arXiv:2603.02832v1 [eess.SP] 3 Mar 2026

# 利用快照无线电同步定位与建图中的二次反射路径：界、算法与实验

Xi Zhang，*IEEE*学生会员，Yu Ge，*IEEE*会员，Ossi Kaltiokallio，*IEEE*会员，Musa Furkan Keskin，*IEEE*会员，Henk Wymeersch，*IEEE*会士，以及 Mikko Valkama，*IEEE*会士

**摘要——基于无线电的同步定位与建图（SLAM）能够利用无线电信号，为用户设备（UE）定位和环境感知提供高精度能力。现有大多数方法仅利用视距（LoS）和单次反射非视距（NLoS）路径，而将高阶非视距路径视为干扰。本文研究利用二次反射非视距路径解决双基地快照无线电同步定位与建图问题的优势。针对存在二次反射非视距路径的情况，我们推导了联合估计用户设备状态和地标位置的克拉美-罗下界（CRB）。此外，我们提出了一种识别二次反射非视距路径并将其用于用户设备与地标联合估计的算法。通过仿真数据验证了所推导的界，并利用采用波束成形5G蜂窝参考信号获取的实验毫米波（mm Wave）测量值对所提出的算法进行了评估。数值和实验结果表明，与单次反射非视距路径共享至少一个入射点（IP）的二次反射非视距路径，能够提高用户设备状态以及单次反射非视距路径现有交互点的估计精度。更重要的是，利用二次反射非视距路径可以增强环境建图能力，揭示仅依靠单次反射非视距路径无法观测到的地标。**

索引词—5G、6G、一体化感知与通信（ISAC）、Cramér-Rao 下界（克拉美-罗下界）、二次反射路径、多径、同步定位与建图（SLAM）、毫米波。

## I. 引言

一体化感知与通信（ISAC）正成为迈向6G无线网络的关键推动技术之一，因为它能够同时提供高速率通信和精准感知能力 [1]。一种颇具前景的ISAC应用是基于无线电的同步定位与建图（SLAM），它利用无线电信号对用户设备（UE）进行定位，同时绘制周围环境的地图 [2]。通常，可以利用多种类型的无线电信号来实现这一目的，包括超宽带（UWB） [3]，5G [4]，以及未来的6G信号 [5]。此外，还可以采用不同的感知配置，例如单基地 [6]，[7]、双基地 [8]，[9],和多基地 [10]–[11]。在这些方案中，采用蜂窝网络的双基地无线电SLAM尤其具有吸引力。它仅需一个基站（BS）即可实现完整的定位与建图功能，从而将基础设施需求降至最低，并消除多个基站之间同步的需要 [2]，[8]，[12]，[13]。

本研究得到欧盟“地平线欧洲”（HE）玛丽·居里行动—博士网络（MSCA-DN）框架下 ISLANDS项目的资助，资助协议编号为 101120544；同时得到瑞典研究理事会（VR）通过 6G-PERCEF 项目提供的资助，项目资助编号为 2024-04390。

Xi Zhang、Ossi Kaltiokallio 和 Mikko Valkama 任职于芬兰坦佩雷 33100 坦佩雷大学电气工程系（电子邮箱：{xi.2.zhang、ossi.kaltiokallio、mik ko.valkama}@tuni.fi）。

Yu Ge、Musa Furkan Keskin 和 Henk Wymeersch 任职于瑞典哥德堡 41296 的查尔姆斯理工大学电气工程系（电子邮箱： {yuge、furkan、henkw}@chalmers.se）。

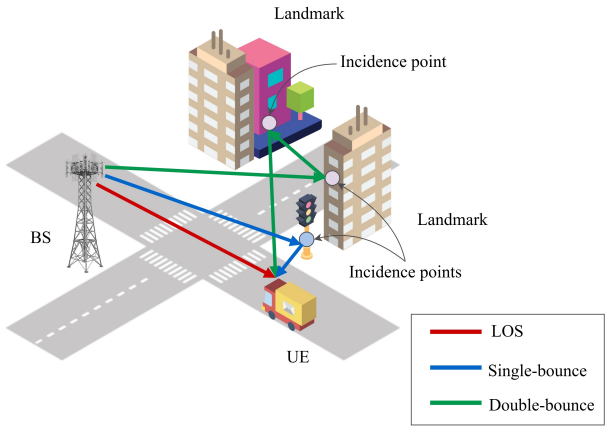



图 1. 双基地无线电SLAM 问题示意图，包含视距、单次反射和双反弹非视距路径。双反弹非视距路径能够提升环境感知能力，因为它们可用于照射并检测无法通过单次反射路径观测到的地标和其他物体。

无线电同步定位与建图算法通常分为快照 [2]，[8]，滤波 [14]，[15],和平滑 [16]–[17] 两类方法。这两类方法在时间维度上的运作方式有所不同。快照方法（例如最小二乘法（LS）和最大似然估计（MLE）） [2]，[8] 基于当前测量值独立求解每个历元，不会随时间向前传播运动估计、状态信息或任何先验知识。滤波方法（例如扩展卡尔曼滤波器（EKF）和粒子滤波器（PF）） [14]–[15] 通过时间更新和测量值更新，依次传播滤波密度，从而进行递归贝叶斯估计。平滑方法（例如 GraphSLAM 和批量优化） [16]，[17] 对一批时间步进行联合优化，以获得轨迹估计。这三类方法都依赖沿视距（LoS）路径和非视距（NLoS）路径传播的信号，利用由反射、散射和衍射造成的传播路径，联合推断用户设备状态和环境地标的位置。现有大多数研究仅考虑直达视距路径和单次反射非视距路径，通常假设所有非视距路径都是单次反射路径 [18]–[21]。当存在多次反射路径 [8]，[22]时，这一假设会导致性能严重下降。此外，忽略多次反射路径会使潜在信息无法得到利用，尤其是在高阶非视距路径可能较强且具有几何结构的丰富多径环境中 [23]–[24]。图 1 展示了一个示例场景，其中二次反射非视距路径编码了丰富的环境地图信息。

在存在非视距路径的情况下，用户设备状态估计的基本性能极限已在

[25]–[28]。在 [25], 中考虑了单锚点定位场景，并给出了用户设备位置与方向以及非视距参数的费 Fisher 信息矩阵（FIM）。类似地， [26] 推导了信道参数的费舍尔信息矩阵，并进一步利用信道参数与用户设备位置和方向之间的几何关系，得到了用户设备位置与方向的费舍尔信息矩阵的闭式表达式。延续这一思路， [27]应用几何变换，将信道参数费舍尔信息矩阵转换为用户设备位置、方向以及单次反射入射点（IP）位置的费舍尔信息矩阵，并研究了不同用户设备、基站和交互点几何结构的影响。同样， [28]中考虑了多普勒频移对费舍尔信息矩阵的影响以及上行链路与下行链路定位之间的差异。总体而言，上述工作表明，利用NLOS分量有助于用户设备位置与方向估计。然而，上述所有分析均局限于单次反射NLOS分量，且未讨论建图性能，因为交互点的位置通常被视为多余参数。

在无线电同步定位与建图中利用多次反射非视距路径并非易事，原因有二。首先，很难判断哪些测量值来自单次反射路径，哪些来自多次反射路径。其次，多次反射非视距路径在算法处理上难度大得多，因此，许多现有方案将模型限制为仅包含单次反射路径，完全忽略多次反射分量 [18]–[20]。一些研究着重于识别单次反射路径并抑制多次反射路径 [8], [22], [29], [30]。在 [22],中，研究者提出了一种基于变化检测的迭代算法，用于检测单次反射非视距路径，并据此估计用户设备位置和时钟偏差。在 [29], 中，研究者采用了一种基于随机抽样一致性（RANSAC）的离群值剔除算法，将视距路径和单次反射非视距路径与多次反射非视距路径区分开来，并将分类结果用于用户设备定位。兼顾定位和建图的 [8] 提出了一种鲁棒快照式同步定位与建图方案，该方案使用受RANSAC启发的方法识别视距路径和单次反射非视距路径，从而隔离高阶非视距离群值。与之不同， [30]采用基于霍夫变换的直线检测方法，将视距路径和单次反射非视距路径与高阶非视距路径区分开来，以执行同步定位与建图。这些方法通过隔离多次反射路径提高了鲁棒性，但没有利用这些路径所提供的潜在额外信息。

相比之下，近期有些研究考虑将二次反射非视距路径纳入已知位姿条件下的建图问题，并利用这些路径估计散射点的位置 [31], [32]。在 [31],中，首先利用视距路径和单次反射路径获取初始地图和用户设备状态，随后利用二次反射路径揭示更多散射点。在 [32], 中，研究者提出了一种基于图的方法，用于对单次反射路径和二次反射路径建模，并利用这些路径在已知用户设备位置的条件下迭代估计散射点。至于同步定位与建图， [33], [34] 提出了基于多径同步定位与建图框架的方法，该框架将每个镜面反射面建模为一个主虚拟锚点。在该方法中，每条二次反射路径都被视为涉及两个不同主虚拟锚点的连续两次镜面反射，随后随着用户设备移动，在因子图上对这两个锚点进行联合估计。然而，所有非视距路径都被建模为镜面反射，且反射点位于假定的平面表面上。总而言之，现有研究未能充分反映无线电同步定位与建图中，除简单镜面反射之外，各类多次反弹非视距分量的影响及其潜力。

本文研究了二次反射非视距路径在快照无线电SLAM问题中的潜在优势。首先，我们推导了该问题的克拉美-罗下界，以获得存在二次反射非视距路径时，用户设备位置、方向、时钟偏差和交互点位置的估计误差方差下界。我们还给出了费舍尔信息矩阵分析，并讨论了该问题的可辨识性条件。此外，我们开发了一种快照无线电SLAM算法，利用视距、单次反射非视距和双反弹非视距路径，估计未知的用户设备状态以及单次反射和二次反射路径的交互点。所提出的方法不依赖于环境地图或用户设备状态的任何先验信息，并且能够在混合视距/非视距条件下运行。此外，该方法不假设任何特定的传播机制，既适用于镜面反射和漫散射，也适用于二者的组合；因此，二次反射路径从发射机传播至接收机的过程中，可以由一个表面反射，并由另一个物体散射。

本文的主要贡献可总结如下:

- 我们推导了在考虑视距、单次反射和二次反射非视距路径时，快照无线电同步定位与建图问题的基本性能界。费舍尔信息矩阵分析表明，在一般几何条件下，当一条二次反射非视距路径与单次反射非视距路径至少共享一个交互点时，SLAM 问题具有可辨识性。费舍尔信息矩阵分析还表明，在这种条件下，二次反射非视距路径能够提高用户设备和交互点的估计精度。
- 受费舍尔信息矩阵分析的启发，我们没有丢弃二次反射非视距路径并将其视为外点，而是设计了一种能够利用这些路径的快照无线电同步定位与建图算法。所提方法重新利用二次反射非视距路径来提升 SLAM 性能，化敌为友。
- 我们使用真实世界毫米波测量数据验证了所提出的算法，结果表明，与丢弃二次反射非视距路径的基准方法相比，该算法具有更高的估计精度。此外，实验结果表明，二次反射非视距路径能够增强环境建图能力，揭示仅凭单次反射非视距路径无法观测到的地标。

本文其余部分安排如下。第二节对问题进行表述，并介绍系统模型的基础知识。第三节推导所研究问题的性能界，第四节则介绍所提出的快照无线电SLAM算法。第五节给出数值结果和实验结果，

随后得出结论。附录中提供了部分技术细节。

记号：标量用普通字体表示（例如 $a$），小写粗体字母表示向量（例如$\mathbf{a}$），大写粗体字母表示矩阵（例如$\mathbf{A}$）。运算 $(\cdot)^{\top}$、$(\cdot)^{-1}$、$(\cdot)^{\mathrm{H}}$、$|\cdot|$、$\|\cdot\|$ 以及 $\mathrm{diag}(\cdot)$分别表示转置、逆、厄米转置、集合的基数（应用于标量时表示绝对值）、欧几里得范数和对角矩阵。均值为 $\boldsymbol{\mu}$、协方差为$\boldsymbol{\Sigma}$ 的多元高斯分布表示为 $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu},\ \boldsymbol{\Sigma})$。

## II. 问题表述

我们考虑一个双基地二维（方位角域）下行场景，其中包含一个基站和一个用户设备，基站充当发射机，用户设备充当接收机。基站的位置$\mathbf{p}_{\mathrm{BS}} = [x_{\mathrm{BS}},\, y_{\mathrm{BS}}]^{\top}$ 和方向 $\alpha_{\mathrm{BS}}$已知。用户设备状态未知，表示为$\mathbf{s} = [\mathbf{p}_{\mathrm{UE}}^{\top},\ \alpha_{\mathrm{UE}},\ b_{\mathrm{UE}}]^{\top} \in \mathbb{R}^4$，其中$\mathbf{p}_{\mathrm{UE}}$ 表示位置，$\alpha_{\mathrm{UE}}$ 表示航向，$b_{\mathrm{UE}}$ 表示未同步的用户设备时钟与基站时钟之间的时钟偏差。第 $n$个未知地标的位置表示为$\mathbf{m}_n = [x_n,\, y_n]^{\top}$，$N$ 个地标构成传播环境的地图。此外，令$\mathbf{z}_i = [\tau_i,\, \phi_i,\, \theta_i]^{\top}$ 表示第 $i$条传播路径的信道参数估计值，其由到达时间（ToA）、出发角（AoD）和到达角（AoA）组成。视距路径是否存在以及可分辨的非视距分量数量取决于问题几何结构和通信系统参数，信道参数估计值集合表示为$\mathcal{Z} = \{\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1、\ldots、\mathbf{z}_M\}$，其中 $i = 0$ 保留用于视距分量，$M$ 表示非视距路径的数量。

