扭曲电子引发的氢原子激光辅助 (e,2e) 碰撞中的偏振效应

Neha* 和 Rakesh Choubisa†*Department of Physics, Birla Institute of Technology and Science, Pilani, Pilani Campus, Vidya Vihar, Pilani, Rajasthan 333031, India*(日期：2026年3月4日)

分析了扭曲电子束入射原子氢引发的快速 (e, 2e) 碰撞动力学，并考察了圆偏振和线偏振激光场的作用。计算 (e,2e) 微分截面时，分别采用沃尔科夫波函数和库仑-沃尔科夫波函数描述散射电子和出射电子，同时以第一阶微扰理论处理激光-原子相互作用。在第一玻恩近似下，针对非对称共面几何建立了理论形式。我们研究了激光场偏振的影响，并比较了圆偏振和线偏振激光场下三重微分截面（TDCS）随出射电子角变化的情况。与线偏振相比，圆偏振下的截面整体更大。与线偏振相比，圆偏振下的 TDCS 角分布也出现了一些显著变化。我们进一步将研究扩展到扭曲电子束的相干叠加，以考察宏观靶的轨道角动量效应。结果表明，TDCS_{av} 对入射粒子的轨道角动量之差以及两者之间的相位差均高度敏感。

arXiv:2603.02894v1 [physics.atom-ph] 3 Mar 2026

I. 引言

电子碰撞诱导的微观靶电离通常称为 (e,2e)过程，它有助于深入了解原子靶的电子结构以及由此产生的剩余离子 [1]。理解微观靶的电子结构，对于模拟和分析实验室等离子体、天体物理过程、激光动力学，以及化学和生物学等领域至关重要 [2–5]。针对各种原子靶的无场实验研究已经开展 [6–8]。

随着激光技术的迅速发展以及多粒子探测技术的重大进步，激光辅助电子-原子碰撞过程的研究引起了广泛的实验和理论兴趣。在激光场存在时原子的电子碰撞电离通常称为激光辅助 (e,2e) 碰撞 [9]。针对氦开展了激光辅助电子碰撞电离实验研究 [10, 11]。针对不同运动学构型下三重微分截面的若干理论研究，为理解这些现象提供了总体认识 [9, 12–14]。早期的激光辅助电离过程研究未考虑靶的着装效应；然而，后续研究将这些效应纳入末态，并以沃尔科夫态或库仑-沃尔科夫态表示 [15–21]。Joachain 及其同事最先考虑了激光场导致的靶着装效应 [22, 23]。他们观察到微分截面的角分布发生了显著变化。文献中已有大量关于原子靶激光辅助单电离和双电离的理论分析 [24–32]。Ta¨ıeb 等人 [31] 和 Makhoute 等人 [30] 分别研究了激光偏振，特别是线偏振（LP）和圆偏振（CP_{Y}），对氢和氦的激光辅助 (e, 2e)过程的影响。他们关注非对称共面几何下三重微分截面的角分布随出射电子的变化，并证明与线偏振激光相比，圆极化（CP_{Y}）激光产生的三重微分截面显著更大。这些研究为该领域的理论和实验研究开辟了新的方向。然而，已有研究采用由平面波描述的传统电子束，这类电子束不携带轨道角动量。

然而，过去几十年来，一种称为“涡旋光束或扭曲光束”的新型结构光的出现，使人们重新关注原子与分子靶的 (e,2e) 碰撞 [33–42]。尤其是，涡旋光束具有许多不同于传统平面波的特性。例如，“涡旋电子束”或“扭曲电子束”（TEB）沿传播方向携带量子化轨道角动量（OAM），并具有非零横向线动量 [43]。TEB 的量子化 OAM 是其所具有的螺旋波前的特征 [44–46]。扭曲电子束（TEB）的独特性质，如轨道角动量和结构化波前，为以下基础研究与应用开辟了新的可能性：

*电子地址：p20210062@pilani.bits-pilani.ac.in
†电子地址：rchoubisa@pilani.bits-pilani.ac.in

高分辨率成像、量子态操控、光学俘获、信息传输、天文学和高次谐波产生等领域 [46–52]。碰撞物理学长期以来在揭示原子与分子结构及少体相互作用的基本方面发挥着作用，为理解结构化电子如何与物质相互作用提供了重要见解。上述研究均针对无场情形开展。我们的研究旨在考察激光场存在时非对称共面几何构型中的影响。在先前的工作中 [53]，我们研究了线偏振激光场存在时由扭曲电子束引发的原子氢激光辅助 (e,2e) 电离。该研究在明确的运动学条件下，分析了入射电子携带的轨道角动量对三重微分截面（TDCS）的影响。先前关于平面波入射粒子的激光辅助（$e,\ 2e$）过程的研究 [30, 31] 报告了其角分布特征：主导峰为较强的二体峰，此外还有一个较弱且展宽的反冲峰。这些研究还表明，圆偏振激光场产生的三重微分截面通常大于线偏振情形。人们认为，这种增强与圆偏振所引入的独特对称性及相互作用动力学有关。本研究旨在将我们先前的分析拓展至圆偏振情形，考察在入射电子由携带轨道角动量的扭曲（涡旋）波函数描述时，圆偏振场下观察到的三重微分截面增强是否依然存在。此外，我们还希望比较线偏振与圆偏振情况下的三重微分截面。为了提供更贴近实验的描述，我们还考察了扭曲电子束相干叠加态的三重微分截面，从而能够系统研究轨道角动量（OAM）对三重微分截面的影响。这使我们得以探究结构化入射粒子的相位结构如何改变激光辅助电离过程中的碰撞动力学。

本文结构如下：在第二节中，我们给出用于研究平面波和扭曲电子束入射下激光辅助(e, 2e)过程的理论模型。在第三节中，我们讨论我们的理论形式。第四节给出我们的结论。

全文中，除非另有说明，均使用原子单位。

II. 理论形式

A. 氢原子上的平面波 (e,2e)

本研究采用的理论框架紧密沿用我们先前为线偏振激光场中扭曲电子束诱导的原子氢激光辅助($e, 2e$)电离所建立的表述。在本研究中，该理论形式被推广到圆偏振激光场情形，而对扭曲入射粒子与靶相互作用的处理保持不变。

基本的激光辅助 (e,2e)过程伴随从激光场吸收或发射 l 个光子 ld
可由 下列方程描述:

$$e^-(\mathbf{k_i}) + H + l\omega \rightarrow H^+ + e^-(\mathbf{k_s}) + e^-(\mathbf{k_e}) \tag{1}$$

这里， $\boldsymbol{k_i}$、 $\boldsymbol{k_s}$ 和 $\boldsymbol{k_e}$ 分别为入射动量、散射电子动量和逸出电子动量。 l 是激光场与原子-弹丸系统之间交换的光子数， ω 是光子能量。在本研究中，我们将激光场视为圆偏振（圆极化），并在偶极近似下对其进行经典处理，这意味着它在原子尺度范围内变化很小。沿^z轴传播的圆极化场的矢量势:

$$\mathbf{A}(t) \rightarrow A_0(\hat{x}\ cos(\omega t) + \hat{y}\ sin(\omega t)\tan(\eta/2)) \tag{2}$$

相应的单色电场为:

$$\mathbf{E}(t) \rightarrow E_0(\hat{x}\ sin(\omega t) - \hat{y}\ cos(\omega t)\tan(\eta/2)) \tag{3}$$

