arXiv:2603.02195v1 [stat.AP] 2 Mar 2026

# 时空波动率模型比较分析：金融网络序列的实证研究

Ariane N. Meli Chrisko* Jessie Li † Philipp Otto‡ Wolfgang Schmid§

2026年3月3日

**摘要**

近年来，已提出多种时空模型和网络 GARCH 模型，以刻画波动率相互作用，例如市场风险在金融网络中的传导。这些方法在很大程度上依赖于邻接矩阵或时空权重矩阵的设定，而文献中已存在若干替代方案。本文在九种替代网络设定下，评估一系列时空波动率模型和多元 GARCH 基准模型的样本外预测表现。实证分析使用1998年12月22日至2024年10月20日期间16只行业多元化的标普500股票的日度数据。本文实施一步超前预测框架，并使用贝叶斯信息准则、均方根预测误差和平均绝对预测误差对模型进行评估，预测结果以基于对数收益平方的单一已实现波动率代理指标加以衡量。这九个空间权重矩阵反映了多样的经济与统计关系，包括经格兰杰过滤的溢出效应和基于 EGARCH 的溢出效应。结果表明，部分时空模型在样本外预测准确性上优于标准 GARCH 基准模型。值得注意的是，动态时空 ARCH 模型在所有网络设定下均以最低计算成本取得了最低的均方根预测误差和平均绝对预测误差。成对 Diebold–Mariano 检验证实了预测准确性存在显著差异。这些发现凸显了将空间结构纳入波动率建模的价值，使其成为金融网络分析中一种简约且可解释的替代方案。

**关键词：** 波动率预测、时空波动率模型、金融网络、空间计量经济学、多元时间序列、预测比较。

## 1 引言

波动率广义上是指某一过程随时间变化的程度，是金融计量经济学中的核心概念。在金融市场中，波动率反映资产价格波动的幅度和频率，在资产定价、风险管理、衍生品估值和投资策略中发挥着至关重要的作用（Andersen 等（2003）；Hull（2018））。从方法论角度看，波动率模型可分为两大类：一类是对观测收益率的条件方差进行建模，例如广义自回归条件异方差

*英国格拉斯哥大学，电子邮件：a.meli-chrisko.1@research.gla.ac.uk
†英国格拉斯哥大学，电子邮件：jessiewingli1@gmail.com
‡英国格拉斯哥大学，电子邮件：philipp.otto@glasgow.ac.uk§德国奥得河畔法兰克福维亚德里纳欧洲大学，电子邮件：schmid@europa-uni.de

（GARCH）模型族，由 Bollerslev（1986）提出；另一类是随机波动率等潜变量方法（Taylor，2008；Jacquier 等，2002）。过去几十年来，研究者提出了越来越多的非线性扩展，以刻画金融波动率的复杂特征，其中包括多元形式，例如 Engle（2002）提出的动态条件相关（DCC）模型和 Engle 与 Kroner（1995）提出的 BEKK 设定。这些模型能够捕捉多个资产之间时变的波动率和共同变动，因此得到了广泛应用。然而，随着金融系统维度的增加，多元波动率模型带来的计算和可解释性挑战也随之加剧。对此，近期研究开始探索借鉴空间统计的简化结构，通过预先设定的空间权重矩阵或网络邻接结构对资产间关系进行建模。

一个重要例子是 Caporin and Paruolo（2015）提出的基于邻近性的 BEKK 模型，该模型利用具有经济意义的邻近矩阵对系数矩阵施加比例约束。这种设定既能简化模型，又能降低参数空间的维度，同时保持条件协方差矩阵的正定性。尽管该设定通过 GARCH 递推中的邻近矩阵间接纳入了截面依赖，但并不允许波动率出现直接的同期空间溢出。相比之下，时空 ARCH 类模型显式引入空间滞后项，使某一位置的波动率取决于相邻位置当前或过去的波动率。该方向的近期研究包括 Sato 和 Matsuda（2017）的时空 log-ARCH 模型、Otto 等人（2024）的动态时空 log-ARCH 模型、Hølleland 和 Karlsen（2020）的环形时空 GARCH 模型、Borovkova 和 Lopuhaa（2012）的空间 GARCH 模型，以及 Chrisko 等人（2025）新近提出的时空 E GARCH 模型。这些框架能够让波动率冲击在时间和空间上传播，为高维多元 GARCH 模型提供灵活且计算效率高的替代方案。其结构简约性和模块化特征，使其尤其适用于大型金融网络以及其他高维时间序列应用。关键问题仍然是：这些时空方法能否达到乃至超越 DCC 和 BEKK 等传统多元波动率模型的预测表现？正如 Engle 和 Patton（2007）所强调的，优秀的波动率模型应具备若干基本特征：准确预测波动率，捕捉均值回归和持续性（通常称为波动率聚集，即大幅变化往往伴随大幅变化，小幅变化则往往伴随小幅变化），并考虑正向和负向冲击影响的不对称性，即杠杆效应。此外，模型还应允许纳入外生变量，能够稳健应对具有尖峰厚尾特征的收益分布，并有效处理极端市场事件。在现代应用中，尤其是涉及高频或高维数据的场景，计算可扩展性已成为一项关键要求。波动率模型不仅要在统计上合理，还要在估计和预测速度方面高效。扩展到时空设定后，模型还应能够捕捉资产间的同期溢出效应或空间交互作用。增加这一维度的复杂性，有助于对相互关联的系统进行更真实、更具信息量的分析

。值得一提的是，时空波动率模型的应用并不局限于金融领域，还涉及多个学科。例如，Hølleland 和 Karlsen（2020）将时空 GARCH 模型应用于太平洋的海表温度异常，以识别持续存在的气候模式。

本研究评估了一系列波动率模型，涵盖完全动态且灵活的框架——例如动态条件相关（DCC）和 BEKK 模型——以及受空间计量经济学启发的结构简化方法。后者包括在波动率中引入空间滞后项的时空 GARCH 类模型、循环 GARCH 模型和基于邻近性的设定。DCC 和 BEKK 以数据驱动的方式动态估计资产之间的成对联动关系，而空间波动率模型则依赖预先设定或基于数据确定的邻接结构，在可解释性和计算效率方面具有潜在优势。研究采用1998年12月22日至2024年10月20日的标准普尔 500 指数数据开展评估，该指数是全球金融市场中跟踪最广泛的资产之一。我们在多种预先设定的网络设定下评估模型表现，包括基于相关性的设定、经济距离设定、基于 Piccolo 的设定以及波动率溢出矩阵。我们同时评估样本内拟合（通过贝叶斯信息准则）和样本外预测准确性，采用均方根预测误差（RMSFE）和平均绝对预测误差（MAFE）等标准指标。尽管比较非嵌套模型给正式推断带来了挑战，但预测准确性反映了金融模型通常所处的实际应用条件，即首要目标是生成可靠的预测结果。我们的研究结果揭示了空间结构化波动率模型能否在提供更强可解释性和可扩展性的同时，与传统多元方法相媲美或超越其表现。

本文其余部分安排如下。第 2 节介绍所研究的波动率模型，并概述一步前瞻预测的评估框架。第 3 节详细说明空间权重矩阵的构建，其中空间依赖反映的是经济或统计联系，而非纯粹的地理邻近性。第 4 节介绍标准普尔500指数数据集和实证结果，并比较各模型的预测表现与计算效率。最后一节总结了对金融计量经济学中模型选择的启示，并提出未来研究的潜在方向。

## 2 时空统计学中波动率模型的简要介绍

本节介绍选用于比较的主要时空波动率模型。每种模型都有其独特的方法论贡献，旨在刻画跨越空间和时间的动态相互依赖。鉴于这些模型适用于金融市场、区域经济系统或环境系统等高维情境，并能自然地适应空间结构或地理参照发挥核心作用的系统，因此它们属于多元波动率模型这一类别。多元波动率建模对于捕捉横截面相互作用至关重要，例如资产或空间单元之间的共同变动。然而，

随着维度增加，计算复杂度也随之上升。这给估计和解释带来了实际挑战，因此需要简约而灵活的建模框架。在介绍本文研究的具体时空模型之前，我们简要回顾两种基础的多元 GARCH 模型：BEKK 模型和动态条件相关（DCC）模型。这些模型是文献中广泛采用的基准，为理解时空设定下提出的扩展模型奠定了基础。Engle 和 Kroner（1995年）提出的 BEKK 模型，旨在多元 GARCH 框架中捕捉完整的方差—协方差动态，同时通过构造确保正定性。另一方面，Engle 和 Sheppard（2001b）提出的 DCC 模型，侧重于以计算上可行的方式刻画时变条件相关性。BEKK 常用于风险价值（VaR）预测和风险监测，而 DCC 尤其适用于研究相关性动态，例如投资组合多元化或市场间的传染效应。总体而言，在监管框架（如《巴塞尔协议》）下，方差和协方差对于预测 VaR 等风险阈值至关重要（Caporin 和 McAleer，2012年）；而相关结构则与投资组合配置和对冲策略更为相关。BEKK 和 DCC 均属于 GARCH 家族，但在结构和应用范围上有所不同。

令 $(\boldsymbol{\varepsilon}_t)'_{t\geq 0}$ 表示均值模型（例如向量自回归模型）的 $n\times 1$ 残差向量，$(\varepsilon_{1t},\ \cdots,\ \varepsilon_{nt})'$。这些多元 GARCH 模型最简单的形式定义如下。

## 2.1 BEKK 模型

Engle 和 Kroner（1995年）提出的 BEKK 模型为多元波动率提供了灵活的参数化方式。对于 BEKK(1,1) 设定，条件协方差矩阵定义为

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = \mathbf{C}\mathbf{C}' + \mathbf{A}\,\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-1}\mathbf{A}' + \mathbf{B}\,\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}\mathbf{B}', \tag{2.1}$$

