# 潘查拉特南–贝里相位是厄米–高斯叠加态中观测到矢量性的起源

A. Srinivasa Rao[1,2,3]

[1]千叶大学工学研究生院，日本千叶 263-8522[2]千叶大学分子手性研究中心，日本千叶 263-8522[3]千叶大学高级学术研究所，日本千叶 263-8522
asvrao@chiba-u.jp, sri.jsp7@gmail.com

**摘要**
在正交线偏振态下叠加正交厄米–高斯（HG）模式，是实验实现低阶光学矢量光束和矢量涡旋晶格的技术之一。迄今为止，人们普遍认为，这种技术产生的矢量性源于叠加的HG模式的空间强度分布。本文报告称，在表征通过HG模式叠加产生的矢量模式时观测到的矢量特性，源于方位角非均匀强度分布和偏振相关的潘查拉特南–贝里（PB）相位。我们的解析计算证实，矢量性并非叠加态固有的属性；相反，它是借助表征过程中使用的偏振光学元件才得以观测到的。这一认识从根本上澄清了实验观测到的HG模式叠加中的矢量性的物理起源。

## 1. 引言

光学矢量光束以非均匀偏振分布为特征，因其独特性质，尤其是在紧聚焦条件下，在结构光应用中发挥了重要作用。作为参考，此处列出若干突出应用。通过对矢量光束横截面上存在的非均匀偏振分布进行直接曝光，可实现对偏振敏感材料的表面结构化，从而制造微纳结构。这些结构可通过调节强度、偏振和相位等输入参数进行系统控制 [1–3]。与线偏振分量相关的受控局域电场振荡已被成功用于在光学捕获系统中操控粒子运动[4–6]。紧聚焦径向偏振（RP）光束所实现的更小焦斑尺寸已被用于超分辨成像和微尺度钻孔 [7–10]。径向和方位角矢量涡旋模式还可减轻界面处因s偏振和p偏振分量菲涅耳反射损耗不等而产生的光束不对称性 [11]。此外，这些模式已在光通信系统中得到探索，包括基于偏振的数据加密方案[12-14]。

由非均匀分布的线偏振态形成的最著名的矢量光束是柱矢量光束 [15]。这些光束既可以通过适当控制腔内振荡模式，直接在激光腔中产生 [16–18], ，也可以利用外部衍射光学元件对高斯光束进行模式转换来产生 [19–21]。除了这些方法之外，实现矢量模式的另一种常用技术是叠加标量空间模式 [22–24]。这种方法最常见的实现方式是在圆偏振基中叠加彼此正交的拉盖尔–高斯（LG）模式。在这种方法中，光束横截面上非均匀的偏振分布通常归因于方位角相位梯度。然而，最近我们证明，通过这种方法生成的模式在表征过程中观察到的矢量特性，源于潘查拉特南–贝里（PB）相位，而非仅由方位角相位梯度造成 [25]。采用类似的方法，也可以通过叠加一阶

阶厄米–高斯（HG）模式与线偏振基 [22], 其中，非均匀的方位角强度分布通常被认为是矢量性的成因。

本文报告了由 HG 模式形成的叠加态中矢量性质实验观测结果背后的基本概念。在理论分析中，我们考察了包含和不包含偏振依赖的 PB 相位时的方位角强度分布，以探究实验观测到的矢量性的起源。我们表明，实验观测到的矢量光束特征源于偏振依赖的几何相位效应，而非光场本身具有空间变化的偏振分布。此外，我们将分析扩展到高阶 HG 模式的叠加；人们通常认为，这会产生矢量涡旋晶格结构。

## 2. 用于矢量光束生成的 HG 模式叠加

由正交偏振态下的正交 HG 模式叠加构成的矢量光束可表示为

$$|V\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cdot HG_{m,n}|L(\beta)\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cdot e^{i\phi_d}\cdot HG_{m',n'}\left|L\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)\right\rangle. \quad (1)$$

这里，角度 $\theta(\ 0 \le \theta \le \pi)$ 表示叠加中的权重因子。第二个角参数 $\phi_d(\ 0 \le \phi_d \le 2\pi)$ 表示动力学相位差，并决定叠加模式之间的相对相位。右矢 $|\ L(\beta)$ 表示取向角为 $\beta$ 的线偏振态。人们普遍认为，通过交换偏振基矢并控制叠加模式之间的相对相位，可以生成各种类型的矢量光束。通常，采用一阶 HG 模式 $\{HG_{1,0}, HG_{0,1}\}$ 的叠加来实现低阶矢量光束，如图 1 所示。然而，在这种叠加态中，各个模式处于正交偏振态，因此不会发生干涉。此外，电磁波（或光子）在自由空间中不会相互作用。因此，在自由空间传播过程中，没有任何机制能够在光束横截面上形成空间变化的矢量偏振分布。