其中$\mathbf{E_0} = \mathbf{A_0}\ \omega$/c，其中 E_0 为场强， ω 为激光频率， c 为光速。这里 η表示椭圆率。线偏振对应于 $\eta = 0$ ，圆偏振对应于 η= π/2。本研究的主要目的是在第一玻恩近似（FBA）下计算从初态 ψ_i 到末态 ψ_f的跃迁矩阵元（T_{fi}）。对于激光辅助(e,2e)过程，第一玻恩近似下的跃迁矩阵元由 [22]给出:

$$T_{fi}^{B1} = -i\int_{-\infty}^{+\infty} dt \left\langle \chi_{k_s}\left(\mathbf{r_0}, t\right)\Phi_{k_e}\left(\mathbf{r_1}, t\right)|\frac{-1}{r_0} + \frac{1}{|\mathbf{r_0} - \mathbf{r_i}|}|\chi_{k_i}\left(\mathbf{r_0}, t\right)\Phi_0\left(\mathbf{r_1}, t\right)\right\rangle \tag{4}$$

在公式（4）中，$\mathbf{r_0}$ 是入射（及散射）电子的位置矢量， $\boldsymbol{r_i}$ 表示靶中束缚电子的坐标。在公式（4）中， χ_{k_i} 和 χ_{k_s} 分别是入射电子和

散射电子在圆偏振激光场中的非相对论运动所对应的沃尔科夫波函数，描述如下： [30]

$$\chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_0,t)=(2\pi)^{-3/2}\exp\{i\left(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_0-E_kt-\Delta_k\sin(\omega t-\gamma_k)\right)\} \tag{5}$$

w此处，圆偏振场的效应通过项 Δ_k 纳入，该项由方程（7）给出):

$$\Delta_k=\alpha_0((\mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{x}})^2+(\mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{y}})^2\tan^2\Big(\frac{\eta}{2}\Big)) \tag{6}$$

and

$$\tan(\gamma_k)=\frac{\mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{y}}}{\mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{x}}}\tan\Big(\frac{\eta}{2}\Big) \tag{7}$$

Joachain 等人提出的出射电子在剩余离子与外部圆偏振激光场的组合场作用下处于连续态时的着装态 [22] 可写为:

$$\begin{aligned}\Phi_{k_e}^{(-)}(\mathbf{r}_1,t)=e^{-i\mathbf{a}\cdot\mathbf{r}_0}e^{-iE_{k_e}t}e^{-i\Delta_{k_e}\sin(\omega t-\gamma_{k_e})}\Big\{\psi_{C,k_e}^{(-)}(\mathbf{r})\left[1+i\Delta_{k_e}\sin(\omega t-\gamma_{k_e})\right]\\+\frac{i}{2}\sum_n\left[\frac{e^{i\omega t}}{E_n-E_{k_e}+\omega}-\frac{e^{-i\omega t}}{E_n-E_{k_e}-\omega}\right]M_{nj}\,\psi_n(\mathbf{r})\Big\}\end{aligned} \tag{8}$$

with

$$M_{nj}=<\psi_n|\boldsymbol{\varepsilon}.\boldsymbol{r_i}|\psi_{k_e}> \tag{9}$$

此处 $\psi_{C,k_e}^{-}(r_1)$ 是库仑波函数，而 $\boldsymbol{\varepsilon}=(\hat{\mathbf{e}}_x+i\hat{\mathbf{e}}y)/\sqrt{2}$ 表示圆偏振电场的偏振矢量，其中 $\hat{\mathbf{e}}_x$ 和 $\hat{\mathbf{e}}_y$ 表示沿偏振平面内两个相互正交方向的单位矢量。

将靶、入射电子、散射电子和出射电子的波函数代入第一玻恩近似的T矩阵元并对时间积分，可得圆偏振光对应 ((4)) 的 T_{fi}^{B1}:

$$T_{fi}^{B1}=(2\pi)^{-1}\,i\sum_{l=-\infty}^{+\infty}\delta\left(E_{k_s}+E_{k_e}-E_{k_i}-E_0-l\omega\right)e^{il\gamma}f_{ion}^{B1,l} \tag{10}$$

其中

$$\tan(\gamma)=\frac{-\Delta_{k_s}\sin(\gamma_{k_s})+\Delta_{k_e}\sin(\gamma_{k_e})-\Delta_{k_i}\sin(\gamma_{k_i})}{\Delta_{k_s}\cos(\gamma_{k_s})+\Delta_{k_e}\cos(\gamma_{k_e})+\Delta_{k_i}\cos(\gamma_{k_i})} \tag{11}$$

在第一玻恩近似下，散射振幅 $f^{B1}{}_{,ion}{}^{l}$ 描述了激光辅助电离过程，其中原子系统与外部圆偏振激光场之间发生 l 个光子的净交换。根据参考文献 [22]，的形式体系，该振幅自然分解为三个不同的贡献，反映了圆偏振电磁场存在时所引发的不同相互作用途径。下面的方程将圆偏振场下分解后的散射振幅形式重新写出:

$$f_{ion}^{B1,l}=f_I+f_{II}+f_{III}. \tag{12}$$

其中,

$$f_I=-2\boldsymbol{\Delta}^{-2}J_l\left(\lambda\right)\left\langle\psi_{C,k_e}^{-}\left|exp\left(i\boldsymbol{\Delta}.\mathbf{r}-1\right)\right|\Phi_j\right\rangle, \tag{13}$$

$$f_{II}=i\boldsymbol{\Delta}^{-2}\sum_n\left\langle\psi_{C,k_e}^{-}\left|\exp(i\boldsymbol{\Delta}.\mathbf{r}-1)\right|\Phi_n\right\rangle M_{nj}\left[\frac{J_{l-1}\left(\lambda\right)}{E_n-E_j-\omega}-\frac{J_{l+1}\left(\lambda\right)}{E_n-E_j+\omega}\right] \tag{14}$$

$$f_{III} = i\boldsymbol{\Delta}^{-\mathbf{2}} \sum_n \langle \Phi_n \left| \exp\left(i\boldsymbol{\Delta}.\mathbf{r} - 1\right) \right| \Phi_j \rangle M^*_{n,k_e} \left[\frac{J_{l-1}(\lambda)}{E_n - E_{k_e} + \omega} - \frac{J_{l+1}(\lambda)}{E_n - E_{k_e} - \omega} \right] - \frac{1}{2} \boldsymbol{\Delta}_{\mathbf{k_e}} \left[J_{l-1}(\lambda) e^{i\gamma_{k_e}} - J_{l+1}(\lambda) e^{-i\gamma_{k_e}} \right] \left\langle \psi^-_{C,k_e} \left| exp\left(i\boldsymbol{\Delta}.\mathbf{r}\right) \right| \Phi_j \right\rangle \tag{15}$$

这里， J_l 是阶数为 l、 λ为自变量的贝塞尔函数，表示带电粒子在外部圆偏振激光场中的颤动，其表达式为； [30]

$$\lambda^2 = \Delta_{k_s^2} + \Delta_{k_e^2} + \Delta_{k_i^2} + 2\Delta_{k_s k_e}\cos(\gamma_{k_s} - \gamma_{k_e}) - 2\Delta_{k_s k_i}\cos(\gamma_{k_s} - \gamma_{k_i}) - 2\Delta_{k_e k_i}\cos(\gamma_{k_e} - \gamma_{k_i}). \tag{16}$$

在第一玻恩近似框架下，伴随吸收或发射 l 个光子的激光辅助（e， $2e$）过程的三重微分截面（TDCS）可写为

$$\frac{d^3\sigma^{\mathrm{B1},l}}{d\Omega_s\, d\Omega_e\, dE_e} = \frac{k_s k_e}{k_i} \left| f_{\mathrm{ion}}^{\mathrm{B1},l} \right|^2 \tag{17}$$

其中，散射振幅 $f^{\mathrm{B1},\ l}$ 电离 定义见式（12）。

B. 氢原子上的扭曲波(e,2e)过程

本研究采用的理论框架基于我们先前针对线偏振激光场下由扭曲电子束（TEB）引发的激光辅助(e,2e)过程所发展的方法[53] 。扭曲电子束（TEB）通常可表示为倾斜平面波的相干叠加 [54]。对于激光辅助过程，这种描述可扩展为沃尔科夫态的叠加 [55]。跃迁矩阵元的形式如下:

$$T_{fi}^{tw}(\varkappa, \boldsymbol{\Delta}, \mathbf{b}) = (-i)^{m_l} \sqrt{\frac{\varkappa}{2\pi}} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_p}{2\pi} e^{im\phi_p - ik_{i\perp}\cdot b} T_{fi}(\boldsymbol{\Delta}), \tag{18}$$

