子传感部署。**

索引词—**里德堡原子接收机（RARE）、射频透镜、到达角估计。**

I. 引言

RECENTLY，里德堡原子接收机（RARE） [1]–[3] 作为第六代（6G）无线网络的一项赋能技术，凭借利用高度激发的里德堡原子的量子力学性质来检测射频（RF）电场，日益受到关注。当一个或多个电子从基态跃迁至高能级时，便形成里德堡原子，并由此对入射射频场产生显著的量子响应。基于这一特性，RARE 利用电磁感应透明（EIT）和 Autler-Townes（AT）分裂等现象，将射频场的变化转换为可测量的光学特征，从而实现对传输信息的可靠恢复 [4]。随着这一量子传感范式日趋成熟，RARE 已通过实验展示了提取多种射频信号属性的能力，包括幅度 [5],相位 [6],和偏振 [7], ，并具有前所未有的灵敏度和精度 [8]。

除扩展经典接收机的功能之外，RARE从根本上有别于基于天线的射频前端，因为它规避了金属导体固有的热噪声瓶颈，原因在于原子-场相互作用本身并不产生热噪声 [2], [9]。此外，与探测里德堡态相关的量子散粒噪声（QSN）通常比传统热噪声基底低数个数量级 [10]，从而使接收接近标准量子极限（例如，量级为$\mathrm{nVcm^{-1}Hz^{-1/2}}$ [11], [12]）。事实上，据报道，RARE的噪声等效功率（NEP）通常可比最灵敏的传统无线接收机低20–30 dB [13]。

此外，对于传统的导体天线，要与入射电磁波（EM）有效相互作用，天线长度需与载波波长处于同一量级，从而使感应电流能够沿结构高效振荡 [14]。因此，经典天线的工作频段本质上受其物理尺寸限制，若不进行硬件改动，宽带或多频段重构将颇具挑战。与之形成鲜明对比的是，电磁波无需在RARE上感应谐振电流即可实现信号检测 [15]，[16]。相反，RARE借助电磁波的波粒二象性所促成的光子-原子相互作用来探测入射辐射 [6], [17]。得益于这一根本不同的接收机制，RARE可通过选择合适的原子能级跃迁，在超宽频率范围内灵活调谐，而无需改变底层硬件结构 [15], [18], [19]。

这些独特优势使 RARE 成为下一代无线接收领域极具吸引力的候选方案，尤其适用于电磁场极其微弱的场景，例如卫星和空天地通信链路，这些场景对超高灵敏度至关重要 [4], [24], 从而突破传统基于天线的接收机固有的局限。受这些优势的启发，越来越多的研究沿着清晰的演进路径积极探索基于 RARE 的架构，研究范围从物理层信号恢复延伸至系统级集成。早期研究主要致力于验证通过量子感知机制实现调制和解调的可行性。在 [2]，作者展示了使用 RARE 恢复调幅和调频（AM/FM）信号，并随后通过建模将该框架扩展至多用户体制，

本研究得到韩国外国语大学2026年研究基金的资助。（通讯作者：*Chan-Byoung Chae*。）H.-B. Jeon就职于韩国外国语大学信息通信工程系，韩国龙仁17035（电子邮箱：hongbae08@hufs.ac.kr）。K. Huang就职于香港大学电气与电子工程系，香港（电子邮箱：huangkb@eee.hku.hk）。C.-B. Chae就职于延世大学融合技术学院，韩国首尔03722（电子邮箱：cbchae@yonsei.ac.kr）。

表 I 基于 RARE 的到达角估计方法比较

参考文献	[20]	[21]	[22]	[23]	本文工作
多用户AoA估计能力	✓	✓	–	–	✓
利用多个 RARE 元素	✓	✓	–	–	✓
低复杂度可扩展性（与 RARE 元素数量呈线性关系）	–	–	✓	–	✓
基于功率剖面的无相位到达角估计	–	–	–	–	✓

将原子单输入/多输入多输出（SIMO/MIMO）接收建模为带偏差的相位恢复问题，并提出了一种期望最大化 Gerchberg-Saxton（EM-GS）算法，用于联合解码多用户符号。从传输角度来看， [25] 建立了原子 MIMO 通信模型，并揭示了其与传统射频 MIMO 系统的根本差异，其特征是非线性的仅幅度输入输出关系。为应对这一挑战，研究提出了一种兼顾同相和正交（IQ）的预编码策略，并证明该策略能够达到原子 MIMO 系统的容量极限。在这些物理层洞见的基础上，近期研究转向系统级部署和可扩展性。例如， [26]证明，单个 RARE 前端能够通过量子光学处理联合解调空间复用上行信号，从而验证了实现多用户连接的可行性。与此同时， [27]提出了里德堡原子量子 MIMO（RAQ-MIMO）架构，表明蒸气室阵列可借助量子跨导建模和加权最小均方误差（WMMSE）优化，同时处理多个射频频段。这些研究共同展现了 RARE 研究的快速进展：从概念验证阶段的信号恢复，迈向实用的多用户、多频段量子无线系统。综上，这些结果表明，RARE 正迅速成为 6G 接收机前端的有力候选方案。

随着使用 RARE 的量子增强通信快速发展，越来越多的关注开始转向挖掘其在无线感知中进行空间信息提取的能力，从而在统一的基于 RARE 的框架内联合实现通信与感知功能 [28]。尤其是，到达角（AoA）估计在无线感知中发挥着关键作用，因为它是新兴 6G 应用中定位、跟踪、干扰感知和空间资源管理的基本组成部分 [29], [30]。尽管至关重要，基于 RARE 的系统中的到达角估计仍处于早期阶段，并面临独特挑战。不同于能够提供相位相干观测的传统天线阵列，RARE 天生只能产生由量子感知机制决定的仅幅度测量 [25], ，因此许多经典的基于子空间或依赖相位的到达角估计技术均无法适用。

为解决这一问题， [20] 针对 RARE 系统中的多用户到达角估计提出了量子多重信号分类（MUSIC），而 [21] 则将基于 RARE 的感知扩展到多频段场景，通过对到达角进行联合估计，跨越不同载波频率，二者均通过修改 EM-GS 算法来考虑相位恢复。最近， [22]证明，即使单个 RARE 也能利用原子介质内的蒸气内部干涉效应推断到达角，进一步凸显了 RARE 的空间感知潜力。此外， [23] 中的作者利用相位差与到达角之间的简单几何关系进行单目标估计。然而，现有方法仍存在若干根本性局限。具体而言， [20]–[21]依赖于中间相位恢复，这在仅幅度的原子观测条件下会引入额外的计算复杂度和误差传播。此外， [22]–[23] 没有利用多个RARE元素所提供的空间分集，并且本质上局限于单目标场景。据我们所知，目前仍没有一种低复杂度的到达角估计框架，能够直接利用 RARE 的功率域特性，在无需显式相位重构的情况下，利用多个 RARE 元素实现可靠的多用户到达角估计，这推动了一种新的到达角估计范式的发展。

聚焦于基于 RARE 的接收所产生的功率剖面，经典射频系统中的一条互补研究路线已证明，射频透镜凭借其固有的功率聚焦特性，可用于空间信号处理 [31]–[33]。射频透镜是一种置于天线阵列前方的介电结构或工程化结构，能够弯曲并汇聚入射电磁波，其作用方式类似于光学透镜，从而将角度信息转换为分布在阵列孔径上的空间局部化功率分布 [34]。这种聚焦效应已广泛应用于毫米波（mmWave）MIMO 通信 [35]–[36] 或非地面网络（NTN） [24], [32], 等场景，在无需复杂移相器网络的情况下实现高方向性和波束成形增益，从而显著提升链路性能和系统容量 [37]–[41]。

除通信之外，研究人员还通过利用射频透镜固有的功率聚焦特性，对其在感知和定位应用中的射频透镜架构进行了广泛研究。早期的理论研究（如 [42],）通过推导克拉美-罗界（CRB），从理论上刻画了射频透镜天线阵列中到达角估计的基本极限，并明确揭示了，与传统均匀阵列相比，透镜诱导的非均匀功率分布能够带来固有的角度分辨能力增益。基于这一认识，后续研究进一步展示了如何将这种功率聚焦特性实际应用于到达角估计。在 [43], 中，作者表明，射频透镜能够有效地将到达角信息转换为空间上集中的功率分布

分布于整个天线阵列，从而无需依赖相位相干处理，直接在功率域中进行运算即可实现准确的到达角估计。类似地，[30] 证明，基于透镜的多输入多输出系统能够通过在物理上分离来自不同方向的入射信号，显著简化到达角估计和定位，并因此增强对干扰和噪声的鲁棒性。为进一步降低实现复杂度，[44] 提出了一种利用独特的透镜诱导功率分布的低复杂度到达角估计算法，结果表明，借助显著降低的计算开销即可实现可靠的角度估计。近来，射频透镜的空间功率聚焦能力已扩展至实际的系统级应用，例如混合射频/自由空间光通信（FSO）中的单次粗指向 [45]，在该应用中，接收功率的焦点位置能够以极低的处理复杂度直接提供可靠的方向信息。

这些进展表明，射频透镜能够将角度信息映射为空间功率分布，这启发我们利用这种空间聚焦效应开展基于 RARE 的感知；此前尚未有人探索这一方向。通过集成射频透镜前端，基于 RARE 的感知测量可转化为具有区分性的、依赖到达角的功率特征，从而支持稳健的多用户角度推断。基于这一发现，本文提出多用户量子功率剖面估计（PROBE）框架。该名称的灵感源于 [44]，，这是一种借助透镜的基于 RARE 的到达角估计范式，无需显式进行相位恢复，完全在功率域中运行。所提出的框架利用射频透镜在蒸气池中形成的、依赖到达角的非均匀功率分布，在多种运行条件下可靠地提取角度信息。为系统地利用这一结构，我们开发了一个统一的建模与算法框架，连接量子传感物理与阵列信号处理。我们的主要贡献总结如下：

- 我们建立了一种透镜嵌入式 RARE 接收模型，并表明，通过波束传播法（BPM）获得的多用户 RARE 观测，经过极化平均和逐快照功率累积后，将收敛为由到达角决定的功率分布原子的非负叠加；这些原子主要由射频透镜的聚焦响应决定。该分析揭示，角度信息通过透镜诱导的空间功率聚焦机制，内在地编码在 RARE 测量的功率域中。

- 基于透镜嵌入式 RARE 功率分布分析，我们解析推导出一个依赖到达角的功率分布字典，并将多用户到达角估计严格表述为功率域中的稀疏非负表示问题。利用这一结构，我们开发了两种互补的 Quantum-PROBE 算法，以直接求解由此得到的估计问题。具体而言：

  1) 一种有理论依据的 NN-LASSO 框架，通过加速近端梯度法估计稀疏的非负角度表示，随后采用基于聚类的到达角解码，从而以可控的计算复杂度实现准确、稳健的多用户到达角估计。

  2）一种基于串行干扰消除（SIC）的低复杂度框架，通过余弦相似度匹配和非负投影，依次识别并消除占主导地位的角度分量，从而提供一种高效的近似求解器，在精度-复杂度权衡方面表现良好，适用于大规模 RARE 阵列。

- 我们证明，所提出的 Quantum-PROBE 框架的计算复杂度与 RARE 元素数量呈线性关系，因此其计算效率显著高于现有方法。大量仿真结果表明，所提出的 Quantum-PROBE 框架始终优于现有的基于 RARE 和传统的基于射频的基准方法，验证了射频透镜功率聚焦与量子级 RARE 灵敏度之间的协同作用，能够在低功耗运行下实现高效的到达角感知。