## 3. 叠加态偏振态传递分析

研究叠加态矢量特性的最常见方法是分析其偏振态。通常使用偏振光学元件进行此类分析，例如偏振片、半波片和四分之一波片。然而，这种方法的一个主要局限是，在测量过程中偏振态会发生改变，因此无法在保持空间模式不变的情况下表征其原始状态。一种简单且广泛使用的线偏振矢量光束表征方法，是使用旋转线偏振片分析其偏振态。在这种方法中，当将透射轴相对于水平方向呈 $\alpha$ 角度的偏振片 $\hat{P}(\alpha)$ 作用于叠加态时，所得输出态的形式为

$$\hat{P}(\alpha)|V\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{HG_{1,0} - e^{i\phi_d}\cdot HG_{0,1}\cdot\tan(\beta-\alpha)\right\}|L(\alpha)\rangle. \quad (2)$$

这一数学表达式构成了我们工作的核心结果。偏振片将叠加模式转换为单一偏振态，因此可以观察到干涉。由此产生的干涉图样由两个相位项决定。第一项是动力学相位，$\phi_d$。第二项是偏振片在两个叠加模式之间引入的相对相位，表示为 $\tan(\beta-\alpha)$。在这里，偏振片旋转角度$\alpha$，使叠加态沿传输过程移动至庞加莱球上对应于$2\alpha$ 的位置。因此，偏振片每完整旋转一周，球面赤道上便旋转两周。事实上，偏振片产生的 PB相位等于$\alpha$ [26– 28]。这一相位通过偏振片算符纳入式 2。在此框架下，偏振片引入的相位充当权重因子，因为初态和末态位于庞加莱球上的同一轨迹。作为示例，我们考虑庞加莱球上与径向偏振光束对应的叠加态的传输过程（图 2）。需要注意的是，初态和末态均为叠加态。关键区别在于，初态中的空间模式

对应于正交偏振，因此光强相加。相比之下，在末态中，相同的空间模式投影到单一偏振态上，因此振幅相加。在这一传输过程中产生的附加相位等于偏振片角度，$\alpha$。