这里，动量转移 $\boldsymbol{\Delta}$取决于入射束的纵向和横向分量 [33]。这里的T_{fi}（Δ）由式（10）给出。这里，我们计算线偏振场和圆偏振场下的 T_{fi}（Δ）。式（18）中的跃迁振幅明确取决于碰撞参数 $\boldsymbol{b}$，它确定靶相对于入射扭曲电子束轴线的位置。在本文中，我们将这一形式体系扩展至圆偏振激光场。这种描述对应于一种理想化的微观情形，即散射发生在单个空间局域且具有明确碰撞参数的原子或分子上。然而，这类条件在实验中难以实现，更合适的电离靶应为宏观靶，通常由相互作用区内大量随机分布的原子或分子组成。对于宏观靶，平均截面 $TDCS_{av}$ 由 [33]给出:

$$TDCS_{av} = \frac{1}{2\pi\cos\theta_p} \int_0^{2\pi} d\phi_p \frac{d^3\sigma(\boldsymbol{\Delta})}{d\Omega_e d\Omega_s dE_e}. \tag{19}$$

由（19）可知，宏观靶的三重微分截面与轨道角动量投影（m_l）和相位因子（$e^{im\phi}$）无关。然而，对于此类宏观靶，我们可以将入射扭曲电子束视为两个扭曲光束的相干叠加，这两个光束具有相同的运动学参数，但轨道角动量投影不同，从而恢复三重微分截面对轨道角动量的敏感性。此类叠加扭曲电子束的波函数可表示为 [54, 56]:

$$\Psi(\mathbf{r}) = c_1 \Psi_{m_{l_1}}(\mathbf{r}) + c_2 \Psi_{m_{l_2}}(\mathbf{r}) \tag{20}$$

此处 $\Psi_{m_l}\mathbf{r}$ 是 TEB 的波函数（见参考文献 [53] 中的公式（20）），展开系数 c_n 给出如下:

$$c_n = |c_n| e^{i\alpha_n}, \qquad |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1\,. \tag{21}$$

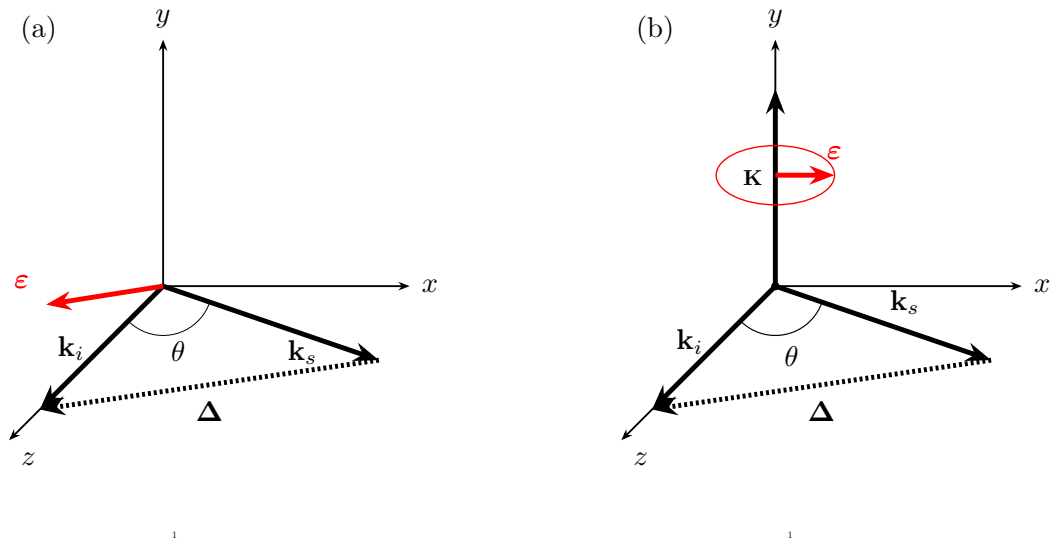

图1：原子氢激光辅助(e,2e)反应运动学几何的示意图。入射电子动量$\mathbf{k}_i$ 沿 z轴方向， zx 平面定义了散射平面。(a) 线偏振构型，其中电场偏振矢量 $\boldsymbol{\varepsilon}$平行于动量转移矢量 $\boldsymbol{\Delta}$。(b) 圆偏振（$\mathrm{CP_Y}$）构型，其中激光场沿 y轴传播（$\mathbf{k} \parallel \hat{y}$），使得电场矢量 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 在 zx 散射平面内旋转。

当入射粒子由公式（20）所给出的相干叠加态描述时，所得三重微分截面取决于不同轨道角动量之间的干涉以及两个分量之间的相对相位。相干叠加扭曲光束的三重微分截面可写成以下形式：

$$\mathrm{TDCS_{av}} = \frac{1}{2\pi \cos\theta_p} \int_0^{2\pi} d\phi_p \, G(\phi_p, \Delta m_l, \Delta\alpha) \, \frac{d^3\sigma(\boldsymbol{\Delta})}{d\Omega_s \, d\Omega_e \, dE_e} \, . \tag{22}$$

其中， $\Delta m_l = m_{l_2} - m_{l_1}$ 表示轨道角动量投影之差， $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ 表示扭曲态的相位差，干涉因子为 $G(\phi_p, \Delta m, \Delta\alpha)$ $= 1+2|c_1 c_2| \cos\left[(m_2 - m_1)\left(\phi_p - \frac{\pi}{2}\right) + \alpha_2 - \alpha_1\right]$。

III. 结果与讨论

本研究利用入射平面波和扭曲电子束（TEB），考察激光辅助(e,2e)过程中氢原子的电离。如图1所示，分析聚焦于两种不同的偏振态：(a) 线偏振，其中偏振矢量 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 与动量转移矢量 $\boldsymbol{\Delta}$ 平行；(b) 圆偏振（$\mathrm{CP_Y}$），其传播方向沿Y轴，且电场在 zx 散射平面内偏振。

A. 三重微分截面的角分布for激光辅助(e,2e)过程

图2展示了在 Ehrhardt 非对称共面几何下，采用第一玻恩近似计算得到的原子氢激光辅助电离三重微分截面（TDCS）角分布

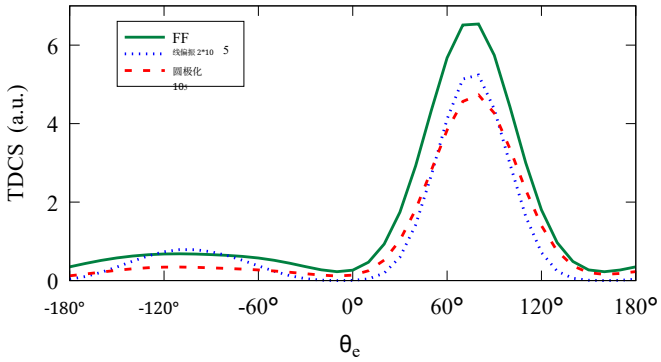

图 2：三重微分截面的角分布随出射电子角 θ_e的变化。研究比较了三种相互作用区域：无场（FF）情形（实线）、线偏振（LP）场中的激光辅助碰撞（蓝色点线），其中偏振矢量平行于动量转移方向；以及圆极化（CP_Y）场中的激光辅助碰撞（红色虚线），其中偏振矢量沿散射（zx）平面内的 y 轴排列。运动学参数固定为入射能量 $E_i = 600$ eV、出射能量 $E_e = 5$ eV 和散射角 $\theta_s = 4°$。激光参数对应于吸收 $l = 1$ 个光子，场强为 $\varepsilon = 10^6$ V/m，光子能量为 $\hbar\omega = 1.17$ eV。图中标出了具体的缩放因子，以便与无场结果进行比较。

