一种适用于双选择性信道中零填充 AFDM 系统的新型单抽头均衡器

张晨阳、Akram Shafie、沈成、Deepak Mishra 和袁金宏 电气工程与电信学院，新南威尔士大学，澳大利亚新南威尔士州悉尼 2052 邮箱：{chenyang.zhang1, akram.shafie, cheng.shen1,d.mishra, j.yuan}@unsw.edu.au

arXiv:2603.02703v1 [eess.SP] 3 Mar 2026

摘要—近年来，仿射频分复用（AFDM）作为一种适用于双选择性信道的稳健解决方案，受到了广泛关注。本文提出一种用于零填充 AFDM（ZP-AFDM）系统的低复杂度新型单抽头均衡器。首先，我们选择 AFDM 参数 c_1 和 c_2，使 c_1 的值相对较高，且 c_2 取决于 c_1，从而简化仿射域输入输出关系（IOR）。这种参数选择还表明，所有仿射域符号都会经历一个沿仿射域缓慢变化的相位项；与双选择性信道中的时域符号所经历的变化相比，该相位项的变化明显更慢。为简化均衡过程，我们随后对发送的仿射域符号进行零填充，并对接收的仿射域符号执行重构操作。通过这种方式，我们将 ZP-AFDM 系统的有效仿射域 IOR 转换为可用近似循环卷积描述的形式。接下来，我们将所得仿射域符号变换到一个称为仿射频率（FoA）域的新定义域。我们在 FoA 域提出单抽头均衡器，以高效恢复发送符号。数值结果表明，所提出的单抽头均衡器效果良好，尤其是在 c_1 较高时，且不会牺牲性能稳健性。

一、引言

正交频分复用（OFDM）凭借简单的收发机实现方式，以及接收机在时不变线性（LTI）信道上的单抽头均衡，已成为 4G、5G、Wi-Fi 等无线系统中的关键技术 [1]。然而，在一些未来设想的通信场景中，例如高移动性和水声通信 [2], ，双选择性线性时变（LTV）信道会导致严重的多普勒扩展，破坏子载波正交性；正交频分复用能否在这些场景中支持可靠通信，仍不明确。要在双选择性信道中增强通信系统的韧性，需要采用更复杂的接收机或新的调制方案。

为应对多普勒效应并提高通信系统的韧性，近期提出并研究了各种多载波调制技术 [3]。一种主流方案是时延-多普勒（DD）调制，包括正交时频空调制（OTFS） [4] 和正交时延-多普勒分复用（ODDM） [5], 。这类调制在时延-多普勒域中运行，将信息符号与时延-多普勒域中的信道表示相耦合，并能有效抵抗信道衰落和时变对正交频分复用系统造成的不利影响。

作为正交时频空调制和 ODDM 的替代方案，Bemani等人 [6]提出了仿射频分复用（AFDM）调制。它在仿射域[1], 中复用信息符号，并利用离散仿射傅里叶变换（DAFT）的逆变换获得离散时域符号。AFDM 在仿射域中实现了有效的路径分离，并使各数据符号获得相同的增益，因此其误码率性能可与正交时频空调制和 ODDM 相媲美。

针对仿射频分复用，研究者已提出多种均衡算法，主要采用仿射域方法。Be-mani 等人 [7] 提出了一种基于加权最大比合并的低复杂度判决反馈均衡器（DFE），旨在有效工作的同时，保持低于线性最小均方误差（LMMSE）方案的复杂度。Wu 等人提出了一种用于仿射频分复用的置信传播算法（MPA），其性能优于传统的最小均方误差和最大比合并方法 [8]。与针对正交时频空调制和 ODDM 提出的方法类似，其他针对时域和/或频域符号的迭代均衡及多抽头均衡也可采用 [9]。尽管这些均衡算法具有诸多优势，但其计算复杂度通常仍然较高，尤其是与正交频分复用系统在线性时不变信道中采用的单抽头均衡相比。

本文提出一种低复杂度单抽头均衡器，专为双选择性信道中的零填充仿射频分复用（ZP-AFDM）系统设计。为实现这一单抽头均衡器，我们首先策略性地选择仿射频分复用的后啁啾参数 c_1 和前啁啾参数 c_2，使其满足 $4c_1c_2N^2 = 1$。通过这种方式，我们为仿射频分复用系统建立了简化的输入输出关系（IOR）。该 IOR 表明，仿射域符号会经历两个相位项。其中一个相位项沿仿射域缓慢变化，所有仿射域符号都会受到影响；与双选择性信道中时域符号所经历的变化相比，这种变化要慢得多。另一个相位项称为附加相位项，仅影响接收仿射域符号向量开头和结尾处的符号。接下来，我们对发射的仿射域符号进行零填充，并在接收机的仿射域中执行重构操作。这一改动能够克服附加相位项的影响，并使 ZP-AFDM 的仿射域 IOR 可由带有缓变相位项的近似循环卷积来表征。

然后，我们将重构出的仿射域符号

[1]在本文中，我们使用“仿射”这一术语来表示仿射频分复用符号所嵌入的定义域。

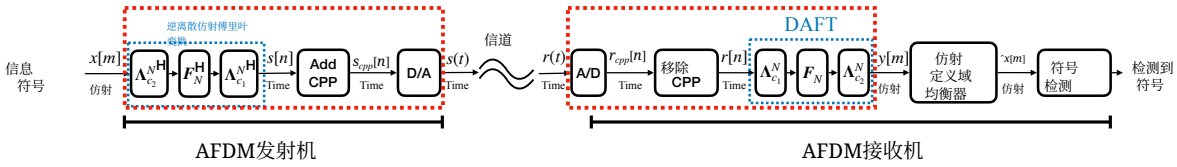


图1. 经典AFDM系统模型。

通过傅里叶变换转换到我们称为仿射频率（FoA）域的域中。在该域中，我们证明所提出的单抽头均衡器能够有效地用于恢复发送信号。通过数值结果，我们展示了所提出均衡器的有效性，尤其是在 c_1 较高时。例如，在开销为 10% 时，所提出的方案在误码率达到 1×10^{-6} 之前没有误码平台。这表明，我们的传输方案在大幅降低接收机复杂度的同时仍然有效。