需要特别指出的是，通常也无法确定$\mathbf{z}_i$ 是视距、单次反射、二次反射或高阶非视距路径，还是由于信道估计算法失效而产生的杂波。本文旨在通过费舍尔信息矩阵分析，为双次反弹快照SLAM提供理论见解，并设计一种快照无线电SLAM算法，利用 $\mathcal{Z}$ 中对应于视距、单反弹非视距和双反弹非视距的元素，联合估计用户设备状态和地标位置。

### A. 信号模型

基站使用正交频分复用（OFDM）向用户设备发送毫米波下行参考信号。一个具体的实际示例是3GPP 5G NR标准中定义的定位参考信号（PRS）。基站和用户设备均采用带波束成形的天线阵列。子载波的索引为 $k$，OFDM符号的索引为 $l$，基站发射波束的索引为 $p$，用户设备接收波束的索引为 $q$。我们进一步假设，在一个时间区间内采集这些OFDM符号，且在该区间内信道保持恒定。对于一个可分辨路径索引集为 $\mathcal{I} = \{0, 1, \ldots, M\}$的多径无线传播环境，接收样本的形式为 [2]

$$y_{k,l}^{p,q} = \sum_{i \in \mathcal{I}} \xi_i G_{\mathrm{BS}}^{p}(\phi_i) G_{\mathrm{UE}}^{q}(\theta_i) e^{-j2\pi k \Delta f \tau_i} x_{k,l}^{p,q} + n_{k,l}^{p,q}, \quad (1)$$

其中，$x^{p,q}_{k,l}$，是发送的参考样本，$n^{p,q}_{k,l}$，表示用户设备侧的加性噪声，$\Delta f$ 是子载波间隔。在上述表达式中，复路径增益、到达时间、出发角，以及第 $i$ 条传播路径的到达角分别为 $\xi_i$、$\tau_i$、$\phi_i$ 和$\theta_i$，而 $i = 0$ 为视距路径保留。此外，$G^{p}_{\text{基站}}(\phi) = \mathbf{a}_{\mathrm{BS}}^{\mathrm{H}}(\phi)\mathbf{w}_p$ 和 $G^{q}_{\text{用户设备}}(\theta) = \mathbf{w}_q^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_{\mathrm{UE}}(\theta)$表示角度响应，包括基站$\mathbf{a}_{\mathrm{BS}}(\phi)$和用户设备$\mathbf{a}_{\mathrm{UE}}(\theta)$处的导向矢量，以及第 $p$ 个基站波束成形器$\mathbf{w}_p$和第 $q$ 个用户设备波束成形器$\mathbf{w}_q$。

可采用多种信道参数估计方法，以高精度 [2], [26], [35]从(1)中恢复 $\mathcal{Z}$。然而，物理信道参数估计超出了本文的主要范围，因此假定 $\mathcal{Z}$ 可直接获得。由于 $\mathcal{Z}$ 被用作无线电同步定位与建图的测量输入，此后将信道参数估计值称为测量值。

### B. 几何测量模型

考虑第$i$条路径的信道参数测量值$\mathbf{z}_i = [\tau_i,\, \phi_i,\, \theta_i]^{\top}$，并用集合 $\mathcal{M}_i = \{\mathbf{m}_i^1,\ \mathbf{m}_i^2,\ \ldots\ldots,\ \mathbf{m}_i^m\}$ 表示该路径的交互点，该集合由与环境的$m$ 次物理交互组成（对于视距路径为 $\mathcal{M}_0 = \emptyset$）。假设测量噪声服从零均值高斯分布，这是无线电同步定位与建图中的常见假设 [2]，[21]，则似然函数由下式给出

$$p(\mathbf{z}_i \mid \mathbf{s}, \mathcal{M}_i) = \mathcal{N}(\mathbf{z}_i; \mathbf{h}_i(\mathbf{s}, \mathcal{M}_i), \mathbf{R}_i), \quad (2)$$

其中$\mathbf{R}_i = \mathrm{diag}([\sigma_\tau^2,\, \sigma_\phi^2,\, \sigma_\theta^2])$为协方差矩阵，均值由 [8], [31] 给出

$$\mathbf{h}_i(\mathbf{s}, \mathcal{M}_i) = \begin{bmatrix} d_i/c + b_{\mathrm{UE}} \\ \mathrm{atan2}(-\delta_{\phi,i}^{y}, -\delta_{\phi,i}^{x}) - \alpha_{\mathrm{BS}} \\ \mathrm{atan2}(\delta_{\theta,i}^{y}, \delta_{\theta,i}^{x}) - \alpha_{\mathrm{UE}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中，$c$ 为光速，$\mathrm{atan2}(y,\ x)$为双参数反正切函数。均值表示基站、用户设备与 $\mathcal{M}_i$之间的几何关系。式（3）中视距、单次反射非视距和双反射非视距对应的模型参数定义于附录A。此处不详细介绍高阶非视距路径（$m \geq 3$），因为它们不用于估计用户设备状态和交互点。

## III. 双次反弹快照SLAM的性能界

本节针对包含视距、单次反射和双反射路径的快照式同步定位与建图问题，给出其性能界。随后，我们推导相应的费舍尔信息矩阵，并分析在存在视距和单次反射路径的情况下，加入双反射路径所产生的影响。

### A. 性能界

克拉美-罗下界指出，无偏估计量的均方误差（MSE）在半正定意义下始终大于费舍尔信息矩阵的逆矩阵 [36, 第 4 章2]。为方便记号，假设视距路径存在[1]，并且 $d_{\mathbf{s}} = \dim(\mathbf{s})$、$d_{\mathbf{m}} = \dim(\mathbf{m}_n)$ 和 $d_{\mathbf{z}} = \dim(\mathbf{z}_i)$ 分别表示用户设备、交互点和测量值的维度。此外，令 $\mathbf{x} = [\mathbf{s}^{\top}, \mathbf{m}_1^{\top}, \ldots, \mathbf{m}_N^{\top}]^{\top} \in \mathbb{R}^{(d_{\mathbf{s}} + N d_{\mathbf{m}}) \times 1}$表示用户设备和 $N$个地标的联合状态，其维度为$d_{\mathbf{x}} = \dim(\mathbf{x})$；令 $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_0^{\top}, \mathbf{z}_1^{\top}, \ldots, \mathbf{z}_M^{\top}]^{\top} \in \mathbb{R}^{(M+1) d_{\mathbf{z}} \times 1}$

[1]此假设是出于分析上的便利。所推导的性能界可自然扩展至不存在视距路径的情形；若存在足够数量的单次反射非视距路径，则未知参数可辨识。

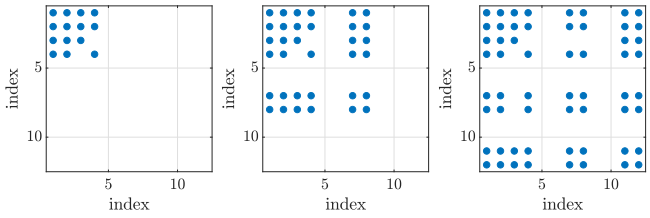



图2。式 (8) 中不同路径类型下$\mathbf{J}_i(\mathbf{x})$ 的可视化。左侧为视距路径（$i \in \mathcal{I}_{\text{LoS}},\ \mathcal{M}_i = \emptyset$），中间为单反射路径（$i \in \mathcal{I}_{\text{SB}},\ \mathcal{M}_i = \{\mathbf{m}_2\}$），右侧为双反射路径（$i \in \mathcal{I}_{\text{DB}},\ \mathcal{M}_i = \{\mathbf{m}_2, \mathbf{m}_4\}$）。在该示例中，共有四个交互点（$N = 4$），并使用蓝色标记表示$\mathbf{J}_i(\mathbf{x})$ 的非零元素。

表示串联后的测量向量。下文中，我们假设对于每个$\mathbf{z}_i$，$\mathcal{M}_i$ 中元素的顺序和索引均已知。[2] 估计误差克拉美-罗界的形式为 [38, 第 3 章4]

$$\mathbb{E}[(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{z}))(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{z}))^\top] \succeq \mathbf{J}(\mathbf{x})^{-1}, \tag{4}$$

其中，$\hat{}\mathbf{x}(\mathbf{z})$ 表示$\mathbf{x}$ 的估计器，而$\mathbf{J}(\mathbf{x})$ 是 $d_{\mathbf{x}} \times d_{\mathbf{x}}$费舍尔信息矩阵，其元素为

$$[\mathbf{J}(\mathbf{x})]_{i,j} = \mathbb{E}\left[-\frac{\partial^2 \log p(\mathbf{z} \mid \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_i \partial \mathbf{x}_j}\right] \qquad i, j = 1, \cdots, d_{\mathbf{x}}, \tag{5}$$

其中，$p(\mathbf{z} \mid \mathbf{x})$ 表示联合似然函数。按照上述方法计算费舍尔信息矩阵后，可以计算出 $n$号地标的位置误差界（PEB）、方位误差界（OEB）、时钟偏差误差界（BEB）和地标误差界（LEB）：PEB $= ([(\mathbf{J}(\mathbf{x}))^{-1}]_{1,1} + [(\mathbf{J}(\mathbf{x}))^{-1}]_{2,2})^{1/2}$，HEB $= ([(\mathbf{J}(\mathbf{x}))^{-1}]_{3,3})^{1/2}$，BEB $= ([(\mathbf{J}(\mathbf{x}))^{-1}]_{4,4})^{1/2}$，以及 $\text{LEB}_n = (\sum_{i=2n+3}^{2n+4} [(\mathbf{J}(\mathbf{x}))^{-1}]_{i,i})^{1/2}$。

### *B.* 快照式同步定位与建图的费舍尔信息矩阵

（5）中定义的费舍尔信息矩阵可写为 [38, 第3章。9]

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \mathbf{H}(\mathbf{x})^\top \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{x}), \tag{6}$$

其中 $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{h}(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{(M+1)d_{\mathbf{z}} \times d_{\mathbf{x}}}$ 是级联测量模型 $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = [\mathbf{h}_0(\mathbf{s}, \mathcal{M}_0)^\top, \mathbf{h}_1(\mathbf{s}, \mathcal{M}_1)^\top, \ldots\ldots, \mathbf{h}_M(\mathbf{s}, \mathcal{M}_M)^\top]^\top \in \mathbb{R}^{(M+1)d_{\mathbf{z}} \times 1}$ 的雅可比矩阵，而 $\mathbf{R} = \text{blkdiag}(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_1, \ldots, \mathbf{R}_M)$ 是块对角协方差矩阵。[3] 由于假定测量值相互独立，因此费 Fisher 信息在各路径上可加，$\mathbf{J}(\mathbf{x})$ 可由各路径的费舍尔信息矩阵求和得到，表示为

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} \mathbf{J}_i(\mathbf{x}), \tag{7}$$

其中第 $i$条传播路径的费舍尔信息矩阵由下式给出

$$\mathbf{J}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{H}_i(\mathbf{x})^\top \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i(\mathbf{x}), \tag{8}$$

其中 $\mathbf{H}_i(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{h}_i(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{d_{\mathbf{z}} \times d_{\mathbf{x}}}$。应当注意，测量索引的集合是互不相交的视距、单次反射和二次反射索引集的并集，即 $\mathcal{I} = \mathcal{I}_{\text{LoS}} \cup \mathcal{I}_{\text{SB}} \cup \mathcal{I}_{\text{DB}}$。不同路径类型对应的$\mathbf{J}_i(\mathbf{x})$结构以图2为例进行了说明。

[2]在推导估计精度下界时，这一假设是合理的，因为我们关注的是在数据关联完美的情况下所能达到的最佳精度。我们还指出，在计算克拉美-罗下界时通常也会采用类似假设 [15], [37],，而第四节提出的估计器并不假设 $\mathcal{M}_i$中的元素及其顺序已知。

[3]$\mathbf{R}$ 的块对角结构体现了这样一个假设：来自不同路径的测量值彼此不相关。实际上，相关性可能存在，而忽略这些相关性会丢失部分信息。这里采用这一假设，是为了能够对所研究的问题进行可处理的分析。

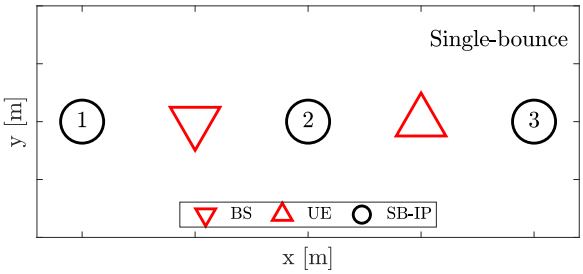



图3. 秩亏单次反射同步定位与建图几何示例。在这些示例中，假设视距存在，并考虑一个单次反弹交互点，使得 $\dim(\mathbf{x}) = 6$。在场景1中，如标记内的数字所示，费舍尔信息矩阵的秩为 $\text{rank}(\mathbf{J}(\mathbf{x})) = 5$，系统的零空间为 $\text{null}(\mathbf{H}(\mathbf{x})) = [-1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]^\top$，这意味着我们可以改变用户设备的$x$ 坐标和时钟偏差（两者数值相等、方向相反），而不改变测量值。在场景3中，$\text{rank}(\mathbf{J}(\mathbf{x})) = 5$，且 $\text{null}(\mathbf{H}(\mathbf{x})) = [1\ 0\ 0\ -1\ 1\ 0]^\top$；而在场景2中，$\text{rank}(\mathbf{J}(\mathbf{x})) = 4$，且 $\text{null}(\mathbf{H}(\mathbf{x})) = \left[\begin{smallmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{smallmatrix}\right]^\top$。