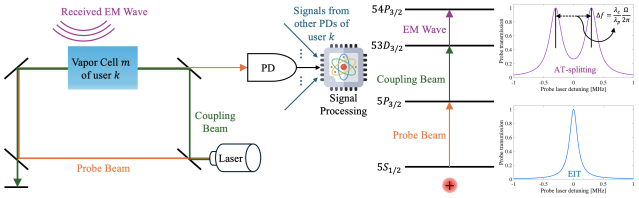


图 1. RARE 中信号处理机制示意图。入射电磁波会在两个高度激发的里德堡态（例如 $53D_{3/2}$ 和 $54P_{3/2}$）之间诱导耦合，从而产生 Autler–Townes 分裂。观测到的谱线间隔 Δf 通过式（5）转换为拉比频率 Ω。

本文的关键创新不在于射频透镜或 *RARE* 各自本身，而在于揭示了射频透镜引起的功率聚焦如何从根本上实现基于仅幅度原子测量的可靠多用户到达角估计：它将角度信息转化为结构化的、与到达角相关的功率分布。

II. 系统模型

A. 基于*RARE*的接收模型

考虑一个由 M 个蒸气池组成的 RARE，每个蒸气池中都含有一组里德堡原子。我们考虑 K_{U}个发射源（用户），其单位功率符号向量为$\mathbf{s} = [s_1 \ \cdots \ s_{K_{\mathrm{U}}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{K_{\mathrm{U}}}$。入射到第 m个单元上的射频场建模为

$$\mathbf{E}_m(t) = \sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}} \boldsymbol{\epsilon}_{m,k} \sqrt{P_k} \rho_{m,k} s_k \cos(\omega t + \phi_{m,k}), \qquad (1)$$

其中，$\boldsymbol{\epsilon}_{m,\,k} \in \mathbb{R}^3$ 表示用户 k在第 m个单元处的极化向量，P_k 表示用户k的发射功率，而$\rho_{m,\,k} e^{j\phi_{m,\,k}}$ 表示用户 k 到单元 m 的复信道（路径损耗和相位）。我们采用单元间距为 d的基于均匀线阵的RARE模型，其中信道系数表示为

$$\rho_{m,k} e^{j\phi_{m,k}} = \alpha_k e^{jk\frac{(m-1)d\sin\theta_k}{\lambda}}, \qquad (2)$$

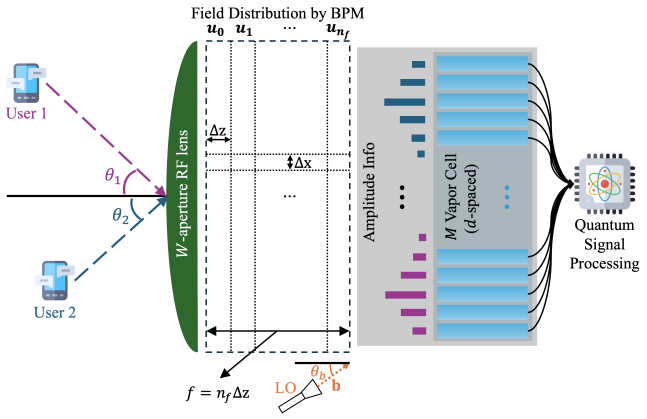


图2. 展示了采用 RFlens 前端的 RARE辅助无线系统。

其中， θ_k和 $\alpha_k \sim \mathcal{CN}(0,\ 1)$分别表示用户 k的到达角和复信道增益 [20]，[44]，[46]。标准的均匀线阵响应为

$$\mathbf{a}_{\mathrm{ULA}}(\theta) = [1\ e^{j\frac{d\sin\theta}{\lambda}}\ \cdots\ e^{j\frac{(M-1)d\sin\theta}{\lambda}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^M. \quad (3)$$

入射射频场 $\{\mathbf{E}_m\}$ 与里德堡原子跃迁耦合，从而产生电磁感应透明和 Autler–Townes 分裂 [15]。Autler–Townes分裂间隔 $\{\Delta f_m\}$ 与相应的拉比频率 $\{\Omega_m\}$ [2]直接对应：

$$\Omega_m = \left| \sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}} \frac{1}{\hbar} \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\epsilon}_{m,k} \sqrt{P_k} \rho_{m,k} s_k e^{j\phi_{m,k}} \right| \ (m = 1, \cdots, M), \quad (4)$$

其中 $\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}} \in \mathbb{R}^3$ 为跃迁偶极矩矢量。此外，通过 [15]，

$$\Delta f_m = \frac{\lambda_c}{\lambda_p} \frac{\Omega_m}{2\pi} \ (\forall m), \quad (5)$$

其中 λ_c 和 λ_p 分别表示耦合光束和探测光束的波长。因此，通过感知 Δf_m，可以利用公式（5）求得 Ω_m ，随后通过公式（4）恢复 $\{s_k\}$ [2], [20]。RARE中的整体信号处理流程如图1所示。

通过收集 M 个单元上的拉比频率，我们定义仅包含幅度的 RARE输出向量

$$\mathbf{y} \triangleq [\Omega_1\ \cdots\ \Omega_M]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}_+^M. \quad (6)$$

为将公式（4）与经典 MIMO表示法联系起来，令

$$a_{m,k} \triangleq \frac{1}{\hbar} \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\epsilon}_{m,k} \sqrt{P_k} \rho_{m,k} e^{j\phi_{m,k}}, \quad (7)$$

于是，(4) 变为

$$\Omega_m = \left| \sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}} a_{m,k} s_k \right| \ (m = 1, \cdots, M). \quad (8)$$

我们用$\mathbf{b} \in \mathbb{C}^M$ 表示用于相位恢复的本地振荡器（LO）信号 [2]，，其第 m 个分量为

$$b_m = \frac{1}{\hbar} \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\epsilon}_{m,b} s_b \sqrt{P_b} \rho_{m,b} e^{j\phi_{m,b}}, \quad (9)$$

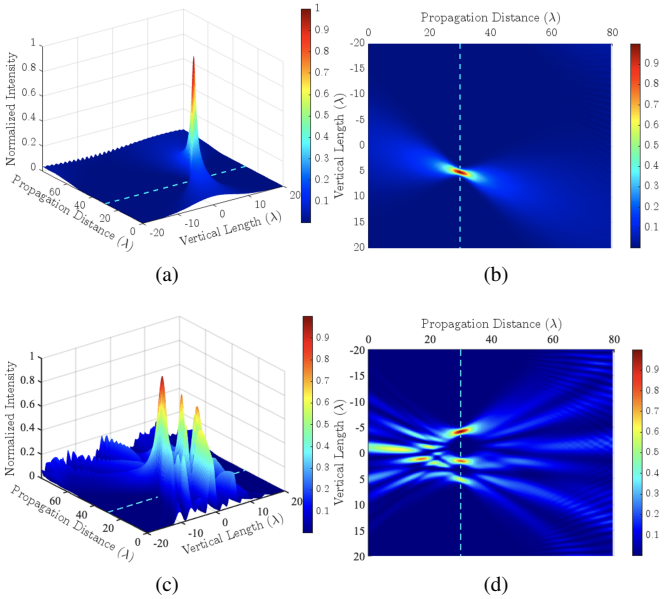


图 3. 入射电磁波的归一化场分布：(a)-(b) $\theta = 10°$ 和 (c)-(d) $\theta = -8°$, $3°$，以及 $10°$ 在射频透镜处的场分布，使用 BPM 计算得到。虚线表示从透镜沿传播轴传播的 f，RARE 阵列部署于此处。

其中， $P_b, s_b, \rho_{m,b}, \phi_{m,b}$和 $\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}$ 分别表示已知的本振发射功率、单位功率本振符号、路径损耗、相移和极化向量。在此，我们假设 LO 到 RARE 的距离足够短，因此各单元的路径损耗相同 [25]，即$\forall \rho_{m,b} = \beta$。此外，我们考虑量子散粒噪声 QSN $\mathbf{n}_q \sim \mathcal{CN}\ \mathbf{0}\ \sigma_q^2\ _M$ [2], [10], (,$\mathbf{I}$)。将原 [47] $^* \in \mathbb{C}^{M\times K_{\mathrm{U}}}$ 子多输入多输出信道$\mathbf{A}$定义为$[\mathbf{A}^*]_{m,k} = a_{m,k}$，可得其紧凑形式

$$\mathbf{y} = |\mathbf{A}^*\mathbf{s} + \mathbf{b} + \mathbf{n}_q| \in \mathbb{R}_+^M, \quad (10)$$

其中，绝对值按元素逐一计算。公式 (10) 表明，RARE 会固有地舍弃相位信息，并将场强编码为拉比频率的幅值；由此可以通过偏置 GS 算法 [2] 或其修改版本 [20]恢复相位。

III. 透镜嵌入式阵列响应分析

A. 基于 *BPM* 的透镜嵌入式阵列响应

如图 2 所示，我们考虑一个配备射频透镜前端 [32], [34] 的 RARE。该透镜的孔径宽度为 W ，焦距为 f，并直接置于采用均匀线性阵列结构的 RARE 前方。其中，f 由$f^{-1} = \frac{n-1}{R}$ [48]给出， $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ 表示由介质相对介电常数 ε_r确定的折射率，而R 表示透镜表面的曲率半径。透镜孔径以间距 Δx进行采样，在透镜水平方向上得到 $N_s = \frac{W}{\Delta x}$ 个离散空间采样点。令$\mathbf{u}_n \in \mathbb{C}^{N_s}$ 表示距透镜 $z = n\Delta z$ 处的离散场分布，其中 Δz 为沿透镜垂直方向的传播步长。

在菲涅耳衍射区域内，BPM 得到 [41], [44], [48]

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_n &= \frac{e^{jk\Delta z}}{j\lambda\Delta z}\mathcal{F}^{-1}\Big\{\mathcal{F}\{\mathbf{u}_{n-1}\}\circ\mathbf{h}_{\mathrm{sys}}\Big\},\\ h_{\mathrm{sys}}(p) &\triangleq \mathcal{F}\left\{e^{\frac{jk\left((p-1-\frac{N_s-1}{2})\Delta x\right)^2}{2\Delta z}}\right\},\\ u_0(p) &\triangleq e^{-jk\frac{\left((p-1-\frac{N_s-1}{2})\Delta x\right)^2+2f(p-1-\frac{N_s-1}{2})\sin\theta}{2f}},\end{aligned}\tag{11}$$

其中，$k=\frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数，$\circ$ 表示逐元素乘积，$\mathcal{F}\{\cdot\}$ 和 $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ 分别表示离散傅里叶变换（DFT）和逆离散傅里叶变换。图 3 展示了单用户和多用户场景下的 BPM 场分布。

令 n_f为满足 $z=n_f\Delta z\approx f$的索引。用$\mathbf{u}_f \triangleq\mathbf{u}_{n_f}\in\mathbb{C}^{N_s}$表示焦平面场分布。第 m 个蒸气池位于

$$x_m=\Big(m-1-\frac{M-1}{2}\Big)d\ (m=1,\cdots,M),\tag{12}$$

离散孔径坐标为

$$x_p=\Big(p-1-\frac{N_s-1}{2}\Big)\Delta x\ (p=1,\cdots,N_s).\tag{13}$$

将蒸气池的位置映射到 BPM 索引，可得

$$p(m)=\mathrm{round}\left(\frac{x_m}{\Delta x}+\frac{N_s+1}{2}\right)\ (m=1,\cdots,M),\tag{14}$$

其中，$p(m)\in\{1,\cdots,N_s\}$ 由设计保证。因此，通过在 $\{p(m)\}$处对$\mathbf{u}_f$ 进行采样，可得到到达角为 θ 时的透镜嵌入式阵列响应：

$$\mathbf{a}_{\mathrm{lens}}(\theta)=[u_f(p(1))\ \cdots\ u_f(p(M))]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^M.\tag{15}$$