其中，$\mathbf{C}$ 为下三角矩阵，以确保正定性；$\mathbf{A}$ 反映过去冲击的影响，而$\mathbf{B}$ 决定条件协方差的持续性。该公式确保 $\boldsymbol{\Sigma}_t$ 保持正定，这对于将其解释为有效的协方差矩阵至关重要。尽管具有很高的灵活性，非受限 BEKK 模型的每个系数矩阵都包含 $O(n^2)$ 个参数，因此随着维度增加，估计的计算负担也会加重。因此，实证应用通常采用受限版本，例如对角型、标量型或非对称 BEKK（Ding 等，1993；Kroner 和 Ng，1998）。在条件高斯创新的假设下，通过最大似然进行估计，并在优化器的每次迭代中计算递推式（2.1）。由于似然面具有高维且非线性的特点，通常采用基于导数的数值方法，以确保收敛稳定且高效。

## 2.2 DCC 模型

动态条件相关（DCC）模型扩展了 Bollerslev（1990年）的常数条件相关（CCC）模型，允许条件相关矩阵随

时间变化。在 DCC 框架中，残差表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{H}_t^{1/2}\mathbf{z}_t, \tag{2.2}$$

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t^{1/2}\mathbf{R}_t\mathbf{D}_t^{1/2}, \quad t = 1, 2, \ldots, T, \tag{2.3}$$

其中，$\boldsymbol{\varepsilon}_t \in \mathbb{R}^n$ 是在时间 $t$ 的观测向量，$n$ 是资产数量，$\mathbf{z}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$为标准化独立同分布创新项，$\mathbf{H}_t$ 为条件协方差矩阵，$\mathbf{D}_t$ 为包含时变方差的对角矩阵，$\mathbf{R}_t$ 为时变条件相关矩阵。对角矩阵$\mathbf{D}_t$ 包含条件方差：$\mathbf{D}_t = \text{diag}\left(h_t^{1/2}(s_1)\ h_t^{1/2}(s_2)\ldots, h_t^{1/2}(s_n)\right)$，其中每个 $h_t(s_i)$都服从单变量 GARCH(1,1) 过程：

$$h_t(s_i) = \omega(s_i) + \alpha_i\varepsilon_{t-1}^2(s_i) + \beta_i h_{t-1}(s_i), \tag{2.4}$$

其中，$\omega(s_i) > 0$, $\alpha_i, \beta_i \geq 0$，且 $\alpha_i + \beta_i < 1$ 以确保正值性和协方差平稳性。项 $\omega(s_i)$表示股票 $i$ 的基准波动率，反映其在没有外部冲击时的长期平均方差。第二个组成部分$\mathbf{R}_t$是 $n \times n$ 条件相关矩阵，用于描述序列之间的动态依赖结构。它由 $n \times n$准相关矩阵$\mathbf{Q}_t$推导而来，定义如下：

$$\mathbf{R}_t = \text{diag}(\mathbf{Q}_t)^{-1/2}\mathbf{Q}_t\text{diag}(\mathbf{Q}_t)^{-1/2}, \tag{2.5}$$

$$\mathbf{Q}_t = (1 - \lambda_1 - \lambda_2)\overline{\mathbf{Q}} + \lambda_1\tilde{\boldsymbol{u}}_{t-1}\tilde{\boldsymbol{u}}_{t-1}' + \lambda_2\mathbf{Q}_{t-1}, \tag{2.6}$$

其中$\overline{\mathbf{Q}}$是标准化残差的长期（无条件）协方差矩阵。这些标准化残差由 $\tilde{\boldsymbol{u}}_t = \mathbf{D}_t^{-1/2}\boldsymbol{u}_t = \left(\frac{\epsilon_{t_{(s_1)}}}{h_t^{1/2}(s_1)} \quad \frac{\epsilon_t(s_2)}{h_t^{1/2}(s_2)} \quad \cdots, \quad \frac{\epsilon_t(s_n)}{h_t^{1/2}(s_n)}\right)$给出，为一个 $n \times 1$维向量。参数 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 分别决定相关性的短期行为与长期行为。DCC 模型的参数采用两阶段法进行估计。首先，使用最大似然估计（最大似然估计）独立估计各序列的单变量广义自回归条件异方差参数。随后推导出标准化残差 $\tilde{u}_t(s_i)$，并据此通过最大似然估计来估计相关性参数（$\lambda_1, \lambda_2$）。更多细节请参见Engle 和 Sheppard（2001a）。

DCC 和 BEKK 模型族启发了众多扩展，旨在增强灵活性、降低计算复杂度，并捕捉非对称性和横截面溢出效应等经验特征。两种模型的标量、对角和完全形式，在条件协方差矩阵的参数化方式上有所不同：标量形式最为简约，而完全 BEKK 模型则提供最一般的结构，但代价是参数数量大幅增加。Hadamard 型变体引入逐元素运算，在灵活性与可处理性之间取得平衡（Caporin 和 McAleer，2012年）。进一步的发展包括非对称形式，例如非对称 DCC（ADCC）模型（Cappiello 等人，2006年），以及广义 DCC（GDCC）模型，后者能够呈现更丰富的相关性动态。GARCH-X 模型（Engle 和 Rangel，2008年）纳入外生协变量，并可嵌入 DCC 和 BEKK 设定之中。在 DCC 模型中，报告的参数数量通常

不包括单变量 GARCH 分量；对于 $k$ 项资产，参数通常至少有 $3k$ 个；若对非对称效应或杠杆效应进行建模，参数数量则会大幅增加（Aielli，2013年；Engle 和 Kelly，2012年）。Caporin 和 McAleer（2012年）对这些模型进行了相当详尽的比较。现在，我们将重点转向这些模型的时空类比模型。动态时空 ARCH 模型同时捕捉局部时间动态和空间依赖，为波动率聚集建模提供了一种灵活的方法。邻近结构化多元波动率模型将空间加权直接融入协方差结构，从而能够明确地对空间溢出进行建模。平稳时空 GARCH 模型将经典 GARCH 形式扩展到联合时空平稳性，因此非常适合长期预测。最后，时空 EGARCH 模型引入非对称效应，并允许波动率在网络间即时传递，从而捕捉不同状态下空间邻近性与冲击方向性之间的相互作用。

本研究考虑的所有模型均遵循（2.2）中相同的乘法结构，其中矩阵$\mathbf{H}_t$ 表示条件波动率结构，同时涵盖方差与协方差。在时空背景下，$\mathbf{H}_t$ 常被简化为对角矩阵$\text{diag}(\mathbf{h}_t^{1/2})$，其中$\mathbf{h}_t^{1/2} = (h_t^{1/2}(s_1) \dots, h_t^{1/2}(s_n))^\top$ 包含每个位置 $s_i$ 处的条件标准差。或者，$\mathbf{H}_t$ 也可如（ 2.1 ）所示表示完整的条件协方差矩阵 $\mathbf{\Sigma}_t$ 。创新向量 $\boldsymbol{z}_t = (z_t(s_1) \dots, z_t(s_n))^\top$ 由在两个维度上均具有零均值和单位方差的独立同分布随机变量组成。需要注意的是，波动率通常指条件方差的平方根。在某些模型表述中，尤其是以对数形式或简化形式表达时，$\mathbf{H}_t$ 作为条件方差—协方差结构的参数化表示，而非精确的条件协方差矩阵$\text{Var}[\boldsymbol{\varepsilon}_t \mid \mathcal{F}_{t-1}]$。下文中，为清晰起见，我们聚焦于不含外生协变量的基本时空波动率模型，并指出$\mathbf{W}$ 是一个$n \times n$ 空间权重矩阵。

## 2.3 邻近结构化多元波动率模型（STBEKK）

第一个模型是 Caporin and Paruolo（2015）提出的模型。他们通过引入基于经济邻近性的结构化参数化，提出了一种结构化或受限波动率模型，以应对多元波动率建模中的维数灾难。该方法使用权重矩阵对条件协方差进行建模，与经典空间模型相似，在保留经济关系可解释性的同时，降低了参数估计的复杂性。由于整合了有关经济或空间连接的信息，他们的框架尤其适用于金融网络，可增强对多元波动率动态的分析。模型方程如下

$$\mathbf{\Sigma}_t = \mathbf{C} + \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}'\mathbf{A}' + \mathbf{B}\mathbf{\Sigma}_{t-1}\mathbf{B}', \tag{2.7}$$

其中， $\mathbf{\Sigma}_t$ 是协方差矩阵 $n \times n$ ， $\mathbf{A}$、$\mathbf{B}$和$\mathbf{C}$ 是由非限制参数构成的矩阵$n \times n$。为了将参数数量从 $\mathcal{O}(n^4)$减少到 $\mathcal{O}(n)$，Caporin and Paruolo (2015)

引入一种基于邻近关系的参数化

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1}V\mathbf{S}^{-1\prime}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{I}_n - \mathbf{S}_1\mathbf{W}, \quad \mathbf{S}_1 = \mathrm{diag}(s^{(1)}), \quad \mathbf{V} = \mathrm{diag}(v), \tag{2.8}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\mathbf{W}, \quad \mathbf{A}_j = \mathrm{diag}(\alpha^{(j)}), \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 W, \quad \mathbf{B}_j = \mathrm{diag}(\beta^{(j)}), \tag{2.9}$$

对于 $j = 0,\ \mathbf{1}$，其中 $s^{(1)}$、$v$、$\alpha^{(j)}$和 $\beta^{(j)}$ 是由 $n \times 1$ 个未知参数构成的向量。这种结构化设定通过纳入$\mathbf{W}$，实现了条件协方差动态中的个体效应和交叉个体效应；$\mathbf{W}$编码了各实体之间的邻近关系。假设参数向量在各个个体间保持恒定，即可得到参数同质版本。在这种情况下，参数总数大幅减少；在 Caporin and Paruolo (2015) 提出的组内同质设定中，仅需六个参数。采用准最大似然法进行估计，并通过数值方法考察估计量的渐近性质。$\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}'\mathbf{A}'$ 和$\mathbf{B}\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}\mathbf{B}'$ 项所产生的溢出结构直接由邻近矩阵$\mathbf{W}$的选择决定，使模型能够灵活适应不同的网络或空间结构。

