通过合成孔径波束成形增强 AAV赋能的安全通信

邱斌，IEEE 会员；程文驰，IEEE 高级会员；何鸿翔；王江舟，IEEE 会士

arXiv:2603.02768v1 [eess.SP] 3 Mar 2026

摘要——本文针对存在混合窃听环境的虚拟多输入多输出（MIMO）广播信道，研究一种合成孔径安全波束成形方法。我们的目标是设计由单天线移动自主飞行器（AAV）构成的飞行节点部署方案、相应的传输符号策略、发射预编码和接收波束成形，以最大化系统信道容量。借助合成孔径波束成形，我们旨在沿自由空间中的预定义角度提供空间增益，同时降低其他方向的增益，从而增强物理层（PHY）安全性。为此，我们分析渐近信道特征值的表达式，以优化 AAV 飞行节点部署。针对最优预编码设计，基于给定的虚拟 MIMO 信道，研究一种在满足基站（BS）服务质量（QoS）、窃听者（Eves）泄漏容限及节点功率约束的同时，最大限度降低发射功率消耗的节能方法。功率最小化问题是一个非凸规划，经过若干数学运算后将其重新表述为可处理的形式。此外，我们采用线性约束最小方差（LCMV）方法设计接收波束成形，从而有效抑制干扰。数值结果表明，所提方法在提升信道容量方面具有优越性。

索引词—物理层安全、合成孔径、AAV通信、虚拟多输入多输出、波束成形。

I. 引言

NOWADAYS，各种航空器，例如卫星、飞艇和自主飞行器（AAV），显著拓展了电力巡检、应急响应和智慧城市等应用域的范围[1]。自主飞行器尤其因其出色的机动性和显著的部署灵活性而受到广泛关注。将自主飞行器融入无线网络后，空地（A2G）链路出现视距（LoS）分量的概率较高，这表明，与传统地面蜂窝网络相比，系统性能有望得到提升 [2]。尽管自主飞行器的应用层出不穷，但由于通信媒介固有的广播特性，其链路容易受到恶意攻击者的安全威胁。因此，安全已成为当前及未来 AAV通信系统在实施和运行过程中需要重点关注的问题 [3], [4]。

邱斌、程文驰和何鸿翔就职于中国西安710071的综合业务网国家重点实验室、西安电子科技大学（电子邮箱：qiubin@xidian.edu.cn；wc-cheng@xidian.edu.cn；hehongxiang@stu.xidian.edu.cn）。王江舟就职于中国南京211119的东南大学信息科学与工程学院及紫金山实验室（电子邮箱：j.z.wang@kent.ac.uk）。

在此背景下，物理层（PHY）安全是基于信息论对传统加密技术的补充，通过利用无线介质的时变特性，降低或消除对手接收到的无线信号，从而提升安全性。与应用于更高层的基于密钥的密码学不同，物理层安全无需依赖密钥或复杂算法即可保护信息传输。Wyner的开创性工作奠定了物理层安全的基础 [5], ，证明了在单输入单输出（SISO）窃听信道中实现保密通信的可能性。随后，这一概念扩展至高斯窃听信道 [6]。

迄今为止，已有若干工作致力于提升AAV使能通信网络的安全性能。在 [7], 中，针对多天线AAV辅助移动边缘计算网络考虑了一种鲁棒且安全的任务传输与计算方案，其中AAV同时承担移动边缘计算与中继功能。通过将感知融入AAV网络，[8] 中的作者提出了一种感知、导航与通信一体化框架，以在存在移动窃听者（Eve）的情况下保障物理层安全。作为空中基站的信息AAV向多个合法地面用户传输机密消息，并利用人工噪声（AN）干扰窃听者，以促进安全通信。借助模型预测控制的实时性与鲁棒特性，可有效应对扰动引起的AAV定位不精确问题。有鉴于此，研究了将AAV从指定起点导航至指定终点的问题，以增强系统鲁棒性，同时考虑用户通信安全、功率消耗以及人工噪声等因素 [9]。

受单架AAV的尺寸、重量和功率限制，其可能无法提供令人满意的性能，而远程通信和高安全性等AAV链路恰恰需要这种性能。因此，开发一种多AAV协作模式以获得更高的通信能力和额外自由度受到了广泛关注 [10]。在 [11], 中，作者研究了一种资源分配策略，以提升由多架AAV辅助通信所实现的安全通信公平性，其中，多用途AAV被派遣通过所分配的子载波为合法接收机提供物理层安全，

而空闲AAV则充当干扰机，以实现令人满意的保密性能。为充分发挥多自主飞行器灵活性的优势， [12],研究了一种新型自主飞行器集群协作机制，其中，由一组单天线自主飞行器组成的虚拟多天线实体提升了分集和通信可靠性。受该工作的启发， [13]–[16] 探索了一种自主飞行器集群虚拟天线阵列框架，通过具备增强信号增益和指向性能力的协作波束成形机制传输数据。此外， [17] 通过多架AAV组成的虚拟多天线系统，提出了一种采用重叠感知任务分配的多AAV协作感知与传输方案。

现有大多数物理层安全研究聚焦于被动窃听，反窃听技术的演进是其主要研究目标。当智能混合攻击者利用全双工技术 [18]–[20]时，便会带来新的挑战。这类攻击者也称为主动窃听者，容易通过混合窃听场景危害通信隐私：他们既窃取信息，又对合法信道实施恶意干扰。干扰旨在降低合法接收机所接收信号的质量，迫使发射机提高功率以确保可靠传输；这反过来又更有利于窃听，因此，这项先进技术的潜力可被用于发起更具危害性的攻击 [21]。因此，这给AAV使能通信带来了新的安全挑战，但目前针对AAV使能通信系统中混合窃听的研究相对较少。

尽管AAV使能通信具有实际优势，但要充分发挥其在提升性能方面的潜力，仍需应对若干技术挑战。通常，依靠机载电池供能的自主空中飞行器，其能量容量有限。因此，严格的功率约束成为阻碍高性能AAV使能通信发展的一个关键瓶颈。节能型AAV使能安全通信受到广泛关注。引入人工噪声会占用部分发射功率，从而降低功率效率，因此人工噪声辅助方法不适用于AAV场景。受实际中AAV尺寸和重量的限制，AAV无法搭载大规模天线阵列，因而难以提供令人满意的空间自由度（DoFs） [22]。对于多自主飞行器协作方案，通常要求多个AAV在协作传输之前进行明确的信息共享，这会带来额外的时间和功耗。此外，由于各AAV之间存在异质性，很难保证严格的时间、频率和轨迹同步控制。

受上述观察的启发，本文考虑一种自主飞行器赋能安全传输方法，其中信源向（BS）发送信号，同时存在混合窃听环境。不同于以往的协作波束成形研究，我们研究这样一种场景：由单天线移动式AAV排列形成的虚拟非均匀线性阵列（NULA）实现合成孔径波束成形，并将其与相应的传输符号策略相结合，以提供空间分集增益。需要指出的是，所提合成孔径波束成形方法不仅克服了单架AAV在尺寸、重量和功耗方面的约束，还避免了多 AAV 复杂协作所带来的应用挑战，例如互连、多目标控制和个体异质性。据作者所知，文献中尚未研究过利用此类技术实现安全传输。针对当前问题，我们的目标是通过合理设计传输符号策略、AAV 飞行节点位置（虚拟阵列部署）、发射预编码和接收波束成形，在保证可靠且安全的 AAV 通信的同时，最大化系统信道容量。为便于最大化信道容量，我们首先探究所构建问题的结构，以获得关于最优解的一些洞见。借助这些洞见，我们发现原问题可以转化为两个相互独立的问题。对于最优的 AAV节点部署，我们推导了虚拟多输入多输出（MIMO）信道特征值的解析表达式。通过这一推导，我们证明渐近最优的 AAV节点部署与 Fekete 点分布相关。随后，利用给定的信道矩阵设计一种节能预编码器，在提供服务质量（QoS）保证、满足泄漏容限和节点功率约束的同时，最小化发射功率。为便于求解，我们将非凸约束转换为线性矩阵不等式（LMI）项，从而对问题进行重构，随后将所得问题转化为半定规划（SDP）。接着，采用线性约束最小方差（LCMV）方法进行接收波束成形，以消除干扰。最后，我们将所提方案扩展到更具实际意义的情形，例如高维虚拟阵列和鲁棒自适应波束成形。

本文其余部分安排如下：第二节介绍系统模型和问题构建。第三节针对所研究的问题给出一些见解；随后求解该优化问题，以获得最优的AAV节点部署、发射预编码和接收波束成形。第四节进一步扩展到更贴近实际的场景。第五节通过数值结果展示所提方案的优越性，第六节总结全文。附录中提供了推导过程的部分细节。

记号：本文中，粗体大写和小写字母分别表示矩阵和向量。我们将期望和迹算子表示为 $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 和 $\mathrm{Tr}(\cdot)$。此处，上标 $(\cdot)^{-1}$，

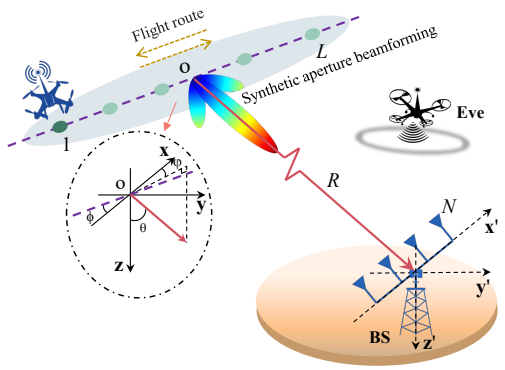


图1. AAV赋能的合成孔径安全传输系统。

$(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示逆、转置和厄米运算。欧氏范数和绝对值分别表示为 $\|\cdot\|_2$ 和 $|\cdot|$。我们使用 $[\cdot]_i$ 和 $[\cdot]_{i,\ j}$ 分别表示向量的第 i 个元素以及矩阵第 i 行第 j 列的元素。diag(·) 表示主对角线上为某个向量元素的对角矩阵。$\mathfrak{Re}\{\cdot\}$ 和 $\mathfrak{Im}\{\cdot\}$ 分别表示相应参数的实部和虚部。我们使用 $\mathbf{I}_N$ 表示 N 维单位矩阵。 $\mathbb{R}$、 $\mathbb{C}$ 和 $\mathbb{H}$ 分别表示实空间、复空间和厄米空间。

II. 系统模型与问题构建

在本节中，在描述AAV赋能的通信系统模型之后，我们介绍所关注的问题陈述。

A. 信道模型

我们的系统模型如图1所示，考虑一个空对地通信系统，其中一架配备单天线的旋翼自主飞行器被部署为发射机，并向远程多天线基站提供无线服务；同时存在若干被动窃听者以及 Q对手，这些对手兼具窃听和干扰任何正在进行的传输以降低保密性能的双重能力。由移动AAV沿预定航线构建的虚拟阵列用于形成合成孔径波束成形，从而能够向基站提供空间增益。更具体地说，AAV以可变速度沿直线航线往返飞行，以形成 L个飞行节点，从而构建一个具有L个阵元的虚拟非均匀线阵。假设单向飞行航线的长度为 D，其表示虚拟发射阵列的孔径尺寸。基站采用各向同性N元均匀线性阵列（ULA），并与虚拟发射阵列共同构成虚拟MIMO传输系统 [23]。

在不失一般性的前提下，采用三维（3D）笛卡尔坐标来表示 AAV 飞行节点部署的虚拟阵元的精确位置。假设虚拟发射非均匀线性阵列位于 x–y 平面内，该平面以原点为中心，且与地面平行。 x 轴与基站的均匀线性阵列对齐， z轴则选定为指向地面。为简单起见，假设 AAV 保持恒定高度飞行，其飞行高度足够高，能够与基站建立点对点远场视距链路。[1] 发射阵列与接收阵列中心之间的距离为 R。令 φ 和 θ 分别表示从虚拟阵列指向基站的方位角和仰角。用 ϕ 表示旋转偏移，即虚拟发射非均匀线性阵列与 x轴之间的夹角。为了实现低截获概率（LPI）安全传输，我们引入随机旋转偏移量以形成动态随机信道，从而随机扰乱窃听者接收到的信号。为便于描述 AAV 节点部署，我们用 $\{\delta_l\}_{l\in\mathcal{L}} \in [-1,1]$ 表示发射虚拟阵列上相对于中心的归一化间距，其中 $\mathcal{L} \triangleq [1,2,...,L]$。根据基本几何运算，可以推导出第$l$个 AAV 节点的角度与对应坐标之间的闭式关系，记为 $(x_{A,\ l},\ y_{A,\ l},\ z_{A,\ l})$ ，即

$$\begin{cases} x_{A,l} = \frac{D\delta_l \cos\phi}{2}, \\ y_{A,l} = \frac{D\delta_l \sin\phi}{2}, \\ z_{A,l} = 0. \end{cases} \tag{1}$$

