arXiv:2603.03366v1 [physics.geo-ph] 2 Mar 2026

绝对板块运动建模中的代价函数优化

James Unwin[1] 和 Steve Zhang[2]† *University of Illinois Chicago, 1200 W Harrison St, Chicago, IL 60607, USA* [2] *Massachusetts Institute of Technology, 77 Massachusetts Ave, Cambridge, MA 02139, USA*

我们探讨了优化技术在构造板块运动研究中的应用。具体而言，我们考察了 optAPM 中的优化方法；optAPM 是用于建模绝对板块运动的领先代码。我们指出，改进目标函数的构建方式可以提升建模效果，而目标函数由各个代价函数组成。尤其是，我们提出了一种更简洁、更直观的热点代价函数表达式。新热点分析的一个关键环节是对热点轨迹数据进行预插值；这些数据是验证百万年 $\mathcal{O}(100)$ 时间尺度上绝对板块运动的重要地质标志。通过减少建模误差的传播，我们改进后的模型能够更精确地重建历史板块运动。经过修改的热点建模方法提高了 optAPM 输出结果的准确性和可靠性。

I. 引言

要精确了解地球构造板块从最早时期至今的演化过程，颇具挑战性。构造板块构成了一个动态、多组分且高度复杂的系统，尤其是在试图确定其在 $\mathcal{O}(100)$ Ma 时间尺度上的构型时。借助观测数据进行计算建模，为应对这类问题提供了颇具前景的方法。然而，板块构造研究所采用的现有数据集通常存在较大的时空数据缺口，而且测量误差难以量化。此外，整个板块构造系统的噪声极大，其特点是大洋板块不断俯冲，同时形成新的大陆地壳。近年来，卫星大地测量学等技术进步提高了当前构造板块测量的精度和分辨率 [1, 2]，但历史板块位置的重建更加复杂。利用海底扩张记录[3] 和等时线 [4]，可以在没有直接观测的情况下推断板块的相对运动。

板块运动模型可分为两大类：相对板块运动（RPM）模型和绝对板块运动（APM）模型。RPM 模型描述板块之间的相对运动，因此能够约束板块边界，但整个系统的方位并未确定。APM 模型则记录板块相对于固定参考系的运动，从而给出板块相对于地幔而非仅相对于邻近板块的速度。因此，RPM 模型只能确定相对旋转，整个系统仍可整体净旋转；而 APM 模型通过选定参考系来确定剩余的自由度。APM 的优势在于，以地幔为参考的运动对于理解动态地形、俯冲通量和岩石圈净旋转至关重要。然而，参考系的选择（例如热点、特定板块或无整体旋转）可能引入不可忽视的假设、系统性偏差和较大的不确定性，因此必须谨慎处理（参见 [5–7]）。

本文研究了 Tetley, 等人 [8] 开发的领先绝对板块运动优化程序“optAPM”。OptAPM 采用全面的全球反演，对早期 APM 模型（例如 [9–12]）进行改进，并纳入了若干关键约束条件：岩石圈净旋转、热点运动和全球海沟迁移。每项约束都通过一个代价函数进行量化，该程序旨在最小化一个涵盖全部三项约束的统一目标函数。公开发布的 OptAPM代码为通过最优传输式方法研究 APM 提供了精密的框架，其总体范围和实现方式令人印象深刻。在此，我们指出，其实现中的某些具体方面并非最优，对核心目标函数进行修改，无论从数学角度还是启发式角度看都有充分依据。本研究以更严谨的视角审视这一过程，力求澄清其中的错误，并为构造板块位置的演化提供更可靠的预测。

本文结构如下：在第 II 节中，我们探讨 optAPM 中使用的各种约束，阐述代价函数并说明各自的用途。在第III 节中，我们通过对旋转引入随机变化并观察其随时间的传播，考察板块运动模型中固有的不确定性。在第 IV 节中，我们指出 optAPM 代码中的关键问题，并介绍我们自己的优化方法，将其与原始方法进行比较。在第V 节中，我们评估这些方法对模型输出的影响，重点关注依赖热点的模型。我们还回顾了三种约束如何汇聚为单一目标函数，并对 optAPM 在这方面的处理方式提出批评。结论见第V节。

II. 板块运动约束条件

在开发绝对板块运动（APM）模型时，常见做法是在现有 RPM 模型的基础上进行构建。RPM 涵盖地球表面的所有主要构造板块及其相互作用。因此，基础 RPM 模型可用于通过优化某种依赖于全球的代价函数，微调单个板块相对于地幔的绝对运动。

例如，RPM 模型 [13, 14]，使用重建树来表示板块构造的动态，其中节点代表各个板块，并以唯一标识符加以区分；边则定义相邻板块之间的相互作用。重建树的可视化示例见图1 。RPM 模型的基础数据通常封装在旋转模型中，即一组有限欧拉旋转（λ、ϕ、ω；P、P_{ref}、t），其中（λ、ϕ）定义欧拉极，ω 为旋转角，该旋转将板块 P 映射至参考板块 P_{ref}，对应的重建时间为 t（Ma）。这种层级结构将推导任意一对板块之间相对运动的任务，简化为直接遍历树的边。RPM 模型可以对地球表面的任意部分进行建模 [13, 14]。APM 模型通常以现有 RPM 模型为基础，在指定的某个根板块与绝对参考系之间建立联系。具体而言，在 optAPM 中，指定的根板块是非洲，因其位于中心且与许多主要板块相连；地幔则作为绝对参考系。

通常，APM 模型会采用地幔或地球自转轴作为其绝对参考系（例如见 [5, 11]）。采用自转轴的模型利用古地磁数据，确定地球磁极在历史上的排列方向 [15–17]。以地幔为参考系的 APM（如 optAPM）主要依据对热点轨迹的分析。为尽量减少不同数据来源之间的冲突，最简单的方法是将建模限制在单一约束条件内。然而，optAPM 不仅考虑热点轨迹，还纳入了另外两项约束条件，以确保模型符合地球动力学合理性。本节将详细说明这三项约束条件的目的，以及各自对应的代价函数。

A. 热点轨迹失配

构造板块滑过地幔上涌时，会形成热点轨迹，在海底留下可追踪的火山构造链 [18, 19]。在板块重建中，这些地幔柱（即热点）被认为相对于地幔静止不动[9, 20–22], ，因为与移动速度更快的构造板块相比，它们的速度极低 [23]。因此，根据板块运动模型将热点的现今位置反演至过去时，所得轨迹预计会与观测到的热点轨迹记录高度吻合。optAPM 使用了遍布全球、记录详实的九个热点：科布、Foundation、圣赫勒拿、特里斯坦、留尼汪、塔斯曼蒂德、萨摩亚、路易斯维尔和夏威夷。这些热点均已在先前的研究中得到广泛考察 [10, 23–28]。