### *C.* 单次反弹快照 *SLAM* 的 *FIM*

仅考虑视距路径和单次反射路径时，该问题的费舍尔信息矩阵可写为

$$\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{ss}} & \tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{sm}} \\ \tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{sm}}^\top & \tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{mm}} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

˜块$\mathbf{J}_{\mathbf{ss}}$ 包含对用户设备状态贡献的信息，˜$\mathbf{J}_{\mathbf{mm}}$ 表示从单次反射路径观测到的交互点相关信息，而$\mathbf{J}_{\mathbf{sm}}$ 则刻画了测量值中用户设备与交互点之间的耦合关系。令$\mathbf{e}_i \in \mathbb{N}^{|\mathcal{I}_{\text{SB}}| \times 1}$ 表示一个全零向量，其中第 $i$个元素为 1，并令$\mathbf{E}_i$ =diag($\mathbf{e}_i$) 表示指示矩阵。现在，式（9）中的子块可计算为

$$\tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{ss}} = \mathbf{H}_0(\mathbf{s})^\top \mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{H}_0(\mathbf{s}) + \sum_{i \in \mathcal{I}_{\text{SB}}} \mathbf{H}_i(\mathbf{s})^\top \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i(\mathbf{s}), \tag{10}$$

$$\tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{sm}} = \sum_{i \in \mathcal{I}_{\text{SB}}} \left(\mathbf{e}_i^\top \otimes \left(\mathbf{H}_i(\mathbf{s})^\top \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i(\mathbf{m}_i)\right)\right), \tag{11}$$

$$\tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{mm}} = \sum_{i \in \mathcal{I}_{\text{SB}}} \left(\mathbf{E}_i \otimes \left(\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_i)^\top \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i(\mathbf{m}_i)\right)\right), \tag{12}$$

其中，$\mathbf{H}_0(\mathbf{s})$ 是关于用户设备状态的视距测量值的雅可比矩阵，如式（40）所示；$\mathbf{H}_i(\mathbf{s})$ 和$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_i)$ 分别是关于用户设备状态及其关联交互点的第 $i$个单次反弹测量的雅可比矩阵，分别如式（41）和式（42）所示。

˜请注意，视距路径仅对$\mathbf{J}_{\mathbf{ss}}$有贡献，而˜ ˜每条单次反射路径都会对$\mathbf{J}_{\mathbf{ss}}$、$\mathbf{J}_{\mathbf{mm}}$以及˜交叉信息$\mathbf{J}_{\mathbf{sm}}$（连接$\mathbf{s}$ 与相应的$\mathbf{m}_n$）作出贡献。通过分析式（9）中的费舍尔信息矩阵，已有若干研究表明，只要存在足够数量的单次反射非视距路径，即使没有视距路径，也能够实现无歧义的用户设备状态估计 [25]–[28]。此外，单次反射非视距路径能够提供用户设备的位置和方向信息，从而提高用户设备状态估计的精度。对于本文考虑的SLAM 问题，如 [8], 所示，以下任一情况均可使问题得到求解：(i) 视距路径和一条单次反射非视距路径，或 (ii) 四条单次反射

非视距路径。然而，某些几何配置可能导致费舍尔信息矩阵秩亏。图3展示了此类退化几何构型，其对应的秩和零空间总结于图注中。如图所示，当用户设备、基站和交互点共线时，某些参数将变得不可观测，如 $\mathrm{null}(\mathbf{H}(\mathbf{x}))$ 所示。

*D.* 双反射路径的影响

现在我们分析引入一条双反射路径如何影响费舍尔信息矩阵和问题的可观测性。假设利用现有的视距和单次反射路径，$\tilde{}$可以估计所有未知参数（即$\mathbf{J}(\mathbf{x}) \succ \mathbf{0}$）。然后，我们再加入一条双反射路径。该路径对费舍尔信息矩阵的贡献可写为

$$\mathbf{J}_{\mathrm{DB}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^{\top} & \mathbf{C} \end{bmatrix}, \tag{13}$$

其中，矩阵$\mathbf{A}$ 对应于双反射路径提供的、关于视距和单次反射路径中已有参数的信息；$\mathbf{C}$ 表示双反射路径引入的任何额外参数的信息（即仅通过双反射路径观测到的交互点）；而$\mathbf{B}$ 则表示现有参数与双反射路径单独引入的参数之间的交叉信息。因此，结合所有路径后的整体费舍尔信息矩阵可表示为

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) + \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^{\top} & \mathbf{C} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

矩阵$\mathbf{A}$、$\mathbf{B}$和$\mathbf{C}$ 的结构取决于双反射路径的交互点与通过单次反射路径已观测到的交互点之间的几何关系。为了刻画由此对用户设备状态和现有交互点带来的信息增益，以及整体同步定位与建图问题的可观测性，我们将在下文考虑三种不同情形。

*1)* 情形*1*：二次反射路径与单次反射路径共享两个交互点：在此情形下，二次反射路径的两个交互点也都已通过单次反射路径观测到。因此，双反射测量不会引入任何新的未知参数。就费舍尔信息矩阵而言，这意味着$\mathbf{B} = \emptyset$ 和$\mathbf{C} = \emptyset$，并且$\mathbf{A}$ 可通过公式（8）计算，其中雅可比矩阵为$\mathbf{H}_i(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{h}_i(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{d_{\mathbf{z}} \times d_{\mathbf{x}}}$。例如，图2所示二次反射路径的雅可比矩阵为

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_i(\mathbf{s}) & \mathbf{0}_{d_{\mathbf{z}} \times d_{\mathbf{m}}} & \mathbf{H}_i(\mathbf{m}_2) & \mathbf{0}_{d_{\mathbf{z}} \times d_{\mathbf{m}}} & \mathbf{H}_i(\mathbf{m}_4) \end{bmatrix}, \tag{15}$$

其中$\mathbf{H}_i(\mathbf{s})$、$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_2)$和$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_4)$分别由公式（43）、（44）和（45）给出。如图2所示，$\mathbf{A}$仅在对应于用户设备状态和两个相关交互点的行/列中包含非零项。由于$\mathbf{A} \succeq \mathbf{0}$ 和$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \tilde{}\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{A} \succeq \tilde{}\mathbf{J}(\mathbf{x}) \succ \mathbf{0}$，我们有$(\mathbf{J}(\mathbf{x}))^{-1} \preceq (\tilde{}\mathbf{J}(\mathbf{x}))^{-1}$，因此，对于每个参数，其对应的克拉美-罗下界都不会增大。

总而言之，纳入此类双反射路径可直接提高用户设备状态及其关联的两个交互点的估计精度。此外，通过其他单次反射交点与用户设备状态之间的耦合关系，还可间接提高这些交互点的估计精度。因此，所有估计参数的协方差矩阵都会减小，即使对于未直接涉及双反射路径的参数也是如此。

*2)* 情形*2*：双反射路径与其中一条单反射路径共享一个交互点：在此情形下，双反射路径的一个交互点已由现有的单反射路径观测到，另一个此前未观测到的交互点则被新增。将现有状态向量记为 $\tilde{}\mathbf{x} = [\mathbf{s}^{\top}, \mathbf{m}_1^{\top}, \cdots, \mathbf{m}_{N-1}^{\top}]^{\top}$，并假设该双反射路径涉及一个交互点 $\mathbf{m}_{N-1}$和一个新交互点 $\mathbf{m}_N$。在式（13）中，$\mathbf{A}$、$\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{C}$ 分别是 $(d_{\mathbf{s}} + (N-1)d_{\mathbf{m}}) \times (d_{\mathbf{s}} + (N-1)d_{\mathbf{m}})$、$(d_{\mathbf{s}} + (N-1)d_{\mathbf{m}}) \times d_{\mathbf{m}}$和 $d_{\mathbf{m}} \times d_{\mathbf{m}}$非零分块矩阵。

为理解该双反射路径对估计现有参数 $\tilde{}\mathbf{x}$的影响，我们考虑 $\tilde{}\mathbf{x}$的等效费舍尔信息矩阵，其为式（14）中$\mathbf{C}$ 的舒尔补

$$\mathbf{J}^e = \tilde{\mathbf{J}}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}^{\top}, \tag{16}$$

当$\mathbf{C}$ 可逆时。这里，$\mathbf{J}^e$ 由三项组成。第一项$\mathbf{J}(\tilde{}\mathbf{x})$量化视距路径和单次反射路径所提供的信息。第二项$\mathbf{A}$ 量化在已知$\mathbf{m}_N$ 的情况下，双反射路径带来的信息增益。第三项 $\mathbf{B}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}^{\top}$ 则量化考虑$\mathbf{m}_N$不确定性后造成的信息损失。

由于$\mathbf{J}_{\mathrm{DB}}$ 是信息矩阵，即$\mathbf{J}_{\mathrm{DB}} \succeq \mathbf{0}$。当$\mathbf{C}$ 非奇异时，有$\mathbf{C} \succ \mathbf{0}$。因此，$\mathbf{C}$ 的舒尔补满足

$$\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}^{\top} \succeq \mathbf{0}, \tag{17}$$

这意味着，双反射路径对现有参数 $\tilde{}\mathbf{x}$ 带来的净信息增益始终非负。换言之，添加这条双反射路径不会降低$\mathbf{x}$ $\tilde{}$的估计性能。

接下来，我们给出$\mathbf{A}$、$\mathbf{B}$ 和$\mathbf{C}$的结构，以便明确$\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}^{\top}$这一项的结构。设 $i$ 为当前考虑的双反射路径的索引。根据定义，我们可以将$\mathbf{A}$ 写为

$$\mathbf{A} = \mathbf{H}_i(\tilde{\mathbf{x}})^{\top}\mathbf{R}_i^{-1}\mathbf{H}_i(\tilde{\mathbf{x}}), \tag{18}$$

而（17）中的第二项可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}^{\top} &= \mathbf{H}_i\left(\tilde{\mathbf{x}}\right)^{\top}\mathbf{R}_i^{-1}\mathbf{H}_i\left(\mathbf{m}_N\right) \\ &\times \left(\mathbf{H}_i\left(\mathbf{m}_N\right)^{\top}\mathbf{R}_i^{-1}\mathbf{H}_i\left(\mathbf{m}_N\right)\right)^{-1}\mathbf{H}_i\left(\mathbf{m}_N\right)^{\top}\mathbf{R}_i^{-1}\mathbf{H}_i\left(\tilde{\mathbf{x}}\right), \end{aligned} \tag{19}$$

其中，$\mathrm{H}_i(\tilde{}\mathbf{x})$ 是二次反射测量相对于 $\tilde{}\mathbf{x}$ 的雅可比矩阵，可表示为 $\mathrm{H}_i\left(\tilde{}\mathbf{x}\right) = [\mathrm{H}_i(\mathbf{s})\mathbf{0}_{d_{\mathbf{z}} \times (N-1)d_{\mathbf{m}}}, \mathrm{H}_i(\mathbf{m}_{N-1})]$。雅可比矩阵 $\mathrm{H}_i(\mathbf{s})$、$\mathrm{H}_i(\mathbf{m}_{N-1})$ 和 $\mathrm{H}_i\left(\mathbf{m}_N\right)$ 分别见（43）、（44）和（45）。为简化记号，令 $\mathrm{H}_{i,\tilde{\mathbf{x}}} \triangleq \mathrm{H}_i(\tilde{}\mathbf{x})$, $\mathrm{H}_{i,\mathbf{m}} \triangleq \mathrm{H}_i\left(\mathbf{m}_N\right)$。我们对 $\mathrm{R}_i^{-1}$ 进行乔列斯基分解，使得 $\mathrm{R}_i^{-1} = \mathrm{W}^{\top}\mathrm{W}$，并定义 $\tilde{}\mathrm{H}_{i\,\tilde{\mathbf{x}}} = {}_{i\,\tilde{\mathbf{x}}}$，$\mathrm{WH}$ 和 $\mathrm{H}_{i,\mathbf{m}} = \mathrm{W}\mathrm{H}_{i,\mathbf{m}}$。将这些代入（18）和（19）可得

$$\mathbf{A} = \tilde{\mathbf{H}}_{i,\tilde{\mathbf{x}}}^{\top}\tilde{\mathbf{H}}_{i,\tilde{\mathbf{x}}}, \tag{20}$$

$$\mathbf{B}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}^{\top} = \tilde{\mathbf{H}}_{i,\tilde{\mathbf{x}}}^{\top}\tilde{\mathbf{H}}_{i,\mathbf{m}}\left(\tilde{\mathbf{H}}_{i,\mathbf{m}}^{\top}\tilde{\mathbf{H}}_{i,\mathbf{m}}\right)^{-1}\tilde{\mathbf{H}}_{i,\mathbf{m}}^{\top}\tilde{\mathbf{H}}_{i,\tilde{\mathbf{x}}}. \tag{21}$$

接下来定义 $\mathbf{P} = \tilde{}\mathbf{H}_{i,\mathbf{m}}\left(\tilde{}\mathbf{H}_{i,\mathbf{m}}^{\top}\tilde{}\mathbf{H}_{i,\mathbf{m}}\right)^{-1}\tilde{}\mathbf{H}_{i,\mathbf{m}}^{\top}$，它是投影到$\mathbf{H}_{i,\mathbf{m}}$列空间上的$\tilde{}$正交投影算子。因此，