II. 经典AFDM系统模型

本节介绍经典AFDM系统模型，其示意图如图1所示。

A. 发射机

假设在分配的带宽 $B = \frac{1}{T_s}$ Hz 内传输 N 个信息承载符号，传输时间为 $T = NT_s$ 秒，其中 T_s 表示采样周期。在仿射频分复用中，我们将仿射域中的这些 N 个信息承载符号记为 $x[m], \forall m \in \{0, 1, \cdots, N-1\}$，其中 m 是仿射域中的符号索引。发射机处理首先对 $x[m]$ 应用逆离散仿射傅里叶变换，以得到离散时间域符号 $s[n]$，$\forall n \in \{0, 1, \cdots, N-1\}$，其表达式为

$$s[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} x[m] e^{j2\pi\left(c_1 n^2 + c_2 m^2 + \frac{mn}{N}\right)}, \tag{1}$$

其中，c_1 和 c_2 分别是逆离散仿射傅里叶变换/离散仿射傅里叶变换中使用的后啁啾参数和前啁啾参数 [14]。

接下来，为时域符号添加长度为 $L_c \geq l_{\max}$ 的啁啾周期前缀（CPP），得到

$$s_{\text{cpp}}[n] = \begin{cases} s[n+N] e^{-j2\pi c_1 \left(N^2 + 2Nn\right)}, & -L_c \leq n \leq -1, \\ s[n], & 0 \leq n \leq N-1. \end{cases} \tag{2}$$

从式（2）可以看出，CPP 本质上与正交频分复用、正交时频空调制、ODDM 等传统多载波调制方案中使用的循环前缀相同，但增加了相位项 $e^{-j2\pi c_1 (N^2 + 2Nn)}$ [11]。仿射频分复用中的 CPP 保持了每个啁啾在前缀与符号之间的连续性 $s[n]$，并避免连续 AFDM 帧之间的干扰。

最后，$s_{\text{cpp}}[n], \forall n \in \{-L_c, \cdots, N-1\}$经过由脉冲成形滤波器 $a(t)$ 和采样周期 $T_s = \frac{1}{B}$ 参数化的数模（D/A）转换器，得到待发射信号

$$s(t) = \sum_{n=-L_c}^{N-1} s_{\text{cpp}}[n] a(t - nT_s). \tag{3}$$

B. 双选择性信道

在高机动场景中，发送信号 $s(t)$ 通过双选择性信道传播，该信道由 P 条显著传播路径建模。第 i 条可分辨路径（其中 $i \in \{1, \ldots, P\}$）由相应的复信道系数 h_i、路径时延 $\tau_i \in [0, \tau_{\max}]$ 和多普勒频移 $\upsilon_i \in [-\upsilon_{\max}, \upsilon_{\max}]$ 描述，其中 $\tau_{\max}$ 和 $\upsilon_{\max}$ 分别为最大时延和最大多普勒频移。在此基础上，可根据时变冲激响应函数将双选择性信道表示为 $g(t, \tau) = \sum_{i=1}^{P} h_i e^{j2\pi\upsilon_i t} \delta(\tau - \tau_i)$。接收信号可写为

$$r(t) = \sum_{i=1}^{P} h_i s(t - \tau_i) e^{j2\pi\upsilon_i t} + w(t), \tag{4}$$

其中，$w(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 为复加性白高斯噪声，σ^2 为噪声方差。

C. 接收机

在接收端，$r(t)$ 经过匹配滤波器和模数（A/D）转换器，得到接收时域采样符号

$$r_{\text{cpp}}[n] = \sum_{i=1}^{P} h_i s_{\text{cpp}}[n - l_i] e^{j2\pi k_i \frac{n}{N}} + w[n], \tag{5}$$

对于 $n \in \{-L_c, \cdots, N-1\}$，其中 $l_i = \frac{\tau_i}{T_s}$ 和 $k_i = \upsilon_i T_s N$ 分别是第 i 条路径的归一化时延和多普勒频移，$w[n] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 是复噪声，$l_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{T_s}$ 和 $k_{\max} = \upsilon_{\max} T_s N$ 分别是最大归一化时延和最大多普勒频移。[2] 然后移除 CPP，得到

$$r[n] = r_{\text{cpp}}[n], \qquad 0 \leq n \leq N-1. \tag{6}$$

随后，对 $r[n]$ 应用 DAFT，以获得用于 $n \in \{0, 1, \cdots, N-1\}$ 的接收仿射域符号

$$y[m] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} r[n] e^{-j2\pi\left(c_1 n^2 + c_2 m^2 + \frac{mn}{N}\right)}, \tag{7}$$

用于 $m \in \{0, 1, \cdots, N-1\}$。最后，对 $y[m]$ 执行均衡，以恢复发送符号 $x[m]$。

D. 仿射频分复用仿射域输入输出关系（输入输出关系）

将（6）代入（7），可得到仿射频分复用的仿射域 IOR，如（8）所示 [6]。其中，$D_i[m]$，$\forall i \in \{1, \ldots, P\}$，$m \in \{0, \ldots, N-1\}$ 表示第 i 条信道路径为第 m 个接收符号引入的附加相位项，而 $\bar{w}[m]$ 是仿射域噪声样本。$D_i[m]$ 是