预测的热点位置与观测到的热点位置之间的距离，使用地球上两点之间的大圆距离计算，公式为 [8]

$$d = 2r\sin^{-1}(\sqrt{\varphi}), \tag{1}$$

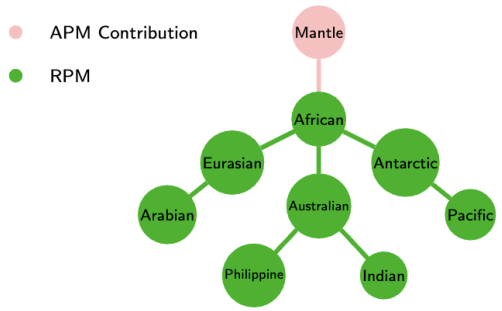


图 1. 重建树的示意图。绿色节点和边表示 RPM 模型中包含的信息。粉色节点及其对应的边表示 APM 模型提供的附加参考系，它将非洲板块与地幔连接起来。

with

$$\varphi = \left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) + \cos(\phi_1)\cos(\phi_2)\sin^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right), \tag{2}$$

其中 r 是地球的半径，ϕ_1 和 ϕ_2 分别是两点的纬度，λ_1 和 λ_2 分别是经度。然后通过代价函数计算热点失配

$$HS_m = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=0}^{\tau}\left(d_{ij}^{(\mathrm{p})} - d_{ij}^{(\mathrm{o})}\right)^{-1} + HS_{gm}\sigma, \tag{3}$$

其中 $d_{ij}^{(\mathrm{p})}$ ($d_{ij}^{(\mathrm{o})}$) 是时间步 t_i 与 t_{i-1}之间、截至终止时间 τ的热点 $j \in (1, n)$ 的大圆距离预测值（观测值）（热点求和项隐含在 [8]中），并且 $HS_{gm}\sigma$ 是全球热点轨迹失配的标准差。参数 HS_m 在优化理论的背景下似乎是一种不同寻常的构造，因此在第IV 节中，我们提出一种替代方法。

B. 全球海沟迁移

在自洽的 APM 模型中，俯冲带运动学应当是合理的 [29–31]。以下三个判据已被证明有助于确定 APM 模型的合理性（这些判据源自以往的模型和地球动力学建模） [31–35]:

- 使后退的海沟段数量最大化，并使前进的海沟段数量最小化；
- 使宽阔俯冲带中心的海沟迁移速度最小化（因为回流路径更长）；
- 使侧向板片边缘附近后退的海沟段数量最大化。

为在 optAPM 中计算海沟迁移，首先从 RPM 模型中提取板块边界，并从中

进一步提取全球俯冲带，并沿边界以 1° 个弧段进行采样。

在绝对板块运动反演的每次迭代中，都会计算与每个采样线段正交的绝对海沟迁移矢量。随后使用代价函数计算海沟迁移失配

$$TM_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |V_T^{(i)}| + TM_{gT\sigma}, \tag{4}$$

其中 $|V_T^{(i)}|$ 是线段 i的海沟法向速度矢量（对线段 1 求和、2，$\cdots n$），而 $TM_{gT\sigma}$是全球海沟法向速度标准差。（为清晰起见，我们已将方程改写为 [8]。）

C. 岩石圈净旋转

最后，代码还纳入了与岩石圈净旋转相关的失配。在以往研究中，地球动力学流动模型给出的 NLR 估计值最低 [36], ，而纳入热点数据的模型给出的 NLR 估计值最高 [23, 37]。该方法基于这样的假设：NLR 较低的可能性更大（但预计 NLR 不会为零）。NLR 的大小通过代价函数计算（参见 [37]）

$$\omega_{\text{net}} = \frac{3}{8\pi r^4}\sum_i \int (\omega_i \times R) \times R \, \mathrm{d}S_i, \tag{5}$$

其中，ω_{net} 是计算得到的 NLR 速率，单位为每百万年的度数；r 是地球的半径；R 是板块旋转速度矢量；dS 是对球面积分时的面积元；ω_i 是给定板块 i 的板块角速度矢量。基础版 optAPM [8] 强烈倾向于选择使 ω_{net} 保持较小的模型，并对增大 ω_{net} 施加权重很高的线性代价。

D. 目标函数

在优化过程的每次迭代中，模型都会以 500 万年间隔优化绝对运动。具体而言，它会优化非洲相对于地幔的欧拉旋转，以最小化由目标函数确定的代价

$$J = \frac{HS_m}{\sigma_1} + \frac{TM_k}{\sigma_2} + \frac{\omega_{\text{net}}}{\sigma_3}, \tag{6}$$

其中 σ_1、σ_2和 σ_3 分别表示各项约束的相对权重。确定欧拉旋转时，需要将多个欧拉极传播至全球各处。在每个极点处，模型都会计算最优旋转角，从而为随后进行的迭代搜索设定种子，以寻找代价函数的局部最小值。为提高模型的分辨率，还可以引入额外的种子极。有关这种优化技术的更多详情，请参见第IV节。

在构建式（6）中的目标函数时，必须将各个代价函数组合起来。值得注意的是，[8] 中概述的 optAPM 构建方式似乎通过一种看似临时拼凑的加权和来组合各个代价函数，其中

$$\sigma_1 = 8, \qquad \sigma_2 = 1, \qquad \sigma_3 = \frac{1}{125}. \tag{7}$$

请注意，数值越小意味着权重越高。这些特定缩放值背后的理由缺乏依据，因此引发了一些担忧。一种系统地修正 σ_i 的潜在方法是采用基于卡方的加权，但实现这一方法超出了本文的范围。下文中，我们要么采用上述数值（以便与 [8] 进行比较），要么对 $i \in$ 采用 $\sigma_i = 1$ （1，3），并结合 $\sigma_{j\neq i} \to \infty$ ，以便单独考察各项约束。

III. 模型不确定性

对绝对板块运动进行约束颇具挑战，主要是因为地质数据在空间和时间上都是离散的，导致已知数据之间的时间段存在许多不准确之处和不确定性。具体而言，世界不确定性，即自某一特定时间以来发生俯冲的地球表面所占百分比，到1.4亿年前（Ma） [37, 38]时高达60%。因此，随着回溯时间越来越久，可获得的热点数据也显著减少，这些数据主要分布在大洋板块上。已有方法可用于找回此类已俯冲板块，例如利用地震层析成像定位大型低剪切波速省 [39, 40]。尽管如此，与这些地质异常相关的数据仍不够精确，因此难以直接进行重建 [41]。