尽管邻近结构波动率模型最初并非被构建为时空模型，但它通过邻近矩阵对不同单元之间的相似性进行编码，因此具备时空框架的一些关键特征。该矩阵可以表示地理、经济或统计关系，使模型特别适用于涉及潜在空间结构或网络结构的应用。因此，它在经典多元 GARCH 模型与较新的空间或基于网络的波动率模型之间架起了概念桥梁。在模型实现中，Caporin and Paruolo（2015）建议尝试不同类型的邻近矩阵。在金融应用中，一种特别有吸引力的方法是根据行业归属定义权重，也就是判断两只股票是否属于同一经济部门。这样一来，空间权重矩阵便能通过由群组成员身份构建的网络结构，反映具有经济意义的分组。

## 2.4 动态时空 ARCH 模型（DSTARCH）

将空间依赖引入 ARCH 类波动率模型的最初尝试由 Otto 等人（2018年）做出，并由 Sato 和 Matsuda（2021）独立提出；他们提出了空间对数 ARCH 公式，其中给定位置的对数条件方差瞬时依赖于邻近位置的方差。这些模型标志着对传统多元 GARCH 方法的转变，即将空间相互作用直接嵌入波动率机制，而不是通过完整的协方差矩阵来建模跨资产依赖。为了在纳入空间效应的同时纳入时间动态，Otto 等人（2024年）提出了动态时空 ARCH（DST-ARCH）模型，其中对数波动率是滞后对数平方结果变量、对数平方结果变量的空间滞后以及时空交互项的函数。在其最简单的形式中，不含外生回归变量时，该模型

对数波动率向量 $\boldsymbol{H}_t^* = (\log\ h_t(s_1) \ldots, \log\ h_t(s_n))'$ 由下式给出

$$\boldsymbol{H}_t^* = \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^* + \rho\mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon}_t^*, \tag{2.10}$$

其中 $\rho \in \mathbb{R}$ 刻画了网络中同期（瞬时）波动率溢出的强度。向量 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)'$ 包含资产特定基准对数波动率，而$\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n)$是刻画股票特定时间 ARCH 效应的对角矩阵。 $\boldsymbol{\varepsilon}_t^*$在此表示观测向量的逐分量对数（$\log\ \varepsilon_t(s_1) \ldots, \log\ \varepsilon_t(s_n))'$。该简化版本中自由参数的总数为 $2n+1$, 其中包括 $n$ 个截距、$n$ 个时间系数以及单一网络参数 $\rho$。统计显著的 $|\rho|$意味着冲击通过网络瞬时传播，而非仅经由时间滞后传播。与仅允许滞后交互的网络 GARCH 类模型相比，这是一个关键区别特征。尽管 DST-ARCH 模型在刻画时空波动率聚集方面有效，但其一个显著局限在于依赖瞬时空间依赖，从而制约了其预测能力。遵循 Mattera 和 Otto（2024），该模型具有 ARMA 类表示，便于利用正交变换和广义矩估计法（GMM）进行估计。对数波动率的一步超前预测随后由下式给出

$$\boldsymbol{H}_{t+1}^* = (\mathbf{I}_n - \widehat{\rho}\mathbf{W})^{-1}\left[\widehat{\boldsymbol{\Gamma}}\boldsymbol{\varepsilon}_t^* + \widehat{\boldsymbol{\phi}}_0\right], \tag{2.11}$$

$\widehat{\ }$ $\widehat{\ }$其中, $\boldsymbol{\phi}_0$ 表示通过正交变换得到的固定效应估计值，而 $\widehat{\rho}$、 $\boldsymbol{\Gamma}$ 是相合的 GMM 估计值。具体而言，变换矩阵 $\mathbf{Q}$ 满足 $\mathbf{QWQ}' = \boldsymbol{\Lambda}$，其中$\boldsymbol{\Lambda}$ 为对角矩阵。这将由 $\mathbf{W}$ 引起的 $n$维依赖关系简化为 $n$ 个相互独立的标量方程，大大简化了估计过程。

## 2.5 循环时空广义自回归条件异方差模型（STGARCH）

Hølleland 和 Karlsen（2020）提出的时空 GARCH 模型通过纳入空间和时间依赖关系，扩展了经典的 GARCH 框架。该模型定义在域 $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^d$ 上，其中 $d \geq 1$ 表示空间维度。该模型通过引入对邻近空间位置的过去值和波动率的结构化依赖，刻画空间与时间上的相互作用。为解决有限空间域固有的边界问题，作者还提出了该模型的循环版本，适用于空间周期结构或重复空间模式。

模型的一般形式如下:

$$h_t^2(\mathbf{s}) = \omega + \sum_{i=1}^{p}\sum_{\mathbf{v}\in\Delta_{1i}} \alpha_i(\mathbf{v})Y_{t-i}^2(\mathbf{s}-\mathbf{v}) + \sum_{i=1}^{q}\sum_{\mathbf{v}\in\Delta_{2i}} \beta_i(\mathbf{v})h_{t-i}^2(\mathbf{s}-\mathbf{v}), \tag{2.12}$$

其中， $\omega > 0$ 是标量参数，而 $\alpha_i$和 $\beta_i$ 是具有有限支撑的参数函数，定义如下

over $\mathbb{Z}^d$。支撑集定义如下：

$$\Delta_{1i} = \{\mathbf{v} \in \mathbb{Z}^d : \alpha_i(\mathbf{v}) > 0\}, \quad \Delta_{2i} = \{\mathbf{v} \in \mathbb{Z}^d : \beta_i(\mathbf{v}) > 0\}, \tag{2.13}$$

模型阶数（$p$，$q$）对应于相应支撑非空时的最大滞后阶数。参数集记为 $\Theta = （\omega，\boldsymbol{\alpha}，\boldsymbol{\beta}）$，其中 $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_i（\mathbf{v}）\}$ 和 $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_i（\mathbf{v}）\}$汇集了所有相关滞后阶数和空间位移对应的参数。循环版本将 $\mathbb{Z}^d$ 替换为商群 $\mathcal{R} = \mathbb{Z}^d/（m\mathbb{Z}^d）$，其中 $m \in \mathbb{Z}_+^d$取某个值，从而将空间域有效地映射到环面上。这样，$\{Y_t（\mathbf{s}）\}$ 成为一个以 $\mathbb{Z} \times \mathcal{R}$为索引的过程，空间位移和加法等运算均按模 $m$进行，从而确保邻域平移不变并保持平稳性。Hølleland 和 Karlsen（2020）证明了模型参数的准最大似然估计（QMLE）具有强一致性和渐近正态性。循环形式在理论上优雅且计算上可行，适用于时空波动率建模，尤其适用于环境学或气候学研究中的网格数据。

## 2.6 空间GARCH表示为spGARCH-X

空间GARCH(1,1)模型通过空间权重矩阵引入基于网络的波动率溢出效应，扩展了传统的GARCH框架，因此适用于多变量条件方差建模。在此设定中，每种资产的条件方差不仅取决于自身过去的平方收益率和过去的方差，还取决于邻近资产经空间加权后的贡献。具体而言，利用空间权重矩阵汇总滞后平方收益率和其他 $N-1$ 股票市场的滞后条件方差，由此得到两个空间外生变量和两个额外参数，$a_{2,\,i}$ 和$b_{2,\,i}$，它们用于量化这些空间聚合量对资产 $i$波动率的影响。令$\mathbf{W}$ 为一个维度为 $N \times N$的固定非随机空间权重矩阵，用于编码资产$s_i$ 与$s_j$之间波动率传递的强度。假设初始创新项向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ 可观测，Borovkova 和 Lopuhaa（2012年）提出的空间GARCH(1,1)模型可表示为

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{A}_0 + (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2\mathbf{W})\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^2 + (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2\mathbf{W})\mathbf{H}_{t-1}, \tag{2.14}$$

其中，$\boldsymbol{\varepsilon}_t^2 = (\varepsilon_{t,1}^2, \ldots, \varepsilon_{t,N}^2)^\top$ 表示残差平方向量，$\mathrm{A}_0 = (a_{0,1}, \ldots, a_{0,N})^\top$ 是截距项向量；对于 $k = 1, 2$，$\mathrm{A}_k = \mathrm{diag}(a_{k,1}, \ldots, a_{k,N})$ 和 $\mathrm{B}_k = \mathrm{diag}(b_{k,1}, \ldots, b_{k,N})$ 是由非负参数构成的对角矩阵。所有系数和空间权重均被约束为非负，以确保条件方差为正。参数 $a_{1,i}$ 和 $b_{1,i}$ 保留了经典的GARCH(1,1)解释，其中 $a_{1,i}$ 表示对近期冲击的敏感度，$b_{1,i}$ 则反映波动率持续性。空间项 $a_{2,i}$ 和 $b_{2,i}$ 通过捕捉来自相邻资产的短期和长期溢出效应，扩展了该模型。较大的 $a_{2,i}$ 意味着资产$i$ 对相邻节点近期的创新项反应更强，而较大的 $b_{2,i}$ 则表明相邻节点中持续存在的波动率会影响资产 $i$。

模型部分　　参数使用条件拟极大似然估计（QMLE　　）

程序进行估计，该程序由 Borovkova 和 Lopuhaa（2012年）提出。假设残差 $z_t(s_i)$在不同位置和时间上条件独立，则联合似然可分解为各位置特定似然的乘积。每项资产均视为一个单变量 GARCH(1,1) 模型，并加入两个空间滞后外生变量，表示为

$$h_{i,t} \quad = \quad a_{0,i} + a_{1,i}\varepsilon_{i,t-1}^2 + b_{1,i}h_{i,t-1} + a_{2,i}X_{i,t-1} + b_{2,i}Y_{i,t-1}, \tag{2.15}$$

其中，空间滞后项定义为

$$X_{i,t-1} \quad = \quad \sum_{j=1}^{N} w_{ij}\varepsilon_{j,t-1}^2, \qquad Y_{i,t-1} = \sum_{j=1}^{N} w_{ij}h_{j,t-1}, \tag{2.16}$$

该模型称为 GARCH-X(1,1)，因为它包含两个外生项：$X_{i,\ t-1}$，用于汇总相邻单元过去的平方收益率；以及 $Y_{i,\ t-1}$，用于汇总其滞后方差。估计采用迭代方式进行。首先，对每项资产拟合单变量 GARCH(1,1) 模型，以获取参数和条件方差的初始值。随后迭代更新这些估计值：每一步都根据上一次迭代的估计值重新计算空间滞后外生变量，并使用 MLE 重新估计每项资产的参数。该过程持续进行，直至收敛。每个单元有五个参数；因此，对于 $N$ 个单元，需要估计的参数总数为 $5N$。