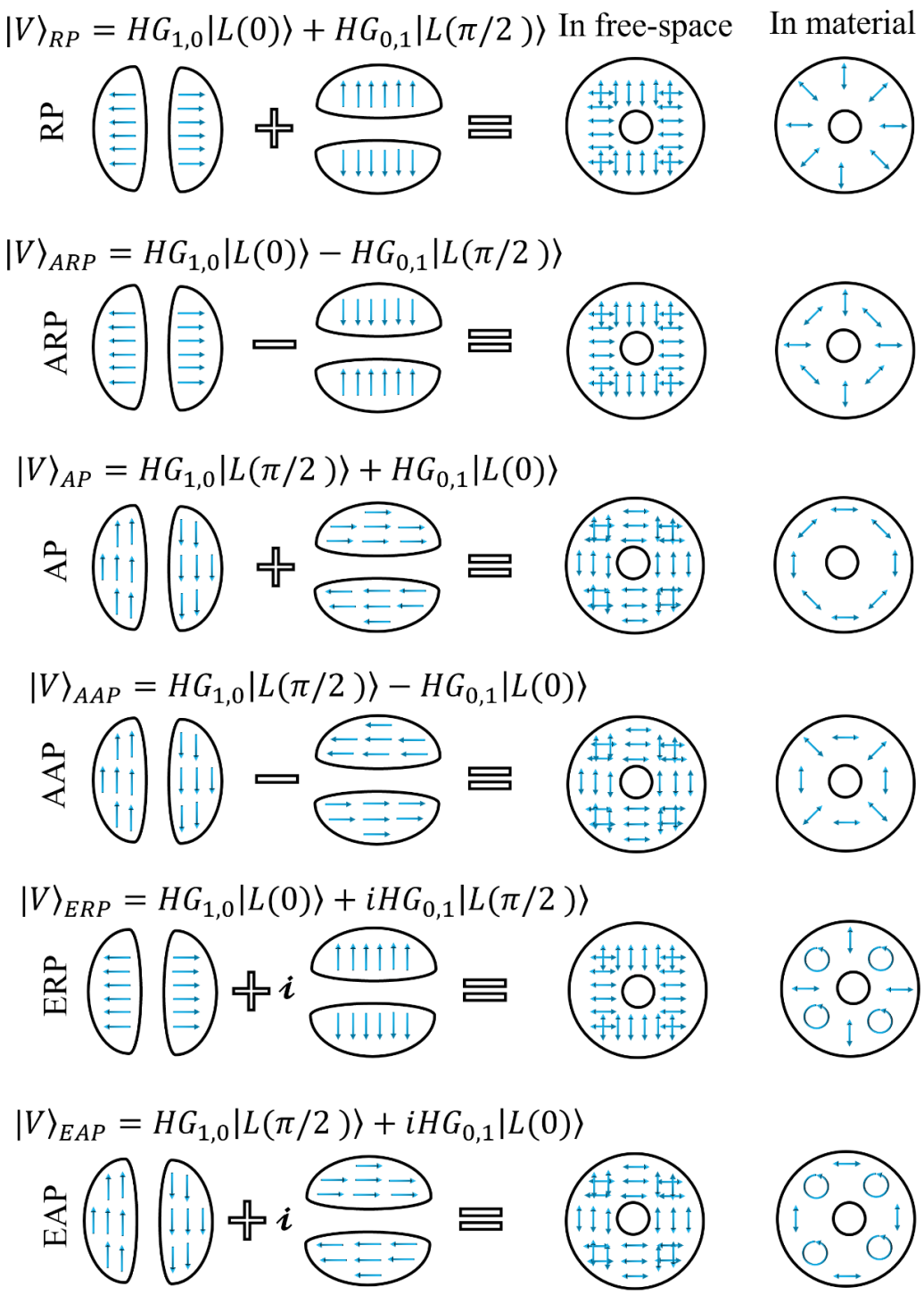



图 1. 通过叠加偏振方向正交的一阶厄米–高斯模式生成一阶矢量光束的示意图。叠加态在自由空间传播过程中（第三列）呈现环形光强分布，并包含两个正交的线偏振分量。通过偏振分析光学器件（第四列）可显示光束横截面上的非均匀偏振分布。RP：径向偏振；ARP：反径向偏振；AP：方位角偏振；AAP：反方位角偏振；ERP：椭圆径向偏振；EAP：椭圆方位角偏振。

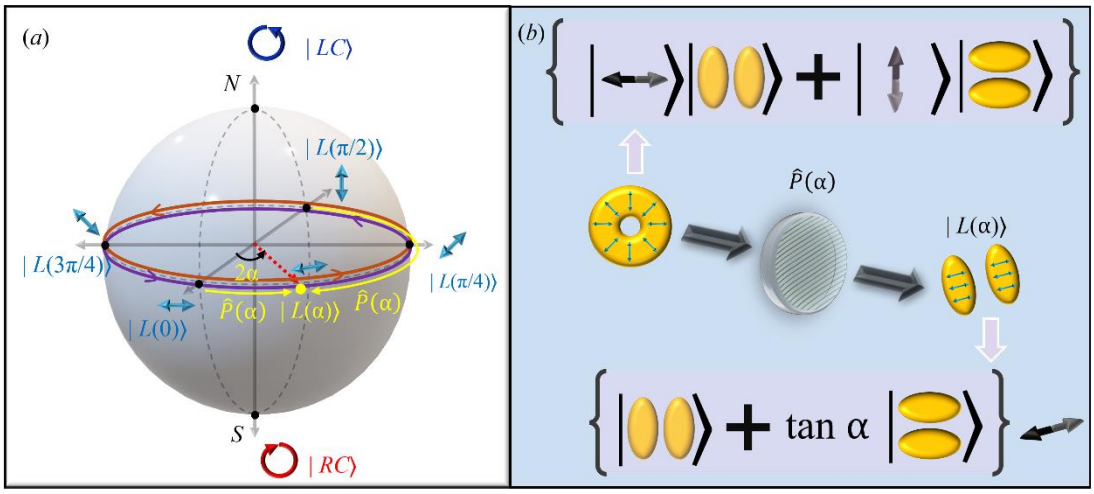



图 2. 在叠加态的偏振态转移过程中，假设其形成径向偏振（RP）矢量光束，叠加的厄米–高斯模式之间的几何相位在偏振庞加莱球上的演化。(*a*) 叠加态投影到偏振庞加莱球赤道上的单一偏振态 | *L*(*α*)。(*b*) 叠加态通过透射轴方向与某一角度 *α* 成角度的线偏振片时的偏振态转移。

为了从内在机制上研究偏振片透射轴旋转时产生的旋转瓣结构，我们考察两个关键因素：HG模式的非均匀强度分布，以及偏振片引入的偏振依赖的 PB 相位。首先，我们分析不考虑 PB 相位时透过偏振片的透射强度。随后，我们纳入 PB 相位，并考察输出模式强度分布随之产生的变化。

### *3.1* 不含几何相位的旋转瓣状结构研究

具有甜甜圈形强度分布的叠加态在通过偏振片后，会转变为可旋转的一阶HG模式（图3）。为确定偏振片引入的相对强度效应，我们首先仅考虑参与干涉的各个模式的透射强度，而忽略偏振片产生的PB相位。当偏振片的透射轴沿水平方向时，它透射水平偏振的HG模式，并阻挡垂直偏振的HG模式。当偏振片的轴沿垂直方向时，情况类似。在这两种构型下，空间模式之间均不会发生干涉。然而，当透射轴沿除这两种情况之外的任意角度时，两个空间模式之间会产生干涉。尽管叠加模式的空间强度分布并不完全重叠，仍会以$\eta = 1$的可见度发生干涉。对于动力学相位差$\phi_d = 0$和$\phi_d = \pi$，干涉图样呈现瓣结构。瓣结构的角位置取决于叠加模式的相对振幅。此外，当叠加态以相等的权重因子发生干涉时——这对应于偏振片轴的对角线方向和反对角线方向——对于$\phi_d = \pi/2$和$\phi_d = 3\pi/2$，所得场呈现具有环形光强分布的涡旋相位。对于固定的动力学相位差，只能获得单个涡旋相位；然而，对于$\phi_d = \pi/2$和$\phi_d = 3\pi/2$，相位梯度的符号相反。相比之下，在相同动力学相位差下，不等的权重因子会形成厄米–拉盖尔–高斯（HLG）光束[29], ，这种情况出现在偏振片轴沿水平、垂直、对角线或反对角线以外的角度时。值得注意的是，对于给定的动力学相位，瓣结构的旋转或变化被限制在$\pi/2$弧度以内，并始终处于笛卡尔坐标系的单个象限内。由此我们推断，对于固定的动力学相位差，仅通过改变干涉过程中空间模式的相对振幅，无法实现瓣结构的完整旋转。