现今热点的确切位置和速度是板块运动模型中的关键因素，但仍存在争议 [42, 43]。此外，热点相对于地幔并非完全静止，向上升起的地幔柱速度也各不相同 [10, 22]。热点在太平洋板块上的分布也不成比例地集中 [9, 44], ，这可能带来采样偏差的风险。在 [8], 的分析中，用于约束数据的九条热点轨迹中有四条位于太平洋板块上。为考察热点轨迹之间可能存在的差异——它们彼此偏离的速率最高可达50 mm/yr[23, 42], ——我们针对九个热点中任意七个热点组成的所有子集，分别生成了模型。

图2 展示了36种不同模型重建出的运动路径；每种模型均受到optAPM所采用的九个热点中不同七个热点子集的约束。这些路径的渐进变化在不同模型之间大体一致，这种相似性归因于净岩石圈旋转（NLR）和海沟迁移（TM）的主导约束条件。尽管如此，各模型之间仍存在明显分歧，经度离散幅度最高可达 $\sim 3°$ ，

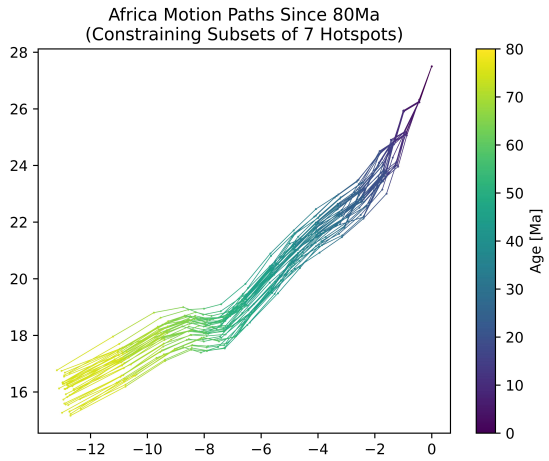


图 2. 将非洲板块上的点（0°N， 27.5°E）重建回距今8000万年时，36种不同模型预测的运动路径；每种模型均从 optAPM 使用的9个热点中选取了独特的7个热点子集。颜色表示以百万年为单位的年龄，相邻点之间的每条线段表示一个5百万年间隔内的绝对运动。此图旨在突出微小偏差的累积效应。

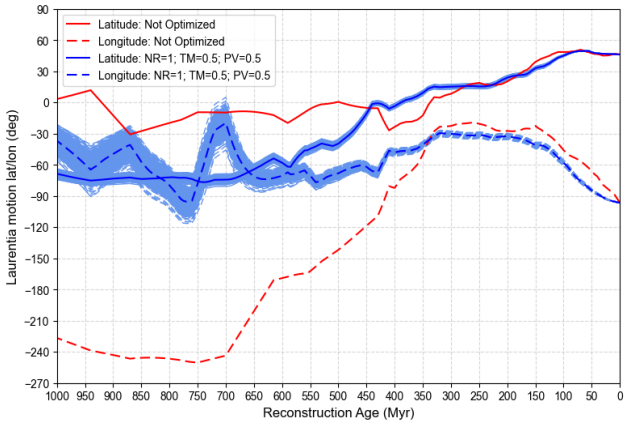


图 3. 基于引入变异性的模型，重建劳伦大陆上一个参考点过去1000 Ma的路径。中间旋转角 ω 在每个5百万年间隔处通过函数 $\omega(1+0.1z)$ 进行调整，其中 z 是一个随机变量，取自均值为0、标准差为1的高斯分布。红线表示未优化模型的纬度和经度路径，深蓝线则表示优化模型的对应路径。蓝色阴影区域表示1000个受扰动模型之间的变异性。

这可追溯至热点轨迹数据的差异。这种分歧凸显了热点在微调模型输出方面的作用，同时也表明总体轨迹受NLR和TM约束条件的塑造。此外，用于构建单个板块运动模型的大量数据，使得难以使用标准指标量化模型不确定性 [45]。由于模型输出依赖于此前的结果，误差不可避免地会累积，并随着模型回溯到更久远的年代而不断放大 [46]。

作为一个预热演示，我们在 [47]的板块模型中引入可控的变异。我们将劳伦大陆相对于地幔的旋转角扰动为$\omega(1+0.1z)$，其中 ω 表示原始旋转角， z 是一个取自以 0 为中心、标准差为 1 的高斯分布的变量。在每个 5 百万年时间间隔内重复这一引入误差的过程，从而模拟误差累积至 1000 Ma 的情形。（本文其他部分通常考虑较短的时间段 ~ 80 Ma）。图3 展示了 1000 次模拟中劳伦大陆纬度和经度方向运动的变化。未优化旋转模型（来自 RPM [47]）的轨迹以红线表示，而经 optAPM 优化的模型轨迹 [8] 以蓝线表示。正如预期，优化模型中劳伦大陆的旋转速率较低。优化路径周围较浅的蓝色阴影区域表示 1000 个受扰动（通过 z）模型中的板块运动范围。值得注意的是，在 1000 Ma 时，劳伦大陆可能位置的范围约为纬度 35 度、经度 10 度。以上示例旨在说明，误差累积会在较长时间内造成较大偏差（例如，参见 [45, 46]）。

IV. 方法与模型设置 P

对于我们的重建，我们改编了公开提供的 optAPM 代码 [8]，，并对优化过程和代价函数定义进行了重大改进。我们选用的 RPM 模型来自 [47]，提供了可追溯至 1000 Ma 的全面全球重建（另见 [48–50]）。该模型不仅描述板块之间的相对运动，还捕捉了随时间发生的地形变化，从而呈现岩石圈净旋转的细致图景，并支持更精确的计算。我们的代码以 5百万年为间隔优化绝对板块运动。我们的重建仅涵盖过去 8000 万年，这反映了学界的共识：超过这一时间范围的热点数据可靠性不足（例如，参见 [7, 27, 51]）。在每个时间间隔，代码都会计算非洲板块相对于地幔的欧拉旋转，使目标函数最小化，并更新 APM 模型。图4中的流程图详细直观地展示了这一建模过程。

为了从种子极中识别局部极小值，我们的方法采用了 COBYLA 算法 [52]（基于线性近似的约束优化），该算法集成于 NLopt 优化库中 [53]。对于每个时间段，我们的方法传播了 105 个种子欧拉旋转，这些旋转均匀分布在一个 60° 以先前最优欧拉极为中心的半径范围内。随后，COBYLA 迭代且系统地搜索目标函数值的局部最小值，然后由我们的方法提取优化后的最小值。COBYLA 尤其适用于约束繁多的复杂环境，并且无需梯度信息即可运行。