## 2.7 时空 EGARCH 模型（STEGARCH）

Chrisko 等人（2025）的时空 EGARCH 模型在经典 EGARCH Nelson（1991）框架的基础上，将空间相互作用和非对称冲击效应纳入对数波动率表示中。令$\mathbf{H}_t^* =$（log $h_t$（$s_1$.....，log $h_t$（$s_n$））′表示对数条件方差向量。模型定义如下：

$$\mathbf{H}_t^* = \boldsymbol{\alpha}_1 + \rho_0\,\mathbf{W}_1 g(\boldsymbol{\varepsilon}_t) + \rho_1\,g(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}) + \lambda_0\,\mathbf{W}_2\mathbf{H}_t^* + \lambda_1\,\mathbf{H}_{t-1}^*, \tag{2.17}$$

其中，$g(\varepsilon_t)$ 是给定的 EGARCH 型非线性变换

$$g(\boldsymbol{\varepsilon}_t) = \Theta\,\boldsymbol{\varepsilon}_t + \xi\left(|\boldsymbol{\varepsilon}_t| - \mathbb{E}|\boldsymbol{\varepsilon}_t|\right), \tag{2.18}$$

该模型同时捕捉符号和幅度驱动的非对称性。由于 EGARCH 变换包含一个带符号项（$\Theta\varepsilon_t$）和一个非对称幅度分量，通过$\mathbf{W}_1$ 传递的同期溢出效应本身也可能具有非对称性。从经济学角度看，这意味着一个资产受到的冲击会对邻近资产的波动率产生即时且方向不同的影响。参数 $\rho_0$ 和 $\rho_1$ 控制空间和时间上的非对称效应，而 $\lambda_0$ 和 $\lambda_1$ 则描述对数波动率的空间和时间持续性。矩阵$\mathbf{W}_1$和$\mathbf{W}_2$ 是外生的 $n \times n$ 空间权重矩阵，通常反映具有经济意义的关系，例如行业邻近性、跨市场联系或基于相关性的邻域。

采用准最大似然法进行估计。由于$\mathbf{H}_t^*$ 在（2.17）式的两侧均出现，因此每次计算似然值都需要求解以下线性方程组

$$(\mathbf{I}_n - \lambda_0 \mathbf{W}_2)\mathbf{H}_t^* = \boldsymbol{\alpha}_1 + \rho_0\, \mathbf{W}_1 g(\boldsymbol{\varepsilon}_t) + \rho_1\, g(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}) + \lambda_1\, \mathbf{H}_{t-1}^*, \tag{2.19}$$

因此，每次迭代都需要进行数值求逆。当 $\lambda_0$ 接近可逆性边界时，可能会出现不稳定性，这一点会反映在模型的实证表现中。尽管存在这些数值挑战，STEGARCH 设定仍提供了一个简洁而灵活的框架，既能捕捉同期和滞后的空间波动率溢出效应，又能明确纳入网络中的非对称冲击传导。

文献中提出了多种时空波动率模型，用于捕捉金融时间序列中的时间依赖性和横截面依赖性。这些模型在纳入空间相互作用的方式上各不相同，例如通过基于网络的反馈、外生空间回归变量或结构化多变量框架实现。表1对主要模型进行了比较概述，包括 DSTARCH、各种时空 GARCH 扩展模型、用于捕捉非对称性的时空 EGARCH，以及纳入相邻单元滞后方差和收益率的空间 GARCH-X 模型。此外，还包括 DCC 和 BEKK 等基准多变量设定，以及 Hølleland 和 Karlsen（2020）提出的空间结构化 BEKK 模型；该模型的突出特点是在采用循环边界条件的空间网格上具有平稳性。总体而言，这些模型为分析相互关联的金融系统中的波动率动态提供了灵活的工具。

最后，由于我们的模型明确纳入了空间依赖，因此空间权重矩阵的构建对于估计和预测都至关重要。这些矩阵界定了空间溢出的性质和强度，并将在下一节中详细讨论。

## 3 金融网络权重矩阵的构建

金融网络为资产之间的截面依赖提供了一种灵活且信息丰富的表示方式。节点对应单只股票，边则表示共同变动、预测影响或波动率溢出等经济关系（Baum¨ohl 等，2018年）。为了将这些交互纳入时空波动率模型，我们构建了一组空间权重矩阵 $\mathbf{W}$ ，用于刻画股票之间不同的相似性或定向影响。与传统空间计量经济学不同，后者以地理距离衡量邻近性，而金融网络则基于由收益率动态所体现的行为相似性。

我们总共构建了十个矩阵，并将其分为四类，反映建模复杂度的逐步增加：(i) 全连接相似性网络，(ii) 格兰杰筛选有向网络，(iii) 稀疏的 $k$ 近邻网络，以及 (iv) 基于 EGARCH 动态的溢出矩阵。这些矩阵使我们能够评估横截面结构的不同表示方式对时空波动率模型表现的影响。

表1：所考虑模型的条件波动率设定。“同期依赖”表示通过矩阵$\mathbf{W}$实现的同期网络依赖。

| 模型 | 设定 | 同期依赖 | 波动率形式 |
|---|---|---|---|
| **DCC** | $\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t\mathbf{R}_t\mathbf{D}_t$，其中$\mathbf{R}_t$ 通过一个动态相关过程。 捕捉时变条件相关性 两步框架。2.2 | No | 协方差 |
| **BEKK** | $\mathbf{H}_t = \mathbf{C}'\mathbf{C} + \mathbf{A}'\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-1}\mathbf{A} + \mathbf{B}'\mathbf{H}_{t-1}\mathbf{B}$. 通过灵活的参数化确保协方差矩阵保持正定。 第 2.1 节 | No | 协方差 |
| **邻近结构 BEKK** | $\mathbf{H}_t = \mathbf{C}'\mathbf{C} + A(\mathbf{W})'\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-1}A(\mathbf{W}) + B(\mathbf{W})'\mathbf{H}_{t-1}B(\mathbf{W})$，其中 $A(\mathbf{W}) = \alpha\mathbf{I} + \beta\mathbf{W}$ 与 $B(\mathbf{W}) = \gamma\mathbf{I} + \delta\mathbf{W}$。施加通过邻近矩阵施加结构以降低-维度。2.3 | No | 协方差 |
| **动态网络对数 ARCH** | $\mathbf{H}^*_t = \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\varepsilon}^*_{t-1} + \rho\,\mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon}^*_t$。对数波动率模型，包含滞后和同期网络效应，捕捉即时波动率溢出。2.4 | Yes | 对数方差 |
| **STGARCH** | $\mathbf{H}_t = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{A}(\mathbf{W})\,\boldsymbol{\varepsilon}^2_{t-1} + \mathbf{B}(\mathbf{W})\,\mathbf{H}_{t-1}$。 允许同时考虑时间和空间依赖。2.5 | No | 方差 |
| **空间 GARCH-X** | $\mathbf{H}_t = \mathbf{A}_0 + (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2\mathbf{W})\boldsymbol{\varepsilon}^2_{t-1} + (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2\mathbf{W})\mathbf{H}_{t-1}$. 扩展了广义自回归条件异方差模型，通过加入过去冲击和 波动率的空间滞后项。2.6 | No | 方差 |
| **时空 EGARCH** | $\mathbf{H}^*_t = \boldsymbol{\alpha} + \rho_0\mathbf{W}g(\boldsymbol{\varepsilon}_t) + \rho_1\,g(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}) + \lambda_0\mathbf{W}\mathbf{H}^*_t + \lambda_1\,\mathbf{H}^*_{t-1}$。 模型的不对称溢出效应，并允许同期空间依赖。2.7 | Yes | 对数方差 |

**基于相似性的全连接矩阵**。遵循 Mattera 和 Otto（2024）的做法，我们首先根据股票残差之间的不同距离度量构建三个对称的全连接矩阵。令 $\varepsilon_t(s_i)$表示股票 $i$的均值模型残差。我们考察欧几里得距离、基于相关性的距离，以及 Piccolo 自回归距离 Piccolo（1990）：

$$d^{(E)}_{ij} = \sqrt{\sum_{t=1}^{T}(\varepsilon_t(s_i) - \varepsilon_t(s_j))^2}, \qquad d^{(C)}_{ij} = \sqrt{2(1-\rho_{ij})}, \qquad d^{(P)}_{ij} = \sqrt{\sum_{p=1}^{P}(\gamma_{ip} - \gamma_{jp})^2}.$$

此处，$\rho_{ij}$ 表示 $i$ 与 $j$收益率之间的皮尔逊相关系数，而 $\gamma_{ip}$ 表示对股票 $i$的对数平方残差拟合得到的 $p$ 阶自回归系数。在 Piccolo 度量中，滞后阶数

$P$ 根据某一信息准则进行截断。[1]

权重定义为距离倒数,

$$w_{ij} = \begin{cases} 1/d_{ij}, & i \neq j, \\ 0, & i = j, \end{cases}$$

并按行归一化以确保 $\sum_j w_{ij} = 1$。由此得到矩阵 $\mathbf{W}^{\mathrm{E}}$，$\mathbf{W}^{\mathrm{C}}$，$\mathbf{W}^{\mathrm{P}}$。

**格兰杰滤波有向矩阵**。上述完全连接矩阵描述的是相似性，而非可预测性。为引入方向性并去除虚假连接，我们采用格兰杰因果检验 Granger（1969）；Papana 等人（2017）。对于每个有序对（$i$，$j$），我们使用基于残差的向量自回归模型检验 $j$ 是否格兰杰导致 $i$。二元滤波器定义如下:

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } j \text{ Granger-causes } i \ (\mathrm{p} < 0.05), \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

筛选后的权重通过逐元素乘法获得,

$$\tilde{w}_{ij} = w_{ij} g_{ij}, \qquad \tilde{w}_{ii} = 0,$$

随后 进行行归一化。这将生成有向矩阵$\mathbf{W}^{\text{E-G}}$、$\mathbf{W}^{\text{C-G}}$、$\mathbf{W}^{\text{P-G}}$ .