同样，地面基站处第 n 个阵元的具体坐标 $\forall n \in \mathcal{N} \triangleq [1,2,...,N]$ $(x_{G,\ n},\ y_{G,\ n},\ z_{G,\ n})$ 计算为

$$\begin{cases} x_{G,n} = \frac{2n-1-N}{2}d + R\sin\theta\cos\varphi, \\ y_{G,n} = R\sin\theta\sin\varphi, \\ z_{G,n} = R\cos\theta, \end{cases} \tag{2}$$

其中， $d = c/2f_c$ 表示地面基站处均匀线性阵列的阵元间距，以避免混叠效应； f_c 和 c分别表示载波频率和光速。

根据射线追踪原理，[25],每一对发射天线与接收天线之间的信道系数与无线电波传播距离有关，其值由下式确定

$$h_{n,l} = \rho(\tau_{n,l})e^{j2\pi f_c\left(t-\frac{\tau_{n,l}}{c}\right)}, \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall l \in \mathcal{L}, \tag{3}$$

其中， $\rho(\tau_{n,l})= c/4\pi f_c\tau_{n,l}$ 表示与传输距离相关的信号衰减因子，而 $\tau_{n,l}$表示

[1]根据实地测量，当 AAV 的飞行高度为 100 米且小区半径为 600 米时，可确保链路为视距信道 [24]。此外，还可根据地形类型和小区大小调整 AAV 的飞行高度，使空地信道的视距概率趋近于 1。

第 l 个发射AAV节点到第 n 个接收阵元之间的无线电波传播范围，满足[2]

$$\begin{aligned}\tau_{n,l}&=\sqrt{(x_{G,n}-x_{A,l})^2+(y_{G,n}-y_{A,l})^2+(z_{G,n}-z_{A,l})^2}\\&\approx R+\frac{(2n-1-N)^2d^2}{8R}+\frac{(2n-1-N)d\sin\theta\cos\varphi}{2}\\&\quad-\frac{2n-1-N}{4R}dD\delta_l\cos\phi-\frac{D\delta_l\sin\theta\cos\varphi\cos\phi}{2}\\&\quad-\frac{D\delta_l\sin\theta\sin\varphi\sin\phi}{2}+\frac{(D\delta_l)^2}{8R}.\end{aligned}\tag{4}$$

由于假设为远场传输，因此可以忽略各阵元之间的衰减差异。为阐明合成孔径波束成形的特性，我们做出了一些假设以简化公式推导，例如收发端在时间和频率上完全同步。我们假设 AAV 和基站设备均配备全球定位系统（GPS）模块，以获取各自的位置信息。在传输过程中，基站发送确认数据包，以告知 AAV 信息数据包已成功接收。因此，假设在整个传输期间都完全掌握 AAV至基站信道矩阵。[3] 将（4）代入（3）后，虚拟MIMO信道矩阵可转换为

$$\mathbf{H}=\rho(R)\mathbf{B}_G\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{B}_A,\tag{5}$$

其中 $\mathbf{B}_A=\text{diag}(\{b_{A,l}\}_{l\in\mathcal{L}})\in\mathbb{C}^{L\times L}$ 和 $\mathbf{B}_G=\text{diag}(\{b_{G,n}\}_{n\in\mathcal{N}})\in\mathbb{C}^{N\times N}$，其对角元素满足

$$b_{A,l}=e^{-j\frac{2\pi f_c}{c}\left[\frac{(D\delta_l)^2}{8R}-\frac{D\delta_l\sin\theta\cos\varphi\cos\phi}{2}-\frac{D\delta_l\sin\theta\sin\varphi\sin\phi}{2}\right]},\tag{6}$$

$$b_{G,n}=e^{-j\frac{2\pi f_c}{c}\left[\frac{(2n-1-N)^2d^2}{8R}+\frac{(2n-1-N)d\sin\theta\cos\varphi}{2}\right]},\tag{7}$$

以及 $\tilde{\mathbf{H}}=\{\tilde{h}_{n,l}\}_{n\in\mathcal{N},\ l\in\mathcal{L}}\in\mathbb{C}^{N\times L}$ 其元素由下式给出

$$\tilde{h}_{n,l}=e^{j\omega\frac{(2n-1-N)}{N}\delta_l\cos\phi},\quad\forall n\in\mathcal{N},\forall l\in\mathcal{L},\tag{8}$$

其中 $\omega=\frac{\pi f_c}{c}\cdot\frac{DNd}{2R}$。请注意，我们假设 AAV使能通信采用远场模型，因此通信距离相较于发射和接收阵列的天线孔径尺寸之积足够大，满足 $R\gg DNd$，这将使我们得以深入了解当 ω 趋近于零时的渐近信道行为。这有助于后续分析所考虑问题的特征。

B. 符号传输策略

为获得空间分集增益，应研究相应的符号传输策略，以匹配

[2]通过采用一阶麦克劳林级数展开 [26], 即 $(1+x)^{1/2}\approx1+x/2$，该近似是恰当的。

[3]实际上，AAV 会受到这些不可避免的不确定因素影响，例如机身抖动和风扰动。作为一个独立课题，合成孔径波束成形的鲁棒综合方案是推动实际应用的关键问题。受篇幅限制，本文不对此展开讨论。

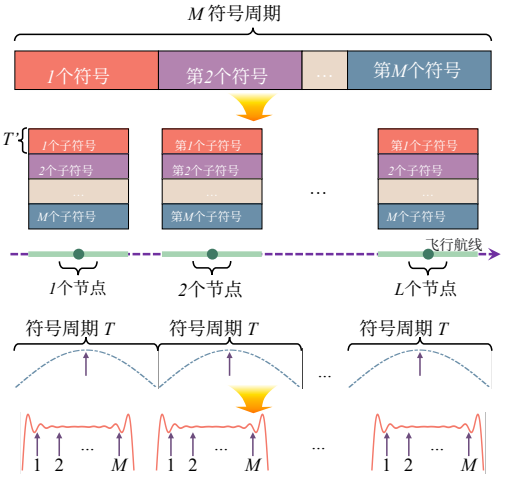


图2. 合成孔径传输符号策略示意图。

由移动式AAV构建的虚拟阵列。具体而言，假设一架 AAV尝试向地面基站发送一个串行序列，如图 2 所示，其中每个符号周期为 T。两个节点之间的飞行时间设为固定间隔 Δ_T。将 M 个串行发射符号划分为一组，作为一个子符号块，记为 $\{\hat{x}_m\}_{m\in\mathcal{M}}$，其中每个子符号周期为 $T'<T$，即 $x_m\to\hat{x}_m$，$\forall m\in\mathcal{M}\triangleq[1,2,...,M]$；并在每个节点重复发送这一个子符号块，使接收机能够合并相同的数据流以获得空间分集增益。为便于实现，假设 AAV沿其飞行航线连续飞行，并将某个节点周围的一定位置范围视为其节点区域。由于AAV的飞行速度远低于子符号速率，这一假设是合理的，即 $T'\ll\Delta_T$。[4] 在第 l 个节点区域期间，相应的发射信号可表示为

$$s_{m,l}=u_l\hat{x}_m,\quad\forall m\in\mathcal{M},\forall l\in\mathcal{L},\tag{9}$$

其中，u_l 表示 AAV 位于第l个节点区域时的发射预编码器，$\hat{x}_m$ 表示第 m个发射子符号。将所有发射预编码器堆叠为预编码向量$\mathbf{u}$。飞过所有 L 个 AAV 节点后，第 m 个发射信号向量表示为

$$\mathbf{s}_m=\mathbf{u}\hat{x}_m,\quad\forall m\in\mathcal{M}.\tag{10}$$

注释 1：通过下一节中的 AAV 节点部署优化结果可知，AAV 飞行节点构成了一个虚拟发射非均匀线性阵列。假设两个节点之间的飞行时间间隔固定，则子符号块会按相应的均匀间隔重复传输。或者，AAV 以恒定速度飞行，并在抵达指定节点位置时重复传输子符号块。

[4]理论上，我们可以精确控制AAV悬停在每个节点位置，直至发射一个子符号块。在实际应用中，性能与实现成本之间存在权衡。

C. 接收信号模型

将（$x_{E,q}$,$y_{E,q}$, $z_{E,q}$）定义为第 q个窃听者 $\forall q \in \mathcal{Q}$的坐标。通过基本几何运算，可计算出从第 q个窃听者到地面基站的相应到达角$\vartheta_{J,q}$ ，并进一步得到干扰导向矢量为

$$\mathbf{a}(\vartheta_{J,q}) = \left[e^{j\frac{2\pi f_c}{c}\zeta_{J,q}(1)}, ..., e^{j\frac{2\pi f_c}{c}\zeta_{J,q}(N)}\right]^H, \tag{11}$$

其中 $\zeta_{J,q}(n) = [n-(N+1)]d\sin\vartheta_{J,q}/2, \forall n \in \mathcal{N}$ 表示相位项。为简化记号，$\mathbf{a}_{J,q}$ 用于表示相应的信道向量，即$\mathbf{a}_{J,q} \triangleq \mathbf{a}(\vartheta_{J,q})$。于是，第 q 个窃听者发出的干扰信号可表示为

$$\mathbf{s}_{J,q} = \sqrt{P_q}\mathbf{a}_{J,q}x_J, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \tag{12}$$

其中 x_J 表示满足 $\mathbb{E}\{|x_J|^2\} = 1$ 的随机信号， $\sqrt{P_q}$ 表示到达基站的第 q 个干扰功率。

由此，基站处第 m 个发送信号向量的虚拟MIMO传输可建模为

$$\mathbf{y}_{G,m} = \mathbf{H}\mathbf{s}_m + \sum_{q\in\mathcal{Q}}\mathbf{s}_{J,q} + \mathbf{n}_G, \quad \forall m \in \mathcal{M}, \tag{13}$$

其中 $\mathbf{n}_G \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 表示复加性高斯白噪声（AWGN），满足 $\mathbf{n}_G \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_G^2\mathbf{I}_N)$。

注释2：公式（13）中的这一关键观察是，该表述在结构上类似于多天线传输系统，这意味着我们的设计通过单天线移动AAV在不同子符号周期内依次运行，获得了多天线增益。

经过接收波束成形处理后，基站获得从第 l个AAV节点发送的信号，表示为$\tilde{y}_{G,\,m,\,l} = \mathbf{w}^H[\mathbf{H}]_{:,\,l}s_{m,\,l}, \ \forall l \in \mathcal{L}$。存储所有 L 个AAV节点的发射信号后，我们将数据流组合为

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{G,m} &= \mathbf{w}^H\mathbf{y}_{G,m} \\ &= \underbrace{\mathbf{w}^H\mathbf{H}\mathbf{u}\hat{x}_m}_{\text{Sub-symbol}} + \underbrace{\sum_{q\in\mathcal{Q}}\mathbf{w}^H\mathbf{s}_{J,q}}_{\text{Jamming}} + \underbrace{\mathbf{w}^H\mathbf{n}_G}_{\text{Noise}}, \quad \forall m \in \mathcal{M},\end{aligned} \tag{14}$$

其中，$\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 表示接收波束成形器的复权重系数（称为波束向量），其设计用于干扰抑制。可以看出，接收信号由所有第 m个子符号、干扰信号和热噪声组成。

以全双工模式工作的能力使窃听者能够同时实施两种攻击。由于存在发射，窃听者可以被发现。根据第 q个窃听者的坐标，我们可以计算从虚拟发射阵列到第 q个窃听者的方位离开角，记为$\vartheta_{E,q}$。然而，由于测量误差和不规则运动等不可控因素，窃听者的位置是不确定的。该设计应在不完美窃听者信道信息下应对窃听脆弱性。因此，提出了一种利用基于矩的随机模型的鲁棒安全波束成形策略，其中窃听者一阶和二阶统计量的估计是可获取的 [27]。同样，我们将从虚拟发射阵列到第 q个窃听者的实际信道向量定义为$\mathbf{h}_{E,q} \triangleq \mathbf{h}(\vartheta_{E,q}, R_{E,q})$，其由下式给出

$$\mathbf{h}_{E,q} = \rho(R_{E,q})\left[e^{-j\frac{2\pi f_c}{c}\zeta_{E,q}(1)}, ..., e^{-j\frac{2\pi f_c}{c}\zeta_{E,q}(L)}\right]^H, \tag{15}$$

其中，$\zeta_{E,\,q}(l) = \delta_l D\sin\vartheta_{E,\,q}, \forall l \in \mathcal{L}$为相位项。含不确定性的确定性模型表示为

$$\mathbf{h}_{E,q} = \tilde{\mathbf{h}}_{E,q} + \Delta\mathbf{h}_{E,q}, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \tag{16}$$

其中，$\tilde{\mathbf{h}}_{E,\,q}$ 表示第 q个窃听者的信道估计，而 $\Delta\mathbf{h}_{E,\,q}$ 是不确定性。