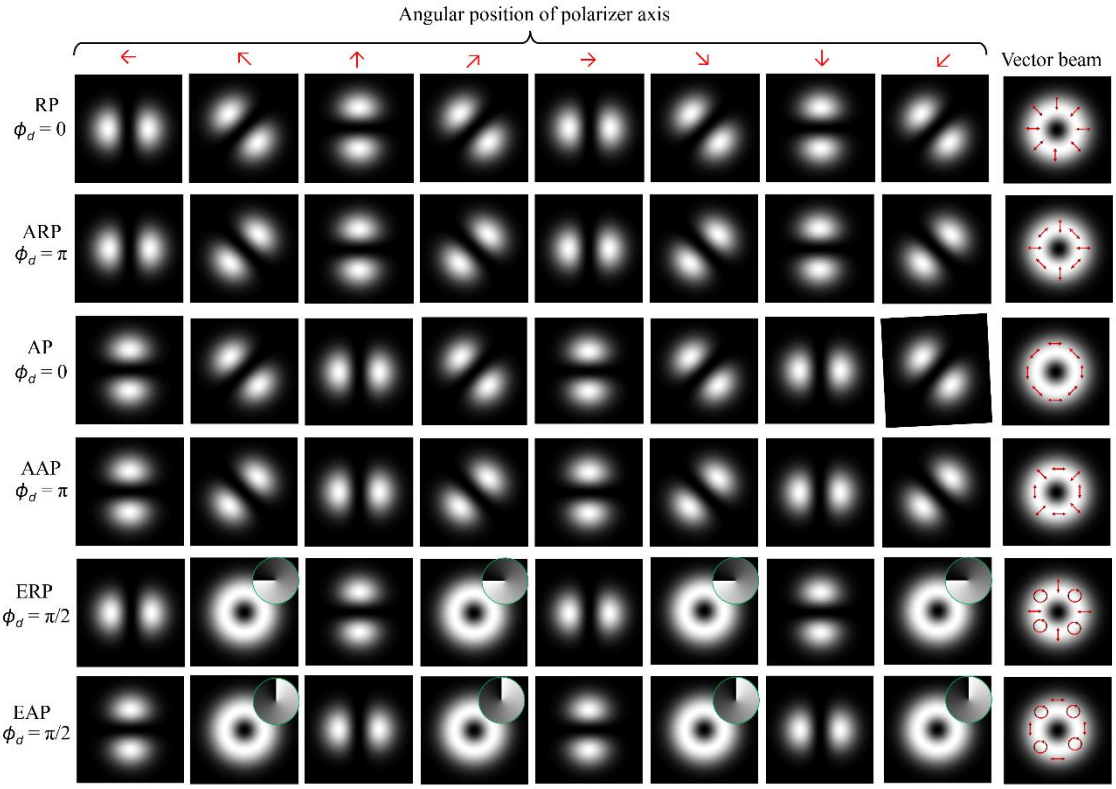



图 3. 未计入偏振片所引入的 Pancharatnam–Berry 相位时，经过不同角位置的线偏振片后得到的叠加态。右侧显示了相应的矢量光束以供参考（RP：径向偏振；ARP：反径向偏振；AP：方位角偏振；AAP：反方位角偏振；ERP：椭圆径向偏振；EAP：椭圆方位角偏振）。顶部的红色箭头表示偏振片透射轴的方向。

### *3.2.* 利用几何相位研究旋转瓣结构

我们重复使用生成图3所示空间强度分布的全部条件，此次将PB相位纳入考虑。相应结果如图4所示。由水平偏振的$HG_{1,0}$ 模式和垂直偏振的$HG_{0,1}$ 模式在$\phi_d = 0$ 处构成的叠加态，会产生完全旋转的瓣结构，并遵循径向偏振（RP）矢量性。在$\phi_d = \pi$ 处，相同的叠加态会产生与反径向偏振（ARP）矢量性一致的旋转瓣结构。类似地，由水平偏振的$HG_{0,1}$ 模式和垂直偏振的$HG_{1,0}$ 模式在$\phi_d = 0$ 处构成的叠加态，会产生对应于方位角偏振（AP）矢量性的旋转瓣结构。当$\phi_d = \pi$时，该状态会产生呈现反方位角偏振（AAP）矢量特征的旋转瓣结构。对于其余两种叠加情况，也观察到了相同的行为，它们分别对应椭圆径向偏振（ERP）和椭圆方位角偏振（EAP）矢量光束。由这些结果我们推断，瓣结构的完整旋转——这也是我们将HG模式叠加解释为矢量光束的基础——源于偏振片引入的PB相位。

