通过联合频谱整形实现偏振与频率自由度上的光子超纠缠

Tommaso Faleo, [1], * Fabian Steinhauser, [1] Gregor Weihs, [1] Stefan Frick, [1] 和 Robert Keil[1]1 *Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstr. 25, 6020 Innsbruck, Austria*日期：2026年3月5日电子邮箱：Tommaso.Faleo@uibk.ac.at

超纠缠可提升量子信息处理和通信协议的容量，尤其是与频率箱编码等稳健的高维自由度相结合时。本文展示了一种单次通过、未经滤波的下转换光源，可在电信波长下产生偏振与频率箱自由度上的超纠缠光子对，其态维数和组成均可动态调节。我们通过对泵浦光和非线性进行整形，优化定制光子的联合谱振幅，从而实现这一目标。借助偏振分辨飞行时间光谱法和洪-欧-曼德尔干涉，我们对超纠缠态进行了表征，并证明偏振部分在频率箱上的平均保真度超过99%，并发度高于98%。以洪-欧-曼德尔可见度量化的光谱纠缠程度测得为90%，与数值模拟结果高度吻合。这种方法为面向量子通信和计算应用的高维量子态提供了一条可扩展的实现途径。

arXiv:2603.03428v1 [quant-ph] 3 Mar 2026

引言

光子量子技术依赖于以高保真度生成、操控和测量光量子态的能力 [1]。纠缠光子对尤其是量子密钥分发 [2–4], 、量子隐形传态 [5],和量子计算 [6–8]的基础资源。尽管偏振纠缠已得到广泛研究，并且可通过标准光学元件进行直接操控，但将信息编码在更高维的自由度（DOF）中，例如空间模式 [9–11], 、时间箱 [12–14], 、脉冲模式 [15, 16], 和频率 [17, 18], ，可提升信息容量并增强抗噪能力 [19]。

超纠缠是指光子对在多个自由度中同时呈现纠缠，为量子协议带来了其他重要优势 [20–22]。超纠缠态可实现完备的贝尔态分析 [23–28], ，提升量子通信效率 [29–32], ，为噪声信道中的纠缠纯化与分发提供资源 [33–37], ，并可用于生成簇态 [38]。在此背景下，偏振与频率箱自由度中的超纠缠尤其有望用于量子网络；它结合了偏振纠缠的优势、频率编码的高维特性，以及其与光纤网络中密集波分复用基础设施的天然兼容性 [39–42]。在这类方案中，纠缠产生于离散光谱模式之间，从而能够在自发参量下转换（SPDC）或自发四波混频（SFWM）光源的带宽内编码高维量子态 [43]。离散光谱模式通常通过对光子对的宽带光谱进行滤波或使用微谐振器 [44, 45], 获得，这会严重限制光源的预示效率，进而影响下游协议的成功率。相比之下，近期通过设计准相位匹配SPDC晶体的非线性分布，已实现无需滤波即可直接生成频率箱纠缠态和偏振-频率超纠缠态，其中频率模式呈成对反相关 [46]。此外，将这一方法扩展至对光子对联合光谱振幅（JSA）进行二维整形，可以增加光谱特征的数量，并生成更复杂的频率箱态，例如多模态和混合压缩态 [47], 、同时具有对角与非对角相关性的双三能级量子态 [48], ，以及有望应用于量子纠错的网格态 [49]。

在本研究中，我们通过实验展示了一种在电信波长（≈1550nm）下，具有偏振和频率箱自由度的超纠缠光子对光源。光子对的频率模式分布于两个维度，并在对角和反对角方向上均呈现纠缠，超越了传统的关联/反关联二分模式。我们采用近期开发的自发参量下转换光源联合光谱振幅灵活工程方案实现了这一点 [50]。如参考文献 [47]中的理论提议，我们结合两种互补策略实现频率箱纠缠：对飞秒泵浦激光器进行可编程频谱整形，以生成多高斯泵浦包络函数（PEF）；以及采用定制设计的非周期极化磷酸钛氧钾（aKTP）晶体，以产生多高斯相位匹配函数（PMF）。这种组合方法无需腔体或其他滤波机制，即可直接、精确地整形频率模式，同时实现较高的箱内光谱纯度，并完全控制不同模式的权重。将晶体置于萨格纳克环干涉仪中，还可同时生成偏振纠缠。我们展示了泵浦光谱整形方法的可调谐性和准确性，生成了三种不同的（二模和四模）频率箱

纠缠态，并展示了其与最大偏振纠缠态的保真度 ≥99%，以及跨所有频率箱的并发度 ≥98%。我们采用偏振分辨飞行时间光谱测量（TOFS）表征超纠缠态，该方法可联合测量光谱关联和偏振关联；此外，我们通过观察 Hong-Ou-Mandel（HOM）干涉测量中精细且依赖交换对称性的条纹，验证了这些态的超纠缠特性 [51]。

第 I 节介绍二维联合频谱整形的概念，以及用于生成超纠缠态的实验装置。我们在第 II 节展示了未涉及偏振纠缠时的频谱整形结果，并在第 III 节展示该方法的可调谐性。通过偏振分辨 TOFS 和 HOM 干涉获得的超纠缠表征分别在第 IV和V 节报告。

I. 联合光谱整形与超纠缠生成

通过 SPDC 生成的光子对的联合光谱振幅由 PEF 与 PMF 的乘积决定，前者由泵浦光谱确定，后者由非线性晶体中的相位匹配条件确定 [52, 53]。对这两个函数进行工程设计，可以精确控制生成光子对的频谱关联。在准相位匹配条件下 [54], ，可通过定制晶体的极化图案来塑造非线性分布 [55–57] 并结合对泵浦激光器进行频谱整形 [50]来实现这一点。这不仅可用于获得频谱纯净的光子对，还能生成更复杂的频率箱结构。本文将重点讨论一种C_4具有旋转对称性的二乘二频率箱结构，如图 1 所示；不过，该方法还可扩展至更多频率模式 [47], ，如第 III 节所示，但受可用泵浦光谱带宽的限制。