[2]由于时频域资源有限，l_i 和 k_i 相对于时延和多普勒分辨率 T_s 和 $\frac{1}{NT_s}$ 而言，不一定落在栅格上。这种现象通常称为非栅格／分数时延和多普勒频移 [6]。不过，为了简化表述，遵循 [4], [5], [7], ，我们假设 l_i 和 k_i 落在栅格上，即 l_i 和 k_i 为整数。非栅格情形将在期刊论文中讨论。

针对 $k_i - 2c_1Nl_i < 0$ 表示为

$$D_i[m] = \begin{cases} e^{j2\pi c_2 N(N-2(m-k_i+2c_1Nl_i))}, & m \geq N + k_i - 2c_1Nl_i, \\ 1, & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{9}$$

以及 $k_i - 2c_1Nl_i \geq 0$ 作为

$$D_i[m] = \begin{cases} e^{j2\pi c_2 N(N+2(m-k_i+2c_1Nl_i))}, & m < k_i + 2c_1Nl_i, \\ 1, & \text{otherwise}. \end{cases} \tag{10}$$

如式（8）所示，仿射域 IOR 是多个发送符号的组合，因此需要使用多抽头均衡器。文献中，AFDM 均衡器采用 MRC 和 MPA，但其计算复杂度极高 [7], [8]。为解决这一难题，我们将在下一节提出一种采用简化单抽头均衡器的 AFDM 传输方案。

III. 采用单抽头均衡器的所提零填充 AFDM 系统

图 2 展示了我们提出的新型零填充 AFDM（ZP-AFDM）方案的示意图，该方案采用 FoA 域单抽头均衡器。与图 1 所示的经典仿射频分复用系统相比，图中以蓝色标出的操作表示所提系统中修改或新增的操作。首先，我们讨论系统中的 c_1 和 c_2 参数选择。接下来，我们讨论所提系统中的两项新增操作，即发射机侧仿射域零填充和接收机侧循环叠加信号重建。然后，我们分析修改后系统的 FoA 域表示。最后，我们为 ZP-AFDM 方案提出一种新型低复杂度单抽头均衡方法。

A. 参数选择与简化的仿射域 IOR

AFDM 中的 DAFT 由两个重要参数 c_1 和 c_2 表征。如 [6] 中所述，为实现满分集，c_1 必须大于 $\frac{k_{\max}}{N}$。考虑到这一下界，文献中广泛采用了 $c_1 = \frac{2k_{\max}+1}{2N}$ [8], [11]。与之不同的是，在本文中，我们提出令 c_1 为 χ 倍于 $\frac{2k_{\max}+1}{2N}$ 的时间，并取 $\chi > 1$。因此，$c_1 = \chi\frac{2k_{\max}+1}{2N}$。选择这一参数的原因将在第 III-C 节中详细说明。

通过仔细考察式 (8) 中的仿射域 IOR，我们发现，当 $4c_1c_2N^2 = 1$ 时，它可以简化。此外，这种简化使我们能够进行更简单的均衡，相关内容将在下一节讨论。基于此，本文考虑 $c_2 = \frac{1}{4c_1N^2}$，使其成为 c_1 和 χ 的函数。在这些条件下，式 (8) 中的仿射域 IOR 可进一步简化为

$$y[m] = \sum_{i=1}^{P} h_i x[(m - k_i + 2c_1Nl_i)_N] e^{\frac{j\pi k_i^2}{2c_1N^2}} \times e^{-j2\pi\frac{k_i}{2c_1N}\frac{m}{N}} D_i'[m] + \bar{w}[m], \tag{11}$$

其中，针对 $k_i - 2c_1Nl_i < 0$ 的新简化附加相位项为

$$D_i'[m] = \begin{cases} e^{j2\pi\left(\frac{1}{4c_1} - \frac{(m-k_i)}{2c_1N}\right)}, & m \geq N + k_i - 2c_1Nl_i, \\ 1, & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{12}$$

而对于 $k_i - 2c_1Nl_i \geq 0$，则变为

$$D_i'[m] = \begin{cases} e^{j2\pi\left(\frac{1}{4c_1} + \frac{(m-k_i)}{2c_1N}\right)}, & m < k_i - 2c_1Nl_i, \\ 1, & \text{otherwise}. \end{cases} \tag{13}$$

备注*1*：仔细考察式 (11) 中的仿射域 IOR，并将其与式 (5) 中的时域输入输出关系进行比较，可以发现二者既有若干显著的相似之处，也存在一些差异。具体而言，如式 (5) 所示，单条信道路径会使时域符号移位 $\tau_{i,\text{ time}} = l_i$，并引入一个随时域索引变化的相位项，该相位项由频率 $f_{i,\text{ time}} = k_i$ 表征。与此类似，如式 (11) 所示，单条信道路径会使仿射域符号移位，但此时的移位量为 $\tau_{i,\text{ aff}} = k_i - 2c_1Nl_i$。此外，它还会引入一个随仿射域索引 m 变化的相位项，但该相位项现在由有效频率 $\bar{f}_{i,\text{ aff}} = \frac{k_i}{2c_1N}$ 表征。此外，1）所有仿射域符号 $y[m]$ 经历一个依赖于 c_1 和 k_i 的常相位项 $e^{\frac{j\pi k_i^2}{2c_1N^2}}$，以及 2）某些符号 $y[m]$ 经历一个依赖于 c_1 和 k_i 的附加相位项 $D_i'[m]$。

从备注 1，$\bar{f}_{i\,\text{aff}} = \frac{k_i}{2c_1N}$ 可以观察到，$\frac{k_i}{2c_1N} < f_{i,\text{ time}}$，这表明仿射域符号 $y[m]$ 经历的相位变化/有效频率小于时域符号。此外，显然 $|\bar{f}_{i,\text{ aff}}| < 0.5,\ \forall i = \{1, \cdots, P\}$。此外，可以观察到，尽管此前的仿射频分复用研究中已采用 $c_1 = \frac{2k_{\max}+1}{2N}$ [8], [11], ，通过增大 c_1 使其满足 $c_1 = \chi\frac{2k_{\max}+1}{2N}$（其中 $\chi \in \mathbb{R}$），但仍有可能进一步显著减小 $\bar{f}_{i,\text{ aff}}$。