当动力学相位差为 $\phi_d = \pi/2$ 时，偏振片透射轴分别取向于 $\alpha = \pi/4$ 和 $\alpha = 5\pi/4$ 时，叠加态会产生相同的光学涡旋。同样地，当透射轴设为 $\alpha = 3\pi/4$ 和 $\alpha = 7\pi/4$ 时，也会获得相同的涡旋。值得注意的是，在偏振片的对角线方向和反对角线方向产生的涡旋具有相反的手性。因此，只需在对角线位置和反对角线位置之间旋转偏振片轴，叠加态便可产生左旋或右旋螺旋度的光学涡旋。这种切换会因投影而造成 50% 的功率损耗，但无需对实验对准进行任何修改。这种能力可能会为涉及光学涡旋的应用带来实际优势。

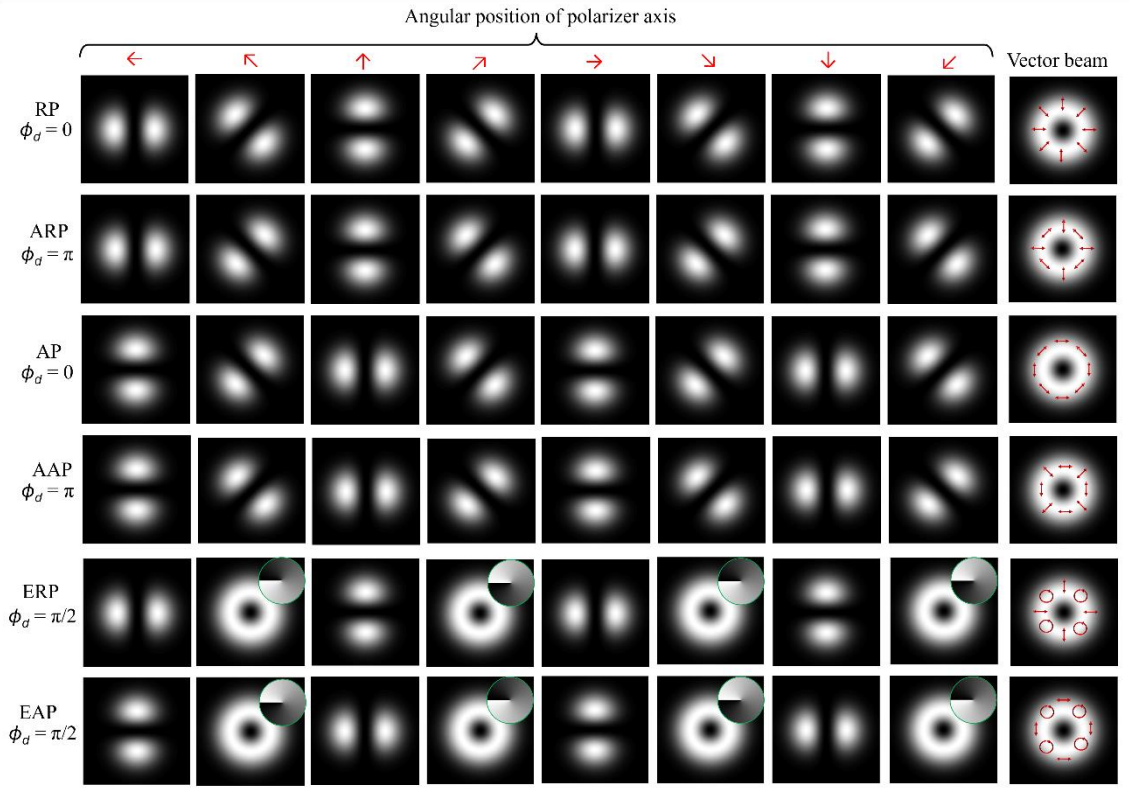



图 4. 经过取向角位置不同的线偏振片透射后的叠加态，其中包括偏振片引入的 Pancharatnam–Berry 相位。右侧显示了相应的矢量光束以供参考（RP：径向偏振；ARP：反径向偏振；AP：方位角偏振；AAP：反方位角偏振；ERP：椭圆径向偏振；EAP：椭圆方位角偏振）。顶部的红色箭头表示偏振片透射轴的方向。