其对应的入射电子能量为 $E_i = 600$ eV、散射角为 $\theta_s = 4°$，固定出射电子能量为 $E_e = 5$ eV，并将其表示为出射角 θ_e 的函数。激光场对应于单光子吸收（$l = 1$），场强为 $\varepsilon = 10^6$ V/m，光子能量为 $\hbar\omega = 1.17$ eV。将圆偏振（CP_Y）下的结果与线偏振下的结果进行了比较，其中偏振矢量平行于动量转移方向（$\varepsilon \parallel \Delta$）。计算结果再现了此前报道的特征性二体峰和反冲峰结构 [31], ，其中二体峰占主导地位，而反冲峰减弱且变得更加展宽。此外，研究发现，圆偏振下的三重微分截面强度约为相应线偏振情形的两倍，这与早期理论预测 [30]一致。与现有数据总体上的良好吻合，证实了当前方法在高碰撞能区的有效性；在该能区，交换效应可以忽略，而激光诱导的修正占主导地位，其影响超过高阶贡献。

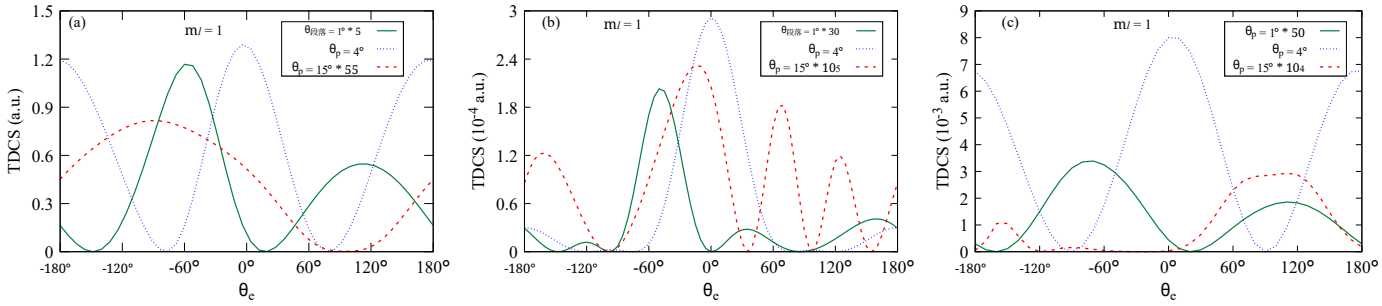

图 3：轨道角动量为 $m_l = 1$ 时，三重微分截面（TDCS）随出射电子角 θ_e 变化的角分布。研究比较了三种相互作用区域：(a) 无场（FF）情形；(b) 线偏振（LP）场中的激光辅助碰撞，其中偏振矢量平行于动量转移方向；(c) 圆偏振（CP_Y）场中的激光辅助碰撞，其中偏振矢量沿散射（zx）平面内的 y 轴方向。各曲线分别对应张角 $\theta_p = 1°$（绿色实线）、 $\theta_p = 4°$（蓝色点线）和 $\theta_p = 15°$（红色虚线）。运动学参数与图 1 相同。

图 3 展示了在与图 2 相同的运动学条件下，保持轨道角动量 $m_l = 1$ 并选择图中所示不同 θ_p 时，TEB碰撞的三重微分截面随出射电子角 θ_e 的变化。在图 3(a)、(b) 和 (c) 中，我们展示了张角 $\theta_p = 1°$（绿色实线）、 $4°$（蓝色点线）和 $15°$（红色虚线）对应的三重微分截面变化。这里我们比较无场情形（FF）、线偏振场（LP）和圆偏振激光场（CP_Y）下的结果。定量比较三种情形（FF、LP 和 CP_Y）下的三重微分截面大小后，我们发现无场过程的振幅最大。引入激光场后，出现了显著的

抑制：相较于无场研究，CP_Y 场使三重微分截面的大小降低了约两个数量级。在线偏振（LP）情形下，这种效应更加明显，截面约降低三个数量级（见图 3(a)、(b) 和 (c)）。这些结果表明，电离概率也对具体的偏振态高度敏感，这与图 2 中的平面波情形类似。

对三重微分截面角分布的比较分析表明，所观测到的行为对散射角 θ_s 与扭曲电子束张角 θ_p 之间的关系高度敏感。我们从所有图中观察到，相对于 $\theta_s \neq \theta_p$时的运动学，三重微分截面在 $\theta_s = \theta_p$时呈现最大幅度。特别是，对于特定运动学条件 $\theta_s = \theta_p$，在圆极化$_Y$ 情形下得到的角分布似乎大致遵循与前向馈电过程相似的模式。此处我们观察到两个峰结构：沿 $\theta_e = 0°$ 方向的前向峰以及沿 $\theta_e = \pm 180°$ 方向的后向峰（见图 3(a) 和 (c) 中的蓝色点线）。相比之下，对于线偏振场，$\theta_e = \pm 180°$ 中的后向峰受到抑制，并观察到沿 $\theta_e = 0°$ 方向的显著前向峰（见图 3(b) 中的蓝色点线）。圆极化$_Y$ 与前向馈电角分布之间的相似性并非普遍特征。当 $\theta_s \neq \theta_p$时，圆极化$_Y$ 与前向馈电情形的角分布彼此显著偏离（见图 3(a) 和 (c) 中的绿色实线和红色虚线）。本研究中在 $\theta_s = \theta_p = 4°$ 时观察到的前向馈电与圆极化$_Y$ 角度行为之间的这种相似性，可从与扭曲电子束动量结构相关的有效运动学对称性来理解。扭曲光束由平面波分量的相干叠加构成，这些分量的动量位于由张角 θ_p所定义的锥面上。当散射角等于张角时，入射束占主导的横向动量分量的贡献对称地进入散射过程。由于圆偏振激光场不会在散射平面内引入固定方向，这种有效对称性得以保持，从而导致角分布与无场情形极为相似。

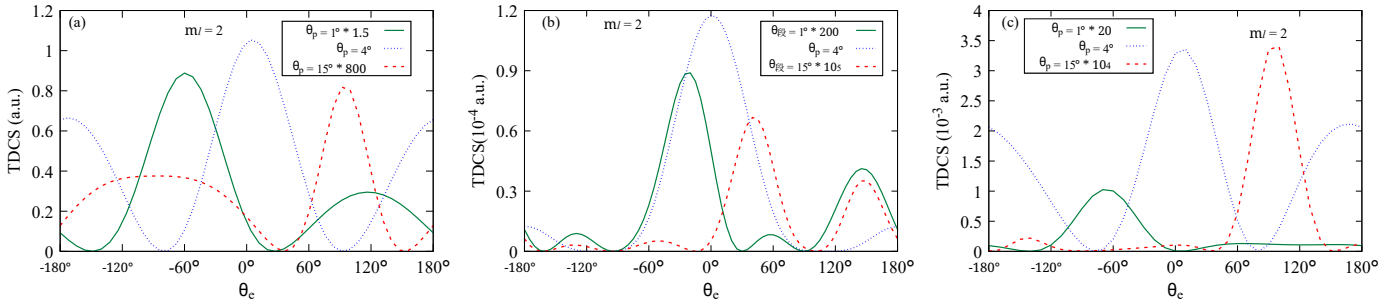

图 4：运动学条件与图 3 相同，但 $m_l = 2$

图 4 给出了 $m_l = 2$ 的三重微分截面，采用的运动学条件与图 3 相同，但轨道角动量（$m_l = 2$）不同。我们观察到，随着轨道角动量增大，三重微分截面的大小减小。
具体而言，与无场情形相比，在圆极化$_Y$ 场作用下，三重微分截面的大小降低了两个数量级；在线偏振场（LP）作用下，则降低了约三个数量级。对于特定的运动学条件 $\theta_s = \theta_p = 4°$，前向馈电和圆极化$_Y$ 情形的角分布再次呈现相似特征，均有前向和后向发射峰。此行为与线偏振情形形成对比：在线偏振情形下，后向发射受到强烈抑制，三重微分截面由前向峰主导。这一趋势与 $m_l = 1$ 观察到的行为一致，并证实前向馈电和圆极化$_Y$ 情形之间的相似性仅在这一特定几何条件下于 $m_l = 2$ 仍然存在。