图1(a)展示了泵浦光谱整形方法。从宽带飞秒激光脉冲出发，可编程脉冲整形器（详见附录A1）从原始脉冲包络中裁剪出多高斯光谱。相应的多高斯泵浦包络函数（见下图）在信号光-闲频光波长空间中呈现出特征性的反对角结构，这是转换过程中的能量守恒所决定的。与这种泵浦整形相辅相成的是，在具有非周期极化图案的 II 型 KTP 晶体中采用对称的群速度匹配条件，从而形成相应的多高斯相位匹配函数 [46]。图1(b)报告了采用新开发的亚相干长度算法设计的晶体（详见附录A2）的非线性分布及相应的极化周期结构（见插图） [57]。具体的极化设计在相位匹配函数相邻波腹之间引入 π相移，如下图所示的模拟结果所示。图1(c)展示了由此得到的联合光谱振幅，其中有四个彼此分离、对称排列的频率箱。边缘分布证实，信号光和闲置光子的波长中的多峰结构峰值均不重叠。在晶体设计泵浦中心波长 791nm（简并下转换波长为 1582nm）下，对模拟的联合光谱振幅进行施密特分解 [58] 得到的施密特数$K = 2.033$表明，对称的频率箱图案接近双模最大纠缠态。

图1(d) 展示了我们用于产生超纠缠的实验装置。重复频率为 76 MHz、脉冲持续时间约为 150 fs 的锁模钛宝石激光器用作泵浦光源。泵浦脉冲由基于 $4f$结构的可编程脉冲整形器进行频谱整形，该整形器在傅里叶平面中放置了空间光调制器 [50] （详情见附录A1），以产生所需的多高斯光谱。两个高斯峰在中心波长两侧分开排列，以匹配预期的相位匹配函数峰间距。整形后的激光束被分开，用于泵浦两个自发参量下转换光源，每个光源的泵浦功率为 ≈15mW。每个光源由一块定制的 aKTP 晶体组成，其设计如图1(b) 所示，并置于萨格纳克环干涉仪中 [59]。这样便可同时产生偏振和频率箱纠缠光子对 [46],，从而形成超纠缠态

$$
\begin{aligned}
|\psi\rangle &= |\psi_{\mathrm{p}}\rangle \otimes |\psi_{\mathrm{f}}\rangle \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(|\mathrm{HV}\rangle_{\mathrm{s,i}} + e^{i\varphi} |\mathrm{VH}\rangle_{\mathrm{s,i}} \right) \otimes \\
&\left(|\omega_1, \omega_2\rangle_{\mathrm{s,i}} - |\omega_2, \omega_1\rangle_{\mathrm{s,i}} + |\omega_2, \omega_3\rangle_{\mathrm{s,i}} - |\omega_3, \omega_2\rangle_{\mathrm{s,i}} \right),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

信号光和闲置光子的模式分别为“s”和“i”，$\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$表示图1(c) 边缘分布中每个频率区间的中心频率，φ 表示由泵浦偏振设定的相对相位。该超纠缠态是偏振贝尔态与两个频率贝尔态之和的张量积$|\psi^-\rangle_{\mathrm{f}}$，即$|\psi_{\mathrm{f}}\rangle \propto |\psi^-{}_{\mathrm{f}\,1}\rangle + |\psi^-{}_{\mathrm{f}\,2}\rangle \propto \left(|\omega_1, \omega_2\rangle_{\mathrm{s,i}} - |\omega_2, \omega_1\rangle_{\mathrm{s,i}} \right) + \left(|\omega_2, \omega_3\rangle_{\mathrm{s,i}} - |\omega_3, \omega_2\rangle_{\mathrm{s,i}} \right)$。通过光纤内偏振控制器，可以将偏振态任意调节为其他贝尔态。为匹配萨格纳克环光学元件的双波长范围，光源的泵浦中心波长设为 775.5 nm（在 1551 nm 处进行简并下转换）。这使所得联合光谱振幅略微偏离理想对称性，模拟得到的施密特数为 $K_{\mathrm{sim}} = 2.088$。晶体和萨格纳克环光学元件采用相同的设计波长即可缓解这一问题。