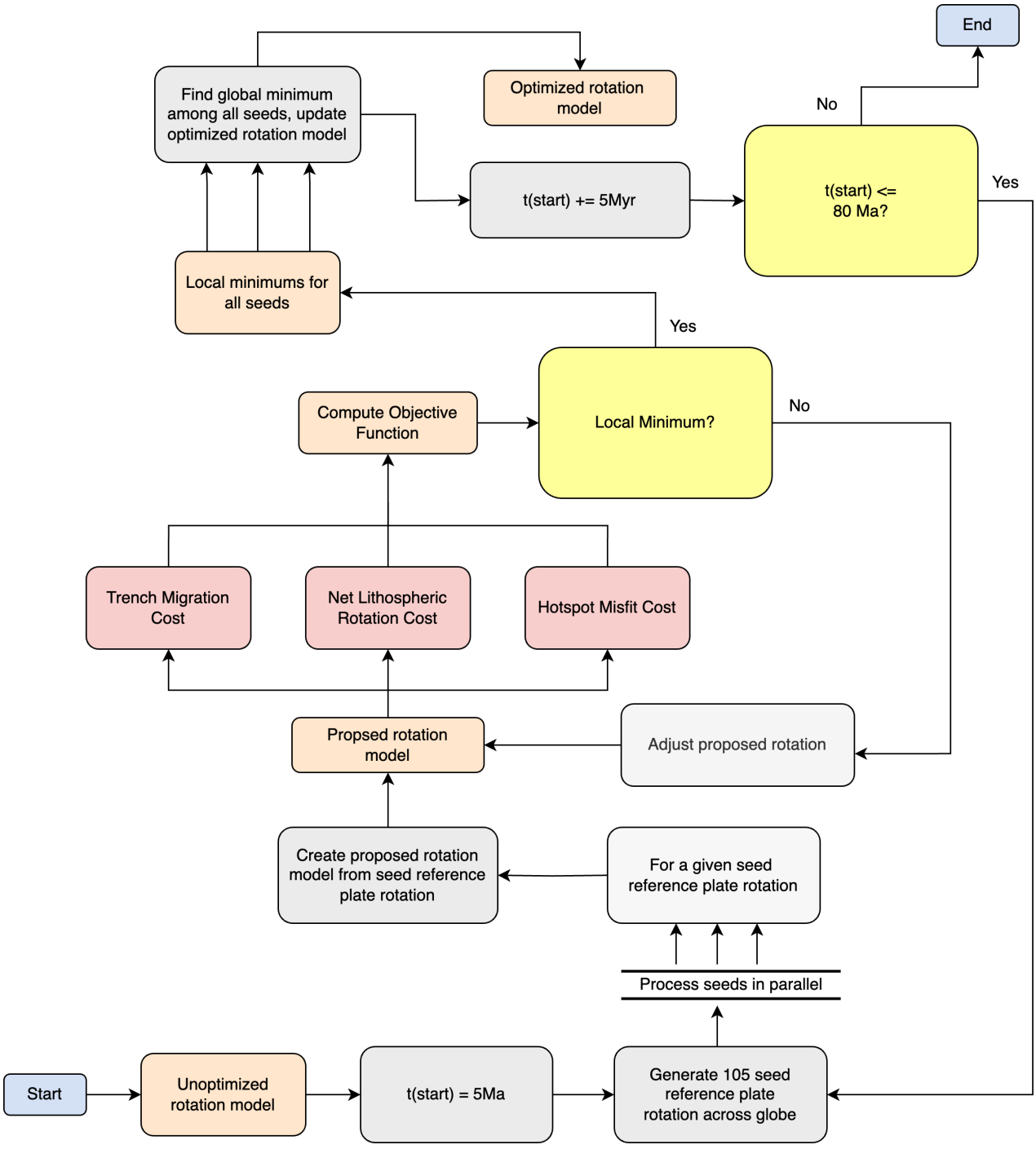


图4. 工作流程图，展示了完整的优化过程（仿照 [50]中的图示风格）。代码以500万年（5Myr）为间隔优化绝对板块运动，追溯至距今8000万年。整个过程中，非洲板块被用作参考板块，因其位于中心位置且与其他主要板块关系密切。每个时间间隔内，代码都会生成105个种子欧拉旋转，这些旋转均匀分布在前一最优欧拉极的 60° 半径范围内。对于每个种子旋转，算法都会创建一个临时旋转模型，并用该模型计算目标函数的值，以此引导算法通过迭代调整趋近局部最小值。随后，算法从这些局部最小值中确定全局极小值，逐步优化板块运动模型。

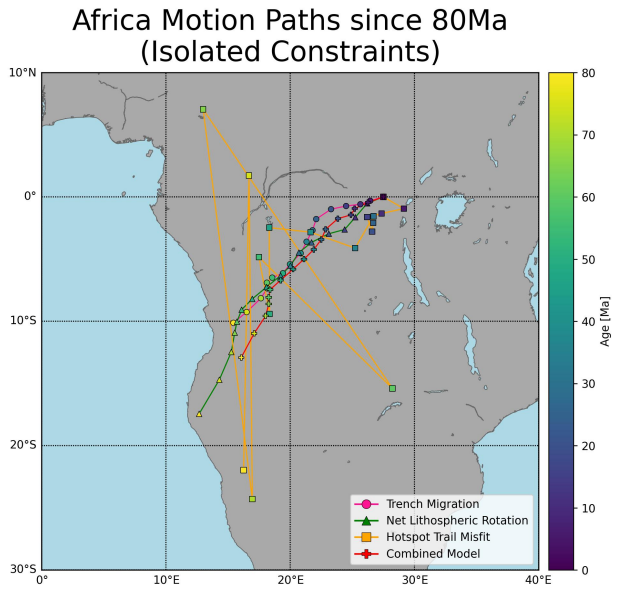


图5. 根据三种不同模型，将非洲板块中位于（0°N，27.5°E）的点回溯至距今8000万年时的预测运动路径；每种模型分别单独考虑一种模型约束：海沟迁移（粉色圆圈）、岩石圈净旋转（绿色三角形）和热点轨迹失配（橙色方块）。此外，红色加号表示同时考虑全部三项约束的综合模型。这些模型以500万年间隔运行，不同颜色表示重建位置的年龄。

对于计算量特别大的运行任务，例如涉及单独海沟迁移的任务，我们将迭代次数上限设为1000次。我们验证了，通常情况下，COBYLA能够在此限制内完全收敛至一个局部最小值，并且这一上限不会对我们的结果产生实质性影响。

A. 单独考察约束条件

为增强优化过程的稳健性，我们考察了通过在代码中单独隔离各项约束条件所得到的模型。我们考虑了公式（6）中的目标函数

$$J = \frac{HS_m}{\sigma_1} + \frac{TM_k}{\sigma_2} + \frac{\omega_{\text{net}}}{\sigma_3},$$

并将其中两个权重（σ_1、 σ_2 和 σ_3）设为无穷大，同时将第三个固定为 1。稍后我们将用新的热点代价函数 $\overline{HS_m}$ 替换 HS_m。