## 4. 高阶 HG模式叠加形成的光学晶格结构

在上一节中，我们考察了低阶正交 HG 模式的叠加，其结果是瓣状结构和一阶光学涡旋。类似地，在相同偏振态下叠加高阶 HG 模式，会产生包含多个相位奇点的光学涡旋晶格纹理，这些相位奇点位于强度零点处（图 5 的前两行）[30–32]。有趣的是，当叠加模式处于正交偏振态时，仅将它们的光强相加，也可以获得类似的光强分布（图 5 的底行）。尽管这种构型类似于涡旋晶格结构，但它并不真正构成涡旋晶格。由此我们推断，稳定的强度零点晶格并不一定意味着存在相位奇点。

由正交偏振态下制备的高阶HG模式叠加，通常被视为矢量涡旋晶格结构 [33]。当这种叠加态通过旋转的偏振片时，输出强度会随角度变化，这是因为各个空间模式的透射以及它们之间的相互干涉都会产生影响。例如，考虑由正交线偏振态下的$HG_{4,0}$ 和$HG_{0,4}$ 模式构成、动力学相位差为$\phi_d = \pi/2$的叠加态。当该状态通过透射轴旋转至不同方向的偏振片时（图6），透射强度分布完全由偏振片角度决定。所有情况下，输出模式均为线偏振，因此代表一个标量场。当偏振片透射轴沿对角线或反对角线方向时，会产生标量涡旋晶格结构。值得注意的是，对角线方向形成的相位奇点与反对角线方向形成的相位奇点具有相反的拓扑荷。这种叠加态的一项主要优势是，只需旋转偏振片，无需改变实验配置，就能切换光学涡旋晶格中相位奇点的符号。还值得指出的是，模式数相同的HG模式会产生明确的本征涡旋晶格结构，这可能在光通信和光–物质相互作用等应用中发挥重要作用。一般而言，

相位奇点的数量由形式为(HG$_{m,\ n}$+$i$ HG$_{m',\ n'}$)| $H$的叠加态给出，为$mn' + m'n$。

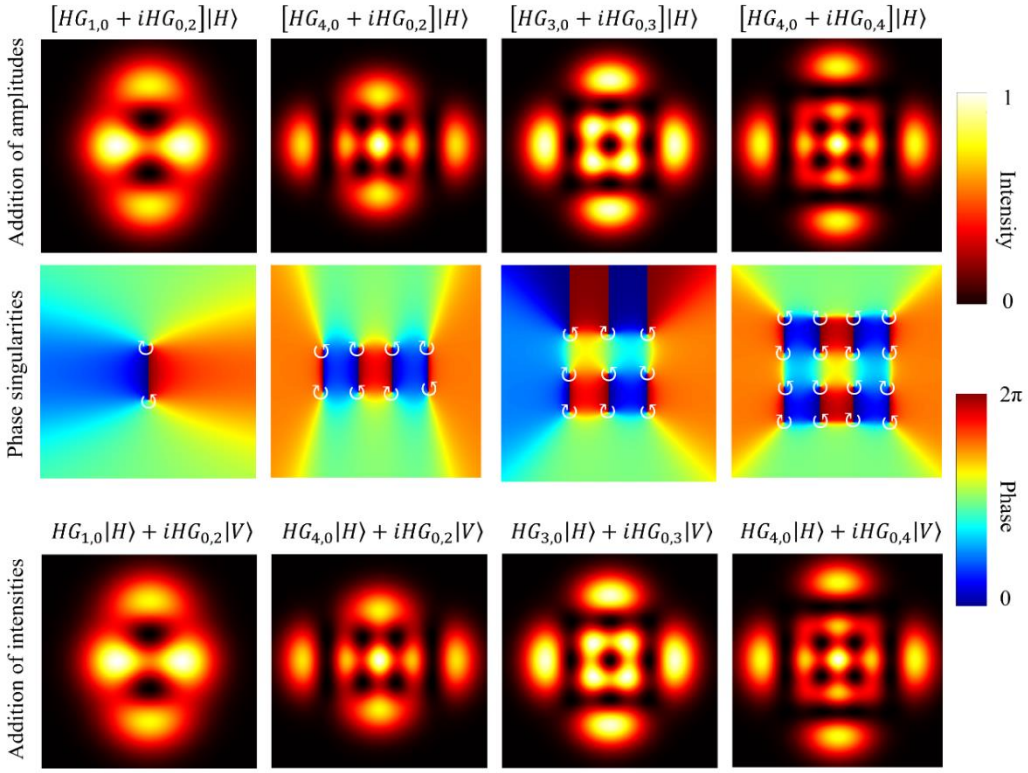



图 5. 线偏振态中高阶正交厄米-高斯模式的干涉。第 1 行：由处于相同偏振态的高阶厄米-高斯模式相干叠加形成的光学涡旋晶格，动力学相位差为 $\phi_d = \pi/2$。第 2 行：第 1 行所示晶格结构对应的相位奇点分布。奇点处的箭头表示相位增加的方向。第 3 行：处于正交偏振态的高阶厄米-高斯模式叠加，产生强度相加而不发生干涉。此处，| $H$表示水平偏振态| $L(0)$，| $V$表示垂直偏振态 | $L(\pi/2)$。