当散射角与张角不同时，即对于 $\theta_p = 1°$ 和 $15°$，三种情形（前向馈电、线偏振和圆极化$_Y$）的角分布存在显著差异，如图4(a)–(c)所示（见绿色实线和红色虚线）。在无场情形 [图4(a)], 中，对于 $\theta_p = 1°$，三重微分截面在 $\theta_e = -60°$ 和 $120°$ 处呈现两个明显的峰（见绿色实线）；而对于 $\theta_p = 15°$，该分布的特征是在 $\theta_e = 90°$附近有一个显著的峰，并伴有从 $\theta_e = 0°$ 延伸至 $180°$ 的宽结构（见红色虚线）。

相比之下，激光辅助情形呈现出较为简单的角度行为。对于线偏振和圆偏振$_Y$，当 $\theta_s \neq \theta_p$时，三重微分截面主要由一个主峰主导。在线偏振情形下 [图 4(b)], ，三重微分截面在 $\theta_p = 1°$ 时于 $\theta_e = -30°$ 附近呈现一个显著峰（见绿色实线），而在 $\theta_p = 15°$时则在 $\theta_e = 40°$ 附近呈现该峰，并伴有较弱的次级瓣（见红色虚线）。对于圆偏振情形 CP_Y （图 4(c)），也观察到类似的单峰结构，但没有线偏振分布中出现的额外小瓣。在 $\theta_p = 1°$时，三重微分截面的特征是 $\theta_e = -60°$ 附近的一个主峰（见绿色实线）；而在 $\theta_p = 15°$ 时，主峰移至 $\theta_e = 90°$ 附近（见红色虚线）。圆偏振$_Y$ 情形中没有次级瓣，进一步凸显了激光偏振在决定三重微分截面具体角结构方面的作用。

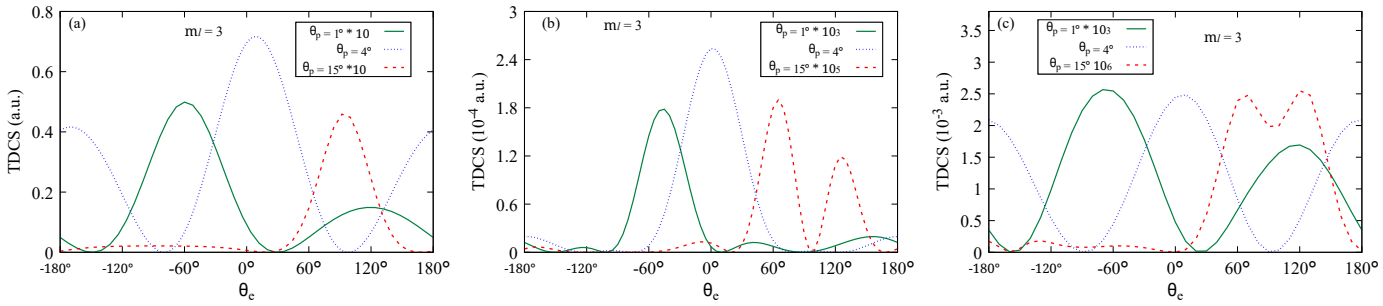

图 5：运动学与图 3 相同，除了 $m_l = 3$

对更高轨道角动量值 $m_l = 3$ 和 4 的三重微分截面进行分析（结果见图 5 和图 6）发现，与图 3 和图 4 所示的 $m_l = 1$ 和 2 相比，其幅值进一步降低。随着轨道角动量增加，三重微分截面逐渐减小，这与本研究中观察到的总体趋势一致，表明扭曲入射粒子的较高轨道角动量态会导致电离概率降低。关于角分布，我们观察到，在运动学条件 $\theta_s = \theta_p$下， $m_l = 3$ 和 4 的三重微分截面曲线呈现出与 $m_l = 1$ 和 2 相似的定性特征。这种角分布相似性在所研究的三种相互作用区域中均存在：无场（FF）、线偏振（LP）和圆偏振（CP_Y）。这一现象证实，散射角与张角之间的几何对称性（即 $\theta_s = \theta_p$）在塑造三重微分截面的角结构方面起主导作用。

在无场情形下，详细比较表明，对于本文考察的所有轨道角动量（m_l）值，在较小的入射粒子散射角（$\theta_p = 1^\circ$ 和 4°）下，角分布均相似。然而，当张角增大至 $\theta_p = 15^\circ$ 时，偏差显著增大，这表明在较大张角下，角分布对扭曲光束中横向动量成分的敏感性增强。引入激光场后，散射动力学表现出对轨道角动量奇偶性的明显依赖。对于运动学情形 $\theta_s = \theta_p$，在 LP 和 CP_Y 偏振条件下，所有研究的轨道角动量值对应的角分布均保持均匀。相反，当 $\theta_p = 1^\circ$ 时，激光辅助情形下，角分布明显依赖于轨道角动量的奇偶性。奇数轨道角动量值（$m_l = 1$和 3）产生几乎相同的角分布，其特征是在 $\theta_e = 50^\circ$ 附近出现一个主峰。相比之下，偶数轨道角动量值（$m_l = 2$ 和 4）的峰移向 $\theta_e = 30^\circ$，并伴有小瓣，如图 3–6 中的绿色实线所示。这种轨道角动量依赖行为的奇偶性凸显了激光场存在时扭曲入射粒子相位结构的作用。与无场情形类似，在 $\theta_p = 15^\circ$ 处，这种奇偶对称性被打破，此时角分布随轨道角动量数的变化呈现不同规律（图 3–6 中的红色虚线）。因此，角分布明显取决于.....的性质