与传统均匀线性阵列响应（3）（幅度均为单位值且具有线性相位递进）相比，$\mathbf{a}_{\mathrm{lens}}(\theta)$因射频透镜的聚焦作用而呈现高度非均匀的幅度模式，如图 3a 和 3c 所示。这种非均匀且与到达角相关的特征，在 RARE 域中催生了一种新的到达角推断框架。

B. 嵌入透镜的*RARE*功率分布：多用户扩展

现在，我们将嵌入透镜的RARE功率分布构造扩展到多用户上行链路。设真实到达角为 $\boldsymbol{\theta}\triangleq[\theta_1\ \cdots\ \theta_{K_{\mathrm{U}}}]^{\mathrm{T}}$。利用式（7）以及透镜响应（15），用户 k 到小区 m的透镜辅助原子信道系数为

$$a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})=\frac{1}{\hbar}\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}\sqrt{P_k}\alpha_k u_f(p(m);\theta_k).\tag{16}$$

定义小区 m处的复基带叠加为

$$x_m(\boldsymbol{\theta})\triangleq\sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}}a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})s_k,\ \mathbf{x}(\boldsymbol{\theta})\triangleq[x_1(\boldsymbol{\theta})\ \cdots\ x_M(\boldsymbol{\theta})]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^M.\tag{17}$$

在没有本振和噪声的情况下，单元 m 处的拉比幅度可用与式（8）相同的方法表示：

$$\bar{\Omega}_m(\boldsymbol{\theta})\triangleq|x_m(\boldsymbol{\theta})|,\ \bar{\boldsymbol{\Omega}}(\boldsymbol{\theta})\triangleq|\mathbf{x}(\boldsymbol{\theta})|\in\mathbb{R}_+^M.\tag{18}$$

我们的框架利用了蒸气池之间依赖于到达角的功率分布。为此，考虑逐元素平方幅度

$$\bar{\boldsymbol{\Omega}}(\boldsymbol{\theta})^{\circ 2}=|\mathbf{x}(\boldsymbol{\theta})|^{\circ 2}\in\mathbb{R}_+^M.\tag{19}$$

1）条件二阶矩与交叉项消失：一般而言，式（19）包含用户间的交叉项。为获得稳健的与到达角相关的特征，我们考虑 $x_m(\boldsymbol{\theta})$ 的二阶矩。假设对于每个用户 k 和任意小区m，$\{\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}\}$ 在 m 和 k 上相互独立，并遵循均匀分布于单位圆上的各向同性极化模型（即，在与$\mathbf{k}(\theta_k)$正交的 $[0,2\pi$ 上具有均匀角度），其中 $\|\mathbf{k}(\theta_k)\|_2=1$，即 $\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{k}}(\theta_k)=0$和$\|\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}\|_2=1$ [2], [25]:

$$\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}^{\mathrm{T}}\right]=\frac{1}{2}\Big(\mathbf{I}_3-\hat{\mathbf{k}}(\theta_k)\hat{\mathbf{k}}(\theta_k)^{\mathrm{T}}\Big),\tag{20}$$

这意味着偏振平均投影增益

$$\eta(\theta_k)\triangleq\mathbb{E}\left[|\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}|^2\right]=\frac{1}{2}\left(\|\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}\|_2^2-(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{k}}(\theta_k))^2\right).\tag{21}$$

然后，展开 $|x_m|^2$ 得到

$$\begin{aligned}|x_m(\boldsymbol{\theta})|^2&=\left|\sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}}a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})s_k\right|^2\\&=\sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}}|a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})|^2+\sum_{\substack{k,\ell=1\\k\neq\ell}}^{K_{\mathrm{U}}}a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})a_{m,\ell}^*(\boldsymbol{\theta})s_k s_\ell^*.\end{aligned}\tag{22}$$

取 $\mathbb{E}_{\alpha,\ \epsilon}[\cdot|\boldsymbol{\theta},\mathbf{s}]$ 可得

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}_{\alpha,\epsilon}\left[|x_m(\boldsymbol{\theta})|^2|\boldsymbol{\theta},\mathbf{s}\right]\\&=\sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}}\mathbb{E}_{\alpha,\epsilon}\left[|a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})|^2|\boldsymbol{\theta}\right]\\&+\sum_{\substack{k,\ell=1\\k\neq\ell}}^{K_{\mathrm{U}}}s_k s_\ell^*\mathbb{E}_{\alpha,\epsilon}\left[a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})a_{m,\ell}^*(\boldsymbol{\theta})|\boldsymbol{\theta}\right].\end{aligned}\tag{23}$$

对于交叉项（$k\neq\ell$），代入式 (16) 得到

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}_{\alpha,\epsilon}\left[a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})a_{m,\ell}^*(\boldsymbol{\theta})|\boldsymbol{\theta}\right]\\&=\frac{\sqrt{P_kP_\ell}}{\hbar^2}u_f(p(m);\theta_k)u_f^*(p(m);\theta_\ell)\\&\quad\mathbb{E}_\alpha\left[\alpha_k\alpha_\ell^*\right]\mathbb{E}_\epsilon\left[(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k})(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,\ell})^*\right],\end{aligned}\tag{24}$$

其中，我们利用了 $\{\alpha_k\}$ 与 $\{\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}\}$之间（用户间）的独立性/不相关性。在以下任一条件下：(i) 对于 $k\neq\ell$，用户间衰落 $\mathbb{E}[\alpha_k\alpha_\ell^*]=0$ 不相关；或 (ii) 偏振各向同性，且 $\mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}]=\mathbf{0}$，并且 k 之间相互独立，式 (24) 中的期望乘积为零，因此：

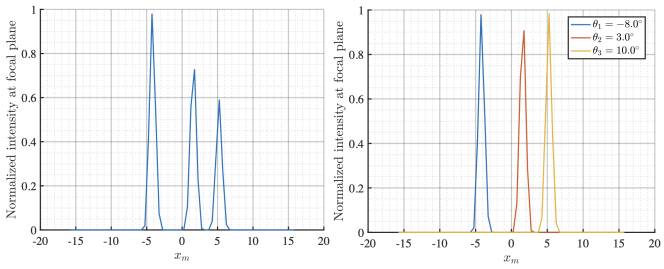
$$\mathbb{E}_{\alpha,\epsilon}\left[a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})a_{m,\ell}^*(\boldsymbol{\theta})|\boldsymbol{\theta}\right]=0\ (k\neq\ell).\tag{25}$$

因此，

$$\mathbb{E}_{\alpha,\epsilon}\left[|x_m(\boldsymbol{\theta})|^2|\boldsymbol{\theta},\mathbf{s}\right]=\sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}}\mathbb{E}_{\alpha,\epsilon}\left[|a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})|^2|\boldsymbol{\theta}\right].\tag{26}$$

最后，由于

$$|a_{m,k}(\boldsymbol{\theta})|^2=\frac{P_k|\alpha_k|^2}{\hbar^2}|\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}|^2|u_f(p(m);\theta_k)|^2,\tag{27}$$



(a) (b)

图4. 归一化的 (a) $\mathbf{p}_{\mathrm{MU}}(\boldsymbol{\theta})$，对应于 $\boldsymbol{\theta} = [-8°, 3°, 10°]^{\mathrm{T}}$；以及 (b) 对应的 $\mathbf{p}_{\mathrm{Q}}(\theta_i) \in \mathcal{D}_{\mathrm{Q}}$，对应于 $i = 1, 2, 3$，其归一化方式是除以字典中的最大值；这些剖面共同构成 (a) 中所示的功率剖面。图4a中的功率剖面是沿着图3c中焦平面 f处的虚线提取横截面得到的。

我们得到

$$\mathbb{E}_{\alpha,\epsilon}\left[|x_m(\boldsymbol{\theta})|^2|\boldsymbol{\theta},\mathbf{s}\right] = \sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}} \frac{P_k}{\hbar^2}\eta(\theta_k)g_m(\theta_k), \tag{28}$$

其中 $g_m(\theta_k) \triangleq |u_f(p(m);\,\theta_k)|^2$。

2）多用户平均功率剖面：将 (28) 式沿 m叠加，可得多用户平均功率剖面：

$$\mathbf{p}_{\mathrm{MU}}(\boldsymbol{\theta}) \triangleq \mathbb{E}\left[|\mathbf{x}(\boldsymbol{\theta})|^{\circ 2}|\boldsymbol{\theta}\right] = \sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}} w_k \mathbf{p}_{\mathrm{Q}}(\theta_k), \tag{29}$$

其中，$\mathbf{g}(\theta) = [g_1(\theta)\ \cdots g_M(\theta)]^{\mathrm{T}}$和 $w_k \triangleq \frac{P_k}{\hbar^2}$：—

$$\mathbf{p}_{\mathrm{Q}}(\theta) \triangleq \eta(\theta)|\mathbf{a}_{\mathrm{lens}}(\theta)|^{\circ 2} = \eta(\theta)\mathbf{g}(\theta) \in \mathbb{R}_+^M. \tag{30}$$

式 (29) 表明，在对符号随机性和偏振取平均后，如图4a所示，带透镜的多用户 RARE 功率剖面成为 $\{\mathbf{p}_{\mathrm{Q}}(\theta_k)\}$ 的非负叠加，其主要由 RFlens BPM 响应决定。这一视角构成了所提出的多用户 Quantum-PROBE 算法的基础；该算法通过将测得的 RARE 功率剖面与预先计算的字典 $\mathcal{D}_{\mathrm{Q}}$进行比较，恢复底层到达角。具体而言，我们将到达角搜索区域离散为网格 $\{\theta_i\}_{i=1}^{d_{\mathrm{QP}}}$，并预先计算相应的嵌入透镜的 RARE 功率剖面

$$\mathcal{D}_{\mathrm{Q}} \triangleq \left\{\mathbf{p}_{\mathrm{Q}}(\theta_i) = \eta(\theta_i)|\mathbf{a}_{\mathrm{lens}}(\theta_i)|^{\circ 2}\right\}_{i=1}^{d_{\mathrm{QP}}}, \tag{31}$$

它们仅取决于透镜几何结构、阵列配置和原子参数，因此可以离线生成。值得注意的是，$\eta(\theta)$只会对各蒸气池引入统一缩放，不会改变透镜诱导功率分布的空间形状。这一特性将在后续的归一化和居中操作中加以利用。图4b展示了构成图4a中各功率分布的相应字典元素。

3）使用本振和量子散粒噪声进行纯幅度测量：在快照 k_{snap}中，纯幅度 RARE 观测为

$$\mathbf{y}^{(k_{\mathrm{snap}})} = \left|\mathbf{x}^{(k_{\mathrm{snap}})}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{b}^{(k_{\mathrm{snap}})} + \mathbf{n}_q^{(k_{\mathrm{snap}})}\right| \in \mathbb{R}_+^M. \tag{32}$$

定义 K_{snap} 个快照上的时间平均功率剖面：

$$\bar{\mathbf{y}} \triangleq \frac{1}{K_{\mathrm{snap}}}\sum_{k_{\mathrm{snap}}=1}^{K_{\mathrm{snap}}}\left(\mathbf{y}^{(k_{\mathrm{snap}})}\right)^{\circ 2} \in \mathbb{R}_+^M. \tag{33}$$

对于每个蒸气池 m k_{snap} $y_m^{(k_{\mathrm{snap}}} \triangleq$ 和快照，$|x_m^{(k_{\mathrm{snap}}}\ \boldsymbol{\theta}\ + b_m^{(k_{\mathrm{snap}}}\ + n_{q\,m}^{(k_{\mathrm{snap}}}|$.