假设不同窃听者对应的不确定性相互独立且方差相同。令 $\mathcal{U}_q$表示第 q个窃听者所有可能的信道不确定性集合，即

$$\mathcal{U}_q = \left\{\Delta\mathbf{h}_{E,q} \in \mathbb{C}^{L\times 1} : \Delta\mathbf{h}_{E,q}^H\Delta\mathbf{h}_{E,q} \le \epsilon_{E,q}^2\right\}, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \tag{17}$$

其中，$\epsilon_{E,q} > 0$ 为不确定半径的范围。假设存在最坏情况的窃听场景，则可通过协同窃听使干扰失效 [18]。因此，第 q 个窃听者的接收信号表示为

$$y_{E,q} = \mathbf{h}_{E,q}^H\mathbf{s}_m + n_{E,q}, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \forall m \in \mathcal{M}, \tag{18}$$

其中，$n_{E,q}$ 表示第 q 个窃听者的复加性高斯白噪声，满足 $n_{E,q} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{E,q}^2)$。

D. 问题陈述

假设虚拟 MIMO 信道至多支持 $K(K \le L)$ 个并行数据流传输。根据 MIMO 系统的信息论原理 [28, 第 7.1 章 2], ，最佳方式是沿信道的主要 K 个特征模传输信号。众所周知，克劳德·香农提出了信息论，用以界定可靠通信的边界 [29]。为实现这一目标，我们旨在空地链路受到干扰时建立可靠的传输服务，同时保护信息免遭窃听。虚拟阵列部署是指 AAV 飞行节点的几何排列，这对波束成形能力、指向性和增益至关重要。鉴于此，我们将 AAV 节点部署、发射预编码和接收波束成形相结合，提出一种新型合成孔径波束成形传输策略，以提升传输性能。具体而言，最大化信道容量的原始问题（OP）可表述为

$$(\text{OP}): \quad \max_{\{\boldsymbol{\delta},\mathbf{u},\mathbf{w}\}} \ C = \sum_{k\in\mathcal{K}}\log_2\left(1 + \frac{\gamma}{K}\lambda_k\right), \tag{19}$$

其中，λ_k 表示信道增益矩阵 $\mathbf{G} \in \mathbb{H}^L$的第 k 大特征值，该矩阵定义为 $\mathbf{G} \triangleq \mathbf{H}^H\mathbf{H}$,[5]$\mathcal{K} \triangleq [1, 2, ..., K]$, $\boldsymbol{\delta} \triangleq [\delta_1, \delta_2, ..., \delta_L]^T \in \mathbb{R}^{L\times 1}$ 已归一化

[5]这里我们假设 $N \ge L$。否则，信道增益矩阵为$\mathbf{G} \triangleq \mathbf{H}\mathbf{H}^H$，当 $L > N$时。

虚拟发射非均匀线性阵列的间距向量，而 γ表示为保障服务质量所规定的接收信噪比 (SNR) 要求。

III. 问题的最优解

本节将利用信道的独特性质，提出一种求解信道容量最大化问题最优解的算法。

A. 对问题的一些认识

在进一步讨论之前，我们先对所考虑的优化问题进行一些分析。容易验证，对数函数是单调的。因此，在不影响最优性的前提下，我们将式 (OP) 中的目标函数化简为

$$C \propto \log_2(\gamma) + \log_2\left(\prod_{k\in\mathcal{K}} \lambda_k\right). \tag{20}$$

显然，式 (20) 中的第一项与平均接收信噪比有关，且与天线部署参数无关；第二项则涉及信道增益矩阵的特征值，而这些特征值由 AAV节点部署决定。鉴于此，我们首先通过优化 AAV节点部署，寻求最大化信道增益矩阵特征值的乘积；随后，在给定虚拟MIMO信道矩阵的情况下，设计预编码和波束成形，以满足应对混合型窃听者所需的接收信噪比要求。不失一般性，在纯视距MIMO条件下，信号路径具有较强的相关性，导致传输信道矩阵的秩较低。MIMO系统提高容量的核心原理在于利用空间自由度和天线阵列的几何设计。因此，通过精心设计 AAV节点部署，充分发挥合成孔径阵列的潜力，可以提高纯视距MIMO信道矩阵的秩。

如前所述，（OP）归结为优化AAV节点部署，使信道增益矩阵的特征值乘积最大化，即

$$(\mathrm{P1}): \quad \max_{\boldsymbol{\delta}} \prod_{k\in\mathcal{K}} \lambda_k. \tag{21}$$

注意，由于根据定义，$\mathbf{B}_G$ 和$\mathbf{B}_A$ 均为酉矩阵，因此$\mathbf{H}$ 的奇异值与$\tilde{\mathbf{H}}$ 的奇异值等价。换言之，用$\mathbf{G}$ 替换为 $\tilde{\mathbf{G}} \triangleq \tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}}$ 能够以更直接的方式推导特征值。

为便于设计发射预编码和接收波束成形，我们对信道矩阵$\mathbf{H}$ 应用奇异值分解（SVD），以精确控制接收信噪比，其表示为

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_0 \end{bmatrix}^H, \tag{22}$$

其中 $\mathbf{D} = \mathrm{diag}\left(\{\sqrt{\boldsymbol{\lambda}}\}\right) \in \mathbb{R}^{K\times K}$ 是一个具有非零奇异值 $\boldsymbol{\lambda} \triangleq [\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_K]^T$ 的对角矩阵，$\mathbf{U}_1$和 $\mathbf{V}_1$ 分别是对应于非零奇异值的左、右奇异向量。发射阵列响应矩阵和接收阵列响应矩阵（也称为导向矩阵或空间特征矩阵）分别定义为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_A \triangleq \rho(R)\mathbf{V}_1^H \mathbf{B}_A, \\ \mathbf{A}_G \triangleq \mathbf{B}_G \mathbf{U}_1. \end{cases} \tag{23}$$

如前所述，能量高效传输设计对于AAV支持的通信系统至关重要，因为自主空中飞行器通常由机载电池供电。为此，我们提出一种预编码策略，在满足接收信噪比保证、泄漏容限和每节点发射功率约束的条件下，使发射功率最小化，具体为

$$\begin{aligned} (\mathrm{P2}): \quad & \min_{\mathbf{u}} \ \|\mathbf{u}\|_2^2 && \text{(24a)} \\ & \text{s.t. } \mathbf{A}_A\mathbf{u} \geq \boldsymbol{\xi}, && \text{(24b)} \\ & \max_{\Delta\mathbf{h}_{E,q}\in\mathcal{U}_q} \mathrm{SNR}_{E,q} \leq \Gamma_E, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, && \text{(24c)} \\ & \left[\mathbf{u}\mathbf{u}^H\right]_{l,l} \leq P_{\max}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, && \text{(24d)} \end{aligned}$$

其中，$\boldsymbol{\xi} = \sqrt{\gamma\sigma_G^2/\boldsymbol{\lambda}K^2}$ 表示为满足所需接收信噪比要求而设定的目标接收幅度。式（24a）的目标是尽量降低发射功率，以对抗被动窃听者，因为它们通常保持无线电静默，因此无法获取任何信息。根据物理层安全传输理论，能量泄漏是导致保密性能下降的主要原因之一，因此，面向安全的波束成形有助于提升保密性能。此外，降低发射功率不仅可以节省发射功率消耗，实现能量高效传输，还可以减少信息泄漏，从而实现低检测概率（LPD）安全传输。约束（24b）旨在保护自主空中飞行器到基站的链路。我们的设计方法遵循为地面基站提供服务质量保证的原则。接收信噪比是衡量服务质量的有效指标，因为它是决定最大可达速率和误差概率的关键因素。$\mathrm{SNR}_{E,\,q} = |\mathbf{h}_{E,\,q}^H\mathbf{u}|_2^2/\sigma_E^2$，而 Γ_E 表示窃听者成功窃听时所能容忍的最大信噪比。施加约束（24c），以确保在给定不确定集的情况下，主动窃听者的最大接收信噪比低于可容忍阈值。实际应用中，我们设定 $\gamma \gg \Gamma_E$ 以确保安全通信。 $P_{\max}$ 为自主空中飞行器的最大发射功率。需要指出的是，自主空中飞行器配备了自身的功率放大器，其工作需要将自主空中飞行器的峰值功率限制在其线性度 [30]范围内。约束（24d）设定了自主空中飞行器在每个节点的最大发射功率这一物理界限。此外可以发现，式（P1）中的信道增益矩阵设计采用特征值最大化，不仅能够实现信道容量最大化，还与目标接收幅度有关，从而可以进一步降低发射功率消耗。

需要指出的是，发射功率最小化形式能够有效实现低检测概率安全传输。此外，借助自主空中飞行器的高度灵活性，还可以采用一些低概率截获手段，动态干扰窃听者接收到的信号，例如随机旋转偏移和动态孔径尺寸。综合采用低概率截获（低泄漏功率）与低检测概率（动态传输策略）传输方案，可以有效阻止单个窃听者及其协作行为，从而提升保密性能。

备注3：在服务质量保证下的发射功率最小化问题，与在满足发射功率上限约束下的最大最小接收信噪比问题，在所有接收信噪比相等时等价（仅相差一个缩放因子）[31]。也就是说，我们的发射功率最小化设计与信道容量最大化一致。

另一方面，基于线性约束最小方差法 [32], 构建了用于干扰抑制的接收波束成形优化设计方法，即：

$$(\mathrm{P3}): \quad \min_{\mathbf{w}} \ \mathbf{w}^H \mathbf{R}_y \mathbf{w} \tag{25a}$$

$$\text{s.t. } \mathbf{w}^H \mathbf{A}_G = \mathbf{1}_{K\times 1}^T, \tag{25b}$$

这表明，在保持期望数据流无失真响应的同时，使干扰加噪声功率最小化。

B. AAV节点部署的渐近最优性

现在，我们的目标是开发一种算法来求解(P1)。在设计AAV节点部署方案之前，我们先分析信道矩阵的渐近行为，发现其易于处理，具体如下列定理所示。

定理1：当 $\omega \to 0$时，信道增益矩阵的第 k大特征值渐近地计算为[6]

$$\lambda_k \approx \left[\frac{r_{G,k} r_{A,k}}{(k-1)!}\right]^2 (\omega \cos\phi)^{2(k-1)}, \quad \forall k \in \mathcal{K}, \tag{26}$$

其中，$r_{G,\,k}$ 和 $r_{A,\,k}$ 分别表示式（74）中给出的上三角矩阵 $\mathbf{R}_G$ 和 $\mathbf{R}_A$ 的第 k 个对角元素。

证明：请参见附录A。 ■

利用式（26）的结果，可将（P1）的目标函数重写为

$$\begin{aligned}\prod_{k\in\mathcal{K}} \lambda_k &\approx \prod_{k\in\mathcal{K}} \left[\frac{r_{G,k} r_{A,k}}{(k-1)!}\right]^2 (\omega\cos\phi)^{2(k-1)} \\ &= \prod_{k\in\mathcal{K}} r_{A,k}^2 \prod_{k\in\mathcal{K}} \left[\frac{r_{G,k}(\omega\cos\phi)^{k-1}}{(k-1)!}\right]^2.\end{aligned} \tag{27}$$

因此，（P1）等价地转换为更紧凑的形式：

$$(\mathrm{P1.1}): \quad \max_{\boldsymbol{\delta}} \ \prod_{k\in\mathcal{K}} r_{A,k}^2. \tag{28}$$

[6]从数学角度看，ω 也较小对应于 $\phi \to 0$的情况，此时信道模型符合渐近特征。

为了获得最优的 AAV节点部署，需要通过以下定理将每个 $\{r_{A,k}\}$ 表示为$\{\delta_l\}$ 的显式函数。

定理2：$\{r_{A,k}\}_{k\in\mathcal{K}}$ 与$\{\delta_l\}_{l\in\mathcal{L}}$ 之间的关系可表示为闭式形式：

$$\begin{cases} r_{A,1}^2 = L, \\ r_{A,k}^2 = \dfrac{\sum\limits_{\mathcal{C}_k} \prod\limits_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_k} (\delta_j - \delta_i)^2}{\sum\limits_{\mathcal{C}_{k-1}} \prod\limits_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_{k-1}} (\delta_j - \delta_i)^2}, & \forall k > 1, \end{cases} \tag{29}$$

其中，$\mathcal{C}_k$ 表示包含 $\mathcal{L}$的所有k组合的子集，共有 $\binom{L}{k}$ 个。

证明：请参见附录B。 ■

应用定理2后，我们将（P1.1）中的目标函数改写为

$$\begin{aligned}\prod_{k\in\mathcal{K}} r_{A,k}^2 &= L \prod_{\substack{k\in\mathcal{K}\\ k\neq 1}} \frac{\sum\limits_{\mathcal{C}_k} \prod\limits_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_k} (\delta_j - \delta_i)^2}{\sum\limits_{\mathcal{C}_{k-1}} \prod\limits_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_{k-1}} (\delta_j - \delta_i)^2} \\ &= \sum_{\mathcal{C}_K} \prod_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_K} (\delta_j - \delta_i)^2.\end{aligned} \tag{30}$$