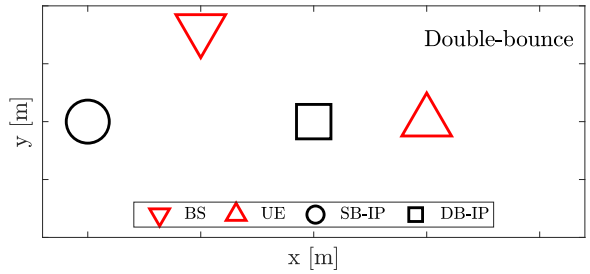



图 4. 秩亏双反射同步定位与建图几何示例。该示例考虑视距路径、一条单反射非视距路径，以及一条与单反射路径共享一个交互点的双反射非视距路径。联合状态的维数为 $\dim(\mathbf{x}) = 8$，费舍尔信息矩阵的秩为 $\operatorname{rank}(\mathbf{J}(\mathbf{x})) = 7$，系统的零空间为 $\operatorname{null}(\mathbf{H}(\mathbf{x})) = [0\,0\,0\,0\,0\,0\,1\,0]^\top$。

所关注的差值可以写为

$$\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}^\top = \tilde{\mathbf{H}}_{i,\tilde{\mathbf{x}}}^\top(\mathbf{I} - \mathbf{P})\tilde{\mathbf{H}}_{i,\tilde{\mathbf{x}}}. \tag{22}$$

由于矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_{i,\mathbf{m}}$ 具有满列秩 $d_{\mathbf{m}} = 2$，投影矩阵$\mathbf{P}$的秩也为二。因此，在式 (22) 中，矩阵 $\mathbf{I} - \mathbf{P}$ 的秩为一，而矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_{i,\tilde{\mathbf{x}}}^\top(\mathbf{I} - \mathbf{P})\tilde{\mathbf{H}}_{i,\tilde{\mathbf{x}}}$的秩为一。因此，双反射路径仅为现有参数 $\tilde{\mathbf{x}}$提供一个维度上的信息。直观而言，当 $\mathbf{m}_N$ 是到达用户设备前的最后一个交互点时，如式 (45) 所示，与出发角测量对应的雅可比矩阵元素为零，这意味着$\mathbf{m}_N$ 不会影响出发角，而出发角直接为 $\tilde{\mathbf{x}}$提供信息。

需要指出的是，上述结论仅当矩阵$\mathbf{C}$ 可逆（满秩）时才成立。在某些几何配置下，$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_N)$可能不具有满列秩，从而使$\mathbf{C}$ 奇异。一种此类退化情形出现在$\mathbf{m}_{N-1}$、$\mathbf{m}_N$与用户设备共线，且$\mathbf{m}_N$ 位于$\mathbf{m}_{N-1}$ 与用户设备之间时。这一点反映在雅可比矩阵$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_N)$中：在该共线几何下，$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_N)$第一行的元素变为零（见(45)中的表达式）。这种秩亏几何的一个示例见图4，所得费舍尔信息矩阵的秩与零空间在图注中有详细说明。如图所示，沿 $x$轴移动第二交互点（黑色方块）对观测测量没有影响，从而导致第二交互点的 $x$方向变得不可辨识。

*3)* 情形 *3*：双反射路径不与任何单次反射路径共享交互点： 在第三种情形中，双反射路径的两个交互点都是新的，且未曾从任何单次反射路径中被观测到。因此，此类路径会向估计问题引入两个新的未知向量。此情形下二次反射对费舍尔信息矩阵的贡献具有如下结构$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{(d_{\mathbf{s}}+(N-2)d_{\mathbf{m}})\times(d_{\mathbf{s}}+(N-2)d_{\mathbf{m}})}$、$\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{(d_{\mathbf{s}}+(N-2)d_{\mathbf{m}})\times 2d_{\mathbf{m}}}$以及$\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{2d_{\mathbf{m}}\times 2d_{\mathbf{m}}}$。重要的是，$\mathbf{C} \le d_{\mathbf{z}} = 3$ 的秩始终小于新涉及参数的维数$2d_{\mathbf{m}} = 4$，且至少有一个自由度仍然不可观测。因此，$\mathbf{C}$ 是秩亏的，所得整体费舍尔信息矩阵$\mathbf{J}(\mathbf{x})$也是秩亏的。因此，若一条双反射路径的两个交互点在其他地方均未被观测到，加入该双反射路径并不能为用户设备和单次反射交点提供信息增益。识别并舍弃此类双反射路径后，SLAM 问题仍然可以求解。

总之，在一般几何条件下，加入至少与一条单反射路径共享一个交互点的二次反射路径，可使 SLAM 问题变得可解。此外，这些二次反射路径能够为用户设备状态和所有单次反射交点提供信息增益，从而提高这些参数的估计精度。图 4 展示了一种特殊的秩亏几何情形：加入一条与单反射路径共享一个交互点的二次反射路径，会使问题变得不可解。在这种退化情形下，可以识别并移除该二次反射路径，之后问题仍然可解。

## IV. 所提双次反射快照 SLAM 算法

本节介绍所提方法，该方法利用来自视距、单次反射和双反射路径的测量值来解决快照 SLAM 问题。

### *A.* 所提方法——总体思路

回想一下，$\mathcal{I} = \{0, 1, ..., M\}$ 是测量值索引集，可划分为四个互不相交的集合：$\mathcal{I} = \{\mathcal{I}_{\text{LoS}}, \mathcal{I}_{\text{SB}}, \mathcal{I}_{\text{DB}}, \mathcal{I}_{\text{HO}}\}$，其中 $\mathcal{I}_{\text{LoS}}$ 是视距索引，$\mathcal{I}_{\text{SB}}$ 和$\mathcal{I}_{\text{DB}}$ 分别包含单次反射和二次反射索引，而 $\mathcal{I}_{\text{HO}}$ 是对应于高阶交互和杂波测量的索引集，这些测量值无法为解决该问题提供任何有用信息。解决快照 SLAM 问题的主要难点之一，是正确地对各互不相交集合中的元素进行分类。为克服这一挑战，我们提出了一种四步估计器，概括如下：

1) 初始 *SLAM* 解– 为计算初始用户设备和地标估计值，我们采用 [8] 中所述的鲁棒快照式同步定位与建图算法。该方法将测量值划分为一组内点 $\mathcal{I}_{\text{inlier}} = \{\mathcal{I}_{\text{LoS}}, \mathcal{I}_{\text{SB}}\}$，用于求解该问题；以及外点 $\mathcal{I}_{\text{outlier}} = \{\mathcal{I}_{\text{DB}}, \mathcal{I}_{\text{HO}}\}$，这些外点被视为会降低 SLAM 性能的不必要传播路径。该方法总结于第四节-B。2) 双次反射分类 – 根据与 $i' \in \mathcal{I}_{\text{SB}}$ 的几何一致性，将第一步获得的外点$i \in \mathcal{I}_{\text{outlier}}$ 中的传播路径 $i$ 分类为双反射路径。 $\mathcal{I}_{\text{DB}}$ 的分类细节见第四节-C。3) 估计 的交互点 – 已识别的二次反射路径与单次反射路径共享一个或两个交互点。如果路径 $i \in \mathcal{I}_{\text{DB}}$ 仅与路径 $i' \in \mathcal{I}_{\text{SB}}$共享其中一个交互点，则可通过一条半直线与一个椭圆的交点估计双反射路径的第二交互点。在第四节-D中，我们推导出了第二交互点的闭式解。4) 双反射快照式同步定位与建图 – 双反射快照式同步定位与建图问题的最大似然估计在第四节-E中给出。所提出的方法利用 $\{\mathcal{I}_{\text{LoS}}, \mathcal{I}_{\text{SB}}, \mathcal{I}_{\text{DB}}\}$，以及在步骤 $1-3$中获得的初始用户设备和地标估计值。

### *B.* 初始同步定位与建图解

为解决混合视距/非视距条件下的 SLAM 问题，我们采用了鲁棒快照式同步定位与建图算法，该算法最初发表于

[8]。该算法采用一种受 RANSAC 启发的最小二乘方法：首先使用一组最小信道参数估计值 $\mathcal{Z}=\{\mathbf{z}_0,\mathbf{z}_1,\ldots,\mathbf{z}_M\}$ 计算初始解 $\hat{\mathbf{s}}_0$。然后，根据 $\hat{\mathbf{s}}_0$ 和误差度量，将测量索引划分为内点集合$\mathcal{I}_{\text{inlier}}=\{\mathcal{I}_{\text{LoS}},\mathcal{I}_{\text{SB}}\}$ 和外点集合 $\mathcal{I}_{\text{outlier}}=\{\mathcal{I}_{\text{DB}},\mathcal{I}_{\text{HO}}\}$，使得 $\mathcal{I}=\{\mathcal{I}_{\text{inlier}},\mathcal{I}_{\text{outlier}}\}$，其中 $\mathcal{I}_{\text{inlier}}\cap\mathcal{I}_{\text{outlier}}=\emptyset$。之后，使用 $\mathcal{I}_{\text{inlier}}$ 重新求解问题，并将使最小二乘代价最小的用户设备估计值 $\hat{\mathbf{s}}$ 作为最终估计。最后，地图估计为 $\hat{\mathcal{M}}=\{\hat{\mathbf{m}}_i\mid i\in\mathcal{I}_{\text{SB}}\}$，其中针对每个 $i\in\mathcal{I}_{\text{SB}}$，通过求解一个非线性优化问题来独立计算地标估计 $\hat{\mathbf{m}}_i$。

### C. 双次反射分类

给定在第四节 B 中识别出的单次反射索引集 $\mathcal{I}_{\text{SB}}$，我们利用角度一致性识别双反射路径 $\mathcal{I}_{\text{DB}}\subseteq\mathcal{I}_{\text{outlier}}$。具体而言，如果一条候选双反射路径与一条单反射路径在发射机侧共享同一个交互点，那么它们的出发角预计会非常接近。反之，如果交互点位于接收机侧，它们的到达角预计会相似。

分别将候选双反射路径 $i\in\mathcal{I}_{\text{outlier}}$ 与已识别的单次反射路径 $\mathcal{I}_{\text{SB}}$ 的出发角和到达角之间的角距离记为 $\delta\boldsymbol{\phi}_i=[\Delta(\phi_i,\phi_1)\ldots,\Delta(\phi_i,\phi_{|\mathcal{I}_{\text{SB}}|})]$ 和 $\delta\boldsymbol{\theta}_i=[\Delta(\theta_i,\theta_1)\ldots,\Delta(\theta_i,\theta_{|\mathcal{I}_{\text{SB}}|})],$，其中两个角度之间的角距离定义为

$$\Delta(a,b)=|(a-b+\pi)\bmod 2\pi-\pi|. \tag{23}$$

令 $\boldsymbol{\psi}_i=[\delta\boldsymbol{\phi}_i,\delta\boldsymbol{\theta}_i]$ 表示组合角距离向量。角度误差最小的索引为

$$n_{\boldsymbol{\psi}}=\arg\min_n\boldsymbol{\psi}_i,\quad n=1,2,\ldots,2|\mathcal{I}_{\text{SB}}| \tag{24}$$

且若 $[\boldsymbol{\psi}_i]_{n_{\boldsymbol{\psi}}}$ 低于角度阈值 $T_{\boldsymbol{\psi}}$，则路径 $i$ 被归类为双反射路径。数学上，$\mathcal{I}_{\text{DB}}$ 的构造方式如下

$$\mathcal{I}_{\text{DB}}=\{i\in\mathcal{I}_{\text{outlier}}\mid[\boldsymbol{\psi}_i]_{n_{\boldsymbol{\psi}}}\le T_{\boldsymbol{\psi}}\}. \tag{25}$$

### D. $\mathcal{I}_{DB}$的交互点估计

双反射路径 $i\in\mathcal{I}_{\text{DB}}$的交互点 $\mathcal{M}_i=\{\mathbf{m}_i^1,\mathbf{m}_i^2\}$ 通过考虑以下两种情形得到：

1) 情形*1*：若以下逻辑条件成立，我们将两条不同单次反射路径的交互点用作 $\mathcal{M}_i=\{\mathbf{m}_i^1,\mathbf{m}_i^2\}$

$$[\delta\boldsymbol{\phi}_i]_{n_{\boldsymbol{\phi}}}\le T_{\boldsymbol{\psi}}\text{ and }[\delta\boldsymbol{\theta}_i]_{n_{\boldsymbol{\theta}}}\le T_{\boldsymbol{\psi}}, \tag{26}$$

成立。在上文中，出发角和到达角的索引分别为 $n_{\boldsymbol{\phi}}=\arg\min_n\delta\boldsymbol{\phi}_i$ 和 $n_{\boldsymbol{\theta}}=\arg\min_n\delta\boldsymbol{\theta}_i$。双反射路径的交互点为$\mathbf{m}_i^1=\hat{\mathbf{m}}^{n_{\boldsymbol{\phi}}}$ 和 $\mathbf{m}_i^2=\hat{\mathbf{m}}^{n_{\boldsymbol{\theta}}}$。

2) 情形*2*：我们将单反射路径的一个交互点用作$\mathbf{m}_i^1$，估计 $\mathbf{m}_i^2$ 的详细过程如下所述。若$n_{\boldsymbol{\psi}}\le|\mathcal{I}_{\text{SB}}|$，单反射路径与二次反射路径的出发角相近，因此我们设$\mathbf{m}_i^1=\hat{\mathbf{m}}^{n_{\boldsymbol{\psi}}}$。反之，若 $n_{\boldsymbol{\psi}}>|\mathcal{I}_{\text{SB}}|$，到达角相近，因此我们设$\mathbf{m}_i^1=\hat{\mathbf{m}}^{n_{\boldsymbol{\psi}}-|\mathcal{I}_{\text{SB}}|}$。