对包含频率箱自由度的超纠缠态进行直接、完全层析，需要电光

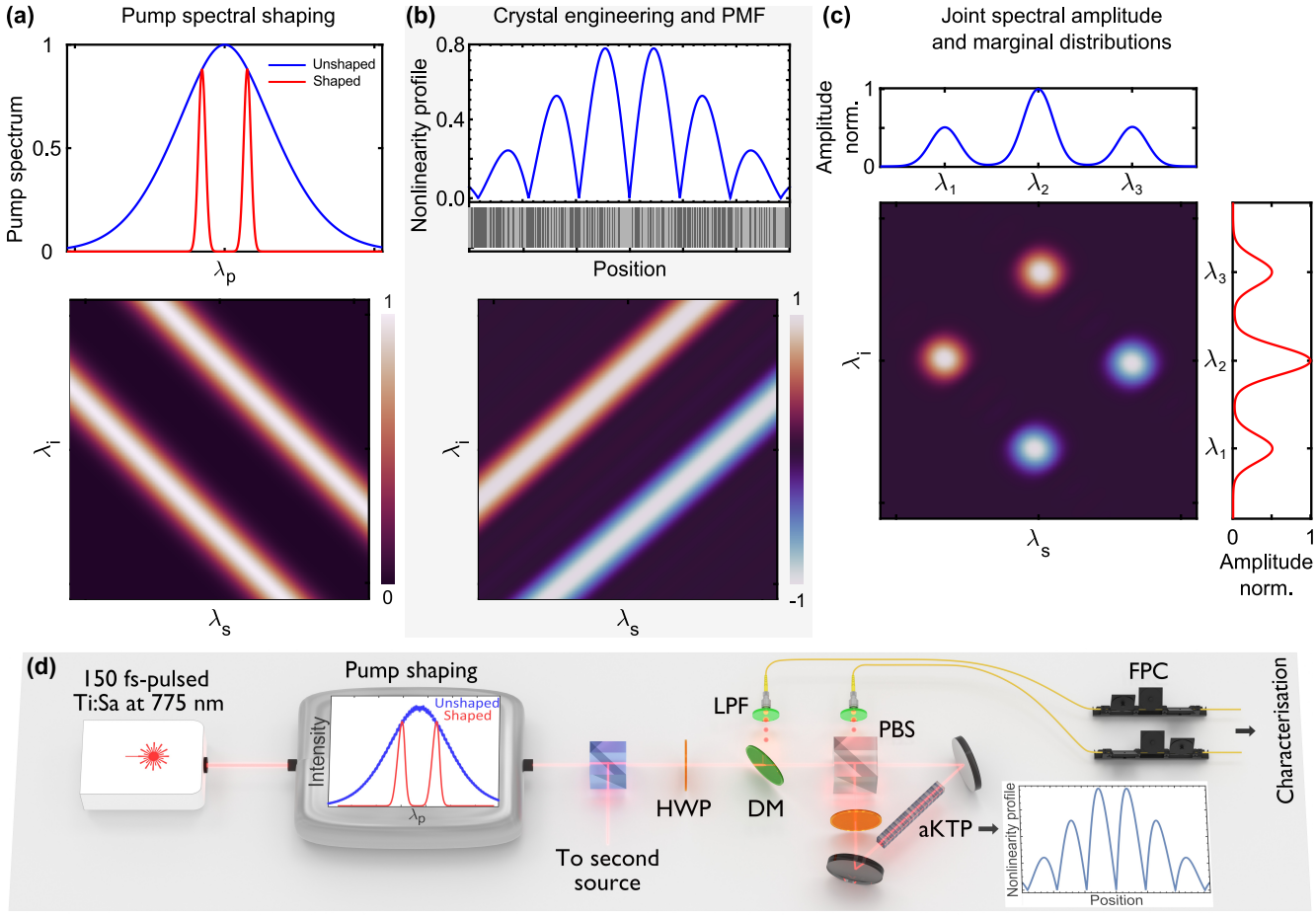


图1. 联合谱振幅工程与超纠缠生成装置。 **(a)** 通过频谱整形，将未经整形的激光泵浦光谱（蓝线）塑造成多高斯光谱（红线）。底部面板显示了相应的模拟多高斯泵浦包络函数。 **(b)** 通过设计晶体的极化周期结构（如插图所示），对非线性分布（蓝线）进行整形，从而获得多高斯相位匹配函数（见底部面板）。浅灰色和深灰色区域的非线性符号相反。此处采用的特定周期结构使相位匹配函数各波腹之间产生 π 的相移。 **(c)** 所得联合谱振幅呈现完全分离的频率箱，如 |联合谱振幅|的边缘分布所示。由于联合谱振幅的对称性，施密特分解得到的施密特数为 $K = 2.033$ 。 **(d)** 飞秒（fs）脉冲激光经脉冲整形器进行频谱整形 [50] 后，由分束器分成两束，分别泵浦两个光子对光源；每个光源均由一个定制的渐变极化磷酸氧钛钾晶体构成，晶体置于萨格纳克环内。半波片（HWP）控制泵浦偏振，从而决定生成可分离光子对还是纠缠光子对。超纠缠参量下转换光子经偏振分束器（PBS）、二向色镜（DM）和低通滤波器（LPF）与泵浦光束分离，并通过光纤偏振控制器（FPC）调节其偏振态。

调制 [44] 或非线性和频产生 [60, 61]。在此，我们通过结合光谱纠缠表征、偏振分辨 TOFS 和 HOM 干涉，展示了这种超纠缠。

II. 光谱表征 ON

我们首先验证了联合光谱的整形，并确认在不存在偏振纠缠的情况下，系统具有光谱纠缠。我们采用两种方法：TOFS [62]测量联合光谱强度（JSI）及其施密特数，并通过 HOM 干涉中的反聚束峰验证光谱纠缠 [63]，并确认 JSA 中预期的相位结构，如图 1(c) 所示。

图 2(a) 展示了根据设计的 $\sqrt{\text{PEF}}$ 和 $\sqrt{\text{PMF}}$ 计算得到的模拟联合光谱强度，其施密特数为 $K_{\text{sim}} = 2.088$。实验测得的 $\sqrt{\text{联合光谱强度}}$通过 TOFS 获取（详情见附录 A3 ），如图 2(b) 所示，与模拟结果一致，施密特数为 $K_{\text{exp}} = 2.098(2)$。本文此处及后续所有实验结果和基于联合光谱强度的模拟结果的不确定度，均