图 5 展示了三种情况各自的运动路径，以及结合这三种情况的模型，用于重建非洲板块中的一个点（0°N， 27.5° E）。值得注意的是，在优化过程中单独使用热点代价函数时，出现了明显的问题。具体而言，仅热点模型预测的平均速度为 22.1 cm/yr，而分别隔离海沟迁移和岩石圈净旋转的模型所预测的平均速度为 2.8 cm/yr 和 2.2 cm/yr。我们将在下一小节讨论这些差异。

B. 代价函数的变更

我们首先通过修改与热点数据和海沟迁移相关的代价函数，来改进 optAPM 模型。原始代价函数采用标准差来衡量这些约束条件，但现有文档并未充分说明这一选择的依据。为了采用一套更直接、透明的标准，我们对这两项约束条件均使用平均值，具体如下。

原始热点代价函数遵循以下步骤，为特定热点 j 指定：

1. 在重建时间 t_i 创建旋转模型。 2. 搜索重建时间之后 10 百万年时间间隔内的所有热点轨迹数据。 3. 对模型在 t_i 和 t_{i+1} 之间的输出进行插值，定义光滑函数 $\Psi(x,\ y,\ t)$，其变量为纬度 x、经度 y 和时间 t。

4. 对于所有热点数据点 t_{hs}，在热点数据时间，计算以下两者之间的差值：

- Raw hotspot trail data $(d_{ij}^{(\text{o})})$ at t_{hs}, and
- Interpolated model output $(d_{ij}^{(\Psi)})$ at t_{hs}.

5. 对 j求和，最小化 HS_m （参见公式（3））。

在修订后的模型中，我们通过以下步骤实现了新的热点成本函数：

1. 在重建时间 t_i 创建旋转模型。

2. 对所有热点数据进行插值，定义光滑函数 $\Phi(x、\ y、\ t)$。

3. 对于所有热点轨迹，在重建时间，计算以下两者之间的距离：

- Interpolated hotspot trail $(d_{ij}^{(\Phi)})$ at t_{i}, and
- Raw model output $(d_{ij}^{(\text{p})})$ at t_{i}.

4. Minimize $\overline{HS_m} = \frac{1}{n}\sum_j^n \sum_i^\tau (d_{ij}^{(\text{p})} - d_{ij}^{(\Phi)})$.

原始模型旨在优化散布于模型输出之间的插值点，而我们修改后的模型则直接着眼于优化模型输出本身。此项修改旨在减轻随时间推移而产生的误差累积，从而部分缓解图2中所示的问题。

图6 展示了一种离群情况：所有热点轨迹数据都落在5百万年的整数倍时间点之间。通过简化模型，仅考虑一条热点轨迹，可以清楚地看出，遵循新代价函数的修订模型，其轨迹与热点轨迹数据更加一致；而原始模型则在轨迹数据附近大幅波动。

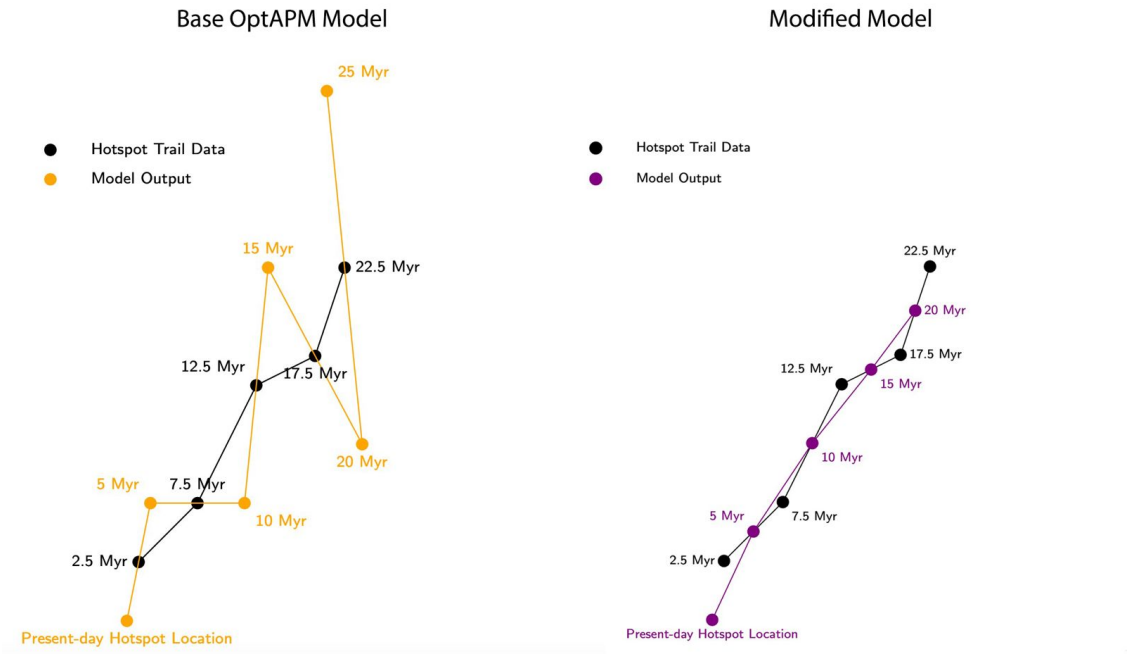


图 6. 为清晰起见，图中以单条热点轨迹为例，对比展示了采用新的热点代价函数前后的模型表现。黑线表示实际热点轨迹数据。左侧橙色轨迹表示使用原代价函数时的模型输出，该函数会在与原始热点轨迹数据相对应的时刻最小化距离。右侧紫色轨迹表示使用修订后代价函数时的模型输出，该函数会在重建时刻精确地最小化距离。在这一特殊情况下，修订后的热点代价函数所产生的模型输出与插值后的热点轨迹数据完美吻合。