于是，（P1.1）可重新表述为

$$(\mathrm{P1.2}): \quad \max_{\boldsymbol{\delta}} \ \mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}(\boldsymbol{\delta}), \tag{31}$$

其中

$$\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{\mathcal{C}_K} \prod_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_K} (\delta_j - \delta_i)^2. \tag{32}$$

值得注意的是，AAV节点的数量应不少于并行数据流的数量。因此，我们分析两种情形：情形1：$K = L$，情形2：$K < L$。

若 $K = L$，则（P1.2）的目标函数可简化为

$$\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}(\boldsymbol{\delta}) = \prod_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_K} (\delta_j - \delta_i)^2. \tag{33}$$

可以观察到，函数 $\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}(\boldsymbol{\delta})$ 表示涉及 AAV节点部署的范德蒙德矩阵的平方行列式。此类在区间 $\{\delta_l\}_{l\in\mathcal{L}} \in [-1,1]$ 上的范德蒙德行列式最大化问题最初由 [33] 提出。应用 [34], [35], 中的结果可知，最优解遵循费克特点或高斯-洛巴托点。

若 $K < L$，则给出以下推论以求得最优解。

推论1：将 L 个自主空中飞行器划分为 K 个大小相同的组，第 k 组取值为

$$\{\delta_l\} = \{\mu_k^{(K)}\}, \quad \text{if } k-1 < lK/L \le k, \tag{34}$$

其中，$\{\mu_k^{(K)}\}$ 用于表示长度为 K 的费克特点集合。

证明：请参见附录C。 ■

更具体地说，全部 L 个AAV节点被划分为大小相等的K 组。落入每一组的AAV节点按紧凑共址分布排列，例如形成半波长的虚拟均匀线性阵列

节点间距，从而通过阵列增益提升容量，并且这些 K 组的中心遵循Fekete 点分布。这种基于分组的部署策略可以从空间划分的视角得到直观解释。为获得 K的空间增益，仅需K 个不同的特征模即可支持 K 条空间独立的数据流，其余则为冗余。因此，通过将全部AAV节点组织成 K 个紧凑组，我们已可确保存在K 个不同的特征模。我们还通过数值优化研究了非渐近场景下的非均匀线性阵列设计。

注 4：前述推导揭示了一个有趣~的事实：$\mathbf{G}$ 的最大特征值乘积涉及与时间和空间无关的变量，这意味着渐近最优的 AAV节点部署不随飞行参数变化。这一事实有助于独立设计 AAV 飞行节点部署。

C. 发射预编码设计

给定在 (P1) 中获得的最优 AAV节点部署，可利用 (23) 以闭式确定发射和接收阵列响应向量。接下来，我们转而求解 (P2)。显然，约束 (24c) 是凸的，但由于存在不确定性，其中包含半无限变量。为得到更易处理的表达式，我们应用以下引理将约束 (24c) 转化为线性矩阵不等式。

引理 1（S-过程 [36]）：引入函数$\mathscr{H}_i(\mathbf{x})$，$i\in\{1,2\}$，满足

$$\mathscr{H}_i(\mathbf{x}) \triangleq \mathbf{x}^H\mathbf{A}_i\mathbf{x}+2\mathfrak{Re}\left\{\mathbf{b}_i^H\mathbf{x}\right\}+c_i, \tag{35}$$

其中 $\mathbf{A}_i\in\mathbb{H}^L$、$\mathbf{b}_i\in\mathbb{C}^{L\times 1}$和 $c_i\in\mathbb{R}$。蕴含关系$\mathscr{H}_1(\mathbf{x})\le 0\Rightarrow\mathscr{H}_2(\mathbf{x})\le 0$成立，当且仅当存在变量 $\kappa>0$ 使得

$$\kappa\begin{bmatrix}\mathbf{A}_1 & \mathbf{b}_1\\ \mathbf{b}_1^H & c_1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\mathbf{A}_2 & \mathbf{b}_2\\ \mathbf{b}_2^H & c_2\end{bmatrix}\succeq\mathbf{0}. \tag{36}$$

假设存在一点 $\mathbf{x}^*$，使得 $\mathscr{H}_i(\mathbf{x}^*)<0$。

回顾式 (17) 中的不确定集：

$$\mathscr{H}_1(\Delta\mathbf{h}_{E,q})=\Delta\mathbf{h}_{E,q}^H\Delta\mathbf{h}_{E,q}-\epsilon_{E,q}^2\le 0,\quad\forall q\in\mathcal{Q}. \tag{37}$$

~将 $\mathbf{h}_{E,q}=\mathbf{h}_{E,q}+\Delta\mathbf{h}_{E,q}$ 代入约束 (24c)，可得

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_2(\Delta\mathbf{h}_{E,q})=&\Delta\mathbf{h}_{E,q}^H\left(\frac{\mathbf{U}}{\Gamma_E}\right)\Delta\mathbf{h}_{E,q}\\&+2\mathfrak{Re}\left\{\tilde{\mathbf{h}}_{E,q}^H\left(\frac{\mathbf{U}}{\Gamma_E}\right)\Delta\mathbf{h}_{E,q}\right\}\\&+\tilde{\mathbf{h}}_{E,q}^H\left(\frac{\mathbf{U}}{\Gamma_E}\right)\tilde{\mathbf{h}}_{E,q}-\sigma_E^2,\quad\forall q\in\mathcal{Q},\end{aligned} \tag{38}$$

其中$\mathbf{U}\triangleq\mathbf{u}\mathbf{u}^H$。通过应用引理1并引入辅助变量 $\kappa_q\ge 0$、$\forall q\in\mathcal{Q}$，以使蕴含$\mathscr{H}_2(\Delta\mathbf{h}_{E,q})\le 0$，以下线性矩阵不等式约束应当成立

$$\begin{aligned}&\mathbf{S}_q(\mathbf{U},\kappa_q)\\&=\begin{bmatrix}\kappa_q\mathbf{I}_L & \mathbf{0}_{L\times 1}\\ \mathbf{0}_{L\times 1}^T & -\kappa_q\epsilon_{E,q}^2+\sigma_E^2\end{bmatrix}-\frac{1}{\Gamma_E}\mathbf{\Xi}_q^H\mathbf{U}\mathbf{\Xi}_q\succeq\mathbf{0},\quad\forall q\in\mathcal{Q},\end{aligned} \tag{39}$$

~其中 $\mathbf{\Xi}_q=[\mathbf{I}_L,\mathbf{h}_{E,q}]$。现在，约束 (24c) 仅包含有限个项，因此便于推导最优解。基于此，求解 (P2) 的一种标准方法是将其转换为以下问题

$$\begin{aligned}(\text{P2.1}):\quad&\min_{\{\mathbf{U},\boldsymbol{\kappa}\}}\ \mathrm{Tr}(\mathbf{U}) && \text{(40a)}\\&\text{s.t. }\mathrm{Tr}(\mathbf{\Pi}_k\mathbf{U})\ge\xi_k^2,\quad\forall k\in\mathcal{K}, && \text{(40b)}\\&\quad\mathbf{S}_q(\mathbf{U},\kappa_q)\succeq\mathbf{0},\quad\forall q\in\mathcal{Q}, && \text{(40c)}\\&\quad\mathrm{Tr}\left(\mathbf{E}^{(l)}\mathbf{U}\right)\le P_{\max},\quad\forall l\in\mathcal{L}, && \text{(40d)}\\&\quad\mathrm{Rank}(\mathbf{U})=1,\ \mathbf{U}\succeq\mathbf{0}, && \text{(40e)}\end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{\kappa}\triangleq\{\kappa_q\}_{q\in\mathcal{Q}}$，$\mathbf{\Pi}_k=\mathbf{a}_{A,k}^H\mathbf{a}_{A,k}$，且 $\mathbf{a}_{A,k}$ 是发射阵列响应矩阵的第k行，即$\mathbf{a}_{A,k}=[\mathbf{A}^A]_{k,:}$；$\xi_k$表示 $\boldsymbol{\xi}$中的第 k个元素，且 $\mathbf{E}^{(l)}=\mathbf{e}_l\mathbf{e}_l^H$，其中 $\mathbf{e}_l=[\mathbf{0}_{(l-1)\times 1}^T,1,\mathbf{0}_{(L-l)\times 1}^T]^T\in\mathbb{R}^{L\times 1}$。现在，秩$(\mathbf{U})=1$仍是求解该问题的一大障碍。

通过放宽约束(40e)，得到(P2.1)的秩松弛版本后，所得问题可简化为一个凸半定规划，可使用 SeDuMi [37]高效求解。

需要指出的是，当松弛问题的最优解$\mathbf{U}^*$ 为秩一矩阵时，其主成分即为该优化问题的最优解。然而，由于进行了松弛，通过求解 P2.1 中的半定规划得到的矩阵 $\mathbf{U}^*$通常并非秩一矩阵。此时，Tr($\mathbf{U}^*$)是满足约束所需功率的下界，因为秩约束已被去除。利用随机化[38], [39], ，已有多项研究探索了生成该优化问题良好解的方法，具体如下：

- 在第一种方法中，我们对$\mathbf{U}^*=\mathbf{B}\mathbf{\Sigma}\mathbf{B}^H$ 进行特征分解，并选择候选预编码向量$\mathbf{u}^*$，使得$\mathbf{u}^*=\mathbf{B}\mathbf{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\varsigma}$，其中$\boldsymbol{\varsigma}$在单位球面上均匀分布。无论 $\boldsymbol{\varsigma}$的具体取值如何，这都能确保$\mathbf{u}^{*H}\mathbf{u}^*=\mathrm{Tr}(\mathbf{U}^*)$。
- 在第二种方法中，受 Tseng [38], 的启发，我们选择候选预编码元素$[\ ^*]_i=\sqrt{[\ ^*]_{i\,i}}e^{j\varsigma_i}$ $\{\varsigma_i\}$ $\mathbf{u}\mathbf{U}_{,}$，其中彼此独立且服从 $[0,2\pi)$ 上的均匀分布。这种随机化确保 $|[\mathbf{u}^*]_i|^2=[\mathbf{U}^*]_{i,i_\circ}$
- 第三种方法受到相关二次约束二次规划问题中成功应用的启发 [31], ，使用$\mathbf{u}^*=\mathbf{B}\mathbf{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\varsigma}'$，其中 $\boldsymbol{\varsigma}'$ 是由零均值、单位方差的复圆对称不相关高斯随机变量组成的向量。这确保了 $\mathbb{E}\{\mathbf{u}^*\mathbf{u}^{*H}\}=\mathbf{U}^*$。

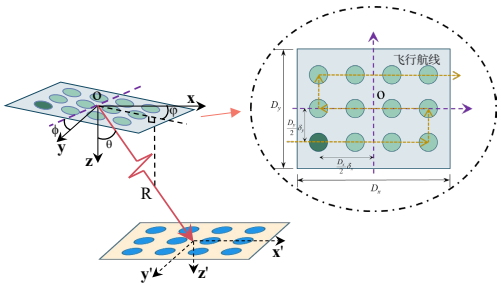


图3. 高维虚拟MIMO通信模型

通过使用$\mathbf{U}^*$生成一组候选预编码向量，并从中选出“最佳”解。

D. 接收波束向量设计

根据阵列处理 [32, 第6章7], ，（P3）的最优解计算为

$$\mathbf{w}^* = \mathbf{R}_y^{-1}\mathbf{A}_G(\mathbf{A}_G^H\mathbf{R}_y^{-1}\mathbf{A}_G)^{-1}\mathbf{1}_{L\times 1}. \tag{41}$$

在实际场景中，协方差矩阵$\mathbf{R}_y$通常无法获得，因此通常改用样本协方差矩阵，其计算为

$$\hat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{X}\sum_{t\in\mathcal{X}}\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t), \tag{42}$$