m_l，其中奇数值呈现出相似的轮廓，与偶数值对应的轮廓不同。这些结果表明，激光偏振、扭曲电子束的轨道角动量以及光束张角的综合作用会影响三重微分截面的角结构。

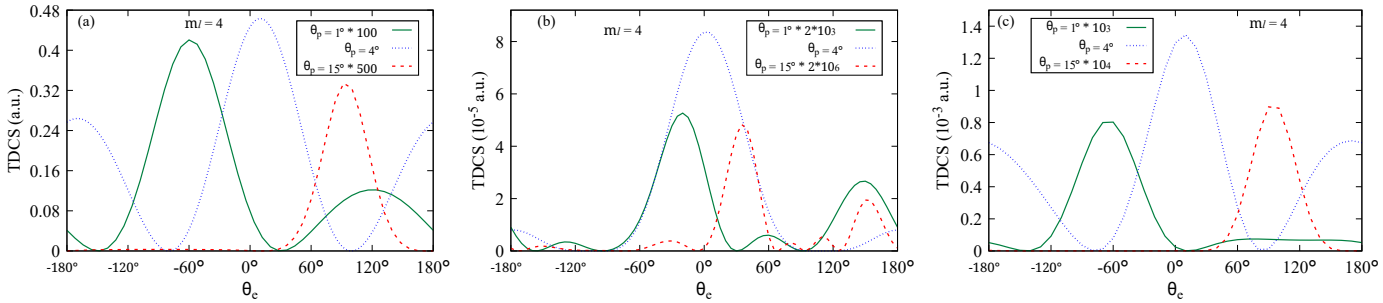

图6：与图 3 相同，但 $m_l = 4$

B. 宏观靶的三重微分截面

这里我们展示宏观靶的角分布 $TDCS_{av}$ 随 θ_e 变化的关系，这代表了扭曲电子与宏观靶相互作用的实际实验情形。图7展示了$TDCS_{av}$ 的三种情形：（a）无场（FF），（b）线偏振激光场辅助（LP），以及（c）圆偏振激光场（CP）$_{\mathrm{Y}}$。 $TDCS_{av}$ 是在与图 3 相同的运动学条件下计算得到的。这里我们想再次说明， $TDCS_{av}$ 仅取决于张角，与轨道角动量无关。此处考虑的张角分别为 $\theta_p = 1°$ 、 $4°$ 和 $15°$，相应的三重微分截面$_{av}$ 角分布分别以绿色实线、蓝色点线和红色虚线表示。对本文所考虑的三种情形——无场（FF）情形 [图 7(a)], 、线偏振（LP） [图 7(b)],以及圆偏振（CP$_{\mathrm{Y}}$） [图 7(c)]——的 $TDCS_{av}$进行详细比较后可以发现，激光场的存在显著改变了 $TDCS_{av}$的大小和角分布。对于张角为 $\theta_p = 1°$的无场情形，在垂直发射方向附近观察到两个明显的峰，分别位于 $\theta_e = 90°$ 和 $270°$。引入激光场后，这种对称性发生了改变。在线偏振情形下，角分布呈现两个偏移的极大值，分别位于 $\theta_e = 120°$ 和 $310°$。相比之下，在圆偏振（CP$_{\mathrm{Y}}$ ）构型中，分布主要由一个位于 $\theta_e = 180°$附近的峰主导，并伴有较弱的旁峰。这些观察结果清楚地表明，激光场的偏振态在重塑宏观靶中电子的电离动力学和角发射分布方面起着关键作用。从结果中我们还观察到，随着扭曲电子束的张角增大至 $\theta_p = 15°$， $TDCS_{av}$的峰值会降低（为便于比较，图7中红色虚线经过不同倍数的放大，因此可以看出其大小显著降低）。这一趋势与我们此前从图 3–6 的三重微分截面计算中得到的结果一致。大小降低可以如下理解：张角

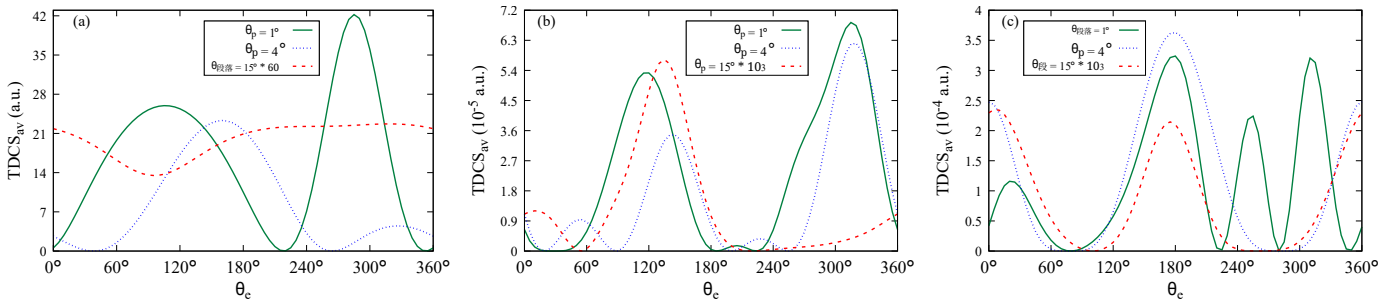

图 7：以出射电子角 θ_e 为横坐标，绘制了由 TEB 作用于氢原子宏观靶（$TDCS_{av}$）产生的三重微分截面。研究比较了三种相互作用区域：(a) 无场（FF）情形；(b) 线偏振（LP）场中的激光辅助碰撞，其中偏振矢量平行于动量转移方向；以及 (c) 圆偏振（CP$_{\mathrm{Y}}$）场中的激光辅助碰撞，其中偏振矢量沿散射（zx）平面内的 y-轴方向。曲线分别表示张角 $\theta_p = 1°$ （绿色实线）、 $\theta_p = 4°$ （蓝色点线）和 $\theta_p = 15°$ （红色虚线）。所采用的运动学参数与图 3 相同。具体的缩放因子标示于相应面板中。

角度 θ_p 决定入射粒子的总动量如何被划分为横向（$k_\perp = k\sin\theta_p$）和纵向（$k_z = k\cos\theta_p$）分量。增大 θ_p 会自然增大横向动量，同时减小前向（纵向）动量。因此，散射方向平面内可用于电离的有效电子通量。此外，较大的张角会扩展动量空间中平面波分量的锥体。纵向动量减小的这一组合导致随着张角增大， $TDCS_{av}$ 和三重微分截面的幅值系统性降低。

C. 两个贝塞尔光束叠加的三重微分截面

图8–10给出了两束贝塞尔光束在相对相位 $\alpha = 0°$、$60°$和 $90°$下相干叠加的三重微分截面。采用叠加的贝塞尔光束构型，为考察轨道角动量投影 Δm_l 对$(e, 2e)$过程的影响提供了切实的框架。三重微分截面针对 $\Delta m_l = 1, 2, 3,$ 和4进行计算，并分别由绿色实线、蓝色点线、红色虚线和紫色点划线表示。结果分别给出了(a)无场情形（前向馈电）、(b)线偏振激光场（线偏振）以及(c)圆偏振激光场（圆极化$_{\mathrm{Y}}$），运动学条件与图7中所用相同。

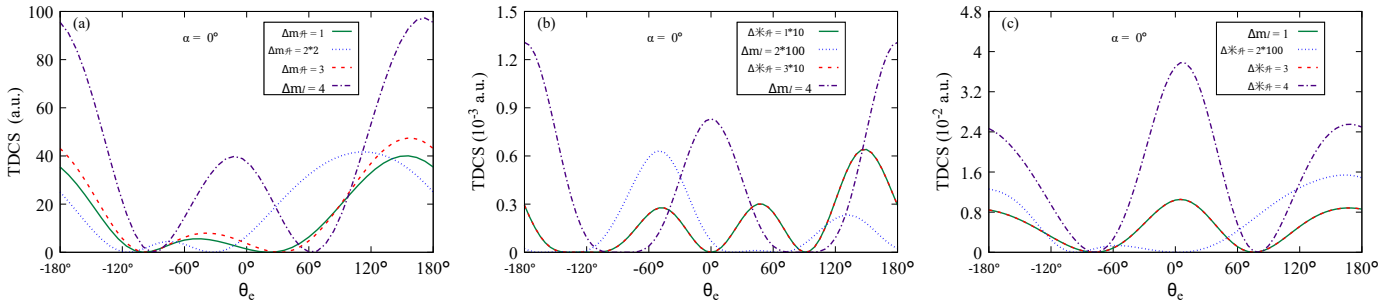

图 8：相位差为 $\alpha = 0°$ 时，两个贝塞尔光束相干叠加产生的氢原子三重微分截面（TDCS）。研究比较了三种相互作用区域：(a) 无场（FF）情形；(b) 线偏振（LP）场中的激光辅助碰撞；以及 (c) 圆极化（CP_Y）场中的激光辅助碰撞。所采用的运动学与图 3 相同。图中提及了进行计算所采用的不同轨道角动量投影。

对于 $\alpha = 0°$，对应于两束入射扭曲电子束同相的情形，无场结果表明，轨道角动量投影 $\Delta m_l = 1,2,$ 和3呈现出几乎相同的角分布，并在 $\theta_e = \pm 180°$附近出现显著的峰，而 $\Delta m_l = 2$ 给出的三重微分截面幅值最小。相比之下，$\Delta m_l = 4$ 的贡献显示出最大的三重微分截面，其特征为双峰结构，由 $\theta_e = 15°$ 附近的前向峰和位于 $\theta_e = \pm 180°$的一个占主导地位的后向峰组成。