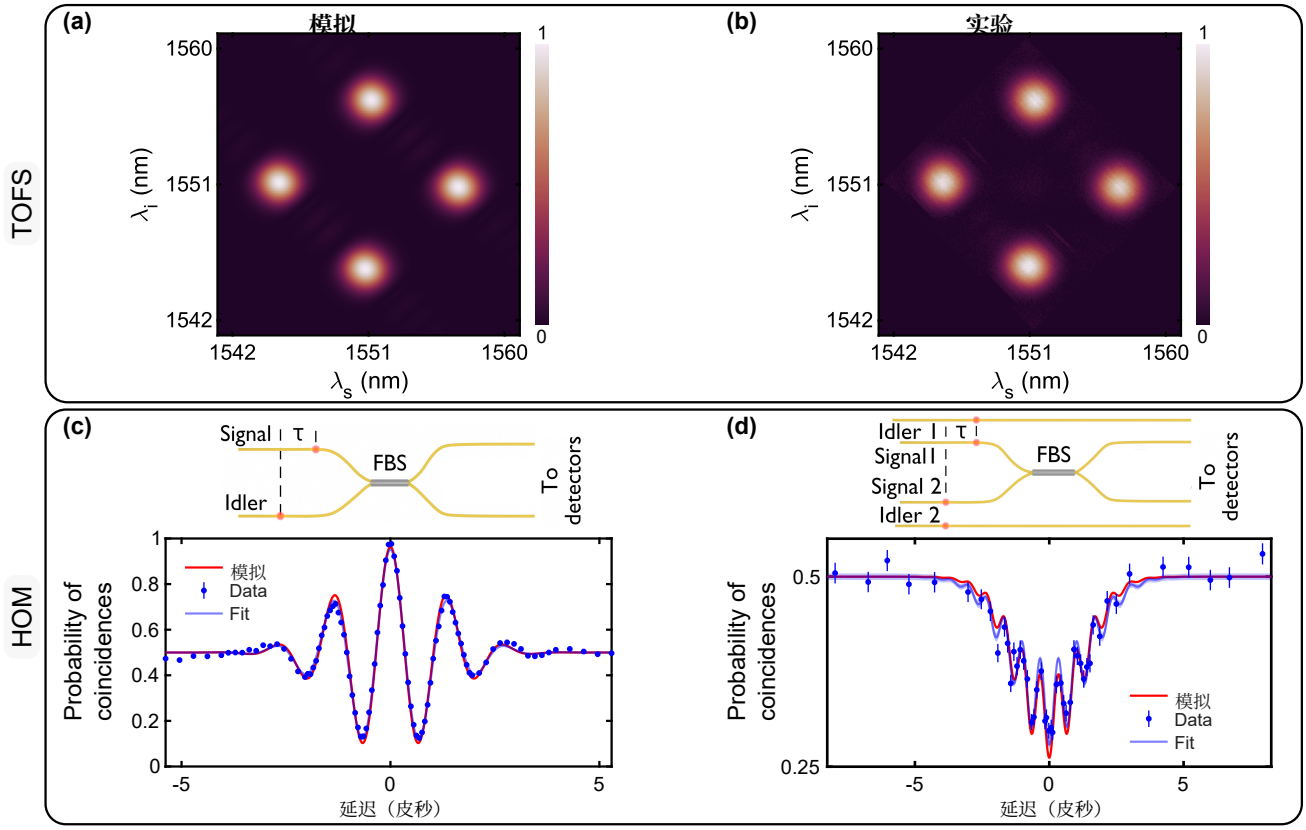


图2. 光谱表征。 (a)-(b) 模拟与实验 √联合光谱强度通过TOFS获得，所得施密特数分别为 $K_{\mathrm{sim}} = 2.088$ 和 $K_{\mathrm{exp}} = 2.098(2)$。(c) 光纤分束器处的对内HOM干涉（见上方插图）。干涉图样的模拟假定联合光谱振幅等效于 √图(b)的联合光谱强度，并具有 π-相移，如图1(c)所示。模拟与拟合的干涉可见度分别为92.62(2) %和90.3(4) %。(d) 预示式对间HOM干涉（见上方插图）。红线所示为假定联合光谱振幅与(c)中相同的干涉模拟。蓝色拟合线附有阴影区域，表示其一倍标准差不确定度区间。模拟与拟合的可见度分别为47.65(1) %和44.2(1.2) %。

通过对测得的联合光谱强度采用泊松计数统计进行蒙特卡洛模拟计算得到。

我们在萨格纳克环内采用单向泵浦进行了HOM干涉测量，以消除偏振纠缠。图2（c）展示了对内HOM干涉，其中来自同一对的信号光子和闲频光子在光纤分束器（FBS）处发生干涉，其相对延迟 τ 被扫描。实验数据（不确定度条表示泊松计数统计）呈现空间反聚束图样，此处在零延迟处出现全局最大值，拟合得到的干涉可见度为90.3(4)%（见附录B1 中拟合模型的细节）。鉴于不存在偏振纠缠，这种反聚束行为表明存在频率箱纠缠 [63], ，所得可见度量化了下转换光子对的光谱纠缠程度。测得的可见度接近模拟值92.62(2)%，该值由理论HOM干涉图样得到，且未考虑不平衡分光比、多对发射以及残余偏振可区分性（详见附录B1）。本模拟及后续模拟所依据的联合光谱振幅重建自测得的√联合光谱强度，并假设设计 π-相移位于相邻频率箱之间，如图1所示。请注意，相位匹配函数中的零相移会在零延迟处产生聚束谷（见附录B1）。所得干涉可见度主要受限于所用晶体的泵浦波长与设计波长相差较大，如第I节所述。事实上，在设计波长下的模拟（如图1所示）给出的理论可见度最高可达 ≈99.9%。

为了验证联合光谱振幅（JSA）中除设计的相位结构之外不存在额外的光谱相位关联，我们按照图 2(d) 所示，对来自两个独立光源的信号光子进行了预示式对间HOM干涉。数据与模拟结果高度吻合：模拟基于图 2(b) 中测得的联合光谱强度（JSI），预测干涉图样中的快速振荡受到高斯包络调制。预期的模拟干涉可见度为47。65(1)%，拟合得到的干涉

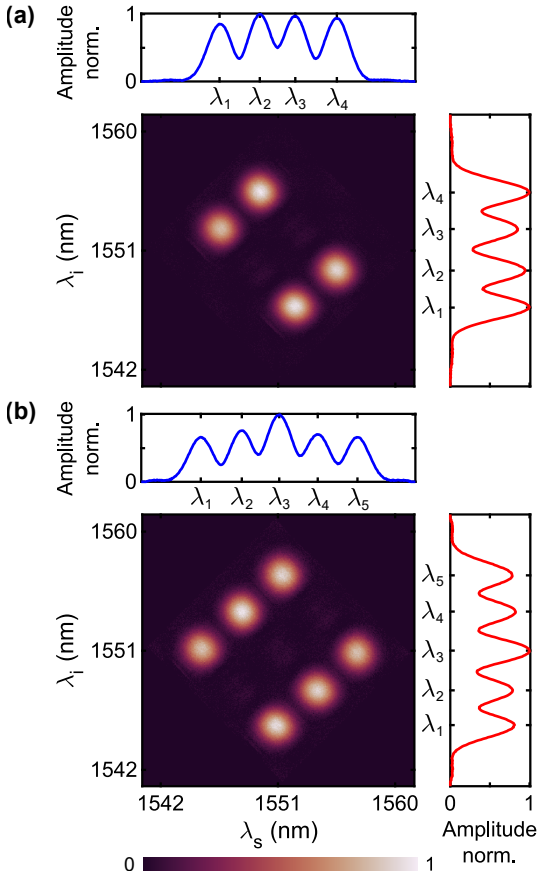


图3。 光谱整形可调性。 (a)-(b) 分别为采用双高斯和三高斯整形的实验 √联合光谱强度及边缘分布，峰间距为高斯泵浦幅度函数的一半。(a) 施密特分解结果的施密特数为$K = 3.881(2)$。(b) 施密特分解结果的施密特数为 $K = 3.701(2)$。