其中 X为快拍长度，且 $\mathcal{X}\triangleq[1,2,...,X]$。

IV. 一些扩展

在以往的研究中，为了简化模型，采用了线性阵列和理想波束成形等假设。接下来，我们将该方法扩展到更实际的场景，即高维虚拟阵列和鲁棒接收波束成形。

A. 高维虚拟MIMO系统

移动式AAV能够轻松构建多维虚拟发射阵列，从而实现合成孔径波束成形，具有更高的方向灵活性和更强的功率集中能力。

实际上，二维平面阵列（2D）可将每个轴视为一个线性阵列。具体而言，由单天线移动式AAV排列而成的虚拟非均匀平面阵列（NUPA）由 L 个飞行节点组成，即 $L = L_x \times L_y$，其孔径尺寸为 D_x 和 D_y。虚拟NUPA相对于中心沿两个轴的归一化间距向量分别表示为 $\boldsymbol{\delta}_x = \{\delta_{x,l_x}\} \in \mathbb{R}^{L_x\times 1}$ 和 $\boldsymbol{\delta}_y = \{\delta_{y,l_y}\} \in \mathbb{R}^{L_y\times 1}$，即 $l_x \in \mathcal{L}_x \triangleq [1,2,...,L_x]$ 和 $l_y \in \mathcal{L}_y \triangleq [1,2,...,L_y]$。基站配备了一个由 N个阵元组成的均匀平面阵列（UPA），即 $N = N_x \times N_y$。如图3所示，利用三维几何坐标建立远场视距MIMO信道。原点设在虚拟NUPA的中心。 x轴和 y轴分别与地面UPA的列向阵元和行向阵元对齐，而 z轴朝向地面。旋转偏移 ϕ 绕 z轴发生。随后，确定每个发射AAV节点和接收阵元的坐标如下

$$\begin{cases} x_{A,l_x,l_y} = \frac{D_x\delta_{x,l_x}\cos\phi - D_y\delta_{y,l_y}\sin\phi}{2}, \\ y_{A,l_x,l_y} = \frac{D_x\delta_{x,l_x}\sin\phi + D_y\delta_{y,l_y}\cos\phi}{2}, \\ z_{A,l_x,l_y} = 0, \end{cases} \tag{43}$$

and

$$\begin{cases} x_{G,n_x,n_y} = \frac{2n_x-1-N_x}{2}d_x + R\sin\theta\cos\varphi, \\ y_{G,n_x,n_y} = \frac{2n_y-1-N_y}{2}d_y + R\sin\theta\sin\varphi, \\ z_{G,n_x,n_y} = R\cos\theta, \end{cases} \tag{44}$$

其中， d_x 和 d_y 分别表示UPA的阵元间距，$n_x \in \mathcal{N}_x \triangleq [1,2,...,N_x]$，且 $n_y \in \mathcal{N}_y \triangleq [1,2,...,N_y]$。

与上一节类似，我们可以根据坐标求得无线电波传播范围，并进一步计算等效MIMO信道矩阵。按照与虚拟发射线阵类似的推导，我们可以证明，最优的高维AAV节点部署遵循二维Fekete分布 [40]。

接下来，基于给定的高维AAV节点部署，我们构建一个安全通信发射功率最小化问题，并利用LCMV技术进行干扰抑制。

B. 鲁棒自适应波束形成设计

由于AAV不可避免地会受到风致机体抖动和航线偏差的影响，且定位模块因精度有限而引入测量误差，因此传输链路的性能会下降。鉴于此，我们研究一种鲁棒自适应波束形成方法，以提升性能。

根据有界位置误差模型，接收信道可表示为

$$\mathbf{a}_{G,k} = \tilde{\mathbf{a}}_{G,k} + \Delta\mathbf{a}_{G,k}, \quad \forall k\in\mathcal{K}, \tag{45}$$

$$\mathcal{A}_k = \left\{\Delta\mathbf{a}_{G,k}\in\mathbb{C}^{N\times 1} : \Delta\mathbf{a}_{G,k}^H\Delta\mathbf{a}_{G,k} \le \epsilon_{G,k}^2\right\}, \quad \forall k\in\mathcal{K}, \tag{46}$$

其中 $\mathbf{a}_{G,\,k} = [\mathbf{A}^G]_{:,\,k}$ 是接收阵列响应矩阵的第 k 列，$\tilde{\mathbf{a}}_{G,\,k}$ 和 $\Delta\mathbf{a}_{G,\,k}$ 分别表示对应的信道估计和不确定性，而 $\mathcal{A}_k$ 表示不确定集。于是，鲁棒自适应波束成形问题（P3）可改写为

$$(\text{P3.1}): \quad \min_{\mathbf{w}} \ \mathbf{w}^H\mathbf{R}_y\mathbf{w} \tag{47a}$$

$$\text{s.t.} \ \min_{\Delta\mathbf{a}_{G,k}\in\mathcal{A}_k} |\mathbf{w}^H\mathbf{a}_{G,k}| \ge 1, \quad \forall k\in\mathcal{K}. \tag{47b}$$

采用最坏情况信干噪比（SJNR）最大化方法 [41], ，(P3.1) 等价于以下最大最小公平问题

$$(\text{P3.2}): \quad \max_{\mathbf{w}} \min_{k\in\mathcal{K}} \min_{\{\Delta\mathbf{a}_{G,k}\in\mathcal{A}_k\}} \frac{|\mathbf{w}^H\mathbf{a}_{G,k}|^2}{\mathbf{w}^H\mathbf{R}_y\mathbf{w}}. \tag{48}$$

为求解 (P3.2)，将不确定性范围内最坏情况（最小）的接收 SJNR 定义为

$$\eta_k = \frac{\min\limits_{\{\Delta\mathbf{a}_{G,k}\in\mathcal{A}_k\}} |\mathbf{w}^H\mathbf{a}_{G,k}|^2}{\mathbf{w}^H\mathbf{R}_y\mathbf{w}}, \tag{49}$$

通过引入辅助变量 $\varpi = \min\limits_{k\in\mathcal{K}} \{\eta_k\} \in \mathbb{R}^+$，鲁棒最大-最小公平问题 (P3.2) 可等价地表示为

$$(\text{P3.3}): \quad \max_{\mathbf{w}} \ \varpi \tag{50a}$$

$$\text{s.t. } \eta_k \geq \varpi, \quad \forall k \in \mathcal{K}. \tag{50b}$$

同样地，我们利用 S-过程将非凸约束替换为易于处理的凸确定性约束，从而便于求解该问题。

V. 仿真结果

本节在不同参数设置下展示仿真结果，以评估所提 AAV 通信方案的性能。除非另有说明，系统参数设置如下：一架 AAV 被派遣为地面基站提供通信服务，地面基站坐标为 (−22 m,127 m,75 m)；同时存在 $Q = 2$ 个窃听者，其坐标分别为 (−95 m,88 m, 75 m) 和 (104 m,78 m,75 m)。载波频率为 f_c =1 GHz。AAV 的最大发射功率为$P_{\max} = 0$dBm。为简单起见，我们假设基站和窃听者接收的热噪声均为单位值，即 $10\lg(\sigma_G^2) = 10\lg(\sigma_{E,q}^2) = -100$ dBm [42]。为确保安全通信，将窃听者可容忍的最大信噪比设为 $\Gamma_E = 0$dB。与传统的单天线全向传输相比，所提出的合成孔径波束成形具有指向性，因此直观上能够提供空间安全。对于阵列单元部署和预编码设计，我们将所提方案与传统的均匀线性阵列（ULA）和迫零（ZF）预编码方案进行了比较 [43]。

在图 4 中，我们展示了两种方法的系统信道容量随发射功率的变化。通常，在 $L = 16$ 和 $N = 32$ 的情况下，可以观察到，随着期望接收信噪比的变化，ZF-ULA方案与所提方案的曲线斜率存在明显差异，尤其是在高信噪比区域。这表明所提方案具有更优的信道容量增益。这一改进源于 NULA 能够最大化信道增益矩阵特征值的乘积，并控制接收信噪比。此外，增大虚拟阵列的孔径尺寸能够提升传输能力。图 4 中的结果与式 (26) 一致。也就是说，信道增益矩阵的特征值与旋转偏移量成反比。因此，较大的旋转偏移量

导致实际信道容量降低。这是因为实际信道容量对应于投影后的等效阵列孔径。

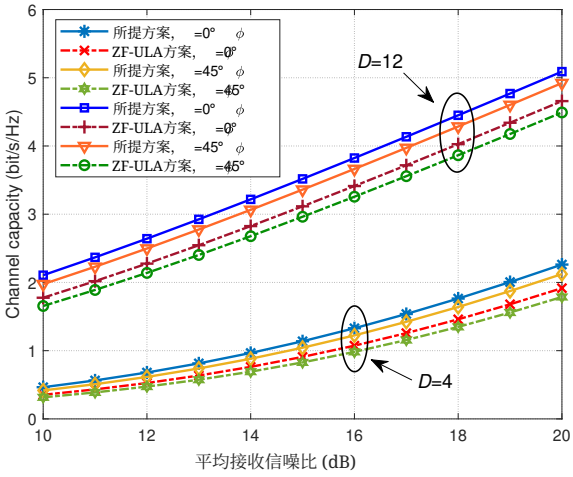
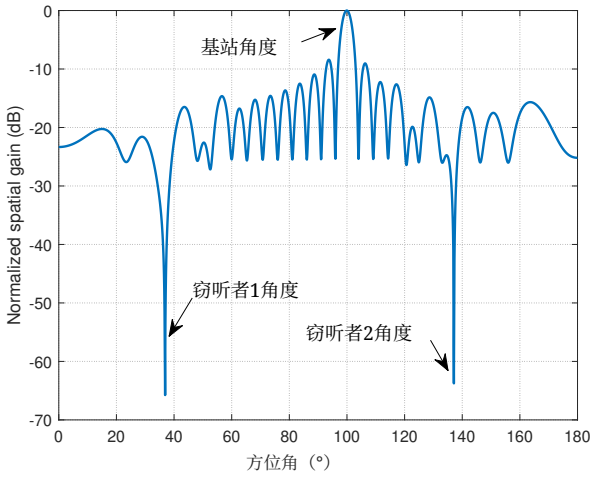


图4. 不同孔径尺寸和旋转偏移下，信道容量与平均接收信噪比的关系。

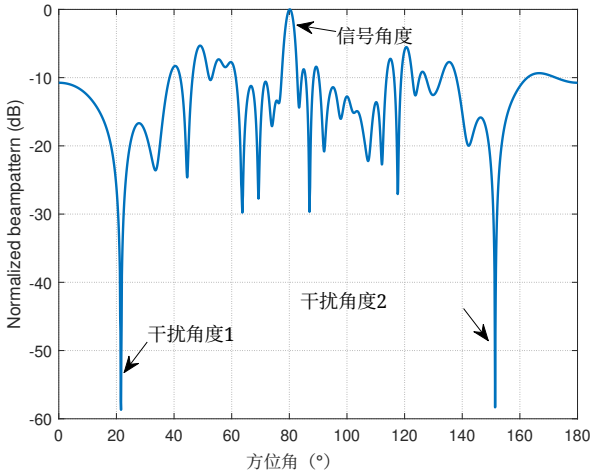
另一方面，较大的旋转偏移会带来更强烈的动态扰乱，从而降低信号被截获的可能性，但也会降低信道容量。结果还表明，即使在非渐近场景下（即 ω 为有限值），采用所提出的优化非均匀线性阵列设计也能获得更高的信道增益。

在下一次仿真中，我们基于基站和窃听者的坐标，描绘了所提方案的典型所得波束响应。我们选取 $L = 24$ 和 $N = 32$。具体而言，我们在图5（a）中绘制了归一化发射空间增益，在图5（b）中绘制了归一化接收波束图。从图5（a）可以总体观察到，在基站的方位角处合成了一个尖锐的空间增益峰值，从而为AAV至基站链路提供了服务质量保障。此外，沿其他方位角的空间增益很差，尤其是沿窃听者的方位角，从而有效防止了窃听。该性能增益源于我们的合成孔径波束成形设计和最小发射功率准则。从图5（b）可以看出，在干扰的方位角处形成了两个深零陷，而沿期望角度的响应保持为零。这些结果证实了有效的干扰抑制，同时在信号到达角方向保持了无失真响应。

为展示能效波束成形设计的特性，图6列出了不同孔径尺寸和平均接收信噪比下的发射功率消耗。可以观察到，随着部署的AAV节点增多，功耗会降低。这主要是因为更多AAV节点能够提升阵列的阵列信号处理能力。此外，与传统ZF-ULA设计相比，我们的所提方案功耗更低。这是预期之中的，因为经过精心设计的AAV节点部署只需较低的接收功率即可满足



(a)



(b)