接下来，我们说明如何在情形*2*中估计$\mathbf{m}_i^2$。该方法受到 [31] 的启发，但有所不同，下面给出闭式推导。令起点、两个交互点以及 $i\in\mathcal{I}_{\text{DB}}$ 的终点分别记为 $\mathcal{P}_i=\{\mathbf{p}_i^0,\mathbf{m}_i^1,\mathbf{m}_i^2,\mathbf{p}_i^3\}$。若角度误差最小的索引为 $n_{\boldsymbol{\psi}}\le|\mathcal{I}_{\text{SB}}|$（见式（24）），则将基站视为起点（$\mathbf{p}_i^0=\mathbf{p}_{\text{BS}}$），将用户设备视为终点（$\mathbf{p}_i^3=\hat{\mathbf{p}}_{\text{UE}}$）。反之，若 $n_{\boldsymbol{\psi}}>|\mathcal{I}_{\text{SB}}|$，则将用户设备视为起点（$\mathbf{p}_i^0=\hat{\mathbf{p}}_{\text{UE}}$），将基站视为终点（$\mathbf{p}_i^3=\mathbf{p}_{\text{BS}}$）。第二交互点随后位于一条半直线上

$$\mathbf{m}_i^2=\mathbf{p}_i^3+\lambda\mathbf{t}_i,\quad\lambda>0, \tag{27}$$

该半直线从$\mathbf{p}_i^3$出发，沿单位方向向量$\mathbf{t}_i$延伸，其表达式为

$$\mathbf{t}_i=\begin{cases}\boldsymbol{\Omega}(\hat{\alpha}_{\text{UE}})[\cos(\theta_i),\sin(\theta_i)]^\top & \text{if}\quad n_{\boldsymbol{\psi}}\le|\mathcal{I}_{\text{SB}}|,\\ \boldsymbol{\Omega}(\alpha_{\text{BS}})[\cos(\phi_i),\sin(\phi_i)]^\top & \text{otherwise,}\end{cases} \tag{28}$$

其中，$\boldsymbol{\Omega}(\alpha)=\begin{bmatrix}\cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha)\end{bmatrix}$是一个逆时针旋转矩阵。第二交互点也位于一个椭圆上，该椭圆定义为

$$\|\mathbf{m}_i^2-\mathbf{m}_i^1\|+\|\mathbf{m}_i^2-\mathbf{p}_i^3\|=d_i^e, \tag{29}$$

其中，$d_i^e=c(\tau_i-\hat{b}_{\text{UE}})-\|\mathbf{p}_i^0-\mathbf{m}_i^1\|$，且两个焦点分别位于$\mathbf{m}_i^1$和$\mathbf{p}_i^3$。因此，$\mathbf{m}_i^2$ 位于一条半直线与一个椭圆的交点处。结合式（27）和式（29）并求解$\mathbf{m}_i^2$，即可得到闭式解。具体而言，首先将式（27）代入式（29），得到

$$\|\mathbf{p}_i^3+\lambda\mathbf{t}_i-\mathbf{m}_i^1\|+\|\mathbf{p}_i^3+\lambda\mathbf{t}_i-\mathbf{p}_i^3\|=d_i^e. \tag{30}$$

通过展开欧几里得范数，并注意到 $\|\mathbf{p}_i^3+\lambda\mathbf{t}_i-\mathbf{p}_i^3\|=\lambda$，因为$\mathbf{t}_i$ 是单位向量，可得

$$\sqrt{\|\mathbf{p}_i^3-\mathbf{m}_i^1\|^2+2\lambda(\mathbf{p}_i^3-\mathbf{m}_i^1)^\top\mathbf{t}_i+\lambda^2}=d_i^e-\lambda. \tag{31}$$

将等式两边平方并求解 $\lambda$，得到

$$\lambda=\frac{(d_i^e)^2-\|\mathbf{p}_i^3-\mathbf{m}_i^1\|^2}{2((\mathbf{p}_i^3-\mathbf{m}_i^1)^\top\mathbf{t}_i+d_i^e)}, \tag{32}$$

并将 $\lambda$ 代回式 (27)，可得闭式解

$$\hat{\mathbf{m}}_i^2=\mathbf{p}_i^3+\frac{(d_i^e)^2-\|\mathbf{p}_i^3-\mathbf{m}_i^1\|^2}{2((\mathbf{p}_i^3-\mathbf{m}_i^1)^\top\mathbf{t}_i+d_i^e)}\mathbf{t}_i. \tag{33}$$

求出$\mathbf{m}_i^2$后，使用 $d_i^e>\|\mathbf{p}_i^3-\mathbf{m}_i^1\|$检查解的可行性。如果解可行，则将该交互点添加到地图中，即 $\hat{\mathcal{M}}=\hat{\mathcal{M}}\cup\hat{\mathbf{m}}_i^2$；如果检查未通过，则从 $\mathcal{I}_{\text{DB}}$中移除候选路径 $i$，即 $\mathcal{I}_{\text{DB}}=\mathcal{I}_{\text{DB}}\backslash i$。

### E. 双次反弹快照*SLAM*

回顾一下，用户设备和交互点的联合状态为$\mathbf{x}=[\mathbf{s}^\top,\mathbf{m}_1^\top,\ldots,\mathbf{m}_{|\mathcal{M}|}^\top]^\top\in\mathbb{R}^{(d_{\mathbf{s}}+|\mathcal{M}|d_{\mathbf{m}})\times1}$，其中$\mathbf{m}_n\in\mathcal{M}$。所考虑的二次反射快照式同步定位与建图问题可通过最大化关于$\mathbf{x}$的联合似然函数来求解，这等价于最小化负对数似然，从而得到以下问题

$$\hat{\mathbf{x}}=\arg\min_{\mathbf{x}}L(\mathbf{x}). \tag{34}$$

在上文中，$L(\mathbf{x})$是我们希望最小化的二次代价函数，并由下式给出

$$L(\mathbf{x})=(\mathbf{z}-\mathbf{h}(\mathbf{x}))^\top\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{z}-\mathbf{h}(\mathbf{x})). \tag{35}$$

由于测量值是独立的，我们可以将代价函数表示为

$$L(\mathbf{x})=\sum_{i\in\mathcal{I}_{\text{inlier}}}(\mathbf{z}_i-\mathbf{h}_i(\mathbf{x}))^\top\mathbf{R}_i^{-1}(\mathbf{z}_i-\mathbf{h}_i(\mathbf{x})), \tag{36}$$

其中内点集合 $\mathcal{I}_{\text{inlier}} = \{\mathcal{I}_{\text{LOS}}, \mathcal{I}_{\text{SB}}, \mathcal{I}_{\text{DB}}\}$ 按照第IV-B节和第IV-C节所述进行估计。需要注意的是，由于测量值与交互点之间的数据关联已在所提出的算法的步骤1-3中得到求解，因此已知$\mathbf{x}$ 的哪些元素对应于 $\mathcal{M}_i$。

上述问题可以通过迭代求解，例如使用高斯-牛顿算法。该算法基于在当前线性化点 $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}$ [39]附近对测量模型进行一阶泰勒级数展开来近似测量模型。近似结果如下

$$\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) \approx \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}) + \mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^{(j)}), \tag{37}$$

其中，模型$\mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}) \in \mathbb{R}^{d_{\mathbf{z}} \times 1}$ 和雅可比矩阵$\mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}) = \partial \mathbf{h}_i(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{d_{\mathbf{z}} \times d_{\mathbf{x}}}$ 均在当前线性化点 $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}$处计算。[4] 将式 (37) 代入式 (36)，令 $L(\mathbf{x})$ 的梯度为零并求解 $\mathbf{x}$，即可推导出高斯-牛顿算法的更新步。梯度表示为

$$\begin{aligned}\frac{\partial L(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \approx\ & 2 \sum_{i \in \mathcal{I}_{\text{inlier}}} (\mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}))^\top \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^{(j)}) \\ & - 2 \sum_{i \in \mathcal{I}_{\text{inlier}}} (\mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}))^\top \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{z}_i - \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)})),\end{aligned} \tag{38}$$

求解$\mathbf{x}$ 即可得到更新后的状态估计

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}^{(j+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(j)} & + \left( \sum_{i \in \mathcal{I}_{\text{inlier}}} (\mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}))^\top \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}) \right)^{-1} \\ & \times \left( \sum_{i \in \mathcal{I}_{\text{inlier}}} (\mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}))^\top \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{z}_i - \mathbf{h}_i(\hat{\mathbf{x}}^{(j)})) \right).\end{aligned} \tag{39}$$

高斯-牛顿算法使用所提出的二次反射快照SLAM算法第 $1-3$ 步得到的结果进行初始化。UE 和交互点的联合状态初始化为 $\hat{\mathbf{x}}^{(0)} = [\hat{\mathbf{s}}^\top, \ \hat{\mathbf{m}}_1^\top, \ \cdots, \ \hat{\mathbf{m}}_N^\top]^\top$，其中 $\hat{\mathbf{s}}$ 按第四节 B 所述进行估计，$N = |\mathcal{M}|$ 为地图的基数，$\hat{\mathbf{s}}$ 和 $\hat{\mathbf{m}}_n \in \mathcal{M}$ 分别表示单次反射路径和二次反射路径的交互点，其估计方法见第四节 B 和第四节 D。高斯-牛顿算法迭代运行，直到更新步的范数低于阈值（$\|\hat{\mathbf{x}}^{(j+1)} - \hat{\mathbf{x}}^{(j)}\| < T_\epsilon$）或达到最大迭代次数（$j+1 \geq J$）。

## V. 结果

### A. 数值评估与洞见

*1)* 仿真设置：以下给出了双反射 SLAM 的性能界。分析考虑一个示例：基站状态固定为 $x_{\text{BS}} = -5\text{m}$ $y_{\text{BS}} = 0\text{ m}$ $\alpha_{\text{BS}} = 0\text{deg}$，用户设备状态固定为 $x_{\text{UE}} = 5\text{ m}$ $y_{\text{UE}} = 0\text{ m}$ $\alpha_{\text{UE}} = 90\text{deg}$ $b_{\text{UE}} = 0\,\text{ns}$，而单次反射和双次反射交互点的位置则限定在区间 $x_n,\ y_n \in [-10\text{m},\ 10\text{ m}]\,\forall\, n$ 内。假设

[4] $\mathbf{J}_i^{(j)} = [\mathbf{J}_{\text{s},1}^{(j)\top}\ \mathbf{J}_{\text{m},1}^{(j)\top}\ \mathbf{J}_{\text{m},2}^{(j)\top}\ \mathbf{J}_{\text{m},3}^{(j)\top}\ \mathbf{J}_{\text{m},4}^{(j)\top}]^\top$ 考虑一个例子，其线性化点为 $\hat{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{s}}), (\hat{\mathbf{m}}), (\hat{\mathbf{m}}), (\hat{\mathbf{m}}), (\hat{\mathbf{m}})$，且双反射路径的交互点为 $\hat{\mathcal{M}}_i^{(j)} = \{\hat{\mathbf{m}}_2^{(j)}, \hat{\mathbf{m}}_4^{(j)}\}$。此时，$i \in \mathcal{I}_{\text{DB}}$ 的测量模型定义为 $\mathbf{h}_i^{(j)} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\text{s},1}^{(j)} & \mathbf{J}_{\text{m},1}^{(j)} & \mathbf{0}_{d_{\mathbf{z}} \times d} & \mathbf{J}_{\text{m},2}^{(j)} & \mathbf{0}_{d_{\mathbf{z}} \times d} & \mathbf{J}_{\text{m},3}^{(j)} & \mathbf{J}_{\text{m},4}^{(j)} \end{bmatrix}$ $\triangleq \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}) \triangleq \mathbf{h}(\hat{\mathbf{s}}^{(j)}, \hat{\mathcal{M}}_i^{(j)})$，雅可比矩阵为 $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^{(j)})$ $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{s}})$ m $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{m}})$ m $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{m}})$，其中偏导数 $\mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{s}}^{(j)})$、$\mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{m}}_2^{(j)})$ 和 $\mathbf{H}_i(\hat{\mathbf{m}}_4^{(j)})$ 分别见式（43）、（44）和（45）。

存在视距，且信道参数估计值的协方差设为$\mathbf{R}_i = ([1\,\text{ns}, 1\text{ 度}, 1\text{ 度}]^2)\ \forall\, i$，与第V-B节中的设定相同。下文考虑两种不同情形。情形*1*中，双反射路径与单反射路径共享两个交互点；而在情形*2*中，双反射路径与单反射路径共享第一个交互点。