可见度为 44。2(1。2)%（详情见附录 B2 ）。考虑到前述实验缺陷以及两个光源晶体之间可能存在的制造差异，我们认为联合光谱振幅中不存在显著的频率 bin 内光谱相位关联，整体相位结构符合设计。泵浦光谱整形装置中的群时延色散可能会导致 HOM可见度略微下降，详见文献 [50] 中的详细分析。

III. 光谱整形可调性

我们方法的一个关键特点是，只需调整泵浦光谱整形，即可重新配置频率箱结构，同时使用相同的工程化晶体。图 3 通过展示两种不同泵浦配置下的实验 √联合光谱强度测量结果，说明了这种可调谐性；理想情况下，这两种配置均会得到施密特数$K = 4$。

图 3(a) 展示了双高斯泵浦整形的结果，其峰间距为高斯相位匹配函数峰间距的一半。这打破了图 $C_4$2(b) 中联合光谱强度的旋转对称性，形成包含四个光谱模式的频率箱图样，这些模式对应两个频率箱贝尔态，即 $|\psi_{\rm f}\rangle \propto \left(|\omega_1,\omega_3\rangle_{\rm s,i} - |\omega_3,\omega_1\rangle_{\rm s,i}\right) + \left(|\omega_2,\omega_4\rangle_{\rm s,i} - |\omega_4,\omega_2\rangle_{\rm s,i}\right)$，其中 ω_j 是四个模式的中心频率$j = 1$，.....，4（见边缘分布插图）。对模拟的联合光谱振幅进行施密特分解，并对测得的√联合光谱强度进行分析，分别得到 $K_{\rm sim} = 3.882$ 和 $K_{\rm exp} = 3.881(2)$，表明该四模态态接近最大纠缠态。达到理想值 $K = 4$的主要限制因素是频率箱之间存在部分重叠，这一点可从边缘分布中看出。例如，采用高斯相位匹配函数峰间距更大的设计，即可消除这种重叠。

图 3(b) 展示了三高斯整形的结果，其产生的频率态对应于贝尔态与三能级量子态之和 $|\psi_{\rm f}\rangle \propto \left(|\omega_2,\omega_4\rangle_{\rm s,i} - |\omega_4,\omega_2\rangle_{\rm s,i}\right) + \left(|\omega_3,\omega_1\rangle_{\rm s,i} - |\omega_3,\omega_5\rangle_{\rm s,i} + |\omega_1,\omega_3\rangle_{\rm s,i} - |\omega_5,\omega_3\rangle_{\rm s,i}\right)$。测得的施密特数为 $K = 3.701(2)$，模拟得到的施密特数为 $K = 3.600$。模拟与实验之间的差异主要是由于联合光谱中的峰高略有不均。边缘分布证实了两种情况下结构均已改变，并且频率箱之间存在部分重叠（此处通过考察√联合光谱强度而非联合光谱强度来突出显示），这使施密特数低于理想值 $K = 4$。

IV. 单个频率箱中的偏振纠缠

在确定频率箱结构后，我们对通过双向泵浦萨格纳克干涉仪中的晶体所产生的每个频率箱的偏振纠缠进行了表征。为此，我们采用偏振分辨 TOFS，如图 4(a) 所示。来自各个光源的信号光子和闲频光子首先经过偏振层析阶段，随后通过色散模块进行 TOFS。我们使用超导纳米线单光子探测器（SNSPDs）和时间标记单元，对 36 种偏振投影进行一小时的符合计数记录（总积分时间为 36 小时），从而以偏振分辨的方式重建联合光谱强度（JSI）。这 36 种偏振投影测量使我们能够对 JSI 的每个频率箱进行偏振态层析（见附录 C），同时也能够验证 JSI 的整体施密特数。

图 4 的 (b)-(e) 面板报告了此项分析的结果，其中由光纤偏振控制器设定的目标最大偏振纠缠贝尔态为$|\phi_{\rm p}^{+}\rangle = (|{\rm HH}\rangle + |{\rm VV}\rangle)/\sqrt{2}$。