B. 零填充与循环叠加重构

在上一小节中，我们提到 $D_i'[m]$表示一个附加相位项。为了进一步理解$D_i'[m]$的影响，在图3(a)中，我们可视化了仿射域信道矩阵 $\boldsymbol{H}_{\text{aff}}$，该矩阵由矩阵形式的仿射域 IOR 表征

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}_{\text{aff}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}. \tag{14}$$

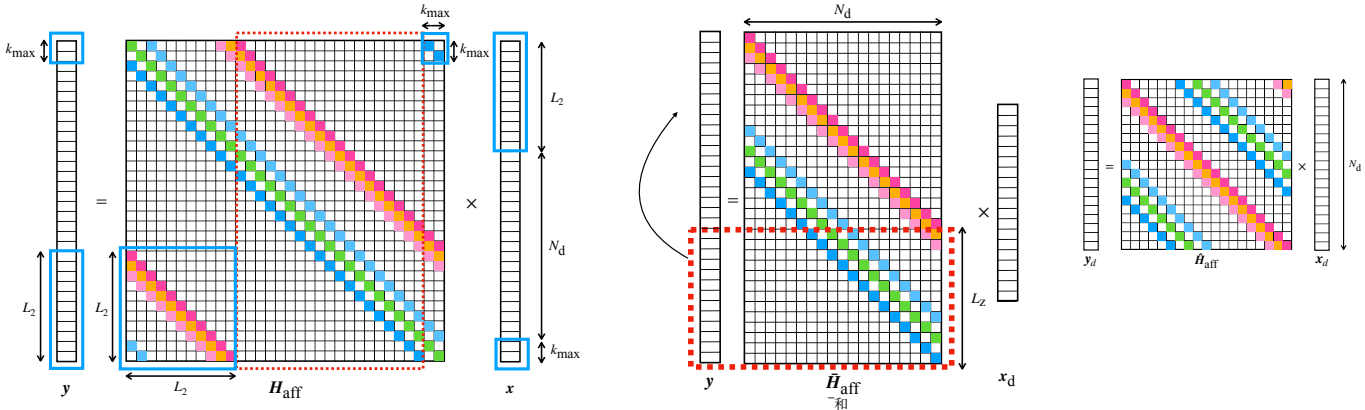
在图3中，我们考虑一个六径信道，六条路径的归一化时延和多普勒频移分别为(0,0)、$(0,-2)$、$(0,2)$、(1,0)、$(1,-1)$和$(1,1)$。我们设定$c_1 = \frac{10}{2N}$，其中$\chi = 2$。在这些图中，每种颜色对应于一条特定路径的有效信道。此外，蓝框标出的信道矩阵部分经历了额外的相位项 $D_i'[m]$。

通过考察 (12) 和图3(a)，我们发现，接收仿射域符号向量 $\boldsymbol{y}$ 中的前$k_{\max}$ 个符号和最后 $L_2 = k_{\max} + 2c_1Nl_{\max}$ 个符号会受到附加相位项 $D_i'[m]$的影响。因此，令最后 $k_{\max}$

$$y[m] = \sum_{i=1}^{P} h_i x[(m - k_i + 2c_1Nl_i)_N] D_i[m] e^{j\frac{2\pi m}{N}((4c_1c_2N^2-1)l_i - 2c_2Nk_i)} e^{j\frac{2\pi}{N}((4c_1c_2N^2-1)(c_1Nl_i^2 - l_ik_i) + c_2Nk_i^2)} + \bar{w}[m], \tag{8}$$



图 2. 所提出的在 FoA 定义域中采用单抽头均衡器的零填充 AFDM 系统。



(a) $\boldsymbol{y}$、$\boldsymbol{x}$和 $\boldsymbol{H}_{\text{aff}}$ in (1)(无零填充 p加法g)　(b) $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{x}_{\text{d}}$, $\boldsymbol{H}$ aff in (1)7(　c) $\boldsymbol{y}_{\text{d}}$, $\boldsymbol{x}_{\text{d}}$, 且 $\boldsymbol{H}$ aff in 2

(0) 图3. 所提系统的有效仿射域信道矩阵（当 $\chi = 2$ 时，且对于六径信道）。

个符号在发射仿射域符号向量 $\boldsymbol{x}$ 中为零，可以减轻附加相位项对 $\boldsymbol{y}$ 中的前 $k_{\max}$ 个符号的影响。此外，令 $\boldsymbol{x}$ 中的前 L_2 个符号为零，可以减轻附加相位项对 $\boldsymbol{y}$ 中的最后 L_2 个符号的影响。鉴于此，为了减轻附加相位项的影响，在我们的方案中，我们令 $x[m]$ 中的 $L_{\text{z}} \triangleq L_2 + k_{\max} = 2k_{\max} + 2c_1 N l_{\max}$ 个符号为零。采用这种仿射域零填充后，针对 $m \in \{0, 1, \cdots, N-1\}$的仿射域发射符号 $x[m]$ 变为

$$x[m] = \begin{cases} x_{\text{d}}[m - L_2], & L_2 \le m \le N - k_{\max} - 1, \\ 0, & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{15}$$

其中 $x_{\text{d}}[m'], \forall m' \in \{0, 1, \ldots, N_{\text{d}} - 1\}$ 为信息承载符号，$N_{\text{d}} = N - L_{\text{z}}$ 是信息承载符号的总数。