图5. 所提方法在方位角维度上的合成波束响应。(a) 发射空间增益。(b) 接收波束图。

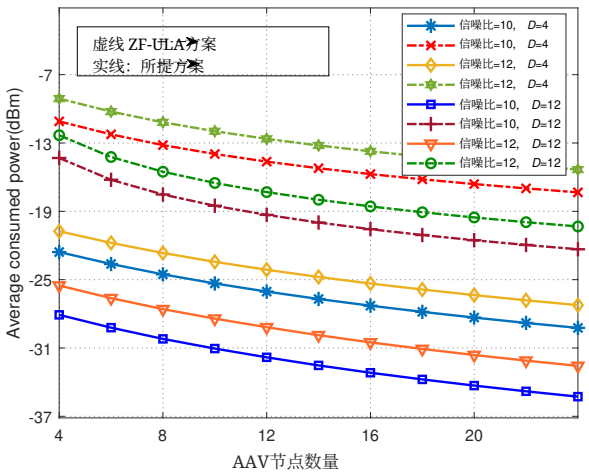


图6. 不同孔径尺寸和平均接收信噪比下，平均功耗随AAV节点数量的变化。

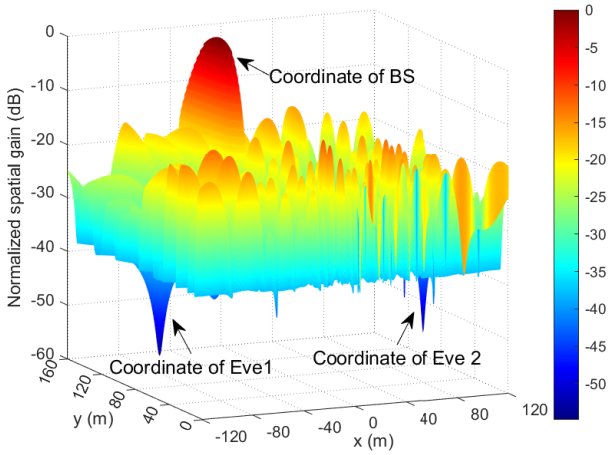


图7. 所提虚拟NUPA合成方法的发射空间增益分布。

所需信噪比，而预编码设计则能最大限度地降低发射功率消耗。此外，虚拟阵列的孔径尺寸越大，所需的接收信噪比越低，发射功率消耗也越少。需要指出的是，在满足接收要求的同时，较低的发射功率能够减少信息泄漏，从而增强安全性。

我们进一步展示了所提虚拟NUPA综合方法在 $L = 6 \times 6$、$N = 8{\times}8$ 和 $D = 4{\times}4$ 处的辐射方向图，如图7所示。可以看到，在基站坐标附近合成了一个尖锐的空间增益峰，同时在其他位置保持均匀较低的空间增益，尤其是在窃听者所在的坐标处。也就是说，即使窃听者能够正确采样并进行合并，沿旁瓣方向的信号功率仍然极低，从而有效实现低检测概率安全传输。结果证实，所提方案兼具确保可靠空地传输和有效防止截获的能力。

在最后一个场景中，我们量化了不同信道不确定性水平下平均输出信号干扰噪声比随接收信噪比的变化情况，如图8所示，其中也给出了理论上界。正如预期，非鲁棒方法在存在不确定性时无法达到最优性能，而所提鲁棒方法的平均输出信号干扰噪声比高于非鲁棒方法。此外，在接收信噪比较低时，平均输出信号干扰噪声比迅速上升；随着接收信噪比增大，其上升速度逐渐放缓。

VI. 结论

本文研究了面向混合窃听的AAV使能安全通信问题。在该问题中，由于AAV的载荷与功率限制，传统方法可能无法提供令人满意的性能。为解决这一问题，我们研究了一种合成

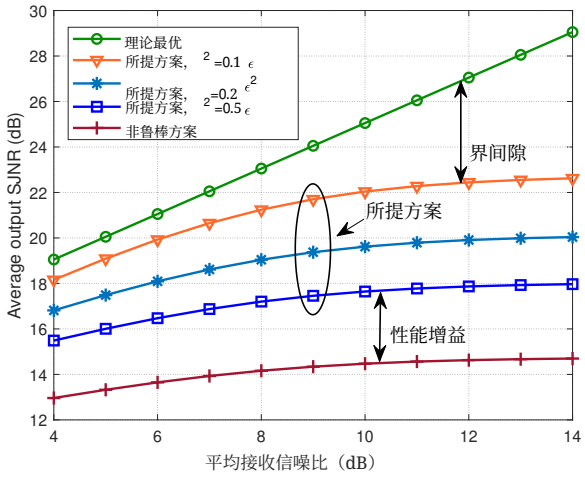


图8. 不同信道不确定性水平下平均输出信号干扰噪声比随接收信噪比的变化。

孔径波束成形设计方法，该方法由单天线移动AAV构成。具体而言，我们将虚拟阵列部署、传输符号策略、发射预编码与接收波束成形的设计相结合，以最大化系统信道容量。通过对所考虑问题的若干洞见，该优化问题可被分解为两个独立问题。对于AAV节点部署，我们渐近分析了信道特征值的表达式，并证明最优虚拟非均匀线阵部署服从Fekete点分布。随后，研究了一种用于最小化发射功率的节能方法，以在满足基站的服务质量、窃听者的泄漏容限以及每节点发射功率约束的条件下获得最优预编码。接着，采用线性约束最小方差法设计接收波束成形以抑制干扰。此外，我们揭示所提方案可扩展至高维阵列与鲁棒自适应波束成形。最后，大量仿真证实了AAV使能通信在性能提升方面的优越性。所提方案在不久的将来具有广阔的应用前景。由单天线移动AAV构建以实现合成孔径波束成形的虚拟天线阵列，代表了一项新兴技术。本研究为灵活通信开辟了途径，显著增强了性能能力与覆盖范围。潜在应用场景包括应急通信、偏远地区覆盖以及军事应用。受篇幅限制，本文留下了若干有趣的挑战。值得注意的是，严格同步、不确定影响以及计算复杂度，均为推进应用的启发性工作。

附录A 定理1的证明

回顾式（8）并进行泰勒展开，可得

$$\begin{aligned}\tilde{h}_{n,l} &= e^{j\omega\frac{(2n-1-N)}{N}\delta_l\cos\phi}, \\ &= \sum_{\upsilon=0}^{\infty}\frac{[j\omega\delta_l\cos\phi(2n-1-N)/N]^{\upsilon}}{\upsilon!}.\end{aligned} \tag{51}$$

˜基于(51)中的推导，$\mathbf{H}$ 可以分解为

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{D}_G\mathbf{\Lambda}\mathbf{D}_A^T, \tag{52}$$

其中 $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, ...)$是一个 $\infty\times\infty$ 对角矩阵，其元素为 $\alpha_\upsilon = (j\omega\cos\phi)^{\upsilon-1}/(\upsilon-1)!$ $\upsilon \in [1, 2, ...]$，$\mathbf{D}_A \in\mathbb{R}^{L\times\infty}$ 和$\mathbf{D}_G \in \mathbb{R}^{N\times\infty}$ 是涉及阵元部署的范德蒙德矩阵，它们满足

$$\mathbf{D}_A = \begin{pmatrix} 1 & \delta_1 & \delta_1^2 & \cdots \\ 1 & \delta_2 & \delta_2^2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 1 & \delta_L & \delta_L^2 & \cdots \end{pmatrix}_{L\times\infty}, \tag{53}$$

and

$$\mathbf{D}_G = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-N}{N} & \left(\frac{1-N}{N}\right)^2 & \cdots \\ 1 & \frac{3-N}{N} & \left(\frac{3-N}{N}\right)^2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 1 & \frac{N-1}{N} & \left(\frac{N-1}{N}\right)^2 & \cdots \end{pmatrix}_{N\times\infty}. \tag{54}$$

为便于推导，对矩阵D_G、 $\mathbf{\Lambda}$和D_A 进行分块分解，分别表示为D_G =(D_G,1, D_G,2,...)、 $\mathbf{\Lambda}$ = diag($\mathbf{\Lambda}_1$, $\mathbf{\Lambda}_2$,...)和 D_A =(D_A,1, D_A,2, ...)，其中$\mathrm{D}_{G,\ i} \in \mathbb{R}^{N\times N}$、 $\mathbf{\Lambda}_i \in \mathbb{C}^{N\times N}$和$\mathrm{D}_{A,\ i} \in \mathbb{R}^{L\times N}$ 分别是D_G、 $\mathbf{\Lambda}$和D_A、$\forall i$的第 i个子矩阵。因此，(52)变为

$$\tilde{\mathbf{H}} = \sum_{i=1}^{\infty}\tilde{\mathbf{H}}_i, \tag{55}$$

其中 $\tilde{\mathbf{H}}_i = \mathbf{D}_{G,\ i}\mathbf{\Lambda}_i\mathbf{D}_{A,\ i}^T, \forall i$。随后选取主子矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_1$ 进行近似分析。定义 $\tilde{\mathbf{G}}_1 \triangleq \tilde{\mathbf{H}}_1^H\tilde{\mathbf{H}}_1$，其特征值为 $\tilde{\lambda}_l$，我们推导得

$$\begin{aligned}&\lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\prod_{l\in\mathcal{L}}\tilde{\lambda}_l\right)}{\ln(\omega\cos\phi)} \\ &= \lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\det(\tilde{\mathbf{G}}_1)\right)}{\ln(\omega\cos\phi)} \\ &= \lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\det(\mathbf{D}_{G,1}\mathbf{\Lambda}_1\mathbf{D}_{A,1}^T\mathbf{D}_{A,1}\mathbf{\Lambda}_1^H\mathbf{D}_{G,1}^T)\right)}{\ln(\omega\cos\phi)} \\ &= \lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\det(\mathbf{D}_{G,1}\mathbf{D}_{G,1}^T)\det(\mathbf{\Lambda}_1)\det(\mathbf{D}_{A,1}^T\mathbf{D}_{A,1})\det(\mathbf{\Lambda}_1^H)\right)}{\ln(\omega\cos\phi)} \\ &= \lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\det(\mathbf{D}_{G,1}^T\mathbf{D}_{G,1}\mathbf{D}_{A,1}^T\mathbf{D}_{A,1})\frac{(\omega\cos\phi)^{L(L-1)}}{\left[\prod_{l\in\mathcal{L}}(l-1)!\right]^2}\right)}{\ln(\omega\cos\phi)} \\ &= L(L-1).\end{aligned} \tag{56}$$

我们采用范德蒙德矩阵 $\mathbf{D}_{A,\ 1}$ 的 QR 分解（也称 QR 因子分解），如下所示:

$$\mathbf{D}_{A,1}=\mathbf{Q}_{A,1}\mathbf{R}_{A,1}, \tag{57}$$

其中 $\mathbf{Q}_{A,\ 1}\in\mathbb{R}^{L\times L}$ 和 $\mathbf{R}_{A,\ 1}\in\mathbb{R}^{L\times N}$ 分别为酉上三角矩阵。我们构造一个~矩阵，其特征值与$\mathbf{G}_1$ 相同，如

$$\hat{\mathbf{G}}\triangleq\mathbf{Q}_{A,1}^T\tilde{\mathbf{G}}_1\mathbf{Q}_{A,1}=\mathbf{R}_{A,1}\mathbf{\Lambda}_1^H\mathbf{D}_{G,1}^T\mathbf{D}_{G,1}\mathbf{\Lambda}_1\mathbf{R}_{A,1}^T. \tag{58}$$

^$\mathbf{G}$的第 l个对角元素记为 g_l，由此可得 [44]

$$\lim_{\omega\to0}\frac{\ln g_l}{\ln(\omega\cos\phi)}=2(l-1),\quad\forall l\in\mathcal{L}. \tag{59}$$

由于 $\omega\to0$，ln($\omega\cos\phi$)趋于 $-\infty$，因此 λ_l 的~界斜率满足

$$\begin{aligned}\lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\tilde{\lambda}_l\right)}{\ln(\omega\cos\phi)}&\geq\lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\sum_{i\in\mathcal{L}}\tilde{\lambda}_i\right)}{\ln(\omega\cos\phi)}\\&\overset{(a)}{\geq}\lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\sum_{i\in\mathcal{L}}g_i\right)}{\ln(\omega\cos\phi)}\\&=2(l-1),\end{aligned} \tag{60}$$

其中，不等式（a）由厄米矩阵主序关系 [45, Co. 4.3.34.]得出。因此，进一步可得

$$\begin{aligned}\lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\prod_{l\in\mathcal{L}}\tilde{\lambda}_l\right)}{\ln(\omega\cos\phi)}&=\lim_{\omega\to0}\sum_{l\in\mathcal{L}}\frac{\ln\left(\tilde{\lambda}_l\right)}{\ln(\omega\cos\phi)}\\&\geq\sum_{l\in\mathcal{L}}2(l-1)\\&=L(L-1).\end{aligned} \tag{61}$$

回顾式（56），可知式（60）和（61）中的等号成立，即

$$\lim_{\omega\to0}\frac{\ln\left(\tilde{\lambda}_l\right)}{\ln(\omega\cos\phi)}=2(l-1),\quad\forall l\in\mathcal{L}. \tag{62}$$

~实际上，$\mathbf{H}$ 可视为对~$\mathbf{H}_1$ 的扰动（参见式（55））。应用Weyl扰动定理 [46], [47], 可得

$$|\sqrt{\lambda_l}-\sqrt{\tilde{\lambda}_l}|\leq\|\sum_{i=2}^{\infty}\tilde{\mathbf{H}}_i\|_2. \tag{63}$$