V. 结果与分析

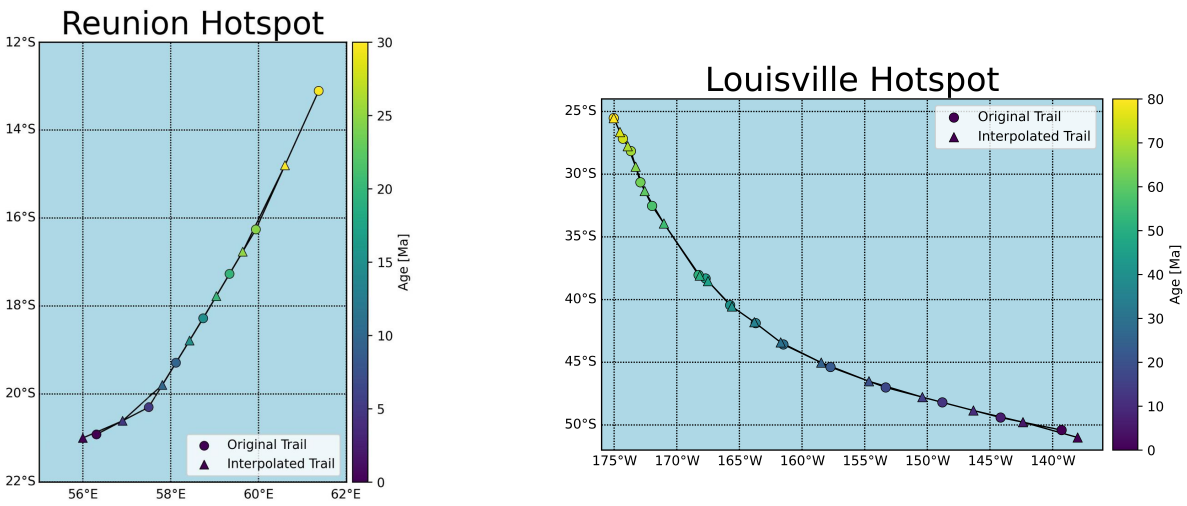
为评估这些修改带来的影响，我们重新整合了三个代价函数，并生成了修订模型。随后，我们将这个纳入了改进版热点代价函数的新模型与基础 optAPM 代码进行了比较分析[8]。按照第IVB节所述的步骤，我们首先将所有热点数据插值到每隔5百万年的时间点。完成插值后，我们得到了模型。由于构造板块通常沿线性路径移动，且相对于地幔而言，热点大致固定，因此生成的热点数据相对平滑。插值后的轨迹与原始热点轨迹保持一致，如图7a所示。虽然热点轨迹数据的变化很小，但对模型输出的影响可能很大。

我们运行了修改后的 optAPM 版本；所有运行均采用距今8000万年作为终止日期。图 7b 展示了与图5类似的分析，其中我们分别单独应用每项约束。不过这一次，我们采用改进后的热点建模，并将其与 [8] 的原始模型进行比较。与图 5一样，我们在图中重建点 (0°N, 27.5° E)。这些变化反映了图 6 中呈现的趋势：与 [8] 相比，修改后的模型表现出更连贯、线性的发展。

原始模型估计，非洲板块的平均绝对速度为 22.1 厘米/年，在每个 5百万年 时段内的平均角度变化为 57.5 度。相比之下，修订后的模型报告的平均板块速度显著降低，约为 2.6 厘米/年，角度变化为 17.0 度，表明一致性大幅提高。

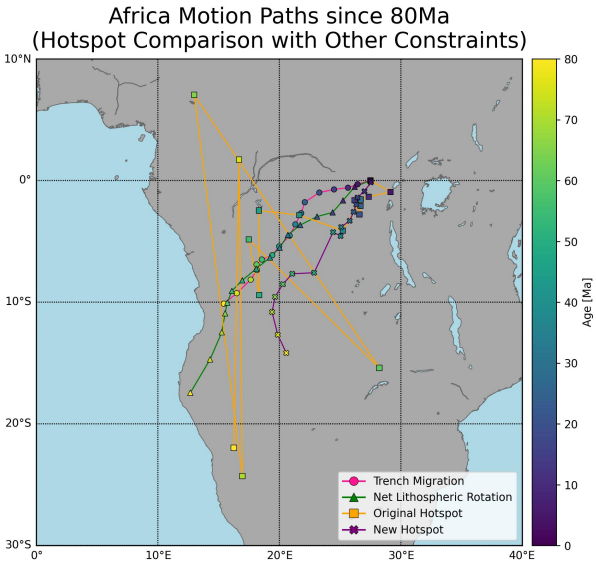
改进后的仅热点模型与其他地质约束的吻合度显著提高，参见图7c。新模型预测的海沟迁移平均速度为 0.87 cm/year，相较于 [8] 估计的 5.42 cm/year 大幅降低。此外，所有海沟中位迁移值均为正，且低于 2 cm/year，这与地球动力学模型的结论一致，即海沟迁移速率较低但为正值。改进模型中海沟迁移的标准差也显著降低至 0.40 cm/year，而此前为 8.23 cm/year，表明模型结果更加稳定且一致。

就 NLR 而言，修正后的模型给出的速率为 0.26°/百万年，远低于 [8] 中的 2.78°/百万年。该速率与基于历史热点的模型结果一致，这类模型通常得出介于 0.10 和 0.50°/百万年之间的 NLR 值。尽管如此，值得注意的是，我们模型得出的 NLR 略微超过了地球动力学研究所约束的较高上限，即 NLR$\lesssim 0.2-0.4$°/百万年 [9, 50, 54, 55]。

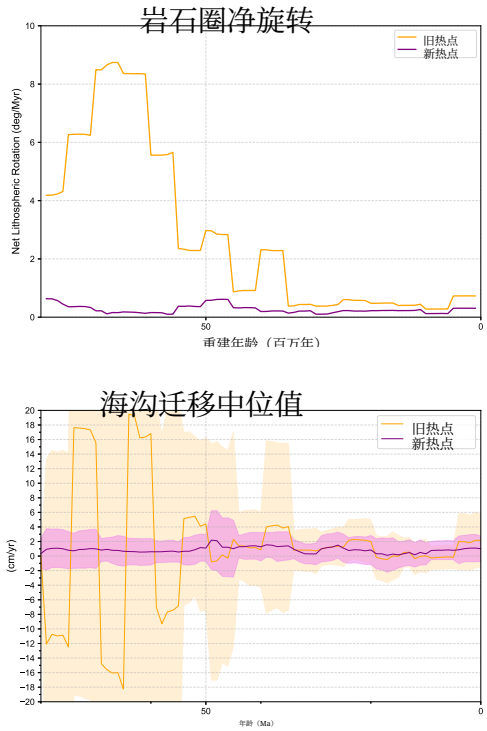


(a) 原始热点比较
圆圈表示原始热点

热点轨迹数据和插值后的热点轨迹数据，涉及两个研究充分的热点：留尼汪和路易斯维尔轨迹数据，三角形表示插值后的热点轨迹数据。颜色表示以 Ma 为单位的年龄。



（b）预测运动路径：比较基础 OptAPM 热点代价函数（以方块和橙色路径标记）与我们修改后的热点代价函数（以“X”和紫色路径标记）。其他方面与图5的数据生成过程相同。



（c）比较基础 optAPM 代码中的热点模型所预测的岩石圈净旋转和海沟中位迁移 [8]，以及本文提出的修正方法所预测的结果。橙色线（旧）表示采用原始热点代价函数的模型结果，紫色线（新）表示我们的方法所得结果。海沟中位迁移周围的阴影区域表示特定时刻海沟迁移速度的范围。