对于该 ZP-AFDM 方案，N_{d}信息承载仿射域符号 $x_{\text{d}}[m']$与 N接收仿射域符号 $y[m]$ 之间的输入输出关系变为

$$y[m] = \sum_{i \in I_i^m} \hat{h}_i x_{\text{d}}[m - \hat{l}_i] e^{-\frac{j\pi m k_i}{c_1 N^2}} + \bar{w}[m], \tag{16}$$

其中 $\hat{h}_i = h_i e^{\frac{j\pi k_i^2}{2c_1 N^2}}$，$l_i = L_2 + k_i - 2c_1 N l_i$ 是该 ZP 方案中的有效时延，路径索引集 I_i^m 包含满足 $0 \le m - l_i \le N_{\text{d}} - 1$ 的路径。可以观察到，式 (11) 中存在的附加相位项 $D_i'[m]$的影响在式 (16) 中消失。此外，由以下特征刻画的仿射域信道矩阵 $\boldsymbol{H}_{\text{aff}}$，

$$\boldsymbol{y} = \bar{\boldsymbol{H}}_{\text{aff}} \boldsymbol{x}_{\text{d}} + \bar{\boldsymbol{w}}, \tag{17}$$

现在已转换为不含额外相位项的带状矩阵，如图 3(b) 所示。此外，式 (16) 中 ZP-AFDM 的有效输入输出关系现在可视为带有缓变相位项的近似线性卷积。受线性时不变信道下传统正交频分复用系统的启发，为了利用简单的单抽头频域均衡器，需要使输入输出关系具有近似循环卷积的形式。因此，为了将式 (16) 中的输入输出关系转换为具有近似循环卷积的形式，我们将最后 L_{z} 个符号序列 $y[m]$, $\forall m \in \{N - L_{\text{z}}, \ldots, N-1\}$ 叠加到前 L_{z} 个符号上。该过程得到循环叠加后的重构接收符号 $y_{\text{d}}[m]$，其对应的 $m \in \{0, 1, \ldots, N_{\text{d}} - 1\}$ 为:

$$y_{\text{d}}[m] = \begin{cases} y[m] + y[m + N_{\text{d}}], & 0 \le m \le L_{\text{z}} - 1, \\ y[m], & \text{otherwise}. \end{cases} \tag{18}$$

利用 (11) 和 (15)，$y_{\text{d}}[m]$ 可表示为

$$y_{\text{d}}[m] = \sum_{i=1}^{P} \hat{h}_i e^{-j2\pi \frac{k_i}{2c_1 N} \frac{m + \bar{m}_i}{N}} x_{\text{d}}\left[(m - \hat{l}_i)_{N_{\text{d}}}\right] + \hat{w}[m], \tag{19}$$

其中，$\hat{w}[m]$ 表示重建后的噪声，对于 $m \ge N_{\text{d}} + k_i - 2c_1 N l_i + L_2$，$\bar{m}_i = N_{\text{d}}$ 为 $\bar{m}_i = 0$；否则。利用相应的仿射域有效矩阵 $\boldsymbol{H}_{\text{aff}}$，可将表达式 (19) 向量化为

$$\boldsymbol{y}_{\text{d}} = \hat{\boldsymbol{H}}_{\text{aff}} \boldsymbol{x}_{\text{d}} + \hat{\boldsymbol{w}}. \tag{20}$$

$\hat{\boldsymbol{H}}_{\text{aff}}$ 的可视化示意如图 3(c) 所示。需要注意的是，由于接收机侧的循环叠加信号重建过程，图 3(b) 中 $\boldsymbol{H}_{\text{aff}}$ 内红色虚线框所示部分被移至 $\boldsymbol{H}_{\text{aff}}$ 顶部，从而形成图 3(c) 中 $\boldsymbol{H}_{\text{aff}}$ 所示的环形结构。

C. 仿射域频率与单抽头均衡器

发射机处的零填充与接收机处的重构操作，使得 ZP-AFDM在(20)中的有效离散仿射域输入输出关系可表征为带有缓变相位项的近似循环卷积。此外，仿射域符号$\bar{f}_{i,\text{aff}} = \frac{k_i}{2c_1 N} = \chi \frac{k_i}{(2k_{\max}+1)}$ 所经历的有效频移相对较低。利用这些特性，为了以低复杂度方式进行均衡，我们首先将(19)中重构后的仿射域符号 $Y_{\text{d}}[m]$ 变换到一个借助傅里叶变换得到的新域，我们将其称为

*FoA*域。对 $Y_{\mathrm{d}}[m]$施加离散傅里叶变换（DFT）即可得到FoA域符号，从而得到

$$Y_{\mathrm{d}}[k]=\frac{1}{\sqrt{N_{\mathrm{d}}}}\sum_{m=0}^{N_{\mathrm{d}}-1}y_{\mathrm{d}}[m]e^{-j2\pi\frac{mk}{N_{\mathrm{d}}}},\forall k\in[0,N_{\mathrm{d}}-1] \tag{21}$$

$$=\sum_{i=1}^{P}\hat{h}_i\sum_{k'=0}^{N_{\mathrm{d}}-1}X_{\mathrm{d}}[k']e^{\frac{-j2\pi k'\hat{l}_i}{N_{\mathrm{d}}}}\kappa_{N_{\mathrm{d}},\hat{l}_i}\left(k'-k-\frac{k_iN_{\mathrm{d}}}{2c_1N^2}\right)+\hat{W}[k],$$

其中，$X_{\mathrm{d}}[k]=\frac{1}{N_{\mathrm{d}}}\sum_{m=0}^{N_{\mathrm{d}}-1}x_{\mathrm{d}}[m]e^{-j2\pi\frac{mk}{N}}{}_{\mathrm{d}}$ 是与发送的仿射域数据符号 $x_{\mathrm{d}}[m]$相对应的FoA域符号，而$\kappa_{N_{\mathrm{d}},\hat{}l_i}(\phi)=\frac{1}{N_{\mathrm{d}}}\sum_{m=\hat{}}^{N_{\mathrm{d}}+\hat{}}{}^{l_i-1}{}_{\hat{l}_i}e^{j2\pi\frac{m}{N}}{}_{\mathrm{d}}{}^{\phi}$ 是一个类 sinc 函数。