**稀疏五近邻矩阵**。为引入稀疏性并减轻远距离节点的影响，我们针对每种距离定义，分别构建 $k$ 近邻（k-NN）图，$k = 5$。对于每项资产 $i$，我们根据 $d_{ij}^{(E)}$、$d_{ij}^{(C)}$ 和 $d_{ij}^{(P)}$ 识别距离最近的五个邻居。我们设定

$$w_{ij}^{(k\text{-NN})} = \begin{cases} 1/5, & j \text{ is among the 5 nearest neighbours of } i, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

这些矩阵是对称的，且已经是行随机矩阵，因此得到$\mathbf{W}^{\text{E-NN}}$、$\mathbf{W}^{\text{C-NN}}$、$\mathbf{W}^{\text{P-NN}}$。

**基于EGARCH的波动率溢出矩阵**。为构建一个明确基于波动率溢出的网络，我们针对每项资产估计单变量EGARCH(1,1)模型,

$$\log h_{i,t} = \omega_i + \beta_i \log h_{i,t-1} + \alpha_i |z_{i,t-1}| + \gamma_i z_{i,t-1}, \qquad z_{i,t} = \varepsilon_{i,t} / \sqrt{h_{i,t}},$$

[1]如果两个序列的最优滞后阶数分别为 $P_i$ 和 $P_j$，我们取 $P = \max(P_i, P_j)$，并按照 Piccolo（1990年）的方法用零填充。

并提取条件波动率 $\sigma_{i,\,t} = \sqrt{h_{i,\,t}}$。对波动率序列使用 VAR模型进行格兰杰检验，以确定溢出效应的方向和强度。我们定义

$$w_{ij}^{\text{Spill}} = \begin{cases} 1 - p_{ij}, & j \text{ Granger-causes } i, \\ 0, & \text{otherwise}, \end{cases}$$

其中，$p_{ij}$ 为格兰杰检验的p值。所得矩阵$\mathbf{W}^{\text{Spill}}$ 为非对称矩阵，用于衡量波动率传递的强度。

这些矩阵使我们能够在不同的网络拓扑结构下考察时空波动率模型。从简单的相似性度量到有向溢出结构的演进，反映了建模复杂度的提升以及金融可解释性的增强。完整的设定见附录2，概要见表2。

表2：所构建权重矩阵概览

| 矩阵编号 | 描述 | 对称 | 稀疏 | 有向 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{W}^{\text{Euclidean}}$ | 欧几里得距离倒数 | ✓ | ✗ | ✗ |
| $\mathbf{W}^{\text{Corr}}$ | 逆相关距离 | ✓ | ✗ | ✗ |
| $\mathbf{W}^{\text{Piccolo}}$ | 逆自回归（Piccolo）距离 | ✓ | ✗ | ✗ |
| $\mathbf{W}^{\text{E-G}}$ | 欧几里得 + 格兰杰滤波器 | ✗ | ✗ | ✓ |
| $\mathbf{W}^{\text{C-G}}$ | 相关性 +格兰杰滤波器 | ✗ | ✗ | ✓ |
| $\mathbf{W}^{\text{P-G}}$ | Piccolo +格兰杰滤波器 | ✗ | ✗ | ✓ |
| $\mathbf{W}^{\text{E-NN}}$ | 基于欧几里得的5-近邻 | ✓ | ✓ | ✗ |
| $\mathbf{W}^{\text{C-NN}}$ | 基于相关性的5-近邻 | ✓ | ✓ | ✗ |
| $\mathbf{W}^{\text{P-NN}}$ | 基于Piccolo的5-近邻 | ✓ | ✓ | ✗ |
| $\mathbf{W}^{\text{Spill}}$ | EGARCH 格兰杰溢出效应 | ✗ | ✗ | ✓ |

# 4 实证分析与结果：S&P 500 数据集

本节基于16只标准普尔500指数成分股的日收益率开展实证分析。我们首先介绍用于评估不同空间设定下预测准确性的预测评估框架。随后，我们描述数据集，并报告不同权重矩阵下的实证结果，重点说明空间结构如何影响金融网络中的波动率预测。

### 4.1 预测评估

评估波动率模型的表现是一项根本性挑战，因为真实波动率是潜在变量，无法直接观测。一种常见的替代方法是使用历史波动率，通常通过滚动窗口内收益率的标准差计算。在一些简化设定中（例如假设条件均值为零），平方收益率常被用作代理变量。更复杂的方法则利用高频数据构造已实现波动率度量，正如 Andersen 等人（2001）以及 Barndorff-Nielsen 和 Shephard（2001）所提出的方法；更广泛的讨论还可参见 Eckel 等人（2011）。然而，由于数据限制，本文未采用这些方法。波动率预测评估中的另一个关键问题是损失函数的选择。正如 Bollerslev 等人（1992）以及 Diebold 和 Lopez（1996）所指出的，适当损失函数的选择在很大程度上取决于建模目标。Hansen 和 Lunde（2005）比较了六种损失函数，发现模型排名可能因所选指标不同而存在显著差异。本文聚焦于两项常用标准：均方根预测误差（RMSFE），它对较大的偏差给予更重的惩罚；以及平均绝对预测误差（MAFE），它对异常值的稳健性更强。定义如下：

$$\mathrm{RMSFE} = \sqrt{\frac{1}{nT}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left(\log \widehat{h}_t(s_i) - \log y_t^2(s_i)\right)^2}, \qquad \mathrm{MAFE} = \frac{1}{nT}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left|\log \widehat{h}_t(s_i) - \log y_t^2(s_i)\right|, \tag{4.1}$$

其中，$T$ 表示预测期数，$\widehat{h}_t(s_i)$表示位置/节点 $s_i$ 处的预测条件方差，而 $y_t^2(s_i)$ 是用作实现波动率代理变量的对数收益率平方。尽管这一代理变量在文献中十分常见，但它可能存在噪声且对极端值敏感，在低频情形下尤其如此。为评估各竞争模型的预测表现，我们在固定的样本外期内采用一步超前预测策略，该期间涵盖最后 252 个交易日（从 2023年10月21日 至 2024年10月20日）。在每一步中，均使用基于样本内数据仅估计一次的参数生成一步超前预测。采用固定参数策略主要基于两点考虑：（i）这反映了一种实际情形，即计算限制或运行要求使得频繁重新估计难以实施；（ii）这能够单独考察模型的内部动态和结构，从而在不受自适应重新拟合干扰的情况下，清晰比较预测表现。这一设置严格检验了各模型随时间传递波动率动态的能力，对于旨在捕捉持续性空间和时间依赖关系的时空波动率模型尤其如此。滚动窗口或扩展窗口重新估计等替代方法虽然能提高参数适应性，但也可能引入不稳定性，或掩盖模型特有的行为。通过固定参数，我们将评估重点放在模型设定及其结构假设上。

采用迪博尔德-马里亚诺（DM）检验（Diebold 和 Mariano，1995年）来检验每一对模型是否具有相等的预测表现。为了在每个时间点获得单一的横截面表现度量，将各资产损失在全部 $N$ 资产上取平均。每个模型的评估

在上一节所确定的、其表现最佳的空间配置下进行，从而将空间权重矩阵视为模型设定的一部分。该检验使用汇总后的样本外预测误差，在各时空模型之间成对实施。统计上显著的DM统计量表明，某一模型具有更优的预测准确性。这一策略使得能够对空间依赖波动率模型之间的预测表现进行严格且可解释的比较。

## 4.2 数据描述与结果

标准普尔500指数是追踪最广泛的股票指数之一，代表美国500家龙头企业。根据 Markowitz（1952）的现代投资组合理论，分散投资对于降低风险至关重要；实证研究表明，仅持有12–18只股票即可获得显著的分散化收益（Reilly等人，2018年）。对于大盘股投资组合，Eccles等人（2021）发现，持有超过15只股票后，波动率降低带来的边际收益有限。尽管 Zaimovic等人（2021）建议至少持有30只股票，但本研究选择至少包含16只股票的投资组合，以兼顾分散化和计算可行性，尤其是考虑到 DCC 和 BEKK 等模型的参数负担。股票选择优先考虑标准普尔500指数内的行业多样化。根据各行业在指数成分中位列前五的年份占比，对行业进行排名（Sather，2023年）。重要性低于5%的行业（能源、原材料、房地产、公用事业）予以排除。对于其余行业，所选股票数量按其在指数中的平均权重进行调整。最终选取了16只股票，涵盖1998年12月22日至2024年10月20日，共有6,244个日度训练观测值和252个测试观测值。指数广义自回归条件异方差模型的诊断结果显示，94.59%的序列呈现尖峰厚尾，91.89%的序列表现出显著的非对称性，凸显了数据的非高斯特征。图1展示了16只标准普尔500股票对数收益率以及拟合的一阶向量自回归模型残差的诊断图。箱线图和时间序列图证实了若干典型特征，包括厚尾、波动率聚集以及波动加剧的时期。虽然 VAR 模型消除了大部分线性均值依赖——残差集中于零附近且离散程度降低，足以说明这一点——诊断结果仍显示出持续的条件异方差和显著的截面依赖。自相关函数显示序列依赖较弱，支持收益率线性可预测性有限的判断。然而，残差仍呈现波动率聚集和现存相关性，表明存在潜在时空结构。这些发现促使我们采用多元和时空 GARCH 类模型，以更好地捕捉金融市场波动率的动态特征。由于评估重点是预测方差，因此在评估预测表现时，仅保留条件协方差矩阵的对角元素，即使对于设定了完整协方差结构的模型也是如此。