令 $))(\,))$,那么

$$\begin{aligned}(y_m^{(k_{\mathrm{snap}})})^2 &= |x_m^{(k_{\mathrm{snap}})}|^2 + |b_m^{(k_{\mathrm{snap}})}|^2 + |n_{q,m}^{(k_{\mathrm{snap}})}|^2 \\ &\quad + 2\Re\left\{x_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(b_m^{(k_{\mathrm{snap}})})^*\right\} + 2\Re\left\{x_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(n_{q,m}^{(k_{\mathrm{snap}})})^*\right\} \\ &\quad + 2\Re\left\{b_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(n_{q,m}^{(k_{\mathrm{snap}})})^*\right\}.\end{aligned} \tag{34}$$

在此，由于$\mathbf{n}^{(k_{\mathrm{snap}})q}$ 独立于$(\mathbf{x}^{(k_{\mathrm{snap}})},\mathbf{b}^{(k_{\mathrm{snap}})})$，且满足 $\mathbb{E}[\mathbf{n}^{(k_{\mathrm{snap}})_q}\ ] = \mathbf{0}$，因此可得

$$\mathbb{E}\left[x_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(n_{q,m}^{(k_{\mathrm{snap}})})^*|\boldsymbol{\theta}\right] = \mathbb{E}\left[b_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(n_{q,m}^{(k_{\mathrm{snap}})})^*\right] = 0. \tag{35}$$

此外，$\mathbf{b}^{(k_{\mathrm{snap}})}$ 在统计上独立于$\mathbf{x}^{(k_{\mathrm{snap}}}\ (\boldsymbol{\theta})$。因此，在快照 k_{snap}处，将单元m 上的用户诱导场写作

$$x_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}} \underbrace{\frac{1}{\hbar}\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}^{(k_{\mathrm{snap}})}\sqrt{P_k}\alpha_k^{(k_{\mathrm{snap}})}u_f(p(m);\theta_k)s_k^{(k_{\mathrm{snap}})}}_{\triangleq\ x_{m,k}^{(k_{\mathrm{snap}})}}, \tag{36}$$

以及本振分量为

$$b_m^{(k_{\mathrm{snap}})} = \frac{1}{\hbar}\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\mathrm{snap}})}\sqrt{P_b}\beta^{(k_{\mathrm{snap}})}e^{j\varphi_b^{(k_{\mathrm{snap}})}}. \tag{37}$$

然后，

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}\left[x_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(b_m^{(k_{\mathrm{snap}})})^*|\boldsymbol{\theta}\right] \\ &= \sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}}\mathbb{E}\left[x_{m,k}^{(k_{\mathrm{snap}})}(b_m^{(k_{\mathrm{snap}})})^*|\boldsymbol{\theta}\right] \\ &= \sum_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}}\frac{\sqrt{P_kP_b}}{\hbar^2}u_f(p(m);\theta_k)\mathbb{E}\Big[\alpha_k^{(k_{\mathrm{snap}})}(\beta^{(k_{\mathrm{snap}})})^* \\ &\qquad s_k^{(k_{\mathrm{snap}})}e^{-j\varphi_b^{(k_{\mathrm{snap}})}}(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}^{(k_{\mathrm{snap}})})(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\mathrm{snap}})})^*\Big|\boldsymbol{\theta}\Big].\end{aligned} \tag{38}$$

本振侧随机变量 $\{\beta^{(k_{\mathrm{snap}})}\ \varphi_b^{(k_{\mathrm{snap}})},\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\mathrm{snap}}}\}$与用户侧随机变量 $\{\alpha_k^{(k_{\mathrm{snap}})},s^{(k_{\mathrm{snap}})}{}_k,\boldsymbol{\epsilon}^{(k_{\mathrm{snap}})}{}_{m,k}\ \}$ 对于每个 k均相互独立。因此，式（38）中的期望可按式（39）进行因式分解。现在，由于 $\boldsymbol{\epsilon}$ 的各向同性性质：$\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\epsilon}_m^{(k_{\mathrm{snap}})},_k\ \right] = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{\epsilon}_m^{(k_{\mathrm{snap}}}\ ),_b\ \right] = \mathbf{0}$，这意味着

$$\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}^{(k_{\mathrm{snap}})}\right] = \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}^{(k_{\mathrm{snap}})}] = 0,\ \mathbb{E}\left[(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\mathrm{snap}})})^*\right] = 0. \tag{40}$$

将式（40）代入式（39）可得

$$\mathbb{E}\left[x_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(b_m^{(k_{\mathrm{snap}})})^*|\boldsymbol{\theta}\right] = 0. \tag{41}$$

因此，对式（34）取条件期望可得

$$\mathbb{E}\left[(y_m^{(k_{\mathrm{snap}})})^2|\boldsymbol{\theta}\right] = \mathbb{E}\left[|x_m^{(k_{\mathrm{snap}})}(\boldsymbol{\theta})|^2|\boldsymbol{\theta}\right] + \mathbb{E}\left[|b_m^{(k_{\mathrm{snap}})}|^2\right] + \sigma_q^2. \tag{42}$$

$$\mathbb{E}\Big[\alpha_k^{(k_{\text{snap}})}(\beta^{(k_{\text{snap}})})^* s_k^{(k_{\text{snap}})} e^{-j\varphi_b^{(k_{\text{snap}})}} (\boldsymbol{\mu}_{\text{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}^{(k_{\text{snap}})})(\boldsymbol{\mu}_{\text{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\text{snap}})})^* \Big| \boldsymbol{\theta}\Big]$$
$$= \mathbb{E}\left[\alpha_k^{(k_{\text{snap}})} s_k^{(k_{\text{snap}})} | \boldsymbol{\theta}\right] \mathbb{E}\left[(\beta^{(k_{\text{snap}})})^* e^{-j\varphi_b^{(k_{\text{snap}})}}\right] \mathbb{E}\left[\boldsymbol{\mu}_{\text{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}^{(k_{\text{snap}})}\right] \mathbb{E}\left[(\boldsymbol{\mu}_{\text{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\text{snap}})})^*\right]. \tag{39}$$

现在我们将计算 $\mathbb{E}[|b^{(k_{\text{snap}})}{}_m \quad |^2]$。根据式（9）：

$$|b_m^{(k_{\text{snap}})}|^2 = \frac{P_b|\beta|^2}{\hbar^2} |\boldsymbol{\mu}_{\text{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\text{snap}})}|^2, \tag{43}$$

并且本振偏振遵循相同的随机化模型：

$$\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\text{snap}})}(\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\text{snap}})})^{\mathrm{T}}\right] = \frac{1}{2}\left(\mathbf{I}_3 - \hat{\mathbf{k}}(\theta_b)\hat{\mathbf{k}}(\theta_b)^{\mathrm{T}}\right), \tag{44}$$

ˆ其中，θ_b 是已知的本振到达角，$\mathbf{k}(\theta_b)$是对应的单位传播方向。然后，采用与（21）相同的方法：

$$\mathbb{E}\left[|\boldsymbol{\mu}_{\text{eg}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}^{(k_{\text{snap}})}|^2\right] = \frac{1}{2}\left(\|\boldsymbol{\mu}_{\text{eg}}\|_2^2 - (\boldsymbol{\mu}_{\text{eg}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{k}}(\theta_b))^2\right) = \eta(\theta_b). \tag{45}$$

将（44）—（45）代入（43），可得到所需的常数下限：

$$\mathbb{E}\left[|b_m^{(k_{\text{snap}})}|^2\right] = \frac{P_b|\beta|^2}{\hbar^2}\eta(\theta_b) \ (\forall m). \tag{46}$$

因此，对（34）取期望并与 m堆叠可得：

$$\mathbb{E}\left[(\mathbf{y}^{(k_{\text{snap}})})^{\circ 2}|\boldsymbol{\theta}\right] = \mathbf{p}_{\text{MU}}(\boldsymbol{\theta}) + \frac{P_b|\beta|^2}{\hbar^2}\eta(\theta_b)\mathbf{1}_M + \sigma_q^2\mathbf{1}_M, \tag{47}$$

其中，第一项来自（29）。最后，根据应用于（33）的强大数定律，

$$\bar{\mathbf{y}} \xrightarrow{K_{\text{snap}}\to\infty} \mathbf{p}_{\text{MU}}(\boldsymbol{\theta}) + \frac{P_b|\beta|^2}{\hbar^2}\eta(\theta_b)\mathbf{1}_M + \sigma_q^2\mathbf{1}_M. \tag{48}$$

IV. 提出的多用户量子探针到达角估计

因此，根据 III-B 节，到达角估计问题可归结为：从 AoA 相关的非负叠加 $\{\mathbf{p}_{\text{Q}}(\theta)\}$ 的含噪观测中恢复未知的 $\{\theta_k\}_{k=1}^{K_{\text{U}}}$。现在，我们对所提出的 Quantum-PROBE 算法框架进行形式化描述。首先，由于本振引起的底噪和量子散粒噪声仅产生与到达角无关、且与 $\mathbf{1}_M$ 成比例的偏置，因此我们先应用中心化投影算子

$$\boldsymbol{\Pi} \triangleq \mathbf{I}_M - \frac{1}{M}\mathbf{1}_M\mathbf{1}_M^{\mathrm{T}}, \ \boldsymbol{\Pi}\mathbf{1}_M = \mathbf{0}, \tag{49}$$

以去除所有恒定分量。将 $\boldsymbol{\Pi}$ 应用于 (48)，得到

$$\tilde{\mathbf{y}}_\perp \triangleq \boldsymbol{\Pi}\bar{\mathbf{y}} \approx \sum_{k=1}^{K_{\text{U}}} w_k \boldsymbol{\Pi}\mathbf{p}_{\text{Q}}(\theta_k). \tag{50}$$

类似地，我们定义中心化后的字典：

$$\mathbf{p}_{i,\perp} \triangleq \boldsymbol{\Pi}\mathbf{p}_{\text{Q}}(\theta_i), \ \mathbf{P}_\perp \triangleq [\mathbf{p}_{1,\perp} \ \cdots \ \mathbf{p}_{d_{\text{QP}},\perp}] \in \mathbb{R}^{M\times d_{\text{QP}}}, \tag{51}$$

值得注意的是，(51) 将 $\mathcal{D}_{\text{Q}}$ 转换为 (51) 中的乘积形式（$\boldsymbol{\Pi}\mathbf{p}_{\text{Q}}(\theta_k)$），并去除所有与到达角无关的偏移，因此仅保留射频透镜聚焦模式所产生的形状相似度，如图6下半部分所示。

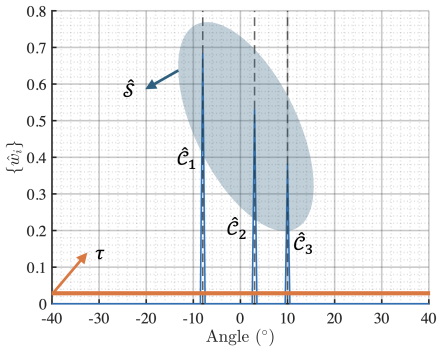


图 5 $[-8°, 3°, 10°]^{\mathrm{T}}$ $\{w_i\}$ $\mathcal{S}$ $\{\mathcal{C}_c\}_{c=1}^{N_c}$ $\boldsymbol{\theta}$ = 。ˆ的示意图；它在 时生成ˆ和ˆ。

A. 基于 *NN-LASSO* 的量子探针

结合 (50) 和 (51)，中心化测量可表示为近似线性模型

$$\tilde{\mathbf{y}}_\perp \approx \mathbf{P}_\perp\bar{\mathbf{w}}, \ \bar{\mathbf{w}} \succeq \mathbf{0}, \tag{52}$$

其中，$\bar{\mathbf{w}} \triangleq [\bar{w}_1 \cdots \bar{w}_{d_{\text{QP}}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}_+^{d_{\text{QP}}}$ 是一个稀疏非负系数向量，其显著元素数量约为 K_{U}，且其支撑集位于与 $\{\theta_k\}_{k=1}^{K_{\text{U}}}$ 对应的索引附近。这一表示表明，Quantum-PROBE 中的多用户到达角估计可解释为在 $\mathbf{P}_\perp$ [49] 上对 $\tilde{\mathbf{y}}_\perp$ 进行稀疏非负展开，其中各原子编码了与到达角相关的、由透镜引起的功率聚焦特征。