由于$\kappa_{N_{\mathrm{d}},\hat{}l_i}(\phi)$具有类 sinc 特性，我们可以推断，在我们的 ZP-AFDM 方案中，式 (21) 里的 $Y_{\mathrm{d}}[k]$ 主要仅由索引 $k'=k$ 附近有限数量的符号 $X[k']$ 决定。我们发现，式 (21) 中的 $Y_{\mathrm{d}}[k]$可以根据$X_{\mathrm{d}}[k]$ 和 $X_{\mathrm{d}}[k']|_{k'\neq k}$ 的贡献解耦，如式 (22) 所示。其中，$H^{\mathrm{diag}}{}_{\mathrm{FoA}}[k]$ 是 FoA 域信道矩阵$\hat{}\boldsymbol{H}_{\mathrm{FoA}}\triangleq\boldsymbol{F}_{N_{\mathrm{d}}}\hat{}\boldsymbol{H}_{\mathrm{aff}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{H}N_{\mathrm{d}}}$的对角元素，其表达式为 $H^{\mathrm{diag}}{}_{\mathrm{FoA}}[k]=\hat{}H_{\mathrm{FoA}}[k,k]$，其中

$$\hat{H}_{\mathrm{FoA}}[k,k']=\sum_{i=1}^{P}\hat{h}_ie^{\frac{j2\pi k\hat{l}_i}{N_{\mathrm{d}}}}\kappa_{N_{\mathrm{d}},\hat{l}_i}\left(k'-k-\frac{k_iN_{\mathrm{d}}}{2c_1N^2}\right). \tag{23}$$

此外，$\eta_{\mathrm{FoA}}[k]=\sum_{k'=0,\ k'\neq k}^{N_{\mathrm{d}}-1}\hat{}H_{\mathrm{FoA}}[k,k']X_{\mathrm{d}}[k']$ 表示第 k 个FoA域符号所经历的FoA域干扰。我们发现，随着 χ 或等效地随着 c_1 增大，$\kappa_{N_{\mathrm{d}},\hat{l}_i}\left(k'-k-\frac{k_iN_{\mathrm{d}}}{2c_1N^2}\right)$ 中的项 $\frac{k_iN_{\mathrm{d}}}{2c_1N^2}$ 趋近于零。基于此，当我们在所提出的ZP-AFDM设计中设置较大的 χ 时，$Y_{\mathrm{d}}[k]$ 主要仅受符号 $X_{\mathrm{d}}[k]$的影响，而干扰$\eta_{\mathrm{FoA}}[k]$ 则变得非常微弱。

为了进一步理解FoA域有效信道$\boldsymbol{H}_{\mathrm{FoA}}$，我们针对图3所采用的参数，在图4中对其进行了直观展示。为便于比较，图4中还绘出了所考虑双选择性信道的经典频域信道矩阵 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{freq}}$。可以观察到，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{FoA}}$近似为对角矩阵，其对角带的宽度由函数 $\kappa\left(k,\frac{j2\pi k_i}{2c_1N^2}\right)$决定。此外，有趣的是，与 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{freq}}$相比，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{FoA}}$矩阵的带宽要窄得多。

如上所述，在我们提出的 ZP-AFDM 方案中，当 χ 和 c_1 较大时，(22) 中的 $Y_{\mathrm{d}}[k]$ 主要只受符号 $X_{\mathrm{d}}[k]$的影响。基于此，我们提出了一种在 *FoA* 域中对符号进行单抽头均衡的$Y_d[k]$ 方法，应用于(22)。具体而言，我们使用 $E[k]$对 $Y_{\mathrm{d}}[k]$ 进行均衡：

$$\hat{X}_{\mathrm{d}}[k]=Y_{\mathrm{d}}[k]E[k],\quad \forall k\in\{0,1,\ldots,N_{\mathrm{d}}-1\}, \tag{24}$$

其中 $E[k]=(H^{\mathrm{diag}}{}_{\mathrm{FoA}}[k]^*)/\left(|H^{\mathrm{diag}}{}_{\mathrm{FoA}}[k]|^2+\sigma^2_{\mathrm{total}}\right)$。这里，$\sigma^2_{\mathrm{total}}=\hat{}\sigma^2+\sigma^2_{\mathrm{I}}$是噪声和干扰的总功率，其中包括噪声 $\hat{}\sigma^2=\frac{N}{N_{\mathrm{d}}}\sigma^2$ 和微弱干扰功率 σ^2_{I}，后者可独立于 $X_{\mathrm{d}}[k]$ 计算，计算公式如下：

$$\sigma^2_{\mathrm{I}}=\sum_{i=1}^{P}|h_i|^2\left(1-\left|\kappa_{N_{\mathrm{d}},\hat{l}_i}\left(-\frac{k_iN_{\mathrm{d}}}{2c_1N^2}\right)\right|^2\right). \tag{25}$$

经过 (24) 中的单抽头均衡器处理后，如图 2 所示，均衡后的 FoA 域符号 $\hat{}\ X_{\mathrm{d}}[k]$ 被送入一个 N_{d}点逆离散傅里叶变换，以获得均衡后的仿射域符号

$$\hat{x}_{\mathrm{d}}[m]=\frac{1}{\sqrt{N_{\mathrm{d}}}}\sum_{k=0}^{N_{\mathrm{d}}-1}\hat{X}_{\mathrm{d}}[k]e^{j2\pi\frac{mk}{N_{\mathrm{d}}}}\approx x_{\mathrm{d}}[m]+\hat{w}[m], \tag{26}$$