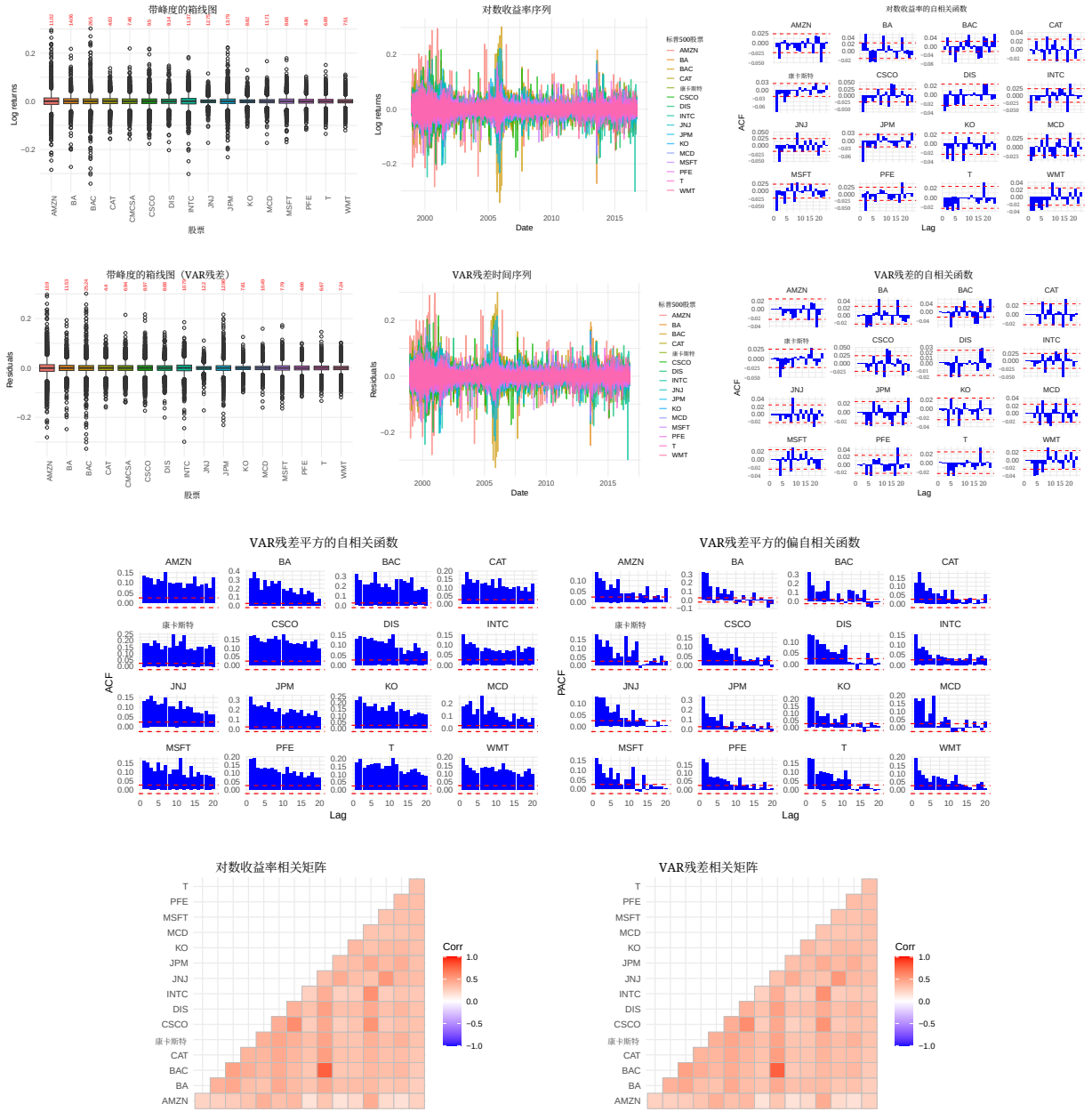



Figure 1：16只标普500股票的对数收益率与VAR(1)残差诊断 .

| 模型 | $k$ | Time | 权重矩阵 | BIC | 均方根预测误差 | MAFE |
|---|---|---|---|---|---|---|
| DCC | 170 | 0.13小时 | - | **-572707.5** | 2.908 | 2.100 |
| 对角BEKK对称 | 168 | 30.3 小时 | - | -570981.2 | 2.923 | 2.112 |
| 对角BEKK非对称模型 | 184 | 64.4 小时 | - | -571236.7 | 2.908 | 2.099 |
| 空间 GARCH-X | 64 | 2.36 小时 | $\mathbf{W}^{Eucli}$ | -538710.5 | 2.883 | 2.084 |
| | | | $\mathbf{W}^{Corr}$ | -538702.5 | 2.883 | 2.084 |
| | | | $\mathbf{W}^{Picco}$ | -538703.8 | 2.883 | 2.083 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-G}$ | -538605.5 | 2.885 | 2.086 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-G}$ | -538603.0 | 2.886 | 2.086 |
| | | | $\mathbf{W}^{P-G}$ | -538605.5 | 2.885 | 2.085 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-NN}$ | -538826.2 | 2.884 | 2.083 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-NN}$ | -538825.3 | 2.884 | 2.084 |
| | | | $\mathbf{W}^{P-NN}$ | -538811.0 | 2.883 | 2.083 |
| | | | $\mathbf{W}^{Spill}$ | -538816.2 | 2.883 | 2.084 |
| 动态 Log-ARCH | 17 | **0.041 小时** | $\mathbf{W}^{Eucli}$ | -463484.5 | 2.627 | 1.985 |
| | | | $\mathbf{W}^{Corr}$ | -461893.5 | 2.616 | 1.973 |
| | | | $\mathbf{W}^{Picco}$ | -465524.5 | 2.618 | 1.975 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-G}$ | -479089.2 | 2.550 | 1.911 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-G}$ | -478544.8 | **2.543** | **1.902** |
| | | | $\mathbf{W}^{P-G}$ | - 481341.6 | 2.591 | 1.945 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-NN}$ | -472596.0 | 2.975 | 2.280 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-NN}$ | -481438.9 | 2.664 | 1.984 |
| | | | $\mathbf{W}^{P-NN}$ | -468878.7 | 2.748 | 2.070 |
| | | | $\mathbf{W}^{Spill}$ | -463867.3 | 2.643 | 2.001 |
| 圆形时空GARCH | 6 | 0.31 小时 | $\mathbf{W}^{Eucli}$ | -517017.5 | 2.951 | 2.142 |
| | | | $\mathbf{W}^{Corr}$ | -524303.5 | 2.873 | 2.069 |
| | | | $\mathbf{W}^{Picco}$ | -516562.7 | 2.951 | 2.141 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-G}$ | -507642.6 | 3.111 | 2.293 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-G}$ | -507361.9 | 3.115 | 2.297 |

下页续

| 模型 | $k$ | Time | 权重矩阵 | BIC | 均方根预测误差 | MAFE |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\mathbf{W}^{P-G}$ | -507344.6 | 3.109 | 2.291 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-NN}$ | -523688.8 | 3.179 | 2.360 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-NN}$ | -525687.0 | 2.803 | 2.011 |
| | | | $\mathbf{W}^{P-NN}$ | -523116.3 | 2.924 | 2.115 |
| | | | $\mathbf{W}^{Spill}$ | -523861.7 | 2.900 | 2.093 |
| 时空 EGARCH | 7 | 11.8 小时 | $\mathbf{W}^{Eucli}$ | -523367.2 | 3.292 | 2.467 |
| | | | $\mathbf{W}^{Corr}$ | -536222.4 | 4.821 | 3.485 |
| | | | $\mathbf{W}^{Picco}$ | -488616.1 | 3.883 | 2.972 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-G}$ | -488801.2 | 3.292 | 2.467 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-G}$ | -536420.8 | 3.754 | 2.806 |
| | | | $\mathbf{W}^{P-G}$ | -485491.4 | 4.740 | 3.440 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-NN}$ | -537771.6 | 4.835 | 3.500 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-NN}$ | -533900.6 | 4.386 | 3.208 |
| | | | $\mathbf{W}^{P-NN}$ | - 526937.5 | 3.460 | 2.597 |
| | | | $\mathbf{W}^{Spill}$ | - 521640.6 | 3.486 | 2.620 |
| 邻近结构 BEKK | 21 | 51.4 小时 | $\mathbf{W}^{Eucli}$ | -309661.9 | 5.715 | 5.182 |
| | | | $\mathbf{W}^{Corr}$ | -309683.4 | 5.715 | 5.182 |
| | | | $\mathbf{W}^{Picco}$ | -309651.0 | 5.715 | 5.182 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-G}$ | -309731.7 | 5.721 | 5.189 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-G}$ | -309742.2 | 5.721 | 5.189 |
| | | | $\mathbf{W}^{P-G}$ | -309735.7 | 5.722 | 5.190 |
| | | | $\mathbf{W}^{E-NN}$ | -309552.4 | 5.717 | 5.184 |
| | | | $\mathbf{W}^{C-NN}$ | -309662.7 | 5.717 | 5.184 |
| | | | $\mathbf{W}^{P-NN}$ | -309605.9 | 5.718 | 5.185 |
| | | | $\mathbf{W}^{Spill}$ | -309624.6 | 5.714 | 5.182 |

表3：不同权重矩阵下的模型表现指标。采用不同空间权重矩阵估计的模型的贝叶斯信息准则（BIC）、预测均方根误差（RMSFE）和预测平均绝对误差（MAFE）。每列中的最优值以粗体标出。 $k$ 表示每个模型估计的参数数量。

表3总结了所有模型在第 3 节介绍的各类空间权重矩阵下的预测表现和样本内表现。其中呈现出几个明显的规律。首先，动态时空 ARCH 模型始终实现最佳的样本外预测准确性，在几乎所有网络设定下都取得最低的 RMSFE 和平均绝对预测误差。其最优表现出现在格兰杰滤波矩阵等设定下，例如 $\mathbf{W}^{C\text{-}G}$ （RMSFE $= 2.543$，平均绝对预测误差 $= 1.902$）。尽管该模型的维度非常低，但它能够有效捕捉时空波动率的持续性，而且基于 GMM 的估计避免了影响基于似然的模型的数值不稳定性。其次，在基于似然的模型中，DCC 设定在大多数空间结构下取得最低的贝叶斯信息准则，表明其在模型拟合度与参数复杂性之间实现了良好平衡。其预测表现也十分出色，略优于对称对角 BEKK 模型和非对称对角 BEKK 模型。尽管在 BEKK 模型中引入非对称性使平均绝对预测误差略有改善，但总体准确性仍与对称版本相当。第三，空间 GARCH-X 和循环时空 GARCH 模型表现出较强的竞争力，尤其是在使用格兰杰滤波矩阵或最近邻矩阵时。例如，循环 STGARCH 设定在 $\mathbf{W}^{C\text{-}NN}$ 下取得最佳结果，这表明简约的空间结构能够增强数值稳定性并提高预测准确性。