*2)* 结果与讨论：图5展示了情形2下单次反射和双次反射快照式 SLAM 的性能界。图中，顶行给出了存在一条视距路径和一条单次反射路径时的位置误差界、方向误差界、时钟偏差误差界和入射点误差界。底行展示了存在一条双反射路径时相应的界，该双反射路径与单次反射路径共享其第一个交互点。由于双反射路径为问题引入了额外的交互点，最后一列还给出了该双反射路径第二个交互点的入射点误差界。显然，问题的几何结构对性能有显著影响。事实上，如果单次反射交互点位于穿过基站和用户设备的直线上，或者双反射路径的第二个交互点位于连接第一个交互点与用户设备的线段上，系统就会秩亏。图中的白线标示了这些区域；在这些位置，问题无法求解，因为并非所有未知参数都能得到估计。不过，在这种情况下，可以尝试识别导致退化情形的路径并将其舍弃，[5] 或者当系统不存在唯一解时改用摩尔－彭若斯广义逆。本文的目标之一是突出这类秩亏的问题几何结构；至于开发能够处理这些特殊情形的鲁棒估计器，则留待未来研究。总体而言，单次反射与双次反射快照式 SLAM 的性能界几乎相同；有双反射路径时，位置、方向、时钟偏差和第一个地标位置的下界平均仅分别降低 3.8%、0%、3.2% 和 5.0%。因此，情形2中双反射路径的主要优势在于能够略微改善估计性能，并且还能估计出一个额外地标，从而提升对周围环境的态势感知，也就是说，提高整体地图的精度和完整性。

情形*1* 的性能界如图6所示。第一行考虑了一条视距路径和两条单次反射路径，并展示了两个交互点的PEB、OEB、BEB和LEB。第二行加入了一条与单次反射路径共享两个交互点的双反射路径，并给出了相应的界。如第二行所示，加入双反射路径打破了PEB和BEB的对称性。这是由于几何结构不同：当双反射路径的两个交互点相对于基站和用户设备处于不同的角方向时，与两个交互点处于相似方向的情况相比，该路径能够提供更多空间信息。如图所示，与图5相比，第二条单次反射路径提供了额外信息，从而收紧了估计界。

[5]即使只使用路径子集，问题仍可能是满秩的。例如，在图5中舍弃双反射路径后，仍可利用视距路径和单反弹非视距路径求解问题，其界如图中上排所示。

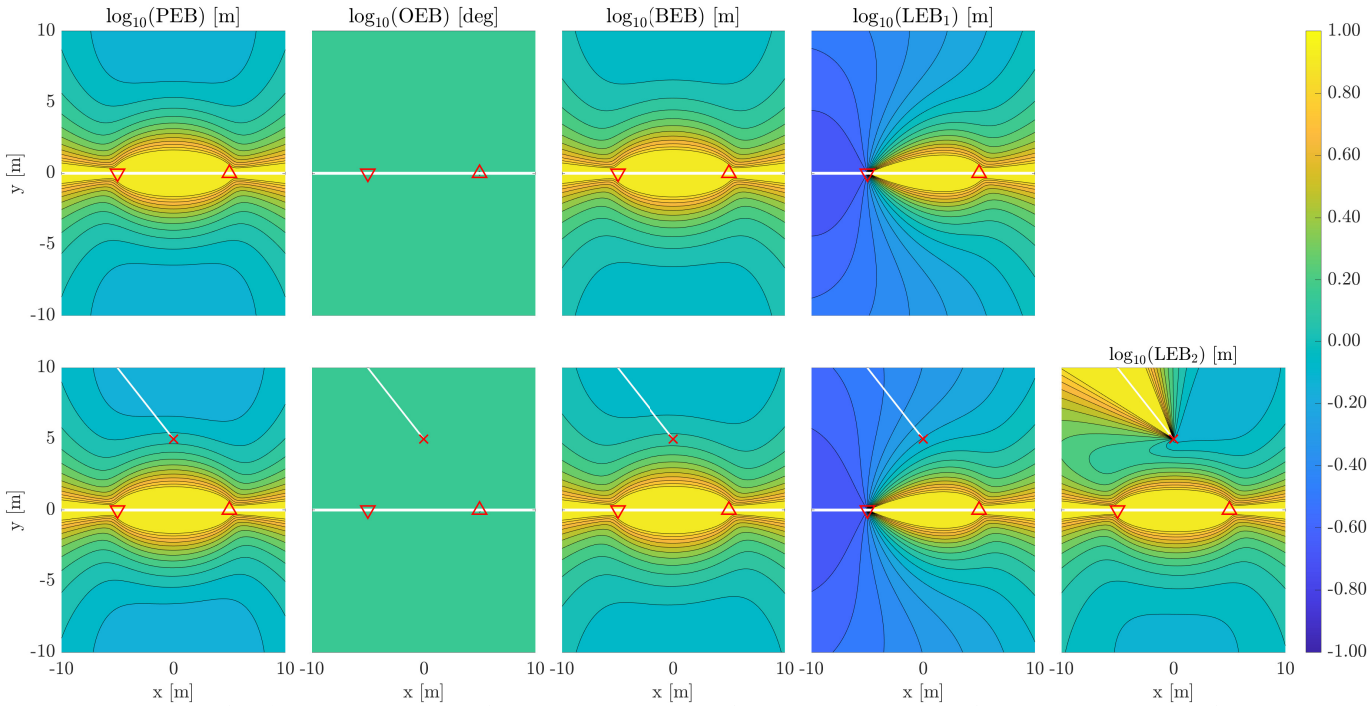



图5. 上图：视距路径和一条单次反射非视距路径下的性能界。下图：视距路径、一条单次反射非视距路径和一条双反弹非视距路径下的性能界，其中双反弹非视距路径与单次反射非视距路径共用第一个交互点（情形2）。图中，单次反射非视距路径的交互点位置变化范围为 $x$， $y \in [-10\,\mathrm{m},\ 10\,\mathrm{m}]$,，而二次反射非视距路径的第二交互点固定在 $x = 0\mathrm{m}$ $y = 5\mathrm{m}$。基站位置用 ( ) 表示，用户设备位置用 ( ) 表示，二次反射非视距路径的第二交互点用 ( ) 表示。

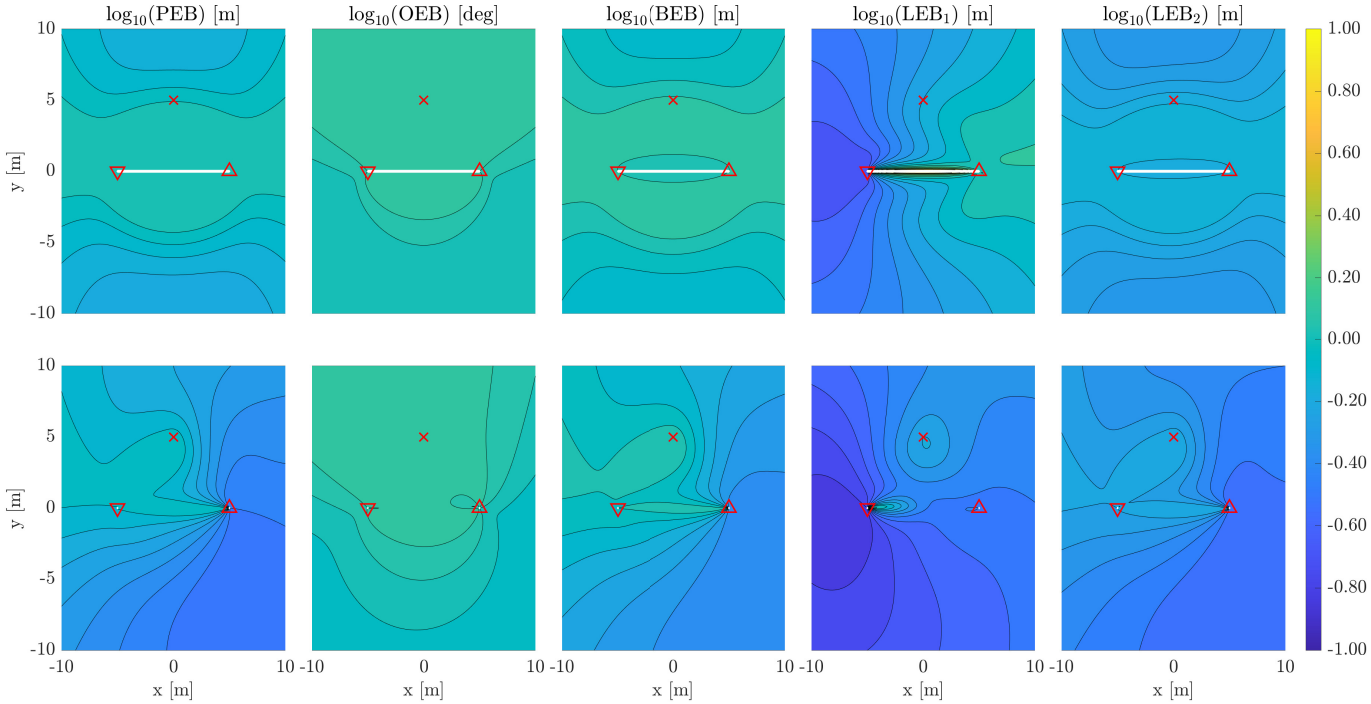
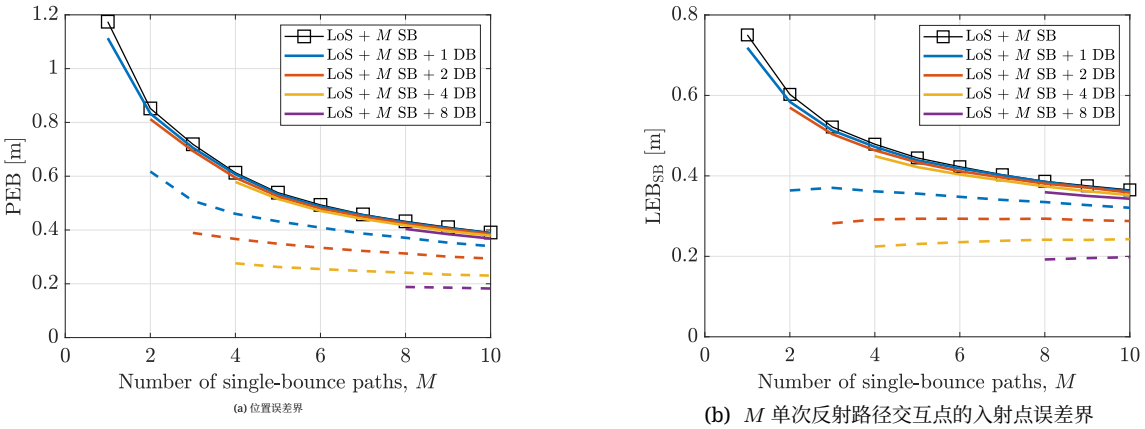



图6. 上图：视距路径和两条单次反射非视距路径下的性能界。下图：视距路径、两条单次反射非视距路径和一条双反弹非视距路径下的性能界，其中双反弹非视距路径与两条单次反射非视距路径共用两个交互点（情形1）。图中，一条单次反射非视距路径的交互点位置变化范围为 $x_1$, $y_1 \in [-10\mathrm{m},\ 10\,\mathrm{m}]$,，而第二条单次反射非视距路径的交互点固定在 $x_2 = 0\mathrm{m}$ $y_2 = 5\mathrm{m}$。双反射路径的传播路径如下：基站 $\to [x_1, y_1]^\top \to [x_2, y_2]^\top \to$ 用户设备。基站位置用 ( ) 表示，用户设备位置用 ( ) 表示，固定的单次反射非视距路径的交互点用 ( ) 表示。

此外，双反射路径还提供了三项额外测量值（即$\mathbf{z}_i$），这些测量值引入了新的系统约束，而不会增加任何新的未知量（即$\mathbf{m}_n$）。因此，双反射路径进一步改善了性能界，而且，在双反射路径可用时，下界平均分别降低了：位置 36.8%、方向 5.3%、时钟偏差 35.3%、第一个地标位置 44.1%，以及第二个地标位置 32.3%。这些提升




(a) 位置误差界　　(b) $M$ 单次反射路径交互点的入射点误差界

图 7. 位置误差界和入射点误差界$_{\mathrm{SB}}$ 随单次反射路径数量（x 轴）和二次反射路径数量（以不同颜色表示）的变化。图中，实线表示每条二次反射路径都与一条单次反射非视距路径共享一个交互点的情形（情形2），虚线则表示每条二次反射路径都与两条不同的单次反射非视距路径共享两个交互点的情形（情形1）。

已经相当显著。有趣的是，二次反射信号还提升了基站与用户设备之间系统的可辨识性，因为第一个交互点的 $x$ 坐标变得可观测。总之，当双反射路径的两个交互点都与单次反射交点重合时，估计性能会显著提升，系统的可辨识性也会增强。

到目前为止，我们仅考虑了一条二次反射路径和至多两条单次反射路径。图 7 展示了两种情形下，位置误差界和入射点误差界$_{\mathrm{SB}}$ （单次反射路径交互点的入射点误差界）随单次反射路径和二次反射路径数量的变化。如图所示，界与单次反射路径数量成反比，且随着二次反射路径数量增加，精度有所提升。然而，两种情形的结果差异显著。在情形2中，尽管二次反射路径最多达到八条，相较于仅有单次反射路径的情形，性能提升仍微乎其微；而在情形1中，性能则随着二次反射路径数量增加而显著提升。值得注意的是，在情形1中，三条单次反射路径和两条二次反射路径的性能优于包含十条单次反射路径的系统。原因在于，每条单次反射路径都会增加三个已知参数和两个未知参数，而在情形1中，二次反射路径不会增加未知参数。这意味着二次反射路径仅为系统增加了约束，有利于提升估计性能。