存在激光场时，当两个贝塞尔光束同相时，会呈现出一种独特的行为。对于 LP 和 CP_Y 激光辅助碰撞，奇数轨道角动量投影 $\Delta m_l = 1$ 和 3 产生相同的 TDCS 角分布，如图 8(b) 和 8(c) 中相应曲线（绿色实线和红色虚线）完全重合所示。这表明，在同相相干叠加条件下，激光辅助动力学对 Δm_l 的奇数取值不敏感。然而，尽管在每种偏振方案中，$\Delta m_l = 1$ 与 3 的结果相似，LP 和 CP_Y 构型的角分布却存在显著差异（见图 8(b) 和 (c) 中的绿色实线与红色虚线），反映了线偏振和圆偏振激光偏振所具有的不同对称性和耦合特性。此外，偶数轨道角动量投影显示出对具体激光偏振态的显著依赖，表明其行为明显不同于奇数投影。在 LP 构型中，$\Delta m_l = 2$ 分布（蓝色点线）呈现出明显的双峰结构，峰位于 $\theta_e = -60°$ 和 $120°$。相比之下，$\Delta m_l = 4$ 的贡献（紫色点划线）在 $\theta_e = 0°$ 和 $\theta_e = \pm 180°$ 处分别呈现前向峰和后向峰，且后向峰强于前向发射。CP_Y 情形呈现出明显不同的趋势。对于 $\Delta m_l = 2$，角分布仅限于

主要表现为单一后向峰，抑制了线偏振情形下观察到的前向发射。与此同时，对于 $\Delta m_l = 4$三重微分截面$_{av}$，则呈现出双峰结构，同时包含前向和后向分量。值得注意的是，与线偏振结果截然相反，圆极化$_Y$ 构型中的前向峰强于后向发射。这种峰值优势的反转表明，圆偏振会增强较高阶轨道角动量转移时的前向散射；这一特性或有助于在扭曲光束实验中控制出射电子的发射方向。

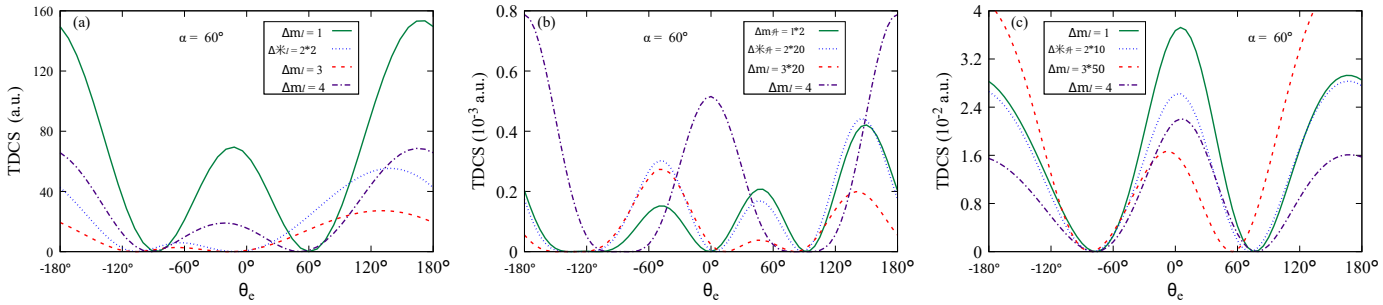

图9：除相位因子 $\alpha = 60°$外，其余与图8相同

随着两个贝塞尔光束之间的相对相位从 $\alpha = 0°$ 增加到 $60°$ 和 $90°$，三重微分截面表现出相位敏感性，该敏感性取决于轨道角动量投影和激光偏振。相位变化（从$\alpha = 0°$ 到 $\alpha = 60°$ 和 $\alpha = 90°$）打破了在 $\alpha = 0°$ 时奇数轨道角动量投影对应的三重微分截面之间的相似性（见图9(b)和(c)中的绿色实线和红色虚线）。在线偏振激光辅助情形下，角分布

对于 $\Delta m_l = 1$ 和3，在 $\alpha = 0°$时二者完全相同，而在 $\alpha = 60°$ 和 $90°$时则有所不同；与此同时， $\Delta m_l = 1$ 和2通道的角分布形态相似，主要差异在于幅值。这表明，在线偏振情形下，相位变化会改变轨道角动量投影之间的干涉，从而重新分配三重微分截面，但不会显著改变整体发射分布。对于圆极化$_Y$ 构型，相位依赖性更为复杂。在 $\alpha = 60°$ 时，与 $\Delta m_l = 1$、2、3和4对应的角分布总体上相似，主要差异体现在三重微分截面的幅值，而非峰的位置。当相位差增大至 $\alpha = 90°$时，对 Δm_l 的依赖性变得更加明显； $\Delta m_l = 3$ 分量的幅值和角分布形态均出现显著变化，而 $\Delta m_l = 1$、2、和4分量的分布则与 $\alpha = 60°$时的分布相对接近。这种行为表明，相位差增大会增强扭曲分量之间的干涉，从而使三重微分截面发生更显著的重新分布。这些观察结果表明，叠加扭曲光束之间的相对相位是控制电离过程角分布的一个额外参数。

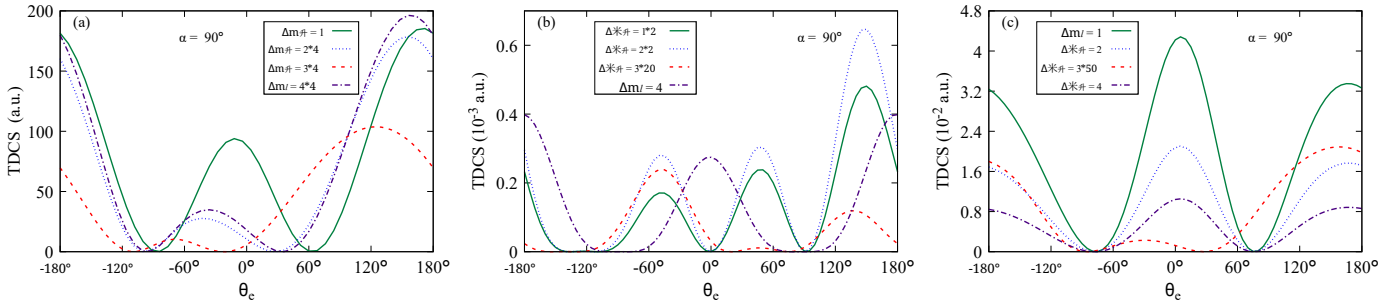

图10：与图8相同，但相位因子为 $\alpha = 90°$。

IV. 结论

我们研究了扭曲电子束在分别由线偏振和圆偏振激光场作用时对氢原子的激光辅助（e,2e）电离。研究重点是激光偏振、轨道角动量（OAM）、光束张角以及相干光束叠加对三重微分截面（TDCS）角分布及 TDCS$_{av}$的影响。在单光子吸收区间内，我们发现激光场的存在会显著抑制三重微分截面（TDCS），且线偏振造成的下降幅度明显大于圆偏振。一个关键结果是：当入射粒子散射角（θ_s）等于扭曲电子束的张角（θ_p）时，会出现一种有效运动学对称性。在这一条件下，圆偏振情形的角分布与无场过程的角分布十分相似；而当这一几何关系不成立时，角分布则会显著偏离（$\theta_s \neq \theta_p$）。增加入射扭曲电子束（TEB）的OAM会使TDCS大小系统性降低，但角分布基本保持不变。对于激光辅助碰撞，在较小张角（$\theta_p = 1°$ 和 $4°$）下，角分布明显依赖于OAM的奇偶性，这反映了扭曲电子束的相位结构。在相对较大的张角 $\theta_p = 15°$下，这一行为消失，分布则变得高度依赖于OAM。对于两束贝塞尔光束的相干叠加，同相构型（$\alpha = 0°$）下，奇数OAM投影对应的TDCS分布完全相同。而非零相位差（$\alpha = 60°$ 和 $90°$）会破坏这种相似性，所得分布同时取决于OAM投影和激光偏振。圆偏振下这一效应更为显著，对光束间相对相位的敏感性也更强。我们的研究结果表明，激光偏振、光束几何结构和OAM是强大且互补的控制参数，可用于调控扭曲电子束的电子碰撞电离动力学。