具体而言，我们通过求解以下 NN-LASSO 问题来估计 $\bar{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}_+^{d_{\text{QP}}}$ [50]:

$$\hat{\bar{\mathbf{w}}} = \arg\min_{\bar{\mathbf{w}}\succeq\mathbf{0}} \frac{1}{2}\|\tilde{\mathbf{y}}_\perp - \mathbf{P}_\perp\bar{\mathbf{w}}\|_2^2 + \lambda\|\bar{\mathbf{w}}\|_1, \tag{53}$$

其中，$\lambda > 0$ 控制解的稀疏度。

问题 (53) 是凸问题，可通过近端梯度法高效求解。为此，我们采用快速迭代收缩阈值算法（FISTA）来求解 (53) [51]。FISTA 是一种加速近端梯度法。令 $L = \|\mathbf{P}_\perp^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_\perp\|_2$ 表示 (53) 中二次项梯度的 Lipschitz 常数。从初始值 $\bar{\mathbf{w}}^{(0)} = \mathbf{0}$开始，第 t 次迭代的更新为 [51], [52]

$$\bar{\mathbf{w}}^{(t+1)} = \left[\mathcal{S}_{\lambda/L}\left(\mathbf{z}^{(t)} - \frac{1}{L}\mathbf{P}_\perp^{\mathrm{T}}(\mathbf{P}_\perp\mathbf{z}^{(t)} - \tilde{\mathbf{y}}_\perp)\right)\right]_+, \tag{54}$$

其中，$\mathcal{S}_\tau$ 表示逐元素软阈值算子：

$$\mathcal{S}_\tau(x) \triangleq \text{sign}(x)\max(|x| - \tau, 0), \tag{55}$$

并且 $[\cdot]_+ = \max(\cdot, 0)$ 强制满足非负约束。辅助变量 $\mathbf{z}^{(t)}$ 根据标准的 FISTA 加速规则进行更新。具体而言，令 $\eta^{(0)} = 1$,

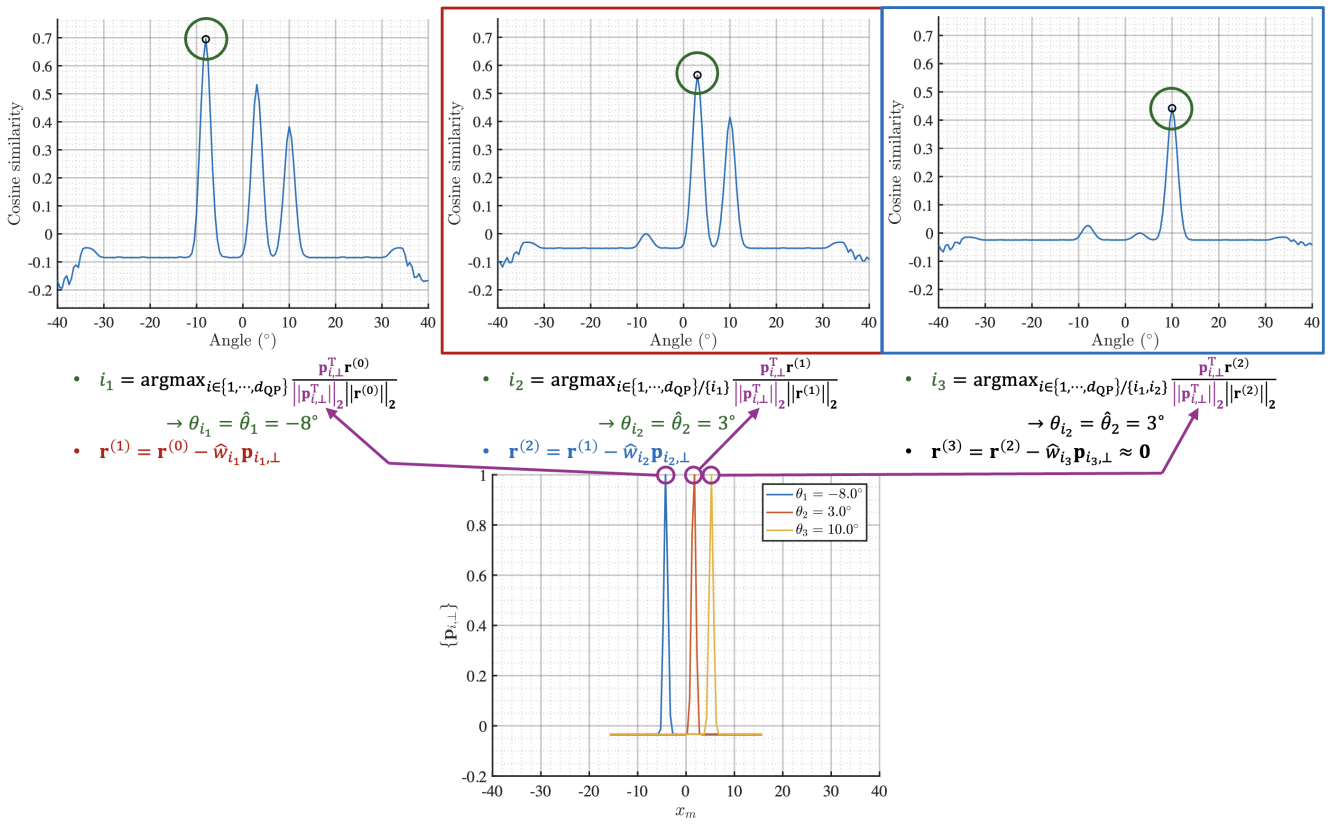


图6. $\boldsymbol{\theta} = [-8°, 3°, 10°]^{\mathrm{T}}$下基于 SIC 的 Quantum-PROBE 示意图。

根据式（54）得到 $\bar{\mathbf{w}}^{(t+1)}$ 后，我们更新加速参数如下：

$$\eta^{(t+1)} \triangleq \frac{1+\sqrt{1+4(\eta^{(t)})^2}}{2}, \tag{56}$$

并形成外推点

$$\mathbf{z}^{(t+1)} \triangleq \bar{\mathbf{w}}^{(t+1)} + \frac{\eta^{(t)}-1}{\eta^{(t+1)}}(\bar{\mathbf{w}}^{(t+1)} - \bar{\mathbf{w}}^{(t)}). \tag{57}$$

由于角度网格离散化和测量噪声，估计的 $\hat{\mathbf{w}}$ 中的非零项通常会以局部簇的形式出现在真实到达角附近，而非孤立的尖峰。为稳健地提取物理到达角，我们首先识别活跃支撑集

$$\hat{\mathcal{S}} \triangleq \{i : \hat{w}_i > \tau\}, \tag{58}$$

其中 $\tau > 0$ 是用于抑制 $\hat{}$ 数值伪影的小阈值。接下来，将 $\mathcal{S}$ 划分为 AoA 网格上的 N_c 个连通分量 $\{\hat{\mathcal{C}}_c\}_{c=1}^{N_c}$，其中若两个索引对应相邻的角度区间，则认为它们彼此连通。$\hat{\mathcal{S}}$ 和 $\{\hat{\mathcal{C}}_c\}_{c=1}^{N_c}$ 的生成过程如图5所示。$\hat{}$每个 $\mathcal{C}_c$ 都被视为单个物理¯用户的贡献，相应的到达角 θ_c 通过功率加权质心估计：

$$\bar{\theta}_c \triangleq \frac{\sum_{i\in\hat{\mathcal{C}}_c}\theta_i\hat{w}_i}{\sum_{i\in\hat{\mathcal{C}}_c}\hat{w}_i} \ (c=1,\cdots,N_c). \tag{59}$$

从而得到更精确的估计，既减轻了网格量化误差，又利用了透镜诱导的功率峰值。最后，我们根据各簇的总质量对其进行排序 $M_c \triangleq \sum_{i\in\hat{\mathcal{C}}_c}\hat{w}_i$，并选出最重要的 K_{U} 个，作为 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\theta}_1 \ \cdots \hat{\theta}_{K_{\mathrm{U}}}]^{\mathrm{T}}$.：

$$\{\hat{\theta}_k\}_{k=1}^{K_{\mathrm{U}}} = \underset{c\in\{1,\cdots,N_c\}}{\text{Top-}K_{\mathrm{U}}} \{\bar{\theta}_c; M_c\}. \tag{60}$$

B. 基于低复杂度串行干扰消除的 *Quantum-PROBE*

为进一步降低基于 NN-LASSO 的 Quantum-PROBE 的计算负担，我们提出一种基于串行干扰消除的 Quantum-PROBE 方案 [53]。其核心动机是，$\{\mathbf{p}_{i,\perp}\}_{i=1}^{d_{QP}}$ 关于到达角呈现出强烈尖锐且局部集中的功率聚焦模式，因此每个活跃用户都会在到达角网格上形成一个占主导地位的“凸起”。因此，$\tilde{\mathbf{y}}_\perp$ 可以用少数原子的稀疏非负叠加来良好近似，如式 (29) 和 (48) 所示，并且可以通过迭代识别并去除占主导地位的分量。

为实现这一点，将残差初始化为 $\mathbf{r}^{(0)} \triangleq \tilde{\mathbf{y}}_\perp$。对于 $\ell = 1, \cdots, K_{\mathrm{U}}$，执行：

$$\begin{aligned}
&1): i_\ell = \underset{i\in\{1,\cdots,d_{QP}\}/\{i_1,\cdots,i_{\ell-1}\}}{\arg\max} \frac{\mathbf{p}_{i,\perp}^{T}\mathbf{r}^{(\ell-1)}}{\|\mathbf{p}_{i,\perp}\|_2\|\mathbf{r}^{(\ell-1)}\|_2},\\
&2): \hat{\theta}_\ell \triangleq \theta_{i_\ell},\\
&3): \hat{w}_{i_\ell} = \left[\frac{\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}^{T}\mathbf{r}^{(\ell-1)}}{\|\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}\|_2^2}\right]_+,\\
&4): \mathbf{r}^{(\ell)} = \mathbf{r}^{(\ell-1)} - \hat{w}_{i_\ell}\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}.
\end{aligned} \tag{61}$$

这里，(61)由四个步骤组成，每个步骤都有清晰的几何解释。

1) 基于最大余弦相似度的原子选择：第一行选择 i_ℓ，其 $\mathbf{p}_{i,\perp}$ 在归一化内积意义下与$\mathbf{r}^{(\ell-1)}$ 最为对齐。由于$\mathbf{p}_{i,\perp}$ 与$\mathbf{r}^{(\ell-1)}$ 均位于中心化子空间 $\{\mathbf{v}:\mathbf{1}_M^{\mathrm{T}}\mathbf{v}=0\}$中，余弦相似度得分$\frac{\mathbf{p}_{i,\perp}^{\mathrm{T}}\mathbf{r}^{(\ell-1)}}{\|\mathbf{p}_{i,\perp}\|_2\|\mathbf{r}^{(\ell-1)}\|_2}$ 衡量的是二者与尺度无关的“形状相似度”，其曲线绘制于图6上部。排除 $\{i_1,\cdots,i_{\ell-1}\}$ 可防止重新选择已被消除的分量，并促使算法解释先前未建模的峰值。

2) 到达角解码：给定所选 i_ℓ，第二行通过$\hat{}\,\theta_\ell \triangleq \theta_{i_\ell}$将其映射回物理到达角网格。该步骤是直接的字典查找，仅将最佳匹配原子转换为相应的候选到达角。