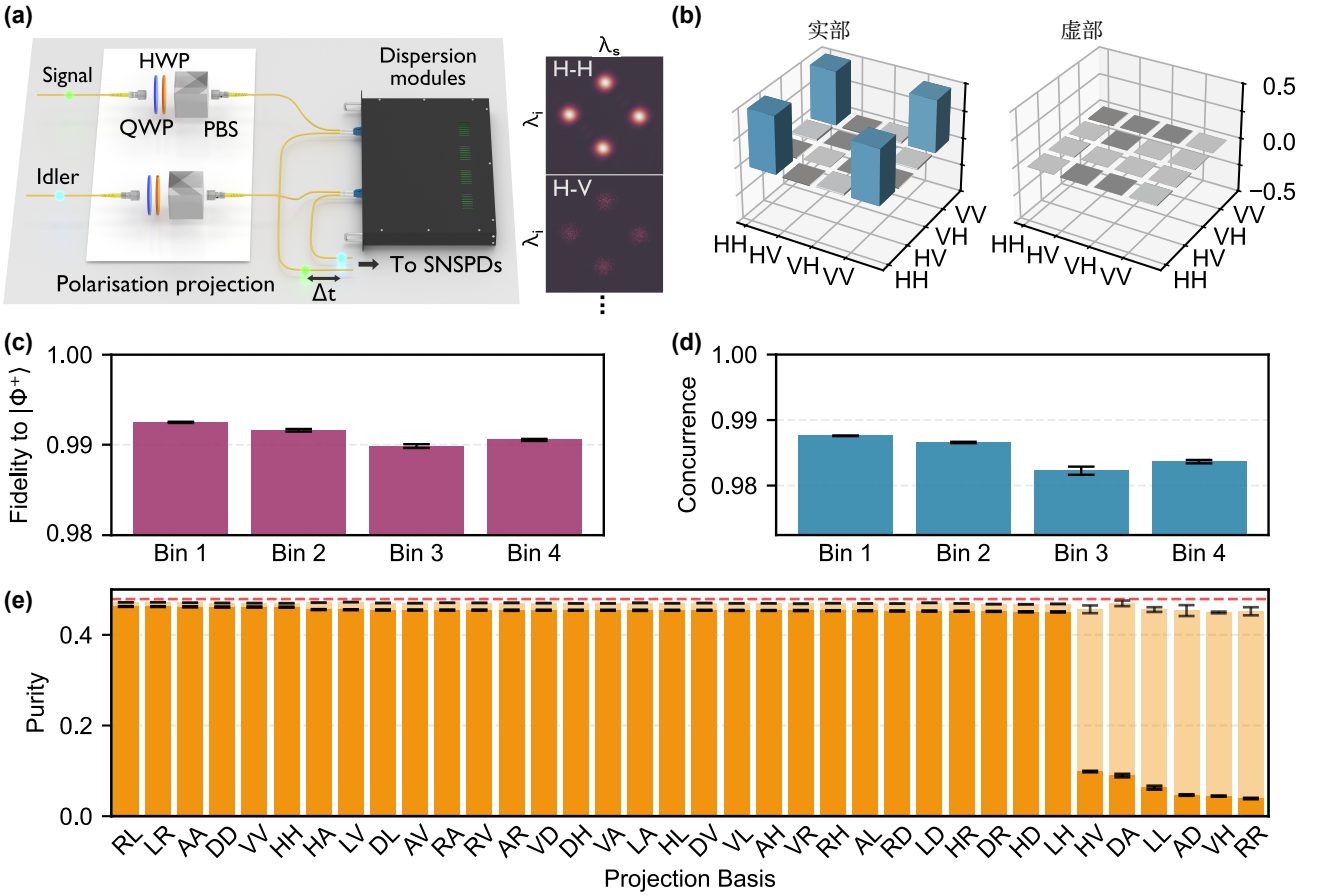


图4. 各频率箱的偏振纠缠。(a) 光子对借助四分之一波片（QWP）、半波片和偏振分束器组合进行偏振投影。在输出端，光子穿过色散模块传播；对每次投影，用超导纳米线单光子探测器测量符合事件，以进行TOFS测量并重建联合光谱强度（参见H-H与H-V投影示例）。对每个频率箱，使用一组36次此类偏振投影进行偏振态层析。(b) 通过偏振分辨 TOFS重建的四个频率箱之一（后续各图中的“Bin 1”）在偏振自由度上的密度矩阵的实部与虚部。(c) 四个独立频率箱的重建偏振态相对于目标贝尔态 $|\phi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ 的保真度。(d) 四个独立频率箱的重建偏振纠缠态的并发度。(e) 所需36次偏振投影各自测得的√联合光谱强度的光谱纯度。红色虚线为通过模拟得到的值，$P_{\mathrm{sim}} = K^{-1}$ 模拟 $= 0.4789$，深橙色条为原始测量值，浅橙色条为经计数统计噪声校正后的测量值。

图 4(b) 显示了一个频率箱（后续面板中的“箱 1”；箱的标记见附录 8 中的图 C）重构密度矩阵的实部和虚部，与预期的贝尔态 $|\phi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$对应的密度矩阵一致。对此的进一步验证是，计算所有四个频率箱中重构偏振态相对于目标态 $|\phi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$的保真度，结果如图 4(c) 所示。保真度均达到或超过 99%，从箱 1 到箱 4 的数值分别为 99。248(4) %、99。16(4) %、98。98(4) % 和 99。053(9) %。图 4(d) 显示了并发度，其数值分别为 98。76(3) %、98。66(3) %、98。23(3) % 和 98。37(3) %，表明这些状态具有高度的偏振纠缠。

为验证频率箱纠缠不受偏振测量基的影响，我们对所有36种偏振投影下测得的√联合光谱强度进行了施密特分解。图4~~(e)~~显示了每种投影对应的纯度 $P = K^{-1}$ 以及模拟纯度的上限 $P_{\mathrm{sim}} = K^{-1}{}_{\mathrm{sim}} = 0.4789$。施密特分解高度依赖计数统计。对于记录到的计数很少的投影，分解联合光谱所需的施密特模式数量会增加，导致测得的纯度降低 [50, 64]。这一效应在原始测量值（深橙色柱）中清晰可见，这些数值对应于输入为