图 7。 APM 优化中使用的热点轨迹比较及相关诊断约束

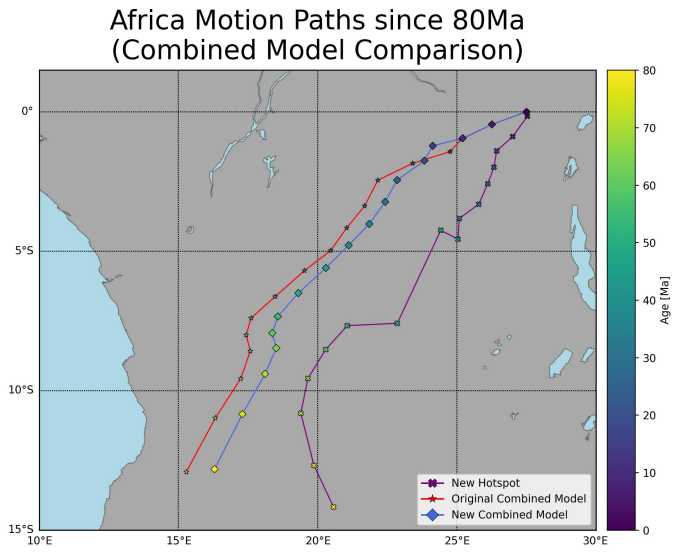


图 8. 预测运动（类似于图 5 & 7b），比较修改后的热点代价函数（以“X”和紫色路径表示）、基础 OptAPM 目标函数（以星号和红色路径表示），以及我们采用新热点代价函数的修改后目标函数（以菱形和蓝色路径表示）。

最后，在图8 中，我们展示了修订后的热点代价函数在一个综合性板块运动模型中的有效性，该模型整合了全部三项约束条件。采用新代价函数的模型以蓝色菱形表示，其与预期路径的平均偏差降至 315 千米：相比之下，原模型以红色星形表示，偏差为 379 千米，前者有显著改善。这表明，该模型预测并减少各种热点轨迹误差的能力得到了提升，这可能归功于更加精简的优化过程。

总结与结论

板块运动建模旨在绘制数百万年前构造板块的位置。这有助于从局部和全球尺度深入了解地球的地质演化。optAPM 的计算框架采用了复杂的优化方法，堪称一项出色的编码成果。在此，我们尝试表明，进一步微调可以提升 APM建模的可靠性和一致性。

在本研究中，我们首先分析了板块运动模型的敏感性，方法是观察在模型时间间隔处向旋转角引入统计噪声所产生的影响。随后，我们从目标函数中分离出各项约束，以评估每项约束的相对影响。这种方法揭示了各种输出之间的显著差异。在找出代价函数中的问题后，我们概述了对原始 optAPM 的改进方案，详见 [8]。值得注意的是，通过对热点数据进行插值，我们得以改进优化过程，使模型输出能够更直接地针对热点轨迹数据进行校准。这些程序上的改进不仅提高了模型的准确性，也增强了其统计可靠性，从而为更客观、可靠地理解板块运动铺平了道路。

OptAPM 为加深对板块运动的理解提供了一条有希望的途径。我们的核心观点是，精心制定代价函数和组合目标函数，对于 optAPM 及类似优化方法充分发挥其潜力至关重要。

致谢。 JU 获得美国国家科学基金会 PHY-2209998 项目的资助。本研究作为 MIT PRIMES项目的一部分完成。感谢 Sebastian von Hausegger 和 Laura Schaposnik 提供有益的讨论。

[1] C. DeMets、R. G. Gordon 和 D. F. Argus。*Geologically current plate motions.* 181 1 1 80, 2010 《国际地球物理学杂志》（）：-。[2] C. DeMets、R. Gordon、D. Argus 和 S. Stein。*Current plate motions.* 101 2 425 478, 1990 《国际地球物理学杂志》（）：-。[3] T. Kusky *et al. Recognition of ocean plate stratigraphy in accretionary orogens through Earth history: A record of 3.8 billion years of sea floor spreading subduction and accretion.* 24 2 501 547, 2013 《冈瓦纳研究》（）：-。[4] R. D. M ¨uller, *et al. Digital isochrons of the world's ocean floor.* 102 2 3211, 1997 《地球物理研究杂志：固体地球》（B）：。[5] T. Torsvik, *et al. Global plate motion frames: toward a unified model.* 46 3 2008 《地球物理学评论》。（）。[6] E. Clennett, *et al. Assessing plate reconstruction models using plate driving force consistency tests.* 《科学报告》13.1（2023年）：10191。[7] B. Steinberger 和 T. Torsvik。*Absolute plate motions and true polar wander in the absence of hotspot tracks.* 《自然》，452（7187）：620-623，2008年。[8] M. G. Tetley, *et al. Constraining absolute plate motions since the Triassic.* 固体地球》，124(7):7231-7258, 2019年。[9] A. Gripp 和 R. Gordon。*Young tracks of hotspots and current plate velocities* 150 2 2002 321 ，《国际地球物理学杂志》（）：-。[10] P. Doubrovine、B. Steinberger 和 T. Torsvik。*Absolute plate motions in a reference frame defined by moving hotspots in the Pacific Atlantic and Indian oceans.* ，，J. Geo- phys. Res. Solid Earth，117(B9)，2012年。[11] D. Argus 和 R. Gordon。*No-net-rotation model of current plate velocities incorporating plate motion model NUVEL-1.* 18 11 1991 2039 2042 地球物理研究快报（）：-。[12] D. Argus、R. Gordon 和 C. DeMets。*Geologically current motion of 56 plates relative to the no-net-rotation reference frame.* 《地球化学、地球物理学与地球系统》12.11（2011年）。[13] M. Gurnis, *et al. Plate tectonic reconstructions with continuously closing plates.* 计算机与地球科学，38(1):35-42，2012年。[14] M. Seton, *et al. Global continental and ocean basin reconstructions since 200 Ma.* 地球科学评论，113 3（-4）：212-270，2012年。