3)通过最小二乘投影进行非负振幅估计：在给定$\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}$的条件下，第三行通过一维最小二乘估计其贡献权重：

$$\min_{w\ge 0}\|\mathbf{r}^{(\ell-1)}-w\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}\|_2^2, \tag{62}$$

其无约束极小值点为$\frac{\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}^{\mathrm{T}}\mathbf{r}^{(\ell-1)}}{\|\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}\|_2^2}$，随后，$[\cdot]_+$ 强制功率剖面混合系数满足符合物理规律的非负性，从而得到$\hat{}\,w_{i_\ell}$，即沿$\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}$方向对残差进行解释的最佳非负标量。

4) 通过保留正交分量更新残差：第四行减去估计分量$\mathbf{r}^{(\ell)}=\mathbf{r}^{(\ell-1)}-\hat{}\,w_{i_\ell}\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}$，从而移除归因于检测到的第 ℓ 个用户的残差部分。等价地，当$\hat{}\,w_{i_\ell}$ 是（无约束的）最小二乘系数时，此更新就是将$\mathbf{r}^{(\ell-1)}$ 投影到$\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}$正交的子空间上的标准投影。在透镜嵌入场景中，这种做法有充分依据，因为每个$\mathbf{p}_{i,\perp}$ 都呈现出高度局部化、依赖到达角的聚焦模式，其能量集中在少数蒸气池单元附近，并在远离峰值处迅速衰减。因此，到达角充分分离的剖面之间重叠较弱（即归一化内积较小），所以减去$\hat{}\,w_{i_\ell}\mathbf{p}_{i_\ell,\perp}$ 主要会移除第 ℓ个用户的贡献，同时使残差中其他用户的峰值基本保持完整。

最后，返回的多用户到达角估计为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=[\hat{\theta}_1\ \cdots\ \hat{\theta}_{K_{\mathrm{U}}}]^{\mathrm{T}}. \tag{63}$$

基于 SIC 的 Quantum-PROBE 的整体流程如图6所示，而各框架的整体流程分别见算法1和算法2；值得注意的是，这两种算法仅处理透镜诱导功率剖面，进行到达角估计时无需任何相位信息。

C. 计算复杂度

我们分析所提出的多用户 Quantum-PROBE 框架的计算复杂度。总体复杂度可分解为以下几个部分：(i) 构建时间平均 RARE 功率轮廓，(ii) 通过底噪去除和中心化进行预处理，以及 (iii) 使用 NN-LASSO 或 SIC 恢复多用户到达角。假定所有与字典相关的量均已离线预先计算。

算法1 通过 NN-LASSO 实现 Quantum-PROBE 需要： $\{\mathbf{y}^{(k_{\mathrm{snap}})}\}_{k_{\mathrm{snap}}=1}^{K_{\mathrm{snap}}}$, $\mathbf{P}_\perp$, $L=\|\mathbf{P}_\perp^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_\perp\|_2$, K_{U}, $\lambda>0$, $\tau>0$, $\epsilon\ll 1$**1: 初始化：** $\bar{}\,\mathbf{w}^{(0)}=\mathbf{0}$, $\mathbf{z}^{(0)}=\mathbf{0}$, $\eta^{(0)}=1$。 **2: 根据 (33) 计算** $\bar{}\,\mathbf{y}$，**并应用** $\bar{}\,\mathbf{y}_\perp\leftarrow\mathbf{\Pi}\bar{}\,\mathbf{y}$。 **3: while** $\|\bar{}\,\mathbf{w}^{(t+1)}-\bar{}\,\mathbf{w}^{(t)}\|_2>\epsilon$ **do 4: 根据 (54) 更新** $\mathbf{w}^{(t+1)}$。 **5: 根据 (56) 更新** $\eta^{(t+1)}$。 **6: 根据 (57) 更新** $\mathbf{z}^{(t+1)}$。 **7:** $t\leftarrow t+1$**8: end while 9:** $\hat{}\,\mathbf{w}\leftarrow\bar{}\,\mathbf{w}^{(t+1)}$ **10** $\mathcal{S}\leftarrow\{i\ \ w_i>\tau\}$**: 将** $\hat{}$ **划分为** $\{\hat{}\,\mathcal{C}_c\}_{c=1}^{N_c}$。 **11: for** $c=1,2,\cdots,N_c$ **do 13:** $M_c\leftarrow\sum_{i\in\hat{}\,\mathcal{C}_c}\hat{}\,w_i$。 **14: 根据 (59) 求得** θ_c。 **15: end for 16: 根据 (60) 推导出** $\boldsymbol{\theta}$。 **17: 返回** $\boldsymbol{\theta}$

算法2基于 SIC 的 Quantum-PROBE

Require: $\{\mathbf{y}^{(k_{\mathrm{snap}})}\}_{k_{\mathrm{snap}}=1}^{K_{\mathrm{snap}}}$, $\mathbf{P}_\perp$, K_{U}.
1: 计算 $\bar{}\,\mathbf{y}$，根据 (33) 并应用 $\bar{}\,\mathbf{y}_\perp\leftarrow\mathbf{\Pi}\bar{}\,\mathbf{y}$。 2: $\mathbf{r}^{(0)}\leftarrow\bar{}\,\mathbf{y}_\perp$。 3: **对于** $\ell=0$ 至 $K_{\mathrm{U}}-1$，**执行**$\hat{}$ 4: 通过 (61) 选择 i_ℓ 及其对应的 $\theta_\ell=\theta_{i_\ell}$。 5: 通过 (61) 估计 $\hat{}\,w_\ell$。 6: 通过 (61) 更新$\mathbf{r}^{(\ell+1)}$。 7: **结束循环**$\hat{}$ 8: **返回** $\boldsymbol{\theta}$

1) 时间平均功率剖面的构建：根据 (33)，构建时间平均功率剖面需要对每个蒸气池和每个快照各进行一次幅值平方和累加。因此，计算复杂度为 $\mathcal{O}(K_{\mathrm{snap}}M)$

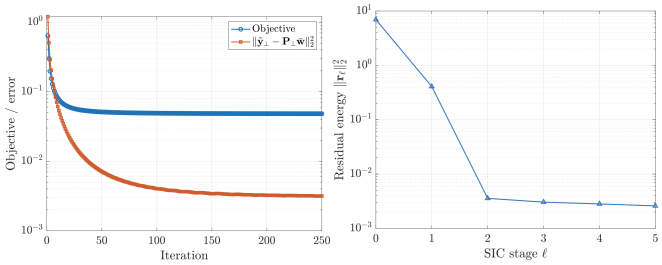
2) 底噪去除与中心化：中心化通过 $\mathbf{\Pi}\mathbf{v}=\mathbf{v}-\frac{1}{M}(\mathbf{1}_M^{\mathrm{T}}\mathbf{v})\mathbf{1}_M$ 实现，需要进行一次内积和一次向量减法。因此，中心化操作的计算开销为 $\mathcal{O}(M)$。

3) 使用 *NN-LASSO* 和快速迭代收缩阈值算法实现 *Quantum-PROBE*：在 (54) 的每次快速迭代收缩阈值算法迭代中，主要计算为矩阵-向量乘积 $\mathbf{P}_\perp\mathbf{z}^{(t)}$ 和 $\mathbf{P}_\perp^{\mathrm{T}}(\cdot)$，每次计算的开销为 $\mathcal{O}(Md_{\mathrm{QP}})$。软阈值处理、非负投影和外推步骤的开销为 $\mathcal{O}(d_{\mathrm{QP}})$。因此，快速迭代收缩阈值算法每次迭代的复杂度为 $\mathcal{O}(Md_{\mathrm{QP}})$；经过 T 次迭代后，NN-LASSO 的总复杂度为 $\mathcal{O}(TMd_{\mathrm{QP}})$。

NN-LASSO 收敛后，后处理阶段包括：(i) 支撑集检测，(ii) 在到达角网格上进行连通分量聚类，以及 (iii) 加权质心计算。支撑集检测通过对 $\hat{}\,\mathbf{w}\in\mathbb{R}^{d_{\mathrm{QP}}}$进行一次阈值处理，识别 $\hat{}\,\mathcal{S}=\{i:\hat{}\,w_i>\tau\}$，其所需操作数为 $\mathcal{O}(d_{\mathrm{QP}})$

表II 系统参数

参数	值
用户数量 K_{U} （除非另有说明）	3
阵元数量 M （除非另有说明）	64
载波频率 f_c	5 GHz
信噪比（除非另有说明）	5 dB
RARE间距 d	$\frac{\lambda}{2}$
快照数量 K_{snap}	1024
透镜孔径 W	40λ
焦距 f	52λ
BPM 网格 $(\Delta x, \Delta z)$	$\left(\frac{\lambda}{8}, \lambda\right)$
到达角分布	$\mathcal{U}\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$
量子散粒噪声 & JNTN (σ_q^2, σ_t^2)	(-191, -176) 分贝毫瓦



(a) (b)

图 7. (a) 算法1迭代过程中式(53)的目标值及式(52)中的建模误差 $\|\tilde{\mathbf{y}}_\perp - \mathbf{P}_\perp \tilde{\mathbf{w}}\|_2^2$ 的收敛行为，以及 (b) 算法2中残差能量 $\|\mathbf{r}_\ell\|_2^2$ 随 ℓ 的变化。

。连通分量聚类在一维有序到达角网格上进行，通过一次线性扫描将相邻索引归为连通分量，复杂度为 $\mathcal{O}(|\mathcal{S}|)$。质心计算需要对每个簇进行一次遍历，以计算 $\sum_{i\in\hat{c}_c} \hat{w}_i$ 和 $\sum_{i\in\hat{c}_c} \theta_i \hat{w}_i$，所有簇的总计算开销为 $\mathcal{O}(|\mathcal{S}|)$。

结合迭代 NN-LASSO 求解器和后处理阶段，总体计算复杂度为

$$\mathcal{O}\left(K_{\mathrm{snap}} M + T M d_{\mathrm{QP}}\right), \tag{64}$$

其中，与后处理相关的项通常可以忽略，因为 $|\mathcal{S}| \ll d_{\mathrm{QP}}$。

4) 基于 *SIC* 的 *Quantum-PROBE*：在基于 SIC 的 Quantum-PROBE 中，完成 1) 和 2) 后，每次迭代都需要针对所有 $i = 1, \cdots, d_{\mathrm{QP}}$ 计算 $\mathbf{p}_i^{\mathrm{T}} \perp \mathbf{r}^{(\ell-1)}$，其中每次内积的计算开销为 $\mathcal{O}(M)$。因此，每次 SIC 迭代的计算复杂度为 $\mathcal{O}(M d_{\mathrm{QP}})$。由于 SIC 恰好执行 K_{U} 次迭代，SIC 的总复杂度为 $\mathcal{O}\left(K_{\mathrm{U}} M d_{\mathrm{QP}}\right)$。结合 SIC 求解器与后处理阶段，总体计算复杂度为

$$\mathcal{O}\left(K_{\mathrm{snap}} M + K_{\mathrm{U}} M d_{\mathrm{QP}}\right). \tag{65}$$

值得注意的是，这两种方法的计算量都随 M 和 d_{QP} 线性增长。相比之下，MUSIC 和 ESPRIT 等经典子空间方法通常需要 $\mathcal{O}(M^3)$ 的特征值分解复杂度，而 MUSIC 还需要 $\mathcal{O}(M^2 d_{\mathrm{QP}})$ 的基于网格的谱扫描开销。即使是 [20] 中 RARE 改进的 MUSIC 变体，也需要额外进行相位恢复和偏差校正，复杂度至少为 $\mathcal{O}(M^3 + MK^3 + d_{\mathrm{QP}} M^2)$。因此，所提出的两种 Quantum-PROBE 框架均消除了所有关于 M 的三次和二次运算，能够以显著更低的实时计算开销进行到达角推断。其中，基于 SIC 的 Quantum-PROBE 由于 M 前的乘法因子更小，进一步凸显了其低复杂度优势。V-A 节对这一特性进行了分析和数值验证。