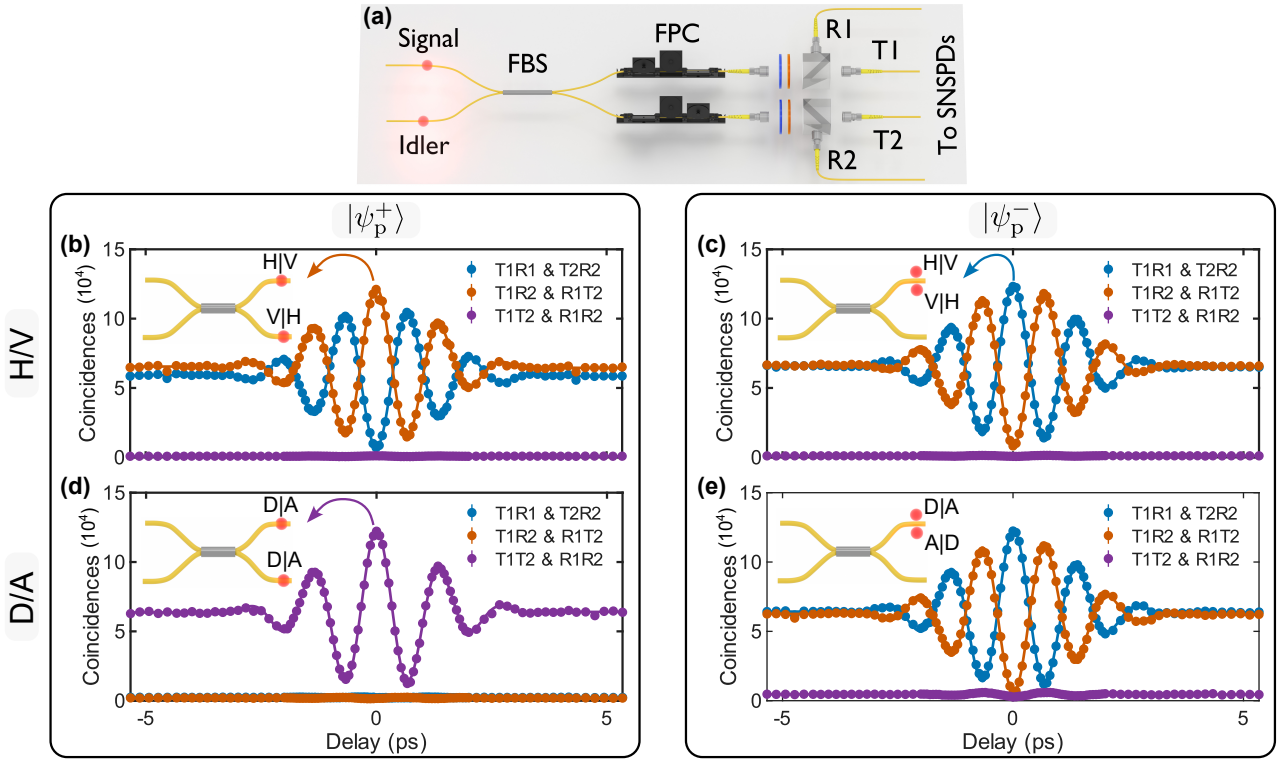


图 5. 超纠缠光子对的交换对称性。(a) 通过扫描光子对在光纤分束器处的时间延迟，使其发生干涉。在每个输出端，层析阶段执行偏振投影，并使用超导纳米线单光子探测器记录四个输出端口（T1、R1、T2、R2）之间 20 s 内的二重符合计数。(b)-(e)每个面板显示三种符合组合：交叉偏振输出（蓝色为 T1R1 和 T2R2，橙色为 T1R2 和 R1T2）以及同偏振输出（紫色为 T1T2 和 R1R2）。实线为数据点的拟合。插图示意零延迟时的分束器输出（突出显示聚束或反聚束行为）以及光子可能具有的偏振。(b)-(c) 在 H/V基中，两个贝尔态都会产生 T-R符合，因为$|\mathrm{HV}\rangle \pm |\mathrm{VH}\rangle$ 总是配对正交偏振。(d)-(e) 在 D/A基中，$|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ 转换为 $\propto |\mathrm{DD}\rangle + |\mathrm{AA}\rangle$，从而产生同偏振符合（(d) 中的紫色曲线）；而 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$ 转换为 $\propto |\mathrm{AD}\rangle - |\mathrm{DA}\rangle$，再次产生与 (c) 中相同的交叉偏振符合。

$|\phi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ 态时预期计数为零的投影基（例如图 4(a)插图中的HV投影）。为克服这一局限，我们采用了与文献 [64] [1]，所报告方法类似的噪声校正程序，结果纯度值显著恢复（浅橙色柱）。所有投影的平均校正纯度为 0.468(1)，对应的施密特数为2.139(5)。排除计数统计较低的六种投影后，纯度为0.4699(2)，施密特数为 2.1282(9)。所有投影的纯度一致，且与图 2中的结果相符，这表明频率箱结构不受偏振测量基的影响而保持不变，符合超纠缠态的预期。

[1] 在这种情况下，我们使用施密特分解中前四个奇异值获得了无噪声联合谱，而非仅使用最大奇异值。

V. 超纠缠光子对的对称性

为证明纠缠同时存在于两个自由度中，而非仅仅是不同态的混合，我们分析超纠缠态的交换对称性如何体现在偏振分辨 HOM 干涉中，如图所示。5(a)。超纠缠光子对在偏振不敏感的光纤分束器处发生干涉，层析模块则在两个输出端进行偏振投影。每个层析阶段的透射（T）和反射（R）输出（阶段“1”标记为“T1/R1”，阶段“2”也分别如此标记）均连接至超导纳米线单光子探测器，以记录光纤分束器各输出端口之间所有可能的双重符合计数。通过切换层析阶段的 H/V 和 D/A 基投影，并利用四个输出端之间完整的双重符合组合，我们可以同时区分分束器处的聚束或反聚束，以及

偏振态是对称态（$|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$、$|\phi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$、$|\phi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$）还是反对称态（$|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$）。

超纠缠光子对的态是偏振与频率分量的乘积态，组合态的交换对称性决定了干涉行为。图2(c)中的中心反聚束峰，是因为频率箱纠缠态在粒子交换下呈反对称，而包含空间模式在内的整个双光子态必须呈对称（这是玻色子的要求）。此外，偏振贝尔态具有确定的交换对称性：$|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle = (|\mathrm{HV}\rangle + |\mathrm{VH}\rangle)/\sqrt{2}$ 呈对称，而 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle = (|\mathrm{HV}\rangle - |\mathrm{VH}\rangle)/\sqrt{2}$ 呈反对称。因此，使用 $|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ 态或 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$ 态，必然分别产生反聚束或聚束干涉图样（另见附录D）。