将 ~$\mathbf{H}_i=\mathbf{D}_{G,i}\mathbf{\Lambda}_i\mathbf{D}_{A,i}^T$ 代入(63)的右侧，我们得到

$$\begin{aligned}&\lim_{\omega\to0}\frac{\|\sum_{i=2}^{\infty}\tilde{\mathbf{H}}_i\|_2}{(\omega\cos\phi)^{L-1}}\\&\overset{(b)}{\leq}\lim_{\omega\to0}\frac{\sum_{i=2}^{\infty}\|\mathbf{D}_{G,i}\|_2\cdot\|\mathbf{\Lambda}_i\|_2\cdot\|\mathbf{D}_{A,i}^T\|_2}{(\omega\cos\phi)^{L-1}}\\&\overset{(c)}{=}\lim_{\omega\to0}\frac{\sum_{i=2}^{\infty}\|\mathbf{D}_{G,i}\|_2\cdot\frac{(\omega\cos\phi)^{L(l-1)}}{[L(l-1)]!}\cdot\|\mathbf{D}_{A,i}^T\|_2}{(\omega\cos\phi)^{L-1}}=0,\end{aligned} \tag{64}$$

其中不等式(b)由三角不等式得到，等式(c)成立基于矩阵的谱范数是其最大奇异值这一事实 [45,定理5.6]。利用(63)和(64)，我们得到

$$\begin{aligned}&\lim_{\omega\to0}\left|\sqrt{\frac{\lambda_l}{(\omega\cos\phi)^{2(l-1)}}}-\sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_l}{(\omega\cos\phi)^{2(l-1)}}}\right|\\&\leq\lim_{\omega\to0}\frac{\|\sum_{i=2}^{\infty}\tilde{\mathbf{H}}_i\|_2}{(\omega\cos\phi)^{L-1}}=0,\end{aligned} \tag{65}$$

~这表明，λ_l 等于 λ_l 加上高阶无穷小项（$\omega\cos\phi$）$^{2(l-1)}$。因此，我们有

$$\lim_{\omega\to0}\frac{\ln(\lambda_l)}{\ln(\omega\cos\phi)}=\lim_{\omega\to0}\frac{\ln(\tilde{\lambda}_l)}{\ln(\omega\cos\phi)}=2(l-1),\quad\forall l\in\mathcal{L}. \tag{66}$$

~记 $\{\boldsymbol{\chi}_l\}_{l\in\mathcal{L}}$ 为$\mathbf{G}$ 对应于特征值 $\{\lambda_l\}_{l\in\mathcal{L}}$的特征向量。定义

$$\bar{\boldsymbol{\chi}}_l\triangleq\lim_{\omega\to0}\boldsymbol{\chi}_l,\quad\forall l\in\mathcal{L}, \tag{67}$$

它是张成 L 维空间的一组基。也就是说，$\mathbf{Q}_{A,1}$ 的每一列都是域 $\{\beta_{l,i}\}$上的向量空间 $\{\bar{\boldsymbol{\chi}}_l\}$ 中向量的线性组合，即:

$$\mathbf{q}_{A,l}=\sum\beta_{l,i}\bar{\boldsymbol{\chi}}_i,\quad\forall l\in\mathcal{L}, \tag{68}$$

其中，线性系数满足$\sum_{i\in\mathcal{L}}^{i\in\mathcal{L}}\beta_{l,i}^2=1,\forall l$。

接下来，我们用反证法证明，矩阵~$\mathbf{G}$ 对应于 $\{\lambda_l\}$ 的特征向量 $\{\bar{\boldsymbol{\chi}}_l\}$ 收敛于$\mathbf{Q}_{A,1}$ 的第 l列。从 $l=L$出发，假设$\mathbf{q}_{A,L}\neq\bar{\boldsymbol{\chi}}_L$，因为 $\omega\to0$。那么，当$\beta_{L,L}\neq1$ 时，存在索引 i^*($i^*<L$)使得$\beta_{L,i^*}\neq0$，于是我们有

$$\begin{aligned}\lim_{\omega\to0}g_L&=\lim_{\omega\to0}\mathbf{q}_{A,L}^T\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{q}_{A,L}\\&=\lim_{\omega\to0}\left(\sum_{i\in\mathcal{L}}\beta_{L,i}\bar{\boldsymbol{\chi}}_i\right)^T\tilde{\mathbf{G}}\left(\sum_{i\in\mathcal{L}}\beta_{L,i}\bar{\boldsymbol{\chi}}_i\right)\\&=\lim_{\omega\to0}\sum_{i\in\mathcal{L}}\beta_{L,i}^2\bar{\boldsymbol{\chi}}_i^T\tilde{\mathbf{G}}\bar{\boldsymbol{\chi}}_i\\&=\lim_{\omega\to0}\sum_{i\in\mathcal{L}}\beta_{L,i}^2\lambda_i\geq\beta_{L,i^*}^2\lambda_{i^*}.\end{aligned} \tag{69}$$

结合这一点和式（66）的结果，我们得到

$$\lim_{\omega\to0}\frac{\ln(g_L)}{\ln(\omega\cos\phi)}\leq\lim_{\omega\to0}\frac{\ln(\beta_{M,i^*}^2\lambda_{i^*})}{\ln(\omega\cos\phi)}=2(i^*-1)<2(L-1). \tag{70}$$

具体而言，式（70）与式（59）的结果相矛盾，表明先前假设无效。现在我们可以得到~$\mathbf{q}_{A,\ L}=\boldsymbol{\chi}_L$。

然后，我们递归推导至 $l=L-1$。基于$\boldsymbol{q}_{A,L}=\bar{\boldsymbol{\chi}}_L$ 和 $\bar{\boldsymbol{\chi}}_L\perp\bar{\boldsymbol{\chi}}_{L-1}$，我们断言$\beta_{M-1,M}=0$。类似地，假设$\mathbf{q}_{A,L-1}\neq\bar{\boldsymbol{\chi}}_{L-1}$，我们得到

$$\lim_{\omega\to0}\frac{\ln(\lambda_{L-1})}{\ln(\omega\cos\phi)}<2(L-2), \tag{71}$$

这再次与(59)中的结果不一致。通过运用递归论证，我们可以推导

$$\mathbf{q}_{A,l} = \bar{\boldsymbol{\chi}}_l, \quad \forall l \in \mathcal{L}. \tag{72}$$

上述推导证明，$\mathbf{H}$ 的右奇异向量˜收敛至 $\{\mathbf{q}_{A,l}\}_{l\in\mathcal{L}}$，当 $\omega \to 0$时。同理，$\mathbf{H}$ 的左奇异向量˜收敛至 $\{\mathbf{q}_{G,l}\}_{l\in\mathcal{L}}$，即$\mathbf{Q}_{G,1}$的第 l列。于是有

$$\lim_{\omega\to 0} \frac{\lambda_l}{(\omega\cos\phi)^{2(l-1)}} = \lim_{\omega\to 0} \frac{\left|\mathbf{q}_{G,l}^T \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{q}_{A,l}\right|^2}{(\omega\cos\phi)^{2(l-1)}}. \tag{73}$$

接下来，对$\mathbf{D}_G$ 和$\mathbf{D}_A$ 进行QR分解，得到

$$\begin{cases} \mathbf{D}_G = \mathbf{Q}_G \mathbf{R}_G, \\ \mathbf{D}_A = \mathbf{Q}_A \mathbf{R}_A, \end{cases} \tag{74}$$

其中，$\mathbf{Q}_A \in \mathbb{R}^{L\times L}$ 和$\mathbf{Q}_G \in \mathbb{R}^{N\times N}$ 为酉矩阵，$\mathbf{R}_A \in \mathbb{R}^{L\times\infty}$ 和$\mathbf{R}_G \in \mathbb{R}^{N\times\infty}$ 为上三角矩阵。令$r_{A,(l,n)}$ 和 $r_{G,(l,n)}$ 分别表示$\mathbf{R}_A$ 和$\mathbf{R}_G$中的第（l,n）个元素。因此，结合式（52）、（73）和（74），可得

$$\begin{aligned}
&\lim_{\omega\to 0} \frac{\lambda_l}{(\omega\cos\phi)^{2(l-1)}} \\
&= \lim_{\omega\to 0} \frac{\left|\mathbf{q}_{G,l}^T \mathbf{D}_G \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{D}_A^T \mathbf{q}_{A,l}\right|^2}{(\omega\cos\phi)^{2(l-1)}}. \\
&= \lim_{\omega\to 0} \left| \frac{\mathbf{q}_{G,l}^T \mathbf{Q}_G \mathbf{R}_G \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{R}_A^T \mathbf{Q}_A^T \mathbf{q}_{A,l}}{(\omega\cos\phi)^{l-1}} \right|^2 \\
&= \lim_{\omega\to 0} \left| \frac{\sum_{n=l}^{\infty} r_{G,(l,n)} \frac{(j\omega\cos\phi)^{n-1}}{(n-1)!} r_{A,(l,n)}}{(\omega\cos\phi)^{l-1}} \right|^2 \\
&= \left[\frac{r_{G,l} r_{A,l}}{(l-1)!}\right]^2,
\end{aligned} \tag{75}$$

其中，$r_{G,l} = r_{G,(l,l)}$ 和$r_{A,l} = r_{A,(l,l)}$ 分别表示对角元素，证明完毕。

附录B 定理2的证明

根据QR分解的特性，我们知道$r_{A,\,1}$ 是一个长度为 L 的全1向量，如$k = 1$所示。接下来，我们重点计算 $k > 1$。用$\mathbf{D}_{A,\,(k)}$ 表示式（53）中范德蒙德矩阵$\mathbf{D}_A$ 的前 k 列。结合式（74），可得

$$\begin{aligned}
\det(\mathbf{D}_{A,(k)}^T \mathbf{D}_{A,(k)}) &= \det(\mathbf{R}_{A,(k)}^T \mathbf{Q}_A^T \mathbf{Q}_A \mathbf{R}_{A,(k)}) \\
&= \det(\mathbf{R}_{A,(k)}^T \mathbf{R}_{A,(k)}) \\
&\overset{(c)}{=} \prod_{i=1}^{k} r_{A,i}^2,
\end{aligned} \tag{76}$$

其中，等式（c）是利用三角矩阵的行列式等于对角元素乘积这一性质建立的。因此可得

$$r_{A,k}^2 = \frac{\prod_{i=1}^{k} r_{A,i}^2}{\prod_{i=1}^{k-1} r_{A,i}^2} = \frac{\det(\mathbf{D}_{A,(k)}^T \mathbf{D}_{A,(k)})}{\det(\mathbf{D}_{A,(k-1)}^T \mathbf{D}_{A,(k-1)})}. \tag{77}$$

根据柯西-比内公式 [48], ，我们得到

$$\det(\mathbf{D}_{A,(K)}^T \mathbf{D}_{A,(K)}) = \sum_{\mathcal{C}_K} \det(\mathbf{D}_{A,[\mathcal{C}_K]}^T) \det(\mathbf{D}_{A,[\mathcal{C}_K]}), \tag{78}$$

其中$\mathbf{D}_{A,[\mathcal{C}_K]}$ 表示一个 $K\times K$ 子矩阵，其各行是$\mathbf{D}_{A,(K)}$ 中索引属于集合 $\mathcal{C}_K$的那些行。由于$\mathbf{D}_{A,[\mathcal{C}_K]}$ 是范德蒙德矩阵，其行列式可计算为

$$\det(\mathbf{D}_{A,[\mathcal{C}_K]}) = \prod_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_K} (\delta_j - \delta_i). \tag{79}$$

因此，将(79)代入(78)和(77)，即可完成证明。

附录C 推论1的证明

我们引入与费克特点相关的伴随基本（或基数）拉格朗日插值多项式如下

$$L_k(x) = \prod_{i\neq k} \frac{x - \mu_i}{\mu_k - \mu_i}. \tag{80}$$

任意次数小于 K 的多项式函数均可写为

$$\mathscr{L}(x) = \sum_{k\in\mathcal{K}} L_k(x) \mathscr{L}(\mu_k). \tag{81}$$

因此，$\mathbf{D}_{A,(K)}$ 中的每个元素都可以表示为

$$\delta_l^s = \sum_{k\in\mathcal{K}} L_k(\delta_l) \mu_k^s. \tag{82}$$

接下来，我们可以将$\mathbf{D}_{A,(K)}$ 写成更紧凑的形式:

$$\mathbf{D}_{A,(K)} = \boldsymbol{\Psi}\mathbf{Z}, \tag{83}$$

其中 $\boldsymbol{\Psi} = \{L_k(\delta_l)\}_{l\in\mathcal{L},\ k\in\mathcal{K}}$，且 $\mathbf{Z}$ 是一个由费克特点 $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1,\ \mu_2,\ \ldots,\ \mu_K)$确定的 K 维范德蒙德矩阵。这样，(P1.2) 可改写为矩阵形式，即:

$$\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{\mathcal{C}_K} \prod_{\{i<j\}\in\mathcal{C}_K} (\delta_j - \delta_i)^2 = \det(\mathbf{D}_{A,(K)}^T \mathbf{D}_{A,(K)}). \tag{84}$$