相比之下，时空 EGARCH 模型在所有空间配置下的表现都较差，其 RMSFE 和平均绝对预测误差值明显更高。这种表现不佳源于时空递归中非线性求逆步骤的数值不稳定性，而该步骤对优化过程中使用的随机初始值高度敏感。最后，邻近结构多元模型的总体表现最差，预测误差最高，计算时间也最长。尽管在存在闭式导数时可以采用更快的实现方式，例如 F¨ulle 等人（2024）开发的 BEKK 软件包，但这些技术并不适用于本文所用邻近型模型的结构约束。计算在一台配备四颗英特尔至强铂金 8276L 处理器（每颗 28 个核心，共 224 个逻辑核心）和 1 TB 随机存取存储器的机器上完成。

结果凸显了将空间结构纳入波动率建模的显著价值。能够有效利用空间信息的模型，尤其是通过筛选矩阵或最近邻矩阵利用空间信息的模型，其表现始终优于传统的多元 GARCH 框架。动态 Log-ARCH 模型的出色表现进一步彰显了在高维或存在空间依赖的波动率环境中，相较于完整的最大似然法，基于 GMM 的估计在数值方面的优势。因此，空间权重矩阵的选择成为建模的核心组成部分，对金融网络应用中的估计稳健性和预测准确性均有显著影响。

表4报告了用于检验预测准确性是否相等的成对 Diebold–Mariano（DM） $p$值，以及各模型的均值损失和排名。按均值损失排序可见明显的层级：DSTARCH 的平均损失最低（6.51；排名第1），其次是 STGARCH（7.86；排名第2）。spGARCH-X（8.34；排名第3）和 DCC/BEKK 系列（8.49–8.59；排名第4–6）构成中间梯队——

| 模型 | 平均损失 | Rank | BEKK | ABEKK | DCC | DSTARCH | spGARCH-X | STE-GARCH | STBEKK | STGARCH |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| DSTARCH | 6.514 | 1 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | – | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 |
| STGARCH | 7.859 | 2 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | – |
| SpGARCH-X | 8.345 | 3 | <0.001 | <0.001 | **0.007** | <0.001 | – | <0.001 | <0.001 | <0.001 |
| DCC | 8.491 | 4 | 0.105 | 0.979 | – | <0.001 | **0.007** | <0.001 | <0.001 | <0.001 |
| ABEKK | 8.504 | 5 | <0.001 | – | 0.979 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 |
| BEKK | 8.591 | 6 | – | <0.001 | 0.105 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 |
| STEGARCH | 11.973 | 7 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | – | <0.001 | <0.001 |
| STBEKK | 32.658 | 8 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | – | <0.001 |

表4：用于检验预测准确性是否相等的成对 Diebold–Mariano（DM）检验 p值。p值越小，表明差异越显著。最左侧两列报告各模型的平均损失和排名（ =越低越好）。粗体表示强显著性（p $< 0.01$）；斜体表示中等显著性（p $< 0.05$）。

表现较好的模型集群，而 STEGARCH（11.97；排名 7）以及尤其是邻近结构 BEKK 模型（32.66；排名 8）的损失则大得多。DM $p$ 值证实了这些差异。几乎所有模型间比较都在常用显著性水平（通常为 $p < 0.001$）下拒绝预测准确性相同的假设，表明不同设定的预测表现存在实质差异。两个值得注意的例外与排名一致：DCC 与 ABEKK 的比较结果为 $p \approx 0.979$，DCC 与 BEKK 的比较结果为 $p \approx 0.105$，这意味着这些 BEKK/DCC 变体的准确性在统计上无法区分。相比之下，spGARCH-X 与 DCC 的比较结果为 $p \approx 0.007$，表明 spGARCH-X 显著优于 DCC。STEGARCH 和 STBEKK 与所有竞争模型的差异均显著（全为 $p < 0.01$ ），这与它们较高的平均损失一致，并表明其样本外波动率预测能力较差。总体而言，证据支持以下结论：DSTARCH 是表现最佳的设定，STGARCH 具有竞争力但略逊一筹，SpGARCH-X 和 DCC/BEKK 处于中游，部分模型两两之间表现相当，而基于邻近性的模型则表现明显不佳。

# 5 结论

本研究在金融网络框架下评估并比较了若干时空波动率模型的预测表现。研究旨在评估，与传统多元 GARCH 基准模型相比，纳入空间依赖是否能提升波动率预测效果。研究使用来自 16 只行业多元化的标准普尔500指数成分股的日收益率，在训练期内对每个模型进行一次估计，并在固定的样本外窗口内生成递归式一步超前预测，以确保不同模型设定之间的比较一致。

结果表明，空间依赖能够显著提高预测精度。在所有模型中，动态 Log-ARCH 在各权重矩阵上取得了最低的均方根预测误差和平均绝对预测误差，优于经典模型与时空替代模型。时空 EGARCH 虽旨在刻画非对称性和非线性溢出效应等关键典型特征，但由于其求逆步骤中的数值不稳定性，使优化对初始值高度敏感，因而预测表现较弱。平稳与标准空间GARCH模型提供了

中等精度，同时保持相对简单的参数结构。

空间权重矩阵的选择对模型表现起着核心作用。基于相关性的网络表现始终优于欧几里得距离矩阵和基于对数 ARCH 的矩阵，而使用经格兰杰筛选的权重则通过分离因果依赖结构进一步提高了准确度。具体而言，动态 Log-ARCH 与经格兰杰筛选的相关矩阵（$\mathbf{W}^{C-G}$）相结合，取得了最佳的总体预测准确度，这表明，推动资产间波动率联动的是经济连通性，而非地理距离。在样本内拟合方面，然而，BEKK 和 DCC 等经典多变量模型取得了最低的贝叶斯信息准则值。

成对 Diebold–Mariano 检验证实，预测准确度存在统计显著差异（多数为 $p < 0.01$），支持动态时空 ARCH 模型的优势。其出色表现似乎与基于 GMM 的估计所具备的数值稳定性密切相关，这种估计避免了基于似然的时空模型中常见的许多收敛问题。综上，研究结果表明，空间计量经济学方法——尤其是基于经因果筛选的相关网络的方法——为对互联市场中的波动率进行建模提供了强大且易于解释的框架。

未来研究可纳入日内已实现波动率指标，以实现更精细的预测评估，并将分析扩展至规模更大的金融系统，在这些系统中，稀疏性和正则化对于保持稳定至关重要。另一个值得探索的方向是允许空间权重矩阵随时间变化，或直接根据数据估计该矩阵，从而使模型能够捕捉金融连通性的结构性变化。鉴于经因果滤波的相关性矩阵表现出优异的实证效果，进一步探索依赖于市场状态的网络结构或数据驱动的网络结构，或可提升波动率建模的表现。

总体而言，证据表明，空间结构化波动率模型尽管参数化较为简约，仍能实现可与高维多元模型相媲美的预测表现。在经典设定计算负担过重或不稳定的环境中，时空波动率模型为复杂金融网络中的波动率预测提供了一种灵活、易于解释且高效的替代方案。

## 致谢

我们衷心感谢德国研究联合会（DFG，德国研究联合会）项目编号501539976提供的资助。

# 参考文献

Aielli, G. P.（2013）。动态条件相关：性质与估计。《商业与经济统计学杂志》，31(3)：282–299。Andersen, T. G.、Bollerslev, T.、Diebold, F. X. 和 Labys, P.（2001）。已实现汇率波动率的分布。《美国统计学会杂志》，96(453)：42–55。Andersen, T. G.、Bollerslev, T.、Diebold, F. X. 和 Labys, P.（2003）。已实现波动率的建模与预测。《计量经济学》，71(2)：579–625。Barndorff-Nielsen, O. E. 和 Shephard, N.（2001）。非高斯基于奥恩斯坦–乌伦贝克过程的模型及其在金融经济学中的一些应用。《英国皇家统计学会杂志：*B*辑（统计方法学）》，63(2)：167–241。Baum¨ohl, E.、Koˇcenda, E.、Ly´ocsa, ˇS. 和 V`yrost, T.（2018）。股票市场之间的波动率溢出网络。《物理学*A*：统计力学及其应用》，490：1555–1574。Bollerslev, T.（1986）。广义自回归条件异方差。《计量经济学杂志》，31(3)：307–327。Bollerslev, T.（1990）。短期名义汇率相干性的建模：一种多变量广义ARCH模型。《经济学与统计学评论》，第498–505页。Bollerslev, T.、Chou, R. Y. 和 Kroner, K. F.（1992）。金融领域的ARCH建模：理论与实证证据综述。《计量经济学杂志》，52(1-2)：5–59。Borovkova, S. 和 Lopuhaa, R.（2012）。空间GARCH：一种多元波动率建模的空间方法。可见于*SSRN 2176781*。Caporin, M. 和 McAleer, M.（2012）。我们真的同时需要BEKK和DCC吗？两个多元GARCH模型的故事。《经济学综述杂志》，26(4)：736–751。Caporin, M. 和 Paruolo, P.（2015）。邻近结构化多元波动率模型。《计量经济学评论》，34(5)：559–593。Cappiello, L.、Engle, R. F. 和 Sheppard, K.（2006）。全球股票和债券收益相关性的非对称动态。《金融计量经济学杂志》，4(4)：537–572。Chrisko, A. N. M.、Otto, P. 和 Schmid, W.（2025年）。具有非对称波动率溢出的指数时空GARCH模型。Diebold, F. X. 和 Lopez, J. A.（1996）。8 预测评估与组合。《统计学手册》，14：241–268。Diebold, F. X. 和 Mariano, R. S.（1995）。比较预测准确性。《商业与经济统计学杂志》，13(3)：253–263。