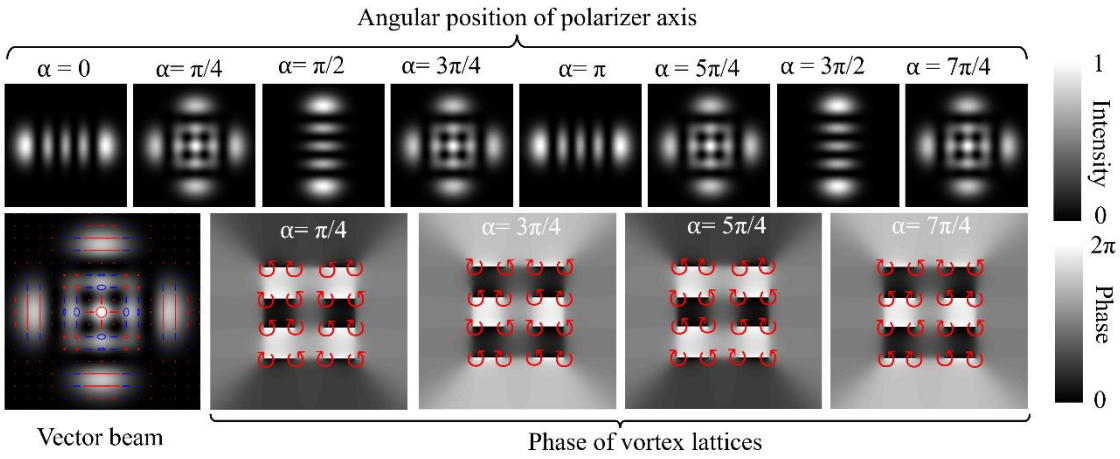



图 6. 对叠加态 [HG$_{4,0}$ + $i$ HG$_{0,4}$] | $H$ 的标量与矢量拓扑织构进行研究。第 1 行：由处于正交线偏振态的 HG$_{4,0}$ 和 HG$_{0,4}$ 模式形成的叠加态，经过透射轴旋转至不同角度的线偏振片。第 2 行：第一幅图显示了与该叠加态对应的预期光学矢量涡旋晶格。红色椭圆表示右旋偏振态，蓝色椭圆表示左旋偏振态。其余图像对应于偏振片透射轴沿对角与反对角方向时得到的标量相位晶格结构。相位奇点处的红色圆形箭头表示方位相位增加的方向。

## 5. 结论

在实验中观察到的、在线偏振基下制备的正交 HG 模式叠加所呈现的矢量性，主要源于两个因素：HG模式非均匀的方位角强度分布，以及偏振依赖的 PB 相位。本研究采用偏振片作为光学元件，对叠加态进行探测，并验证了由强度分布和 PB 相位共同导致的表观矢量特性。我们还将分析进一步扩展至光学矢量涡旋晶格结构。基于这些研究，我们得出结论：通过叠加技术实现的矢量模式，严格来说并不是真正的矢量光束；它们所呈现的表观矢量特性，实际上源自测量过程中产生的伪影。