然后，将 (83) 代入 (84)，得到

$$\begin{aligned}
&\det(\mathbf{D}_{A,(K)}^T\mathbf{D}_{A,(K)})\\
&=\det\left((\mathbf{\Psi Z})^T(\mathbf{\Psi Z})\right)\\
&=\det\left(\mathbf{Z}^T\mathbf{\Psi}^T\mathbf{\Psi Z}\right)\\
&\overset{(d)}{=}\det(\mathbf{Z}^T)\det(\mathbf{\Psi}^T\mathbf{\Psi})\det(\mathbf{Z})\\
&=\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}^2(\boldsymbol{\mu})\det(\mathbf{\Psi}^T\mathbf{\Psi})\\
&\overset{(e)}{\leq}\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}^2(\boldsymbol{\mu})\prod_{k\in\mathcal{K}}\left(\sum_{l\in\mathcal{L}}L_k^2(\delta_l)\right)\\
&\overset{(f)}{\leq}\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}^2(\boldsymbol{\mu})\left(\frac{1}{K}\sum_{k\in\mathcal{K}}\sum_{l\in\mathcal{L}}L_k^2(\delta_l)\right)^K,
\end{aligned}\tag{85}$$

其中，等式（d）成立，是因为矩阵 $\mathbf{\Psi}$ 和 $\mathbf{Z}$均可逆；根据 Hadamard不等式 [49], ，不等式（e）成立；而根据算术-几何平均不等式 [50], 可以推出不等式（f）。

回顾多项式的一个更强不等式，即

$$\max_{x\in[-1,1]}\sum_{k\in\mathcal{K}}L_k(x)=1.\tag{86}$$

当变量取为 Fekete-Gauss-Lobatto点[34, LM. 2.1.]时，可达到最优性。将（86）代入（85），得到如下上界：

$$\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}(\boldsymbol{\delta})\leq\mathscr{D}_{\mathcal{C}_K}^2(\boldsymbol{\mu})\left(\frac{L}{K}\right)^K.\tag{87}$$

证明至此完成。

参考文献

[1] Z. Xiao, L. Zhu, Y. Liu, P. Yi, R. Zhang, X. G. Xia, and R. Schober, “关于毫米波波束成形赋能的无人机通信与组网的综述”, IEEE Communications Surveys & Tutorials，第24卷，第1期，第557–610页，2022年。

[2] Q. Wu, J. Xu, Y. Zeng, D. W. K. Ng, N. Al-Dhahir, R. Schober, 和 A. L. Swindlehurst, 《采用无人机的 5G 及后续网络全面概述：从通信到感知与智能》，IEEE Journal on Selected Areas in Communications，第 39 卷，第 10 期，第 2912–2945 页，2021年。[3] H. Wang, X. Zhang, 和 J. Jiang, 《无人机参与的无线物理层安全通信：概述与研究方向》，IEEE Wireless Communications，第 26 卷，第 5 期，第 32–39 页，2019年。[4] L. Daxin, W. Zhaoxi, M. Yingchang, Z. Juniin, 和 L. Mingqian, 《非地面网络中无人机隐蔽通信的波束成形与水平轨迹联合优化》，China Communications，第 22 卷，第 10 期，第 34–51 页，2025年。[5] A. D. Wyner, 《窃听信道》，The Bell System Technical Journal，第 54 卷，第 8 期，第 1355–1387 页，1975年。[6] I. Csiszar 和 J. Korner, 《含机密消息的广播信道》，IEEE Transactions on Information Theory，第 24 卷，第 3 期，第 339–348 页，1978年。[7] W. Mao, K. Xiong, Y. Lu, P. Fan, 和 Z. Ding, 《信道不确定条件下安全多天线无人机辅助移动边缘计算网络的能耗最小化》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第 22 卷，第 11 期，第 7185–7200 页，2023年。[8] Z. Wei, F. Liu, C. Liu, Z. Yang, D. W. K. Ng, 和 R. Schober, 《移动窃听者场景下安全无人机网络的感知、导航与通信一体化》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第 23 卷，第 7 期，第 7060–7078 页，2024 年。

[9] Z. Li、C. Su、Z. Su、H. Peng、Y. Wang、W. Chen 和 Q. Wu, 《基于模型预测控制的无人机轨迹优化与安全资源分配》，IEEE《通信汇刊》，第73卷，第11期，第12 652–12 665页，2025年。[10] L. Xie、Z. Su、Q. Xu、N. Chen、Y. Fan 和 A. Benslimane, 《安全无人机协作通信框架：基于前景理论的方法》，IEEE移动计算学报，第23卷，第11期，第10 219–10 234页，2024年。[11] R. Li、Z. Wei、L. Yang、D. W. K. Ng、J. Yuan 和 J. An, 《多窃听者场景下安全多无人机通信系统的资源分配》，IEEE《通信汇刊》，第68卷，第7期，第4490–4506页，2020年。[12] M. Mozaffari、W. Saad、M. Bennis 和 M. Debbah, 《无线无人机天线阵列的通信与控制》，IEEE《通信汇刊》，第67卷，第1期，第820–834页，2019年。[13] X. Zheng、G. Sun、J. Li、S. Liang、Q. Wu、M. Yin、D. Niyato 和 V. C. M. Leung, 《通过协作波束成形实现无人机网络中可靠且节能的通信》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第23卷，第10期，第13 235–13 251页，2024年。[14] C. Zhang、G. Sun、Q. Wu、J. Li、S. Liang、D. Niyato 和 V. C. Leung, 《无人机集群支持的协作安全中继通信：存在时域共谋窃听者的情形》，IEEE移动计算学报，第23卷，第9期，第8601–8619页，2024年。[15] J. Huang、A. Wang、G. Sun、J. Li、J. Wang、H. Du 和 D. Niyato, 《通过协作波束成形实现双AAV集群辅助的海上物理层安全通信》，IEEE物联网学报，第12卷，12 607，2025年9，12 589号，第–页。[16] C. Zhang、G. Sun、J. Li、Q. Wu、J. Wang、D. Niyato 和 Y. Liu, 《基于生成式扩散模型赋能的深度强化学习的多目标空中协作安全通信优化》，IEEE移动计算学报，第24卷，第4期，第3041–3058页，2025年。[17] K. Meng、X. He、Q. Wu 和 D. Li, 《多无人机协作感知与通信：联合任务分配与功率优化》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第22卷，第6期，第4232–4246页，2023年。[18] H. Chen、X. Tao、N. Li、Y. Hou、J. Xu 和 Z. Han, 《利用随机矩阵理论分析混合窃听系统的保密性能》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第18卷，第2期，第1101–1114页，2019年。[19] F. Shu、R. Dong、Y. Lin、H. He、W. Shi、Y. Yao、L. Shi、Q. Cheng、J. Li 和 J. Wang, 《面向恶意攻击者的HR-IRS辅助定向调制网络的波束成形与相移设计》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第23卷，第8期，第9016–9032页，2024年。[20] Y. Wu、R. Schober、D. W. K. Ng、C. Xiao 和 G. Caire, 《存在主动窃听者时的安全大规模MIMO传输》，IEEE Transactions on Information Theory，第62卷，第7期，第3880–3900页，2016年。[21] C. Liu、J. Lee 和 T. Q. S. Quek, 《防范全双工主动窃听者的无人机通信》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第18卷，第6期，第2919–2931页，2019年。[22] L. Ding、E. G. Ström 和 J. Zhang, 《三维线性大规模天线阵列通信中的自由度——一种空间带宽方法》，IEEE Journal on Selected Areas in Communications，第40卷，第10期，第2805–2822页，2022年。[23] A. A. Khuwaja、Y. Chen、N. Zhao、M.-S. Alouini 和 P. Dobbins, 《无人机通信信道建模综述》，IEEE Communications Surveys & Tutorials，第20卷，第4期，第2804–2821页，2018年。[24] D. Xu、Y. Sun、D. W. K. Ng 和 R. Schober, 《禁飞区不确定环境下的多用户MISO无人机通信：鲁棒轨迹与资源分配设计》，IEEE《通信汇刊》，第68卷，3172，2020年5，3153号，第页–。[25] F. Bohagen、P. Orten 和 G. E. Oien, 《最优高秩视距MIMO信道设计》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第6卷，第4期，第1420–1425页，2007年。[26] L. Råde 和 B. Westergren, 《科学与工程数学手册》。Springer，1999年，第5卷。[27] D. W. K. Ng、E. S. Lo 和 R. Schober, 《无线信息

与功率传输系统中的安全通信鲁棒波束成形》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第13卷，第8期，第4599–4615页，2014年。[28] D. Tse 和 P. Viswanath，《无线通信基础》。剑桥大学出版社，2005年。[29] E. Telatar，《多天线高斯信道容量》，《欧洲电信汇刊》，第10卷，第6期，第585–595页，1999年。 [在线]。获取地址：https://onlinelibrary. wiley.com/doi/abs/ 10 1002 4460100604 。/ett。M. Medra [30] 和 T. N. Davidson，《逐天线功率约束下低复杂度鲁棒MISO下行预编码器设计》，IEEE《信号处理汇刊》，第66卷，第2期，第515–527页，2018年。[31] N. Sidiropoulos、T. Davidson 和 Z. Luo，《物理层多播的发射波束成形》，IEEE《信号处理汇刊》，第54卷，第6期，第2239–2251页，2006年。[32] H. L. Van Trees，《最优阵列处理：检测、估计与调制理论》第IV部分。约翰·威立父子出版公司，2002年。[33]M. Fekete，《关于某些具有整数系数的代数方程根的分布》，《数学杂志》，第17卷，第1期，第228–249页，1923年。 [ ] 10 1007 01504345 在线。[34] 获取地址：https://doi.org/。/BF L. Bos、M. Taylor 和 B. Wingate，《张量积Gauss-Lobatto点是立方体上的费克特点》，《计算数学》，第70卷，第236期，第1543–1547页，2001年。[35] L. Bos，《关于多变量拉格朗日插值的费耶问题的几点注记》，《逼近理论杂志》，第60卷，第2期，第133–140页，1990年。[36] S. Boyd、S. P. Boyd 和 L. Vandenberghe，《凸优化》。剑桥大学出版社，2004年。[37] J. F. Sturm，《使用SeDuMi 1.02：一个用于对称锥优化的MATLAB工具箱》，《优化方法与软件》，第11卷，第1–4期，第625–653页，1999年。[38] P. Tseng，《通过半定规划松弛逼近非凸二次优化的进一步结果》，《SIAM优化杂志》，第14卷，第1期，第268–283页，2003年。[39] S. Zhang，《二次最大化与半定松弛》，《数学规划》，第87卷，第453–465页，2000年。[40] M. Briani、A. Sommariva 和 M. Vianello，《计算费克特点与勒贝格点：单纯形、正方形、圆盘》，《计算与应用数学杂志》，第236卷，第9期，第2477–2486页，2012年。 [在线]。获取地址：https://www. sciencedirect.com/science/article/pii/S 0377042711000133 [41] Y. Huang、H. Fu、S. A. Vorobyov 和 Z. Luo，《通过最坏情况SINR最大化和非凸不确定集实现鲁棒自适应波束成形》，IEEE《信号处理汇刊》，第71卷，第218–232页，2023年。[42] J. Lin、Q. Li、J. Yang、H. Shao 和 W. Wang，《邻近合法用户与窃听者场景下的物理层安全：一种频率分集阵列波束成形方法》，IEEE Transactions on I nformation Forensics and Security，第13卷，第3期，第671–684页，2018年。[43] L. Du、L. Li、H. Q. Ngo、T. C. Mai 和 M. Matthaiou，《无蜂窝大规模MIMO：结合最大比与迫零预编码器的功率控制》，IEEE《通信汇刊》，第69卷，第6期，第3741–3756页，2021年。[44] P. Wang、Y. Li、Y. Peng、S. C. Liew 和 B. Vucetic，《面向毫米波通信的非均匀线性天线阵列设计与优化》，IEEE Transactions on Wireless Communications，第15卷，第11期，第7343–7356页，2016年。[45] R. A. Horn 和 C. R. Johnson，《矩阵分析》，第2版。剑桥大学出版社，2012年。[46] H. Weyl，《线性偏微分方程特征值的渐近分布定律（及其在空腔辐射理论中的应用）》，《数学年刊》，第71卷，第4期，第441–479页，1912年。[47] G. W. Stewart，《奇异值分解的扰动理论》。Citeseer，1998年。[48] 《柯西-比内公式》。[在线]。获取地址：http: //encyclopediaofmath.org [49] E. W. Weisstein，《Hadamard不等式》。 [在线]。获取地址：https://mathworld.wolfram.com/HadamardsInequality.html [50] D. J. H. Garling，《算术-几何平均不等式》。剑桥大学出版社，2007年，第19–23页。