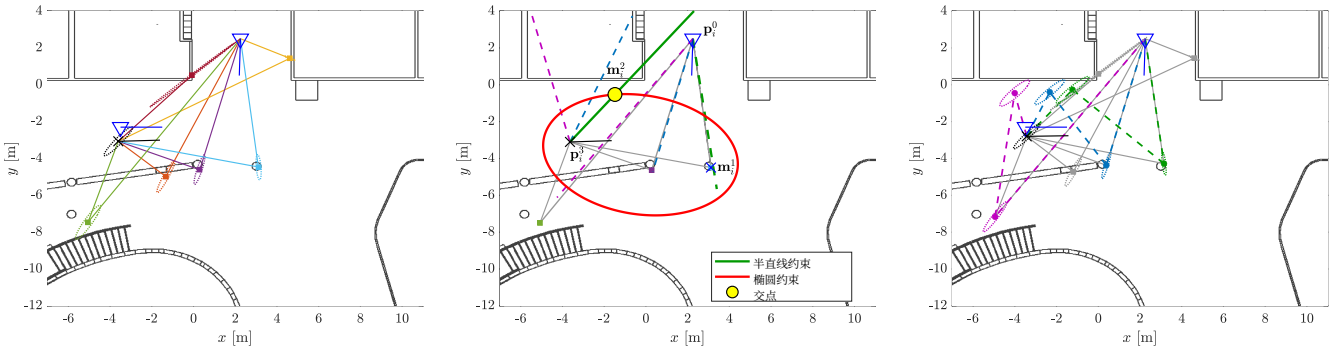
## *B.* 实验结果

*1*）实验设置：我们使用一个公开的真实世界 60 GHz 测量数据集，评估所提出的 SLAM算法和基准方法的性能。该数据集是在坦佩雷大学校园内采集的室内数据 [40]。该数据集共包含 45 个不同的用户设备位置，其中 32 个是在视距条件下测量的，13 个是在非视距条件下测量的。利用 400 MHz 传输带宽和 5G NR 规定的下行定位参考信号，获得了波束成形测量。实验细节和所用硬件在 [2], [40]中有进一步说明。对于信道测量，出发角和到达角根据波束

参考信号接收功率测量值，使用基于恒虚警率的检测器进行估计；到达时间则采用[2]中介绍的基于奇异值分解的方法进行估计。信道参数的协方差经过经验调整，设为$\mathbf{R}_i = ([1\,\mathrm{ns},\ 1\ 度,\ 1\ 度]^2)\forall i$。(25)和(26)中用于分类二次反射路径的角度阈值设为 $T_\psi = 2$度，终止高斯-牛顿算法的阈值为 $T_\epsilon = 0.1$，允许的高斯-牛顿迭代次数上限为 $J = 5$。

将所提出的快照式同步定位与建图算法与另外两种快照式同步定位与建图算法进行基准比较。第一种基准方法是 [8]，中提出的鲁棒快照 SLAM 算法，它使用最小二乘法估计用户设备状态和地标。第二种基准方法是 [41]，中提出的 SLAM 算法，它改用最大似然估计。两种基准方法都仅利用视距路径和单次反射非视距路径求解 SLAM 问题；包括高阶非视距路径在内的所有其他测量值均予以舍弃。本文分别将这两种基准方法称为 SB-LS（单次反射最小二乘法）和 SB-MLE（单次反射最大似然估计）。性能通过估计的用户设备位置、方向和时钟偏差的均方根误差（RMSE）进行比较。无法获得地标位置的真实值，这是使用真实世界实验数据时常见的问题。

*2*）结果与讨论：图 8 展示了在纯非视距条件下，所提出的估计器在一个示例用户设备位置处的顺序运行过程。第一阶段中，识别单次反射路径，并按照第四节 IV-B 中的说明，获得用户设备状态及单次反射交点的初始估计。图 8a 展示了所提出算法的初始解，该解本质上与 SB-LS 相同。在示例用户设备位置处，识别出六条单次反射路径，并用其求解问题。初始解的位置、航向和时钟偏差均方根误差分别为 $[0.82\,\mathrm{m}$、2.00 度和 $2.05\,\mathrm{ns}]$。在初始解的基础上，图 8b 展示了二次反射路径的分类与估计，详情见第四节 IV-C。发现了三条二次反射候选路径（虚线），其出发角与已有单次反射路径（实线）的出发角一致。因此，对于这三条路径中的每一条，都将与其出发角一致的单次反射路径的交点视为其第一个共享交点




(a) 单次反射快照SLAM解　(b) 双次反射分类　(c) 二次反射快照SLAM解

图 8. 当视距路径不存在时，某一用户设备位置处的示意图。图中，基站和用户设备的真实位置分别用（▽）表示，用户设备位置估计用（×）表示。图中，已识别的单次反射路径用实线表示，二次反射路径用虚线表示；用户设备和交点位置估计的协方差则用点状椭圆表示。(a) 显示了仅使用单次反射路径计算得到的初始解。(b) 展示了识别和确定二次反射路径的步骤（为清晰起见，未将未分类为二次反射信号的外点可视化）。此外，还展示了一个二次反射候选的第二交互点估计过程。(c) 显示了使用所提出的二次反射快照SLAM算法得到的最终估计。

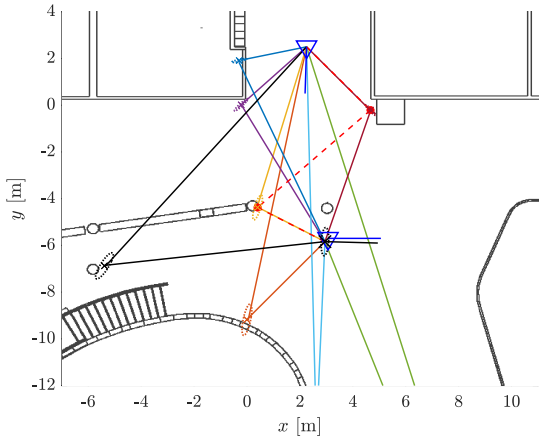
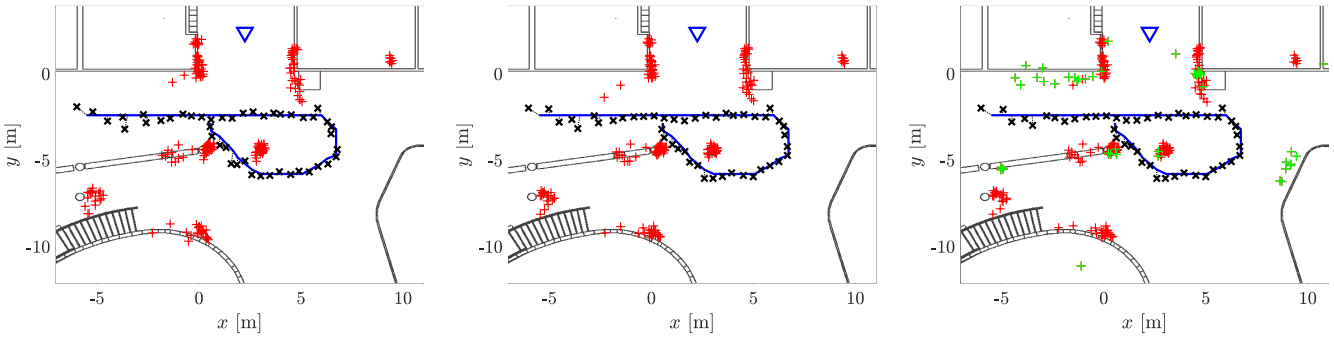



图 9. 使用所提出的算法得到的一个快照SLAM解示例，其中二次反射路径与单次反射路径共享两个交互点（以红色虚线表示）。

。确定该共享交点后，即可根据测量约束估计二次反射候选路径的第二交点，具体说明见第四节 IV-D。在图 8b 的示例中，二次反射路径的第二交点估计为一个交点：该交点位于以用户设备位置和第一交点为焦点的椭圆与一条从用户设备朝到达角方向延伸的半直线（绿色实线）的交点处。最后，如图 8c 所示，联合利用单次反射路径和二次反射路径来细化估计，具体说明见第四节 IV-E。如图所示，利用识别出的三条二次反射路径，可以对仅凭单次反射路径无法观测到的地标进行建图。此外，二次反射路径还提高了精度，因为位置、航向和时钟偏差均方根误差分别降至 [0.50 m、0.96 度和 0.87 ns], 。因此，利用二次反射路径可分别将位置、航向和时钟误差降低 0.32 m、1.04 度和 1.18 ns。此外，从图中还可以看出，用户设备及已有交点位置估计的不确定性略有降低，因为每条二次反射路径都会为用户设备和共享交点提供额外信息，这与第三节 III-D 中的费舍尔信息矩阵分析一致。

总体而言，在 45 个用户设备位置共收集到 424 条可分辨传播路径。其中，基准方法和所提出的算法的初始解将这些路径分类为：32 条视距路径（7.55%）、233 条单次反射路径（54.95%），其余 159 条（37.5%）则归类为多次反射路径和杂波。使用角度阈值为 $T_\psi = 2$deg 的所提方法，在其余路径中检测到 50 条双反弹非视距路径，占该子集的 31.45%。值得注意的是，其中两条二次反射路径与现有单次反射路径共享两个交互点。图 9 展示了一个此类案例。在该案例中，与 SB-MLE 相比，加入二次反射路径不会引入任何额外的未知参数。相反，其测量值可直接用于细化用户设备状态和两个共享交互点的估计。基准方法和所提方法的位置、航向及钟偏均方根误差分别为：[0.26 m、2.23 deg、0.90 ns] 和 [0.18 m、1.73 deg、0.59 ns], 。因此，所提方法使用户设备状态估计在位置、方向和时钟偏差方面分别提升了 30.8%、22.4% 和 34.4%，提升幅度明显高于二次反射路径仅共享一个交互点时的情况，下一节将对此进行讨论。

图 10 展示了所有用户设备位置上的结果，表 I 汇总了定量指标。在 45 个用户设备位置中，所提方法共识别出 50 条二次反射路径，分布于 32 个用户设备位置；此外，还检测到 2 条与单次反射路径的两个交互点均重合的二次反射路径。在环境建图方面，所提出的算法检测到 48 个额外地标，相较于两种单反弹基准方法均增加了 21%。特别是，二次反射路径能够对以往无法观测的地标进行建图，如图 10c 所示。图中，绿色标记突出显示了额外的墙壁和拐角，如左上和右下区域所示；仅凭单次反射路径无法推断出这些信息。如表 I 所示，与 SB-MLE 相比，用户设备状态的总体均方根误差在位置、方向和时钟偏差方面分别改善了 6.90%、2.98% 和 10.20%；与 SB-LS 相比，则分别改善了 12.90%、3.74% 和 20.72%。此外，这些提升并未显著增加计算复杂度，因为主要的




(a) 基准 SB-LS　　(b) 基准 SB-MLE　　(c) 所提 DB-MLE

图 10. 使用基准算法和所提方法的同步定位与建图性能。图中，基站位置以 (▽) 表示，用户设备真实轨迹以 ( ) 表示，用户设备位置估计以 (×) 表示，单次反射 IP 位置估计以 (+) 表示，双次反射 IP 位置估计以 (+) 表示。

表 I 算法在用户设备状态估计方面的均方根误差性能比较

| 方法 | 条件 | 位置 [米] | 航向 [度] | 时钟 [纳秒] | 时间 [毫秒] |
|---|---|---|---|---|---|
| 所提方法 | 视距 (32/45) | **0.22** | 1.92 | **0.80** | 1.79 |
| SB-MLE | | 0.23 | **1.91** | 0.81 | 0.83 |
| SB-LS | | 0.25 | 1.93 | 0.98 | 0.65 |
| 提出的方法 | 非视距 (13/45) | **0.35** | **2.03** | **1.05** | 689.17 |
| SB-MLE | | 0.41 | 2.24 | 1.31 | 687.54 |
| SB-LS | | 0.41 | 2.27 | 1.40 | 682.80 |
| 所提方法 | 全部（45/45） | **0.27** | **1.95** | **0.88** | 200.37 |
| SB-MLE | | 0.29 | 2.01 | 0.98 | 199.21 |
| SB-LS | | 0.31 | 2.03 | 1.11 | 197.71 |

所提出的算法和基准算法的计算负担均来自受 RANSAC 启发、用于识别单次反射路径的搜索。总体而言，结果与第 V-A 节的界限分析一致；该分析表明，与仅有一个交互点和单次反射交点重合的情况相比，当二次反射路径的两个交互点均与单次反射交点重合时，二次反射信号能够更显著地提升性能。

如表 I 所示，在用户设备状态估计精度方面，相对于 SB-LS，所提方法在视距条件下的平均均方根误差改进分别为 [0.03 m、0.01 度、0.17 ns]，在非视距条件下分别为 [0.06 m、0.24 度、0.35 ns] 。非视距条件下的增益平均更高。这一趋势符合预期，因为在没有直接视距路径时，用户设备状态仅由非视距路径推断，而这些路径携带更多相关的几何信息。因此，在非视距条件下利用额外路径时，基准方法留有更大的改进空间。二次反射路径通过将用户设备状态与两个交互点耦合来提供额外信息，从而促成这些改进。然而，改进幅度取决于每个快照处的几何结构以及可用二次反射路径的数量等因素。