## 参考文献


1. E. Skoulas, A. Manousaki, C. Fotakis, 和 E. Stratakis, 《利用柱矢量飞秒激光束进行仿生表面结构化》, Sci. Rep. 7(1), 45114 (2017)。2. J. J. Nivas, E. Allahyari, F. Cardano, A. Rubano, R. Fittipaldi, A. Vecchione, D. Paparo, L. Marrucci, R. Bruzzese, 和 S. Amoruso, 《由 q 波片产生的矢量涡旋光束：直接进行飞秒激光表面结构化的多用途方案》, Appl. Surf. Sci. 471, 1028–1033 (2019)。3. R. Tamura, S. R. Allam, N. M. Litchinitser, 和 T. Omatsu, 《光学霍普夫子纹理在材料中的三维投影》, ACS Photonics 11(11), 4958–4965 (2024)。4. K. Dholakia 和 T. Čižmár, 《塑造操控技术的未来》, Nat. Photonics 5(6), 335–342 (2011)。5. H. Moradi, V. Shahabadi, E. Madadi, E. Karimi, 和 F. Hajizadeh, 《利用柱矢量光束实现高效光学捕获》, Opt. Express 27(5), 7266–7276 (2019)。6. Y. Kozawa 和 S. Sato, 《利用柱矢量光束光学捕获微米级介电粒子》, Opt. Express 18(10), 10828–10833 (2010)。7. Y. Kozawa, D. Matsunaga, 和 S. Sato, 《通过径向偏振光束的超振荡聚焦实现超分辨成像》, Optica 5(2), 86–92 (2018)。8. S. Matsusaka, Y. Kozawa, 和 S. Sato, 《利用紧聚焦矢量光束进行微孔钻削》, Opt. Lett. 43(7), 1542–1545 (2018)。9. M. Liu, Y. Lei, L. Yu, X. Fang, Y. Ma, L. Liu, J. Zheng, 和 P. Gao, 《利用柱矢量光束进行超分辨光学显微术》, Nanophotonics 11(15), 3395–3420 (2022)。10. X. Chen 和 T. Li, 《矢量涡旋光束在激光微纳加工中的应用》, Opto-Electron. Eng. 51(8), 240089 (2024)。11. A. S. Rao, 《s偏振、p偏振、横向偏振和纵向偏振下贝塞尔光束的示例》, Photonics 10(10), 1092 (2023)。12. G. Milione, T. A. Nguyen, J. Leach, D. A. Nolan, 和 R. R. Alfano, 《利用矢量光束的不可分离性为光通信编码信息》, Opt. Lett. 40(21), 4887–4890 (2015)。13. C. Rosales-Guzmán, B. Ndagano, 和 A. Forbes, 《复杂矢量光场及其应用综述》, J. Opt. 20(12), 123001 (2018)。14. M. Baliyan 和 N. K. Nishchal, 《利用 C点矢量光束进行光学密码学》, Opt. Lasers Eng. 180, 108337 (2024)。15. Q. Zhan, 《柱矢量光束：从数学概念到应用》, Adv. Opt. Photonics 1(1), 1–57 (2009)。16. T. Morohashi, A. S. Rao, 和 T. Omatsu, 《从端面泵浦 $Pr^{3+}$:LiYF4 激光器直接产生低阶柱矢量涡旋模式》, Appl. Opt. 62(34), 9183–9187 (2023)。17. X. Li, G. Zhu, C. Ma, C. Zhang, D. Fan, 和 J. Liu, 《从 2.8 μm Er:ZBLAN 光纤激光器直接产生飞秒柱矢量光束》, Appl. Phys. Lett. 125(12), 121101 (2024)。18. D. Naidoo, F. S. Roux, A. Dudley, I. Litvin, B. Piccirillo, L. Marrucci, 和 A. Forbes, 《利用激光器可控地产生高阶庞加莱球光束》, Nat. Photonics 10(5), 327–332 (2016)。19. A. Rubano, F. Cardano, B. Piccirillo, 和 L. Marrucci, 《Q波片技术：进展综述》, J. Opt. Soc. Am. B 36(5), D70–D87 (2019)。20. S. Tripathi 和 K. C. Toussaint Jr., 《利用非干涉方法灵活地产生光学矢量场和矢量光束》, Opt. Express 20(10), 10788–10795 (2012)。

21. A. Akbarpour, B. Perez-Garcia, J. A. Alvarez-Chavez, T. B. H. L. Offerhaus, 和 R. I. Hernandez- Aranda, 《利用数字微镜器件通过单幅全息图产生矢量光束》, Opt. Lett. 50(17), 5274–5277 (2025)。22. S. C. Tidwell, D. H. Ford, 和 W. D. Kimura, 《通过干涉产生径向偏振光束》, Appl. Opt. 29(15), 2234–2239 (1990)。23. B. Perez-Garcia, F. I. Mecillas-Hernández, 和 C. Rosales-Guzmán, 《通过共路干涉仪和数字微镜器件实现高稳定性矢量光束产生》, J. Opt. 24(7), 074007 (2022)。24. J. Mendoza-Hernández, M. F. Ferrer-Garcia, J. A. Rojas-Santana, 和 D. Lopez-Mago, 《利用双元件干涉仪的柱矢量光束发生器》, Opt. Express 27(22), 31810–31819 (2019)。25. A. S. Rao, 《通过叠加技术实现矢量光束实验的起源：几何相位》, arXiv:2602.07914 (2026)。26. S. Pancharatnam, 《干涉的一般理论及其应用：第一部分，相干光束》, Proc. Indian Acad. Sci. A 44(5), 247–262 (1956)。27. A. S. Rao, 《自 1956 年以来光的几何相位演化：目录综述》, arXiv:2602.00655 (2026)。28. R. Bhandari, 《光的偏振与拓扑相位》, Phys. Rep. 281(1), 1–64 (1997)。29. R. Gutiérrez-Cuevas, M. R. Dennis, 和 M. A. Alonso, 《用琼斯矢量表示广义高斯光束》, J. Opt. 21(8), 084001 (2019)。30. A. S. Rao, T. Miike, K. Miyamoto, 和 T. Omatsu, 《从二极管泵浦 Pr3+:LiYF4 激光器产生光学涡旋晶格模式》, J. Opt. 23(7), 075502 (2021)。31. S. C. Chu, Y. T. Chen, K. F. Tsai, 和 K. Otsuka, 《端面泵浦固体激光器中高阶厄米-高斯模式的产生及方形涡旋阵列激光束的生成》, Opt. Express 20(7), 7128–7141 (2012)。32. Y. Wang, Y. Chen, Y. Zhang, H. Chen, 和 S. Yu, 《广义厄米–高斯光束与模式变换》, J. Opt. 18(5), 055001 (2016)。33. S. N. Khonina 和 A. P. Porfirev, 《利用非均匀偏振厄米–高斯矢量光束调控三维自旋角动量密度分布》, Nanophotonics 11(4), 697–712 (2022)。