Ding, Z.、Granger, C. W. J. 和 Engle, R. F.（1993）。股票市场收益的长记忆性质与一种新模型。《实证金融学杂志》，1(1):83–106。Eccles, A.、Coffey, L. 和 Horstmeyer, D.（2021）。峰值分散化：多少只股票最适合分散股票投资组合的风险？Eckel, S.、L¨offler, G.、Maurer, A. 和 Schmidt, V.（2011）。衡量地理距离对股票市场相关性的影响。《实证金融学杂志》，18(2):237–247。Engle, R.（2002）。动态条件相关：一类简单的多元广义自回归条件异方差模型。《商业与经济统计学杂志》，20(3):339–350。Engle, R. 和 Kelly, B.（2012）。动态等相关性。《商业与经济统计学杂志》，30(2):212–228。Engle, R. 和 Sheppard, K.（2001a）。动态条件相关多元 GARCH 的理论与实证性质。技术报告 w8554，美国国家经济研究局，马萨诸塞州剑桥。Engle, R. F. 和 Kroner, K. F.（1995）。多元同时广义 ARCH。《计量经济学理论》，11(1):122–150。Engle, R. F. 和 Patton, A. J.（2007）。波动率模型有何用？载于《金融市场波动率预测》，第47–63页。爱思唯尔。Engle, R. F. 和 Rangel, J. G.（2008）。用于低频波动率及其全球宏观经济成因的样条–GARCH 模型。《金融研究评论》，21(3):1187–1222。Engle, R. F. 和 Sheppard, K.（2001b）。动态条件相关多元 GARCH 的理论与实证性质。F¨ulle, M. J.、Lange, A.、Hafner, C. M. 和 Herwartz, H.（2024）。BEKKs：用于估计多元时间序列条件波动率的 R 软件包。《统计软件杂志》，111:1–34。Granger, C. W. J.（1969）。通过计量经济模型和交叉谱方法研究因果关系。《计量经济学》，37(3):424–438。出版商： [威利，计量经济学会]。Hansen, P. R. 和 Lunde, A.（2005）。波动率模型的预测比较：有什么能胜过 GARCH (1, 1) 吗？《应用计量经济学杂志》，20(7):873–889。Hølleland, S. 和 Karlsen, H. A.（2020）。平稳时空 GARCH 模型。《时间序列分析杂志》，41(2):177–209。Hull

，J. C. (2018). Option ，期货及其他衍生品 ，第10版. 纽约：*Aufl*.

Jacquier, E., Polson, N. G., and Rossi, P. E.（2002）。随机波动率模型的贝叶斯分析。《商业与经济统计学杂志》，20(1):69–87。Kroner, K. F. and Ng, V. K.（1998）。资产收益率的非对称共同变动建模。《金融研究评论》，11(4):817–844。Markowitz, H.（1952）。投资组合选择。《金融学杂志》，7(1):77–91。Mattera, R. and Otto, P.（2024）。用于预测股市波动率的网络对数ARCH模型。《国际预测杂志》。Nelson, D. B.（1991）。资产收益率的条件异方差：一种新方法。《Economet- rica: Journal of the Econometric Society》，第347–370页。Otto, P., Doˇgan, O., and Ta␣spınar, S.（2024）。动态时空ARCH模型。《空间经济分析》，19(2):250–271。Otto, P., Schmid, W., and Garthoff, R.（2018）。广义空间及时空自回归条件异方差。《空间统计》，26:125–145。Papana, A., Kyrtsou, C., Kugiumtzis, D., and Diks, C.（2017）。基于格兰杰因果关系的金融网络：案例研究。《物理学A：统计力学及其应用》，482:65–73。Piccolo, D.（1990）。用于分类ARIMA模型的距离度量。《时间序列分析杂志》，11(2):153–164。Reilly, F. K., Brown, K. C., and Leeds, S.（2018）。《投资分析与投资组合管理》。圣智学习，第11版。Sather, A.（2023）。标准普尔500指数行业历史权重—— [20+ 年历史]。章节：历史数据集。Sato, T. and Matsuda, Y.（2017）。空间自回归条件异方差模型。《日本统计学会杂志》，47(2):221–236。Sato, T. and Matsuda, Y.（2021）。广义自回归条件异方差模型的空间扩展。《空间经济分析》，16(2):148–160。Taylor, S. J.（2008）。《金融时间序列建模》。世界科学出版社。Zaimovic, A., Omanovic, A., and Arnaut-Berilo, A.（2021）。股票投资组合分散化需要多少只股票？文献综述。《风险与金融管理杂志》，14(11):551。编号：11。出版商：多学科数字出版研究所。

# A 附录

## A.1 探索性分析

本文报告的实证结果和预测评估所使用的全部脚本可在
https://github.com/ariane237/Spatiotemporal_Volatility_Comparison 获取。

表 5：部分标准普尔500指数股票及其股票代码、公司名称和行业分类。

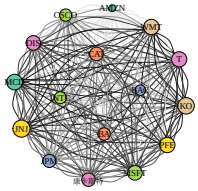
| 行业 | 股票代码 | 公司名称 |
|---|---|---|
| 非必需消费品 | AMZN | 亚马逊公司 |
| | MCD | 麦当劳公司 |
| 通信服务 | DIS | 华特迪士尼公司 |
| | T | AT&T公司 |
| | 康卡斯特 | 康卡斯特公司 |
| 必需消费品 | WMT | 沃尔玛公司 |
| | KO | 可口可乐公司 |
| 金融 | JPM | 摩根大通 |
| | BAC | 美国银行公司 |
| 医疗保健 | JNJ | 强生公司 |
| | PFE | 辉瑞公司 |
| 工业 | BA | 波音公司 |
| | CAT | 卡特彼勒公司 |
| 科技 | INTC | 英特尔公司 |
| | MSFT | 微软公司 |
| | CSCO | 思科系统公司 |

表 6：日对数收益率的汇总统计量。该表报告了单变量分布的统计量（均值、标准差、最小值、最大值、偏度、峰度及 ARCH 检验结果）。

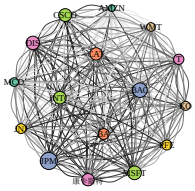
| 股票代码 | Mean | 标准差 | Min | Max | 偏度 | 峰度 | ARCH 检验（p值） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| AMZN | 0.001 | 0.033 | -0.285 | 0.296 | 0.395 | 14.026 | <0.001 |
| BA | 0.000 | 0.022 | -0.272 | 0.218 | -0.387 | 17.064 | <0.001 |
| BAC | 0.000 | 0.027 | -0.342 | 0.302 | -0.303 | 29.510 | <0.001 |
| CAT | 0.001 | 0.020 | -0.157 | 0.137 | -0.187 | 7.632 | <0.001 |
| 康卡斯特 | 0.000 | 0.021 | -0.156 | 0.219 | 0.072 | 10.462 | <0.001 |
| CSCO | 0.000 | 0.023 | -0.177 | 0.218 | 0.042 | 12.502 | <0.001 |
| DIS | 0.000 | 0.019 | -0.203 | 0.148 | -0.046 | 12.145 | <0.001 |
| INTC | 0.000 | 0.024 | -0.302 | 0.183 | -0.742 | 14.373 | <0.001 |
| JNJ | 0.000 | 0.012 | -0.173 | 0.115 | -0.362 | 15.750 | <0.001 |
| JPM | 0.000 | 0.024 | -0.232 | 0.224 | 0.217 | 16.796 | <0.001 |
| KO | 0.000 | 0.013 | -0.106 | 0.130 | -0.158 | 11.827 | <0.001 |
| MCD | 0.000 | 0.015 | -0.173 | 0.167 | -0.112 | 14.714 | <0.001 |
| MSFT | 0.000 | 0.019 | -0.170 | 0.179 | -0.115 | 11.660 | <0.001 |
| PFE | 0.000 | 0.016 | -0.118 | 0.103 | -0.176 | 7.904 | <0.001 |
| T | 0.000 | 0.016 | -0.135 | 0.151 | -0.041 | 9.894 | <0.001 |
| WMT | 0.000 | 0.015 | -0.121 | 0.111 | 0.079 | 10.515 | <0.001 |

图2：基于10种不同空间权重矩阵构建的网络可视化图，并按行业分类标注图例。这些网络基于欧几里得距离、相关性和Piccolo差异度，以及它们经格兰杰检验筛选的版本和5近邻版本，还有一个基于指数广义自回归条件异方差模型的波动率溢出网络。节点代表标准普尔500指数成分股，并按行业着色；边的深浅反映连接强度。

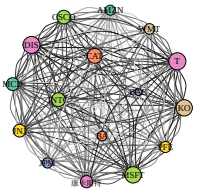
标准普尔500指数欧几里得-型网络



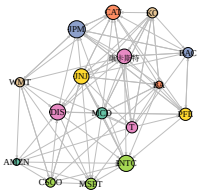
标准普尔500指数相关性-型网络



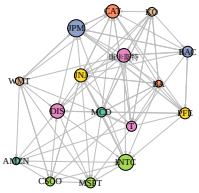
标准普尔500指数Piccolo-型网络



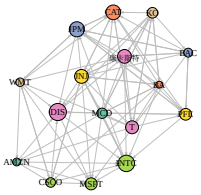
标准普尔500指数格兰杰-过滤欧几里得网络



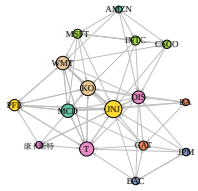
标准普尔500指数格兰杰-过滤相关性网络



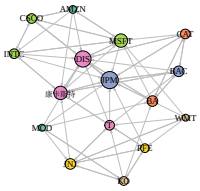
标准普尔500指数格兰杰-过滤Piccolo网络



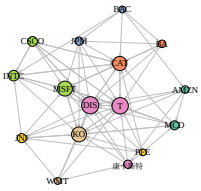
标准普尔 **500 5**-NN 欧几里得网络



标准普尔 **500 5**-NN 相关性网络



标准普尔 **500 5**-NN Piccolo 网络



标准普尔500指数格兰杰-基础波动率溢出网络