其中，$\hat{}w[m]$ 表示均衡后的噪声和干扰。

注 *2*：在这一单抽头均衡过程中，FoA 域信道矩阵 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{FoA}}$ 的带宽$\hat{}$对检测性能有重要影响。可以选择更大的 c_1 来缩窄带宽，使单抽头均衡器能够更有效地补偿信道效应。然而，增大 c_1 也会提高零填充的开销。因此，需要根据通信环境和具体要求，在误码率与频谱效率之间进行权衡。

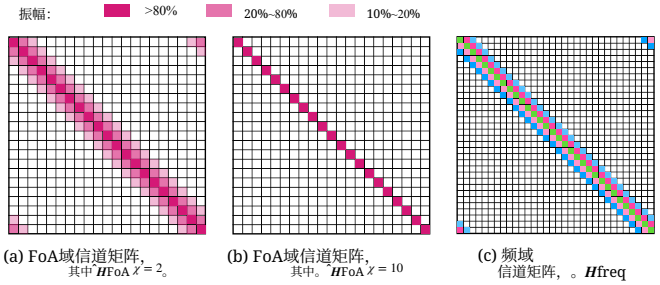
IV. 数值结果

为了评估所提出的采用 FoA 域单抽头均衡器的 ZP-AFDM 方案的性能，我们在考虑 UE 最大速度为 500 km/h 的情况下，使用 EVA 信道模型进行数值评估。我们采用 QPSK 调制、$B=2$ MHz 带宽、$f_c=2$ GHz 载波频率以及 N=4096 [14]。对于此场景，最大归一化时延为 $l_{\max}=5$，最大归一化多普勒为 $k_{\max}=4$。

图 5 展示了我们的 ZP-AFDM 设计在不同效率和零填充水平下，误码率随 E_b/N_0 的变化情况，其中零填充水平由 χ 控制。我们注意到，较高的 χ 会导致更多的零填充，从而降低传输效率。作为对比，图中还绘出了以下方案的误码率：(i) 如 [11], 中所示，采用多抽头最大比合并均衡的 AFDM 性能；(ii) 对于与所提出的 ZP-AFDM 方案具有相同循环前缀开销的正交频分复用方案，采用单抽头均衡器，且其 $\chi=9$，13，17；(iii) 对于与所提出的 ZP-AFDM 方案具有相同循环前缀开销的单载波频域均衡器（SC-FDE），采用单抽头均衡器。例如，对于采用单抽头均衡器的正交频分复用系统，$\chi=9$ 对应于在所关注的时长和带宽内传输的 83 个 OFDM 符号，循环前缀开销为 10%，子载波间隔为 45。5 kHz，且有 44 个子载波。

如图 5 所示，当 χ 取较高值时（例如$\chi=17$），我们提出的采用 FoA域单抽头均衡器的 ZP-AFDM方案，其性能与采用多抽头最大比合并均衡器的仿射频分复用相当。这表明，我们的

$$Y_{\mathrm{d}}[k]=\underbrace{X_{\mathrm{d}}[k]\sum_{i=1}^{P}\hat{h}_ie^{\frac{j2\pi k\hat{l}_i}{N_{\mathrm{d}}}}\kappa_{N_{\mathrm{d}},\hat{l}_i}\left(-\frac{k_iN_{\mathrm{d}}}{2c_1N^2}\right)}_{H^{\mathrm{diag}}_{\mathrm{FoA}}[k]}+\underbrace{\sum_{k'=0,k\neq k'}^{N_{\mathrm{d}}-1}X_{\mathrm{d}}[k']\sum_{i=1}^{P}\hat{h}_ie^{\frac{j2\pi k'\hat{l}_i}{N_{\mathrm{d}}}}\kappa_{N_{\mathrm{d}},\hat{l}_i}\left(k'-k-\frac{k_iN_{\mathrm{d}}}{2c_1N^2}\right)}_{\eta_{\mathrm{FoA}}[k]}+\hat{W}[k]. \tag{22}$$



(a) FoA域信道矩阵，其中 $\boldsymbol{H}_{\text{FoA}}$ $\chi = 2$。 (b) FoA域信道矩阵，其中。$\boldsymbol{H}_{\text{FoA}}$ $\chi = 10$ (c) 频域信道矩阵，。$\boldsymbol{H}_{\text{freq}}$

图4. 有效信道矩阵。

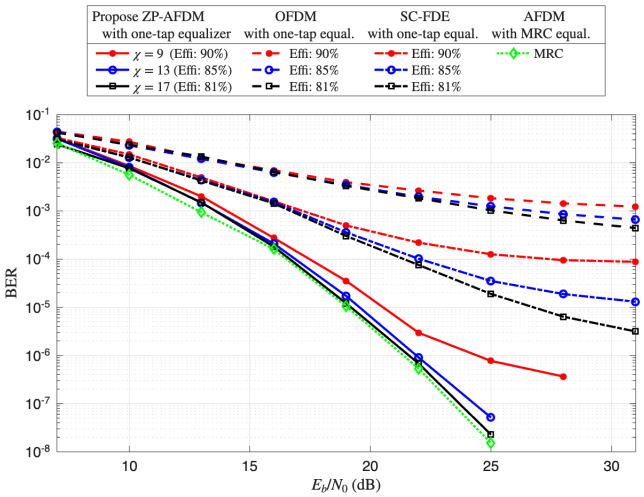


图5. 我们提出的仿射频分复用单抽头均衡器与基准方案的误码率对比（EVA信道，用户设备最大速度为500 km/h，正交相移键控）。

设计能够在不影响误码率性能的情况下显著降低仿射频分复用的计算复杂度，尽管频谱效率略有下降。随着 χ减小，误码率开始恶化，并且在较高信噪比下出现误码平台。这是因为较低的 χ 会增大 FoA域中的有效频移，从而增强旁瓣功率并恶化误码率性能。我们强调，即使在 χ较低时，一方面，我们的设计也显著优于采用单抽头均衡器的正交频分复用和 SC-FDE。另一方面，在 $\chi = 9$时，产生的误码平台仅出现在误码率为 10^{-6} 或更低的情况下，这低于未编码系统通常可接受的误码率水平 [1]。