## VI. 结论

本文从估计性能和环境建图能力的角度，探讨了二次反射非视距路径在快照式同步定位与建图问题中的作用和潜力。首先，我们推导并分析了存在二次反射路径时快照式同步定位与建图问题的费舍尔信息矩阵及相应的估计克拉美罗下界，并建立了一般可辨识条件：当二次反射路径与现有单次反射路径至少共享一个交互点时，该问题即可求解。随后，我们提出了一种新的估计器框架及相应算法，基于几何一致性识别二次反射路径，并进一步求解快照式同步定位与建图问题。界限分析的数值结果表明，共享一个交互点的二次反射路径带来的增益有限，而共享两个交互点的二次反射路径则能显著提高估计精度。采用所提估计器得到的实验结果印证并支持了这些基本趋势：用户设备的估计精度提升与界限分析结果一致。更重要的是，二次反射路径还能发现并定位仅凭单次反射路径无法观测到的新地标，从而在不产生显著计算开销的情况下扩展地图。因此，所提方法朝着6G网络迈出了重要一步，有助于借鉴蜂窝集成感知与通信的理念，及时、准确地提取物理环境的态势感知信息。未来的工作将重点把二次反射方法扩展到基于滤波与平滑的同步定位与建图，同时探索高阶反弹和路径的应用。

## 附录A 模型参数与雅可比矩阵

式 (3) 中视距、单反弹非视距和双反弹非视距情况下的模型参数，以及雅可比矩阵$\mathbf{H}_i(\mathbf{s}) = \partial \mathbf{h}_i(\mathbf{s}\ \mathcal{M}_i)/\partial \mathbf{s}$和$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_i) = \partial \mathbf{h}_i(\mathbf{s}\ \mathcal{M}_i)/\partial \mathbf{m}_i$定义如下。

*1)* 视距：信号从基站直接传播至用户设备 ($\mathcal{M}_i = \emptyset$)。模型参数为 $d = \|\mathbf{p}_{\text{BS}} - \mathbf{p}_{\text{UE}}\|$, $[\delta_\phi^x, \delta_\phi^y]^\top = \mathbf{p}_{\text{BS}} - \mathbf{p}_{\text{UE}}$, $[\delta_\theta^x, \delta_\theta^y]^\top = \mathbf{p}_{\text{BS}} - \mathbf{p}_{\text{UE}}$，雅可比矩阵为

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} -\delta_\phi^x/d & -\delta_\phi^y/d & 0 & 1 \\ \delta_\phi^y/d^2 & -\delta_\phi^x/d^2 & 0 & 0 \\ \delta_\theta^y/d^2 & -\delta_\theta^x/d^2 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{40}$$

*2)* 单反弹非视距：信号与环境发生一次交互（$\mathcal{M}_i = \{\mathbf{m}_i^1\}$）。模型参数为 $d = \|\mathbf{p}_{\text{BS}} - \mathbf{m}_i^1\| + \|\mathbf{m}_i^1 - \mathbf{p}_{\text{UE}}\|$, $[\delta_\phi^x, \delta_\phi^y]^\top = \mathbf{p}_{\text{BS}} - \mathbf{m}_i^1$, $[\delta_\theta^x, \delta^y]^\top = {}_i^1 - {}_{\text{UE}}$ $\mathbf{mp}$，雅可比矩阵为

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} -\delta_\theta^x/d_\theta & -\delta_\theta^y/d_\theta & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta_\theta^y/d_\theta^2 & -\delta_\theta^x/d_\theta^2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{41}$$

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_i^1)=\begin{bmatrix}\delta_\theta^x/d_\theta-\delta_\phi^x/d_\phi & \delta_\theta^y/d_\theta-\delta_\phi^y/d_\phi\\ \delta_\phi^y/d_\phi^2 & -\delta_\phi^x/d_\phi^2\\ -\delta_\theta^y/d_\theta^2 & \delta_\theta^x/d_\theta^2\end{bmatrix},\tag{42}$$

其中 $d_\phi=\|\mathbf{p}_{\mathrm{BS}}-\mathbf{m}_i^1\|$ 以及 $d_\theta=\|\mathbf{m}_i^1-\mathbf{p}_{\mathrm{UE}}\|$。

*3*）二次反射非视距：信号与环境发生两次交互（$\mathcal{M}_i=\{\mathbf{m}_i^1,\ \mathbf{m}_i^2\}$）。模型参数为 $d=\|\mathbf{p}_{\mathrm{BS}}-\mathbf{m}_i^1\|+\|\mathbf{m}_i^2-\mathbf{m}_i^1\|+\|\mathbf{m}_i^2-\mathbf{p}_{\mathrm{UE}}\|$，$[\delta_\phi^x,\,\delta_\phi^x]^\top=\mathbf{p}_{\mathrm{BS}}-\mathbf{m}_i^1$，$[\delta_\theta^x,\,\delta_\theta^x]^\top=\mathbf{m}_i^2-\mathbf{p}_{\mathrm{UE}}$，雅可比矩阵为

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{s})=\begin{bmatrix}-\delta_\theta^x/d_\theta & -\delta_\theta^y/d_\theta & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ \delta_\theta^y/d_\theta^2 & -\delta_\theta^x/d_\theta^2 & -1 & 0\end{bmatrix},\tag{43}$$

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_i^1)=\begin{bmatrix}\delta_\varsigma^x/d_\varsigma-\delta_\phi^x/d_\phi & \delta_\varsigma^y/d_\varsigma-\delta_\phi^y/d_\phi\\ \delta_\phi^y/d_\phi^2 & -\delta_\phi^x/d_\phi^2\\ 0 & 0\end{bmatrix},\tag{44}$$

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{m}_i^2)=\begin{bmatrix}\delta_\theta^x/d_\theta-\delta_\varsigma^x/d_\varsigma & \delta_\theta^y/d_\theta-\delta_\varsigma^y/d_\varsigma\\ 0 & 0\\ -\delta_\theta^y/d_\theta^2 & \delta_\theta^x/d_\theta^2\end{bmatrix},\tag{45}$$

其中 $[\delta_\varsigma^x,\,\delta_\varsigma^y]^\top=\mathbf{m}_i^1-\mathbf{m}_i^2$，$d_\varsigma=\|\mathbf{m}_i^1-\mathbf{m}_i^2\|$，$d_\phi=\|\mathbf{p}_{\mathrm{BS}}-\mathbf{m}_i^1\|$ 和 $d_\theta=\|\mathbf{m}_i^2-\mathbf{p}_{\mathrm{UE}}\|$。

## 参考文献


[1] N. Gonz´alez-Prelcic 等，“面向 6G 的一体化感知与通信革命：愿景、技术与应用”，IEEE会议录，2024年。[2] E. Rastorgueva-Foi 等，“毫米波无线电SLAM：端到端处理方法与实验验证”，IEEE通信领域精选期刊，2024年。[3] E. Leitinger 等，“一种用于基于多径的SLAM的置信传播算法”，IEEE无线通信汇刊，第18卷，第12期，第5613–5629页，2019年。[4] J. Yang 等，“5G毫米波系统中的基于角度的SLAM：设计、实现与测量”，IEEE物联网期刊，第10卷，第20期，第17 755–17 771页，2023年。[5] M. Lotti 等，“太赫兹频段6G系统的无线电SLAM：设计与实验验证”，IEEE信号处理精选主题期刊，第17卷，第4期，第834–849页，2023年。[6] H. Kim 等，“RIS辅助且无接入点的无线电同步定位与建图”，IEEE无线通信汇刊，第23卷，第4期，第3344–3360页，2023年。[7] H. Premachandra、R. Liu、C. Yuen 和 U.-X. Tan，“超宽带雷达SLAM：一种适用于视觉受限室内环境的无锚点方法”，IEEE机器人与自动化快报，第8卷，第9期，第5299–5306页，2023年。[8] O. Kaltiokallio 等，“稳健的快照无线电SLAM”，IEEE车辆技术汇刊，第1–6页，2024年。[9] ——，“毫米波网络中结合快照与滤波的双基地无线电SLAM”，载于 IEEE SPAWC 会议录，2024年，第301–305页。[10] Y. Zhang 和 K. Ho，“不存在发射机位置时的多基地定位”，IEEE信号处理汇刊，第67卷，第18期，第4745–4760页，2019年。[11] D. Tagliaferri 等，“网络化感知中的协作相干多基地成像与相位同步”，IEEE通信领域精选期刊，第42卷，第10期，第2905–2921页，2024年。[12] A. Fascista、A. Coluccia、H. Wymeersch 和 G. Seco-Granados，“采用单天线接收机的下行单快照定位与建图”，IEEE无线通信汇刊，第20卷，第7期，第4672–4684页，2021年。[13] Y. Ge 等，“面向5G及后续技术的毫米波建图与SLAM”，载于《一体化感知与通信》。Springer，2023年，第445–475页。[14] ——，“一种用于双基地毫米波无线电SLAM的计算高效EK-PMBM滤波器”，IEEE通信领域精选期刊，第40卷，第7期，第2179–2192页，2022年。[15] O. Kaltiokallio 等，“采用计算高效EK-PHD滤波器的毫米波同步定位与建图”，载于2021年IEEE第24届信息融合国际会议（FUSION），2021年，第1–8页。[16] Y. Ge 等，“结合PMBM数据关联采样与基于图的优化的批量SLAM”，IEEE信号处理汇刊，2025年。

[17] M. Liang、E. Leitinger 和 F. Meyer，“直接基于多径的SLAM”，IEEE信号处理汇刊，2025年。[18] Y. Ge 等，“采用聚类与分配方法并利用漫反射多径的5G SLAM”，Sensors，第20卷，第16期，第4656页，2020年。[19] C. Gentner 等，“结合同步定位与建图的多径辅助定位”，IEEE无线通信汇刊，第15卷，第9期，第6104–6117页，2016年。[20] K. Witrisal 等，“辅助生活的高精度定位：5G系统将使多径信道化敌为友”，IEEE信号处理杂志，第33卷，第2期，第59–70页，2016年。[21] H. Kim 等，“5G毫米波车联网中的基于PMBM的SLAM滤波器”，IEEE车辆技术汇刊，第71卷，第8期，第8646–8661页，2022年。[22] Z. Li、F. Jiang、H. Wymeersch 和 F. Wen，“非视距环境中结合多次反射路径的迭代式5G定位与同步算法”，IEEE无线通信快报，第12卷，第5期，第804–808页，2023年。[23] C. Ling、X. Yin、H. Wang 和 R. S. Thom¨a，“13–17 GHz室内传播信道的实验表征与多径簇建模”，IEEE天线与传播汇刊，第65卷，第12期，第6549–6561页，2017年。[24] S. Ju、Y. Xing、O. Kanhere 和 T. S. Rappaport，“室内办公楼的毫米波与亚太赫兹空间统计信道模型”，IEEE通信领域精选期刊，第39卷，第6期，第1561–1575页，2021年。[25] A. Guerra、F. Guidi 和 D. Dardari，“采用大规模阵列的单锚点定位与方向估计性能界限：MIMO与波束成形的比较”，IEEE无线通信汇刊，第17卷，第8期，第5241–5255页，2018年。[26] A. Shahmansoori 等，“5G系统中通过毫米波MIMO进行位置与方向估计”，IEEE无线通信汇刊，第17卷，第3期，第1822–1835页，2017年。[27] R. Mendrzik、H. Wymeersch、G. Bauch 和 Z. Abu-Shaban，“利用NLOS分量在5G毫米波MIMO中进行位置与方向估计”，IEEE无线通信汇刊，第18卷，第1期，第93–107页，2018年。[28] A. Kakkavas、M. H. C. Garcia、R. A. Stirling-Gallacher 和 J. A. Nossek，“单锚点毫米波定位的性能界限”，IEEE无线通信汇刊，第18卷，第11期，第5196–5210页，2019年。[29] Z. Zhou、H. Chen、G. Steinb¨ock 和 H. Wymeersch，“数字孪生辅助的城市峡谷中高精度大规模MIMO定位”，arXiv预印本 arXiv:2511.20453，2025年。[30] B. Hu 等，“无线电同步定位与建图中的多径识别、用户定位与环境建图”，IEEE通信汇刊，第72卷，第10期，第6457–6473页，2024年。[31] O. Kaltiokallio 等，“利用二次反射信号在受阻环境中进行双基地毫米波建图”，载于 IEEE SPAWC 会议录，2024年，第106–110页。[32] Y. Liu、L. Wu、X. Cai 和 M. B. Shankar，“室内感知的基于图的多次反射建模与信道参数估计”，IEEE无线通信汇刊，2025年。[33] E. Leitinger、A. Venus、B. Teague 和 F. Meyer，“基于多径的SLAM的数据融合：结合多条传播路径的信息”，IEEE信号处理汇刊，第71卷，第4011–4028页，2023年。[34] X. Li、B. J. Deutschmann、E. Leitinger 和 F. Meyer，“分布式MIMO系统的自适应基于多径的SLAM”，arXiv预印本 arXiv:2506.21798，2025年。[35] M. Koivisto 等，“5G毫米波网络中结合多波束融合的信道参数估计与发射端定位”，IEEE无线通信汇刊，第21卷，第5期，第3192–3207页，2021年。[36] H. L. Van Trees，《检测、估计与调制理论，第一部分：检测、估计与线性调制理论》。John Wiley & Sons，2004年。[37] H. Wymeersch 等，“5G毫米波下行车载定位”，载于2018年IEEE全球通信大会，2018年，第206–212页。[38] S. M. Kay，《统计信号处理基础：估计理论》。Prentice Hall，1993年。[39] S. Boyd，《凸优化》。剑桥大学出版社，2004年。[40] E. Rastorgueva-Foi 等，“毫米波无线电SLAM：60 GHz室内感知数据集”，2024年。 [在线]。可访问：https://dx.doi.org/10 21227 87 。/xskh-dk X. Zhang 等，“用于快照无线电SLAM的稳健且高效的贝叶斯方法”，载于2025年国际定位与GNSS会议（ICL-GNSS），2025年，第1–7页。[41]