V. 仿真结果

在本节中，我们评估所提出的 Quantum-PROBE 框架的到达角估计精度，并将其与具有代表性的基准方法进行比较。除非另有说明，所有仿真均采用表II中汇总的参数设置，接收信噪比（SNR）为：

$$\mathrm{SNR} \triangleq \frac{\mathbb{E}\left[\|\mathbf{A}^* \mathbf{s}\|_2^2\right]}{\mathbb{E}\left[\|\mathbf{n}_q\|_2^2\right]}. \tag{66}$$

对于原子配置，我们采用 $52D_{5/2}$ 与 $53P_{3/2}$ 之间的里德堡跃迁来检测频率为 $f_c = 5$ GHz的射频载波。根据 [54], , 相应的跃迁偶极矩计算为 $\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{eg}} = [0, 1785.916 q a_0, 0]^{\mathrm{T}}$，其中 $a_0 = 5.292 \times 10^{-11}$ m表示玻尔半径，$q = 1.602 \times 10^{-19}$ C表示元电荷。随后，$\boldsymbol{\epsilon}_{m,b}$和$\boldsymbol{\epsilon}_{m,k}$分别独立地从垂直于各自入射方向的圆周上均匀抽取为单位范数向量，而$\phi_{m,b}$ 则在 $[0, 2\pi)$上均匀生成。对于每个工作点，我们进行 10^3 次蒙特卡洛实现。我们将所提出的方法与以下方法进行比较：(i) 将PROBE方案扩展至多用户场景，通过检测基于配备射频透镜的传统射频接收机 [44],的相似度的多个峰值；(ii) Quantum-MUSIC方法 [20], , 一种针对无透镜RARE接收设计的MUSIC类方法。为确保公平比较原子接收机与传统射频接收机的感知性能，本文在室温下评估约翰逊-奈奎斯特热噪声（JNTN）的功率谱密度（记为 σ_t^2）和量子散粒噪声（QSN）的功率谱密度，并据此确定相应的噪声功率 [2],[47]。均方根误差（RMSE）定义为

$$\mathrm{RMSE} \triangleq \sqrt{\frac{1}{TK} \sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{K} \left|\hat{\theta}_{t,k} - \theta_{t,k}\right|^2}, \tag{67}$$

其中，T 表示蒙特卡洛实现的次数，$\theta_{t,\ k}$ 是第 t 次试验中第 k 个信号源的真实到达角，而 $\theta_{t,\ k}$ 是相应的估计值。

A. 所提框架的可靠性

图7证实了所提算法具有良好的收敛特性。具体而言，图7a表明，(53)的目标函数值以及(52)中的建模误差 $\|\tilde{\mathbf{y}}_\perp - \mathbf{P}_\perp \tilde{\mathbf{w}}\|_2^2$均随算法1的迭代单调下降，并在适度次数的更新后迅速趋于稳定。这一行为归因于非负LASSO子问题的凸性以及固定的、预先计算的

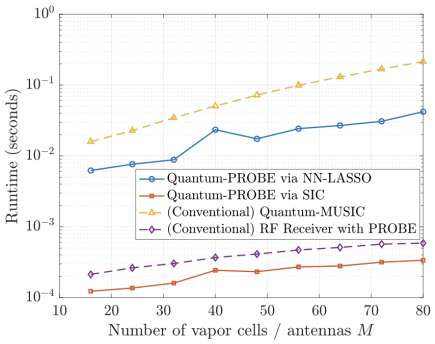


图8. 算法运行时间随 M的变化，其中对于射频接收机， M 对应天线数量。

字典结构，从而确保每次迭代产生非增的目标值，同时逐步提高线性化模型的逼近精度。与此同时，图7b表明，算法2中的残差能量 $\|\mathbf{r}_\ell\|_2^2$ 在最初几个串行干扰消除阶段急剧衰减，并迅速降至较低水平，表明主导到达角分量在早期阶段即被可靠识别并消除。后续阶段仅带来边际改进，反映出对用户间干扰和误差传播的有效抑制。总体而言，这些结果验证了所提出的基于NN-LASSO和串行干扰消除的Quantum-PROBE 算法具有稳定且快速的收敛性，与其底层问题结构和更新规则相一致，并且非常适合实际实现。

图 8 描绘了针对不同 AoA 估计方案，平均运行时间随蒸气池/天线数量 M 变化的关系。随着 M 增加，所提出的 Quantum-PROBE 方法呈现出可预测且结构清晰的扩展特性。具体而言，基于 NN-LASSO 的 Quantum-PROBE 运行时间仍高于基于 SIC 的实现。这是因为 NN-LASSO 需要在整个角度字典上进行迭代优化，包括反复计算梯度和执行投影步骤，以在（64）式的 T 次迭代中满足非负性和稀疏性约束；尽管其在 M上的渐近扩展特性良好，这些操作仍会带来不可忽略的常数因子（图 7a 中约为 100–200）。相比之下，基于 SIC 的 Quantum-PROBE 实现了最低运行时间，并且随 M的增长更加平缓，清楚地体现了其低复杂度特性。这种良好的扩展性源于其对 M 的线性依赖，以及仅需少量串行残差更新（如图 7b 所示），并结合针对 K_{U}个用户的匹配滤波操作，如（65）式所述。相比之下，Quantum-MUSIC 的运行时间显著更高，并且随着 M 迅速增长，这是由于需要构造协方差矩阵并进行特征值分解，而其计算负担会随阵列规模以超线性（$\propto M^3$ [20]）方式增加。同时，采用 PROBE 的传统射频接收机表现出中等的运行时间扩展特性，但仍略慢于基于 SIC 的 Quantum-PROBE。

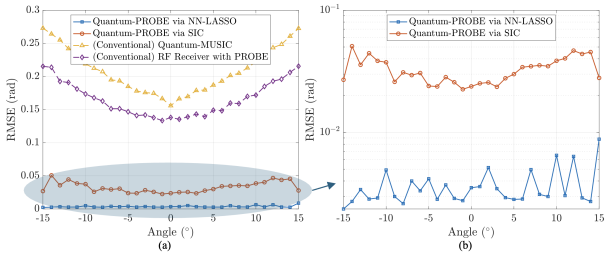


图9. 到达角均方根误差随到达角变化。

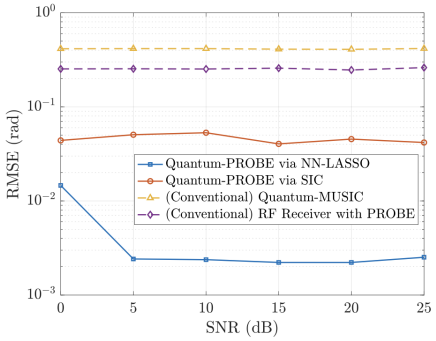


图10. 到达角均方根误差随信噪比变化。

B. 若干影响因素下的均方根误差性能比较

图 9 展示了透镜支持范围内均方根误差随输入 AoA 变化的关系。随着 AoA 接近 $0°$ ，估计精度不断提高，因为对于接近侧射入射的情况 [43], [44]，射频透镜能够产生最集中且最对称的功率分布。在此，所提出的基于 NN-LASSO 和 SIC 框架的 Quantum-PROBE 方法，在侧射附近均能将均方根误差维持在小于 10^{-2} 弧度的量级，相较于该区域内的基准方法展现出稳健且一致的性能；如图 8 所示，NN-LASSO 变体以相对更高的计算复杂度为代价实现了这一精度，而基于 SIC 的方法虽然性能略有损失，却具有显著的复杂度优势；这些基准方案之间的性能趋势在其余仿真中始终保持不变。

图10展示了均方根误差随信噪比变化的性能，清楚地表明，在两种恢复策略下，所提出的 Quantum-PROBE 框架始终优于所有基准方案。具体而言，在信噪比为=10 dB时，基于 SIC 的 Quantum-PROBE 的均方根误差约为 5×10^{-2} 弧度，比 Quantum-MUSIC 和采用 PROBE 的射频接收机低约十倍；而基于 NN-LASSO 的 Quantum-PROBE 则进一步将均方根误差降至 2×10^{-3} 弧度量级，相较于基准方案取得了更大的改进。这一显著的性能提升源于所提出的框架能够联合利用 RARE 的固有接收特性（包括较低的量子散粒噪声），以及射频透镜引发的、与到达角相关的空间功率聚焦效应。因此，在给定信噪比下，与经典射频接收机相比，所提出的

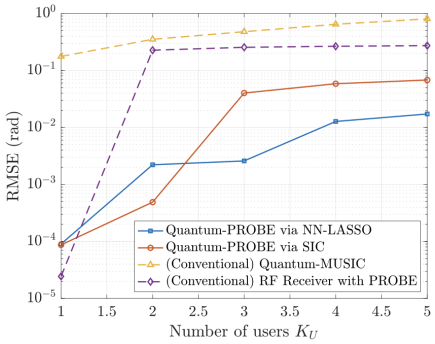


图11. 随着 K_{U}变化的到达角均方根误差。

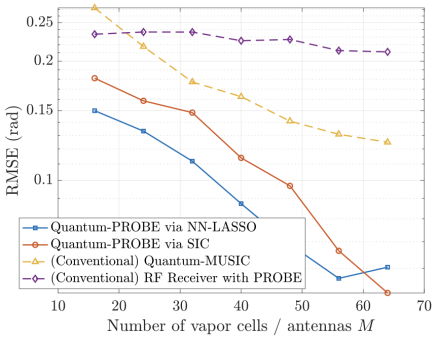


图 12. 到达角均方根误差与蒸气池/天线数量 M 的关系。

框架虽然具有更低的绝对接收功率，却仍能在射频透镜的辅助下实现比传统基于 RARE 的感知更高的到达角估计精度，这凸显了联合协同带来的感知效率提升；在其余仿真中，各基准方案的性能趋势也始终如此。

图11展示了均方根误差随K_{U}变化的情况。随着多用户干扰日益显著，所提出的 Quantum-PROBE 框架始终优于所有基准方案。具体而言，即使在$K_{\mathrm{U}}=5$时，通过 NN-LASSO 和串行干扰消除实现的 Quantum-PROBE 仍能将均方根误差维持在 10^{-2}-10^{-1} 弧度量级，而 Quantum-MUSIC 和采用 PROBE 的射频接收机则出现显著更大的误差，维持在 10^{-1}-10^{0} 弧度量级。在所提出的框架中，每增加一个用户，RFlens 就会引入一个非负且空间局部化的功率分量，因此整体 RARE 观测自然遵循叠加模型，即使 K_{U}较大，其结构仍得以保留，如图5和图6所示。因此，用户间交叉项在很大程度上受到抑制，避免了用户数量增加时误差放大。

图 12 展示了均方根误差随蒸气池/天线数量 M 的变化情况。具体而言，在$M=64$时，Quantum-PROBE 通过 NN-LASSO 和串行干扰消除分别实现了约为 6×10^{-2} 和 5×10^{-2} 弧度的均方根误差，比 Quantum-MUSIC 和采用 PROBE 的射频接收机低十倍以上；在相同条件下，后两者的均方根误差均高于 10^{-1} 弧度。随着 M 增大，这一明显的性能差距愈发显著，表明所提出的 Quantum-PROBE 框架能够更有效地利用阵列扩展，也说明它们能够充分利用更大 RARE 阵列所提供的更高空间自由度（DoF）和更精细的功率分布采样分辨率。

总体而言，这些仿真结果表明，所提出的 Quantum-PROBE 框架实现了良好的精度-复杂度权衡：NN-LASSO 变体以较高的单次迭代开销为代价，提供了最高的估计精度；而基于 SIC 的变体虽然估计性能略逊一筹，但仍具有竞争力，同时显著降低了计算复杂度，因此对于大规模 RARE 部署尤具吸引力。