[15] J. Besse 和 V. Courtillot。*Apparent and true polar wander and the geometry of the geomagnetic field over the last 200 Myr.* 107 11 2002 《地球物理研究杂志：固体地球》.B（）：EPM-6。[16] T. Torsvik, *et al. Phanerozoic polar wander, palaeogeography and dynamics.* 114 3 4 地球科学评论。-（2012年）：325-368。[17] R. Mitchell, T. Kilian 和 D. Evans。*Supercontinent cy-cles and the calculation of absolute palaeolongitude in deep time.* 482 7384 208 211, 2012《自然》（）：-。[18] J. T. Wilson；夏威夷群岛可能的起源。《加拿大地球科学杂志》2014年；51（3）：ix-xvi。[19] W. J. Morgan, *Convection plumes in the lower mantle.*《自然》230.5288（1971年）：42-43。[20] R. Duncan 和 M. Richards。*Hotspots, mantle plumes, flood basalts and true polar wander.*《地球物理学评论》29.1（1991年）：31-50。[21] S. M. Maher, *et al. Absolute plate motion of Africa around Hawaii-Emperor bend time.*《国际地球物理学杂志》201（3）：1743-1764，2015年。[22] B. Steinberger 和 R. J. O'Connell。*Advection of plumes in mantle flow: implications for hotspot motion, mantle viscosity and plume distribution.*《国际地球物理学杂志》132.2（1998年）：412-434。[23] C. O'Neill、D. M¨uller 和 B. Steinberger。*On the uncertainties in hot spot reconstructions and the significance of moving hot spot reference frames.* Geochem. Geophys. Geosyst. 6(4)，2005年。[24] J. M. O'Connor, *et al. Constraints on past plate and mantle motion from new ages for the Hawaiian-Emperor seamount chain.* Geochem. Geophys. Geosyst. 14(10):4564-4584，2013年。[25] P. Wessel 和 L. Kroenke。*The geometric relationship between hot spots and seamounts: Implications for Pacific hot spots.* 158 1 2 1 18, 1998 Earth Planet. Sci. Lett.（-）：-。[26] K. Knesel, *et al. Rapid change in drift of the Australian plate records collision with Ontong Java plateau.*《自然》，454（7205）：754-757，2008年。[27] A. Koppers, *et al. New 40Ar/39Ar age progression for the Louisville hot spot trail and implications for inter-hot spot motion* 12 12 2011 ，Geochem. Geophys. Geosyst.（），。[28] I. McDougall 和 R. A. Duncan。*Age progressive volcanism in the Tasmantid seamounts.*《地球与行星科学快报》89（2）：207-220，1988年。[29] A. Heuret 和 S. Lallemand。*Plate motions slab dynamics and back-arc deformation.*《地球与行星内部物理学》149.1-2（2005年）：31-51。[30] A. Heuret, *et al. Plate kinematics, slab shape and back-arc stress: A comparison between laboratory models and current subduction zones.* 256 3 4 2007 473 483 EPSL.-（）：-。[31] W. P. Schellart、D. R. Stegman 和 J. Freeman。*Global trench migration velocities and slab migration induced upper mantle volume fluxes: Constraints to find an Earth reference frame based on minimizing viscous dissipation.* 地球科学评论，88（1）：118-144，2008年。[32] S. Lallemand, *et al. Subduction dynamics as revealed by trench migration.* 27 3 2008 Tectonics。（）。[33] F. Funiciello, *et al. Trench migration, net rotation and slab-mantle coupling.*《地球与行星科学快报》271.1-4（2008年）：233-240。[34] W. Schellart, *A subduction zone reference frame based on slab geometry and subduction partitioning of plate motion and trench migration* 38 16 2011 ，地球物理研究快报。（）。[35] N. Flament, *et al. Origin and evolution of the deep thermochemical structure beneath Eurasia.*《自然·通讯》，8(1):14164，2017年。[36] T. W. Becker, *Supercweak asthenosphere in light of upper mantle seismic anisotropy.*《地球化学、地球物理学、地球系统》，18(5):1986-2003，2017年。[37] T. Torsvik、B. Steinberger、M. Gurnis 和 C. Gaina。*Plate tectonics and net lithosphere rotation over the past 150 My.* 291 1 4 106 112, 2010 地球与行星科学快报（-）：-。[38] R. D. M¨uller, *et al. Ocean basin evolution and global-scale plate reorganization events since Pangea breakup.*《地球与行星科学年度评论》，44:107-138，2016年。[39] E. Garnero 和 A. McNamara。*Structure and dynamics of Earth's lower mantle.* 320 5876 2008 626 《科学》。（）：。[40] D. G. Van Der Meer, *et al. Towards absolute plate motions constrained by lower-mantle slab remnants.*《自然·地球科学》，3(1):36-40，2010年。[41] S. Hellinger, *The uncertainties of finite rotations in plate tectonics.* 86 10 1981 《地球物理研究杂志：固体地球》。B（）：9312-9318。[42] C. Wang、R. G. Gordon 和 T. Zhang。*Bounds on geologically current rates of motion of groups of hot spots.*《地球物理研究快报》，44(12):6048-6056，2017年。[43] J. Tarduno, *et al. The bent Hawaiian-Emperor hotspot track: Inheriting the mantle wind.* 324 5923《科学》。（2009年）：50-53。[44] V. Clouard 和 A. Bonneville。*How many Pacific hotspots are fed by deep-mantle plumes?.* 29 8《地质学》。（2001年）：695-698。[45] B. Kirkwood, *et al. Statistical tools for estimating and combining finite rotations and their uncertainties.*《国际地球物理学杂志》137.2（1999年）：408-428。[46] D. Jurdy 和 M. Stefanick。*Errors in plate rotations as described by covariance matrices and their combination in reconstructions.* 92 7《地球物理研究杂志：固体地球》。B（1987年）：6310-6318。[47] A. Merdith, *et al. A full-plate global reconstruction of the Neoproterozoic.*《冈瓦纳研究》，：-。50 84 134, 2017[48] D. M¨uller, *et al. GPlates: Building a virtual Earth through deep time.* 19 7《地球化学、地球物理学、地球系统》。（2018年）：2243-2261。[49] J. Boyden, *et al. Next-generation plate-tectonic reconstructions using GPlates.*《地球科学信息学：固体地球科学的网络基础设施》9（2011年）：5-114。[50] D. M¨uller, *et al. A tectonic-rules based mantle reference frame since 1 billion years ago-implications for supercontinent cycles and plate-mantle system evolution.*《固体地球讨论》2022（2022年）：1-42。[51] S. Wang, *et al. Absolute plate motions relative to deep mantle plumes.* 490 2018 88 地球与行星科学快报（）：。[52] M. Powell, *A view of algorithms for optimization without derivatives.*《今日数学——数学及其应用研究所会刊》43.5（2007年）：170。[53] S. Johnson 和 J. Schueller。*Nlopt: Nonlinear optimization library.* 天体物理学源代码库，页码 ascl-2111，2021年。[54] C. Conrad 和 M. Behn。*Constraints on lithosphere net rotation and asthenospheric viscosity from global mantle flow models and seismic anisotropy.*《地球化学、地球物理学、地球系统》11.5（2010年）。[55] T. Becker, *On the effect of temperature and strain-rate dependent viscosity on global mantle flow, net rotation, and plate-driving forces* 167 2 2006 943 ，《地球物理学杂志：国际版》。（）。