如图 5 所示，尽管增加 c_1 可以改善我们设计的误码率性能，但这也会带来代价。为说明这一点，我们在图 6 中绘制了所提出的 ZP-AFDM 的频谱效率降低情况，以及不同 χ 下的误码率曲线。我们观察到，随着 χ 增大，误码率降低；然而，这也会降低所提出的 ZP-AFDM 系统的频谱效率。此外，当 χ 超过某一值后，误码率的改善趋于平稳，这可能是因为干扰已显著小于噪声功率。这些结果表明，必须谨慎选择最优的 χ 值，以在最小化误码率与高效利用资源之间实现平衡。例如，如图 6 所示，当系统信噪比为 22 分贝时，将 χ 设为 13 可实现良好的性能折衷；而当信噪比为 25 分贝时，则需要将 $\chi = 17$ 设为相应值才能获得良好的折衷。

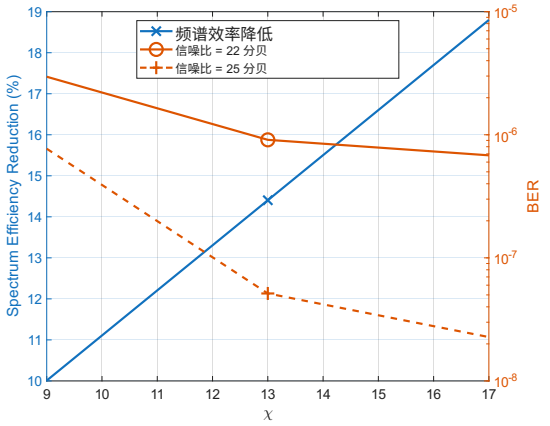


图6. 不同 χ下ZP-AFDM的效率。

V. 结论

本文提出了一种适用于 ZP-AFDM 方案的单抽头均衡器，可有效简化双选择性信道下的均衡过程。通过仔细配置 AFDM 参数 c_1 和 c_2、执行零填充与重构操作，可以得到简化的输入输出关系，随后通过 DFT 将其转换到 FoA 域。在 FoA 域中，有效信道矩阵近似为对角矩阵。该特性使所提出的均衡器能够同时实现良好的性能和较低的复杂度，从而具有很强的鲁棒性，尤其适用于高速场景。仿真结果表明，该均衡器在保持满分集和有限冗余的同时，仍能维持优异性能，使 ZP-AFDM 成为未来无线通信系统的一种可行方案。

参考文献

[1] J. G. Andrews 等，“5G将会是什么？”*IEEE*通信选域期刊，第32卷，第6期，第1065–1082页，2014年6月。[2] Z. Wei 等，“正交时频空调制：一种有前景的下一代波形”，*IEEE*无线通信，第28卷，第4期，第136–144页，2021年8月。[3] H. S. Rou 等，“从正交时频空调制到仿射频分复用：双色散信道中通感一体化下一代波形的比较研究”，*arXiv*预印本 *arXiv:2401.07700*，2024年12月。[4] R. Hadani、S. Rakib、M. Tsatsanis、A. Monk、A. J. Goldsmith、A. F. Molisch和R. Calderbank，“正交时频空调制”，载于*IEEE*无线通信与网络会议（*WCNC*）论文集，美国加利福尼亚州旧金山，2017年3月，第1–6页。[5] H. Lin和J. Yuan，“正交时延多普勒分复用调制”，*IEEE*无线通信汇刊，第21卷，第12期，第11 024–11 037页，2022年12月。[6] A. Bemani、N. Ksairi和M. Kountouris，“仿射频分复用：面向高移动性通信的满分集下一代波形”，载于*IEEE ICC*研讨会论文集，加拿大蒙特利尔，2021年6月，第1–6页。[7] ——，“双色散信道中仿射频分复用的低复杂度均衡”，载于*IEEE*国际声学、语音与信号处理会议（*ICASSP*）论文集，新加坡，2022年5月，第5273–5277页。[8] L. Wu 等，“基于消息传递方案的仿射频分复用信号检测”，数字信号处理，第104633页，2024年10月。[9] Q. Li、J. Yuan、M. Qiu、S. Li和Y. Xie，“正交时频空调制的低复杂度Turbo SIC-最小均方误差检测”，*IEEE*通信汇刊，第72卷，第6期，第3169–3183页，2024年1月。[10] C. Shen和J. Yuan，“采用两阶段迭代最小均方误差检测的时域零后缀（TZP）仿射频分复用”，载于*IEEE*国际通信会议（*ICC*）论文集，加拿大蒙特利尔，2025年6月，第4780–4785页。[11] A. Bemani、N. Ksairi和M. Kountouris，“面向下一代无线通信的仿射频分复用”，*IEEE*无线通信汇刊，第22卷，第11期，第8214–8229页，2023年3月。

[12] X. Zhang 等，“一种基于离散仿射傅里叶变换的高移动性通信统一波形设计框架”，*arXiv*预印本 *arXiv:2406.02262*，2024。[13] Y. Ni、Z. Wang、P. Yuan和Q. Huang，“一种基于仿射频分复用的感知与通信一体化”，载于*IEEE*国际无线通信系统研讨会（*ISWCS*）论文集，2022，第1–6页。[14] C. Shen、J. Yuan和J. Tong，“采用两阶段迭代最小均方误差检测的时域零填充（TZP）仿射频分复用”，*IEEE*无线通信汇刊，第25卷，第6255–6269页，2026。