VI. 结论

本文揭示，射频透镜辅助的 RARE 感知会自然产生一种具有结构的非负叠加，其中包含依赖到达角的功率原子；这些原子的空间定位能力使系统无需进行相位重构即可可靠地实现多用户到达角估计。这一发现确立了量子传感测量与稀疏信号表示之间的基本联系，并表明可以系统地利用透镜诱导的空间聚焦效应，实现可扩展且计算高效的到达角恢复。研究结果还强调，物理感知建模对于构建可解释且具有结构的量子辅助感知系统推理机制至关重要。总体而言，所提出的 Quantum-PROBE 为透镜辅助 RARE 系统中的多用户到达角估计提供了一种统一且可扩展的方法，连接了量子传感物理与阵列信号处理，助力 6G 无线感知应用。

然而，要实际构建大规模 RARE 阵列，必须确保多个蒸气池均匀接受光激发并实现精确的光学对准；由于光分配与稳定过程复杂，校准和对准误差可能不断累积，形成可扩展性瓶颈 [55], [56]。尽管存在这些挑战，所提出的框架结合量子传感所实现的、从根本上低于热噪声极限的超低噪声底，为在极弱信号条件下实现可靠感知提供了有力途径，使远距离无人机探测和监视等极低信噪比及任务关键型应用成为可能 [57], [58], , 并可实现远超传统射频接收机的探测距离。

参考文献

[1] M. Cui 等，“里德堡原子接收机：无线通信的下一个前沿”，*IEEE Commun. Mag.*，第64卷，第1期，第146–152页，2026年1月。[2] ——，“迈向原子MIMO接收机”，*IEEE J. Sel. Areas Commun.*，第43卷，第3期，第659–673页，2025年3月。[3] N. Schlossberger等，“原子蒸气中碱金属原子的里德堡态：可溯源至国际单位制的场探针和通信接收机”，*Nat. Rev. Phys.*，第6卷，第606–620页，2024年9月。[4] C. T. Fancher 等，“用于通信和感知的里德堡原子电场传感器”，*IEEE Trans. Quantum Eng.*，第2卷，第1–13页，2021年3月。

[5] J. Yuan等，“采用幅度调制技术的里德堡原子接收机及其在第五代毫米波无线通信中的应用”，IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.，第22卷，第10期，第2580–2584页，2023年10月。[6] C. L. Holloway等，“利用里德堡原子接收机检测和接收相位调制信号”，IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.，第18卷，第9期，第1853–1857页，2019年9月。[7] Y. Chen等，“依托单个里德堡原子接收机的极化感知到达方向检测”，arXiv:2508.17179，2025年。[8] T. Gong等，“用于经典无线通信与感知的里德堡原子量子接收机”，IEEE Wireless Commun.，第32卷，第5期，第90–100页，2025年10月。[9] Y. Chen等，“善用里德堡原子接收机：从量子物理到无线通信”，arXiv:2501.11842v2，2025年。[10] F. Zhang等，“量子无线感知：原理、设计与实现”，载于ACM MobiCom会议论文集，2023年10月，第1–15页。[11] H. Fan等，“基于原子的射频电场感知”，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.，第48卷，第20期，第202001页，2015年9月。[12] M. Jing等，“基于微波缀饰里德堡光谱的原子超外差接收机”，Nat. Phys.，，第1卷，第911–915页，2020年6月。[13] Y. Zhou等，“利用里德堡量子态进行宽带太赫兹波检测的机理与规律理论研究”，IEEE Photonics J.，第14卷，第3期，第1–8页，2022年6月。[14] Z. Siddiqui等，“用于5G毫米波天线封装应用的双频双极化平面天线”，IEEE Trans. Antennas Propag.，第71卷，第4期，第2908–2921页，2023年4月。[15] B. Liu等，“基于里德堡原子的电场测量及应用”，Electromagn. Sci.，第1卷，第2期，第1–16页，2023年6月。[16] M. T. Simons等，“一种测量射频波相位的里德堡原子混频器”，Appl. Phys. Lett.，第114卷，第11期，第114101页，2019年3月。[17] C. J. Foot，《原子物理学》。牛津大学出版社，2005年。[18] R. Mao等，“基于超小型谐振器的短波超高灵敏度里德堡原子电场感知”，IEEE Trans. Antennas Propag.，第72卷，第11期，第8165–8172页，2024年11月。[19] S. Liu等，“用于基于里德堡原子的宽带微波检测的低扰动小型蒸气池的实现”，IEEE Electron Device Lett.，第45卷，第9期，第1622–1625页，2024年9月。[20] H. Kim等，“Quantum-MUSIC：用于量子无线感知的多重信号分类”，IEEE Wireless Commun. Lett.，第14卷，第6期，第1623–1627页，2025年6月。[21] ——，“面向里德堡原子接收机的多频段量子无线感知”，IEEE Commun. Lett.，第29卷，第6期，第1476–1480页，2025年6月。[22] Y. Guo等，“利用内部蒸气干涉通过单个里德堡原子接收机进行到达角检测”，IEEE Trans. Commun.，第73卷，第12期，第14 828–14 844页，2025年12月。[23] A. Robinson等，“利用里德堡原子传感器确定射频源的到达角”，Appl. Phys. Lett.，第118卷，第11期，第114001页，2021年3月。[24] Z. Xiao等，“面向6G的天线阵列空天地通信与组网”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第40卷，第10期，第2773–2804页，2022年10月。[25] M. Cui等，“面向里德堡原子接收机的MIMO预编码”，arXiv:2408.14366v2，2024年。[26] T. Gong等，“面向多用户MIMO上行链路的里德堡原子量子接收机”，载于IEEE国际通信会议（ICC）论文集，2025年6月，第4786–4791页。[27] J. Zhu和L. Dai，“RAQ-MIMO：面向多频段里德堡原子量子接收机的MIMO”，arXiv:2509.07832，2025年。[28] M. Chen等，“利用里德堡原子接收机实现感知与通信一体化的新范式”，IEEE Commun. Mag.，第63卷，第12期，第104–111页，2025年12月。[29] W. Liu等，“传感器阵列与多通道信号处理的二十五年：迄今进展与潜在研究方向综述”，IEEE Signal Process. Mag.，第40卷，第4期，第80–91页，2023年6月。[30] J.-H. Jo等，“协作车车系统中基于到达角的透镜MIMO位置与姿态估计”，IEEE J. Sel. Areas Commun.，第41卷，第12期，第3719–3735页，2023年12月。[31] M. V. Katwe等，“面向6G及以后的智能超表面综述：机遇、趋势与挑战”，IEEE Commun. Stand. Mag.，第8卷，第4期，第62–69页，2024年12月。[32] A. Algaba-Braz´alez等，“透镜与阵列天线相结合，助力下一代地面和卫星通信系统”，IEEE Commun. Mag.

[33] Y. Zeng 和 R. Zhang，“采用透镜天线阵列的毫米波MIMO：一种全新的路径分复用范式”，IEEE Trans. Commun.，第64卷，第4期，第1557–1571页，2016年2月。[34] Z. N. Chen 等，“迈向超表面天线：塑造无线通信的超表面天线”，IEEE Commun. Mag.，第62卷，第8期，第94–99页，2024年8月。[35] X. Gao 等，“基于透镜天线阵列的毫米波MIMO系统宽带波束空间信道估计”，IEEE Trans. Signal Process.，第67卷，第18期，第4809–4824页，2019年9月。[36] T. Xie 等，“采用透镜天线阵列的毫米波大规模MIMO中的功率泄漏问题”，IEEE Trans. Signal Process.，第67卷，第18期，第4730–4744页，2019年9月。[37] Y. J. Cho 等，“毫米波MIMO用射频透镜嵌入式天线阵列：设计与性能”，IEEE Commun. Mag.，第56卷，第7期，第42–48页，2018年7月。[38] S.-H. Park 等，“超宽带毫米波系统中的波束斜视：射频透镜阵列与移相器阵列的比较”，IEEE Wireless Commun.，第30卷，第4期，第82–89页，2023年8月。[39] M. R. Castellanos 等，“在面向6G及未来的三混合MIMO架构中采用可重构天线”，IEEE Trans. Commun.，第74卷，第381–401页，2026年1月。[40] R. W. Heath 等，“三混合MIMO架构”，IEEE Wireless Commun.，第33卷，第1期，第199–206页，2026年2月。[41] T. Kwon 等，“射频透镜嵌入式大规模MIMO系统：制造问题与码本设计”，IEEE Trans. Microw. Theory Techn.，第64卷，第7期，第2256–2271页，2016年6月。[42] J.-N. Shim 等，“使用射频透镜嵌入式天线阵列进行到达角估计的克拉美–拉奥下界”，IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.，第17卷，第12期，第2359–2363页，2018年12月。[43] J.-H. Jo 等，“宽带系统到达角估计用稀疏射频透镜天线阵列设计：位置优化与性能分析”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第23卷，第4期，第2869–2883页，2024年4月。[44] G.-Y. Suk 等，“采用射频透镜的毫米波MIMO低复杂度波达方向估计”，载于IEEE Wireless Commun. Netw. Conf. (WCNC) 会议论文集，2018年，第1–6页。[45] H.-J. Moon 等，“面向射频/自由空间光通信混合系统的射频透镜天线阵列单次粗指向”，IEEE Wireless Commun. Lett.，第11卷，第2期，第240–244页，2022年2月。[46] T. Gong 等，“用于多目标波达方向估计的里德堡原子量子接收机”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第1–6页，2025年。[47] L. W. Bussey 等，“ 里德堡射频接收机中的量子散粒噪声极限与传统接收机中的热噪声极限比较”，IEEE Sens. Lett.，第6卷，第9期，第1–4页，2022年9月。[48] J. W. Goodman，《傅里叶光学导论》。Roberts and Company Publishers，2005年。[49] R. Kueng 和 P. Jung，“基于0/1测量的鲁棒非负稀疏恢复与零空间性质”，IEEE Trans. Inf. Theory，第64卷，第2期，第689–703页，2018年2月。[50] J. P. Vila 和 P. Schniter，“恢复线性约束非负稀疏信号的经验贝叶斯方法”，IEEE Trans. Signal Process.，第62卷，第18期，第4689–4703页，2014年9月。[51] A. Beck 和 M. Teboulle，“用于线性逆问题的快速迭代收缩阈值算法”，SIAM J. Imaging Sci.，第2卷，第1期，第183–202页，2009年。[52] D. Kim 和 J. A. Fessler，“再探快速迭代收缩/阈值算法（快速迭代收缩阈值算法）”，SIAM J. Optimization，第28卷，第1期，第223–250页，2018年1月。[53] N. Kim 等，“无信道状态信息反馈的下行频分双工MIMO通感一体化”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第25卷，第2984–3000页，2026年1月。[54] E. Robertson 等，“ARC 3.0：用于原子物理计算的扩展 Python 工具箱 ”，Computer Physics Commun.，第261卷，文章编号107814，2021年4月。[55] M. Chen 等，“ 利用里德堡原子接收机实现高分辨率量子传感：原理、实验与未来展望”，arXiv:2506.11833，2025年。[56] A. B. Artusio-Glimpse 等，“用于里德堡原子电场测量的全介质蒸气池晶圆级制造”，arXiv:2503.15433，2025年。[57] X. Guo 等，“Mighty：面向无人机的远距离、高吞吐量反向散射”，IEEE Trans. Mobile Comput.，第24卷，第3期，第1833–1845页，2025年3月。[58] J. Mu 等，“无人机遇上感知与通信一体化：挑战与未来方向”，IEEE Commun. Mag.，第61卷，第5期，第62–67页，2023年5月。