[1] F. Byron Jr 和 C. J. Joachain，《物理学报告》**179**，211（1989年）。[2] K. Bartschat 和 M. J. Kushner，《美国国家科学院院刊》**113**，7034（2016年）。[3] L. G. Christophorou 和 J. K. Olthoff，《物理与化学参考数据》**29**，330（2000年）。[4] E. Shalenov、K. Dzhumagulova 和 T. Ramazanov，《等离子体物理学》**24** （2017年）。

[5] M. A. de Avillez, M. Guerra, J. P. Santos, and D. Breitschwerdt, 《天文学与天体物理学》631, A42 (2019). [6] H. Ehrhardt, K. Jung, G. Knoth, and P. Schlemmer, 《物理学杂志D：原子、分子与团簇》1, 32 (1986). [7] H. Ehrhardt, M. Schulz, T. Tekaat, and K. Willmann, 《物理评论快报》22, 89 (1969). [8] H. Ehrhardt, M. Fischer, K. Jung, F. Byron Jr, C. Joachain, and B. Piraux, 《物理评论快报》48, 1807 (1982). [9] F. Ehlotzky, A. Jaro, and J. Kami ski, 《物理学报告》297, 153 (1998). [10] C. Hohr, A. Dorn, B. Najjari, D. Fischer, C. Schroter, and J. Ullrich, 《物理评论快报》94, 153201 (2005). [11] C. Hohr, A. Dorn, B. Najjari, D. Fischer, C. Schrter, and J. Ullrich, 《电子能谱与相关现象杂志》161, 177 (2007). [12] M. H. Mittleman, 激光-原子相互作用理论导论 (施普林格科学与商业媒体, 2013). [13] P. Francken and C. Joachain, 《美国光学学会杂志B辑》7, 563 (1990). [14] F. Ehlotzky, 《物理学报告》345, 264 (2001). [15] M. Mohan and P. Chand, 《物理快报A辑》65, 401 (1978), ISSN 9601. [16] P. Cavaliere, G. Ferrante, and C. Leone, 《物理学杂志B：原子与分子物理学》13, 4495 (1980). [17] S. K. Mandal and A. Ghosh, 《物理评论A辑》30, 2759 (1984). [18] P. Cavaliere, C. Leone, R. Zangara, and G. Ferrante, 《物理评论A辑》24, 910 (1981). [19] J. Banerji and M. Mittleman, 《物理学杂志B：原子与分子物理学》14, 3717 (1981). [20] R. Zangara, P. Cavaliere, C. Leone, and G. Ferrante, 《物理学杂志B：原子与分子物理学》15, 3881 (1982). [21] M. Zarcone, D. Moores, and M. McDowell, 《物理学杂志B：原子与分子物理学》16, L11 (1983). [22] C. Joachain, P. Francken, A. Maquet, P. Martin, and V. Veniard, 《物理评论快报》61, 165 (1988). [23] P. Martin, V. Veniard, A. Maquet, P. Francken, and C. Joachain, 《物理评论A辑》39, 6178 (1989). [24] S. Ghosh Deb, S. Roy, and C. Sinha, 《欧洲物理学杂志D辑》55, 600 (2009). [25] S. M. Li, J. Berakdar, S. T. Zhang, and J. Chen, 《电子能谱与相关现象杂志》161, 190 (2007). [26] S. Li, J. Berakdar, S. Zhang, and J. Chen, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》38, 1291 (2005). [27] A. Chattopadhyay and C. Sinha, 《物理评论A辑：原子、分子与光学物理》72, 053406 (2005). [28] H. W. van der Hart and L. Feng, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》34, L601 (2001). [29] J. Sanz and H. J. Kull, 《物理评论A辑》60, 3896 (1999). [30] A. Makhoute, D. Khalil, A. Maquet, C. Joachain, and R. Taieb, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》32, 3255 (1999). [31] R. Taieb, V. Veniard, A. Maquet, S. Vucic, and R. Potvliege, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》24, 3229 (1991). [32] D. Khalil, A. Maquet, R. Taieb, C. Joachain, and A. Makhoute, 《物理评论A辑》56, 4918 (1997). [33] A. Harris, A. Plumadore, and Z. Smozhanyk, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》52, 094001 (2019). [34] A. Harris, 《物理评论A辑》108, 062810 (2023). [35] N. Dhankhar and R. Choubisa, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》54, 015203 (2020). [36] N. Dhankhar and R. Choubisa, 《物理评论A辑》105, 062801 (2022). [37] N. Dhankhar, S. Banerjee, and R. Choubisa, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》55, 165202 (2022). [38] N. Dhankhar, Neha, and R. Choubisa, Atoms 11, 82 (2023). [39] A. Mandal, N. Dhankhar, D. Sebilleau, and R. Choubisa, 《物理评论A辑》104, 052818 (2021). [40] N. Dhankhar, A. Mandal, and R. Choubisa, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》53, 155203 (2020). [41] R. Van Boxem, B. Partoens, and J. Verbeeck, 《物理评论A辑》89, 032715 (2014). [42] R. Van Boxem, B. Partoens, and J. Verbeeck, 《物理评论A辑》91, 032703 (2015). [43] M. Uchida and A. Tonomura, 《自然》464, 739 (2010). [44] S. Lloyd, M. Babiker, G. Thirunavukkarasu, and J. Yuan, 《现代物理学评论》89, 035004 (2017). [45] K. Y. Bliokh, I. P. Ivanov, G. Guzzinati, L. Clark, R. Van Boxem, A. Beche, R. Juchtmans, M. A. Alonso, P. Schattschnei- der, F. Nori, et al., 《物理学报告》690, 70 (2017). [46] H. Larocque, I. Kaminer, V. Grillo, G. Leuchs, M. J. Padgett, R. W. Boyd, M. Segev, and E. Karimi, 《当代物理学》59, 126 (2018). [47] J. Verbeeck, H. Tian, and P. Schattschneider, 《自然》467, 304 (2010). [48] B. J. McMorran, A. Agrawal, I. M. Anderson, A. A. Herzing, H. J. Lezec, J. J. McClelland, and J. Unguris, 《科学》331, 195 2011( ). [49] A. O'neil, I. MacVicar, L. Allen, and M. Padgett, 《物理评论快报》88, 053601 (2002). [50] S. Furhapter, A. Jesacher, S. Bernet, and M. Ritsch Marte, 《光学快报》13, 694 (2005). [51] G. Berkhout and M. Beijersbergen, 《光学杂志A辑：纯粹与应用光学》11, 094021 (2009). [52] S. Gemsheim and J. M. Rost, 《物理评论A辑》100, 043408 (2019). [53] Neha, N. Dhankhar, R. S. Pinto, and R. Choubisa, 《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》57, 095202 2024( ). [54] V. Serbo, I. Ivanov, S. Fritzsche, D. Seipt, and A. Surzhykov, 《物理评论A辑》92, 012705 (2015). [55] D. V. Karlovets, 《物理评论A辑：原子、分子与光学物理》86, 062102 (2012). [56] D. V. Karlovets, G. Kotkin, V. Serbo, and A. Surzhykov, 《物理评论A辑》95, 032703 (2017).