图5(b)至(e)面板给出了这些测量的结果：通过将萨格纳克环输入端的HWP旋转 45°，分别制备 $|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$（左列）或 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$ 偏振态（右列）。此外，偏振测量采用H/V基（上排）或D/A基（下排）。所有四个面板中测得的符合计数曲线均呈现出由频率箱纠缠产生的特征性拍频图样（参见图2(c)），而频率箱占据的混合态则会产生平坦的曲线。比较(b)和(c)面板中在H/V基下的测量结果，可以看到，在两种贝尔态之间切换时，干涉图样会反转。具体而言，不同光纤分束器端口上的交叉偏振输出（T1R2和R1T2，以橙色表示）之间的符合计数，在 $|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ 时呈现反聚束峰，而在 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$时呈现聚束谷；同一光纤分束器端口上的交叉偏振输出（T1R1和T2R2，以蓝色表示）则呈现相反关系。出现这种反转，且同偏振输出（T1T2和R1R2，以紫色表示）中没有符合计数（对于 ψ_{p} 态，这些计数消失），直接反映了这两种偏振纠缠态不同的对称性。关键在于，态 $|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ 中观察到的反聚束要求频率态也必须处于纠缠态，并具有反对称的交换对称性；态$|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$产生的聚束图样同样如此。通过D/A基下的投影测量可以进一步验证这一解释，结果见(d)和(e)面板。在H/V基下，两种态的形式均为 $|\mathrm{HV}\rangle \pm |\mathrm{VH}\rangle$，这意味着每对光子总是分别从交叉输出端T和R出射；而在D/A基下，两者的形式则不同。对称态变为$|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle = (|\mathrm{DD}\rangle + |\mathrm{AA}\rangle)/\sqrt{2}$，其中两个光子具有相同的偏振，并且总是从同一端口出射，即透射端或反射端，如(d)面板所示。相比之下，反对称态变换为$|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle = (|\mathrm{AD}\rangle - |\mathrm{DA}\rangle)/\sqrt{2}$，其行为与H/V基下观察到的完全相同，(e)面板证实了这一点。

在 H/V 基下进行测量所得的平均可见度（不包括同偏振符合计数）为 88.1(8) % 和 88.0(8) %，分别对应 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$ 和 $|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$。对于 D/A 基，$|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ (T1T2 和 R1R2 轨迹) 的可见度为 91.3(6) %；而 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$ (仅交叉偏振符合) 的平均可见度为 91.0(9) %。这些结果与图 2(c) 中的测量结果一致，偏差主要归因于光纤偏振控制器优化方面的差异。

同时观测到频率拍频以及依赖于偏振态对称性的聚束/反聚束行为，为该光子源产生在偏振与频率箱自由度上均存在关联的超纠缠态提供了明确证据。由此，我们还证明了可以独立作用于一个自由度而不扰动另一个自由度。

讨论

我们的结果表明，已产生在偏振与频率箱自由度上超纠缠的光子对。可编程泵浦光谱整形与晶体工程相结合，可对泵浦包络函数和相位匹配函数进行独立控制，从而精确裁剪联合光谱振幅，并进而精确裁剪二维频率仓结构。实验获得的施密特数为2.098(2)%（旋转对称四箱情形，见图2(b)）表明其为双模频率箱纠缠态。另外两种泵浦配置的施密特数如图3所示，展示了获得四模频率箱纠缠态的两种不同方法。这种可调性是本文所提方法的关键优势：无需改动晶体，仅通过重新编程脉冲整形器，即可重构频率箱结构及其维度。这种灵活性使其能够适应不同协议的要求。

偏振可分离光子对的HOM干涉测量为联合谱强度重建提供了额外验证。图2(c)的反成束对内干涉图样及其可见度反映了频率箱纠缠的质量以及各频率箱之间的相位关系。对间干涉 [图2(d)]表明联合光谱振幅中不存在显著的不希望有的光谱相位关联，并展现了涉及独立光源的多光子协议的潜力。最后，图4 的频率分辨态层析以及图5所示超纠缠光子对的HOM干涉，证实了两个自由度中的纠缠及其独立性，因为可以将偏振分量调谐至任意贝尔态而不影响频率分量。

所有频率区间的偏振纠缠均实现了较高的保真度（>99%）和并发度（>98 %），证实这两种自由度均可同时用作量子资源。这对于能够利用超纠缠来提升容量、抗噪能力或效率的量子信息处理协议尤为重要

。采用电信波长可确保与现有光纤基础设施兼容。

目前的工作可以沿多个方向拓展。例如，可以进一步提高频率箱维度，从而获得有前景的量子态 [47, 49]。仅通过调控非线性，便已获得线列式八频率箱联合光谱的光源 [46]。若泵浦激光频谱足够宽（脉冲持续时间约为数十 fs），本文所述方法可将这种线列式配置扩展为二维对称的 8×8 32 个独立频率箱（施密特模式）网格。这种频率箱结构天然适用于波分复用量子网络，其中不同频率箱可被路由至多用户匿名协议中的不同节点 [42]。超纠缠光子对可用于单副本纠缠蒸馏 [35, 65]以及忠实地通过噪声信道分发纠缠 [37]。此外，在时间箱 [66] 或脉冲模式 [67]，等额外自由度中生成纠缠，可用于创建维度更高的超纠缠量子态，以及用于生成簇态的资源态 [38]。

致谢

作者感谢 Alessandro Fedrizzi 和 Christopher L. Morrison 的有益讨论。本研究部分由奥地利科学基金（FWF）项目 10.55776/FG5、10.55776/F71、10.55776/W1259、10.55776/COE1、10.55776/TAI556、10.55776/PIN6357923、10.55776/PIN9593224 以及 FFG 的基础设施经费（资助号 FO999896024）资助。本研究还部分由因斯布鲁克大学的 F¨orderkreis 1669 资助。

* Tommaso.Faleo@uibk.ac.at

[1] J. Wabnig, D. J. Vu˘ckovi´c, 光子量子技术，Nature Photonics 3, 687 (2009年)。[2] A. K. Ekert，基于贝尔定理的量子密码学，Phys. Rev. Lett. 67, 661 (1991年)。[3] H. J. Kimble，量子互联网，Nature 453, 1023 (2008年)。[4] N. H. Valencia、A. Ma、S. Goel、S. Leedumrongwatthanakun、F. Graffitti、A. Fedrizzi、W. McCutcheon 和 M. Malik，大规模可重构复用量子光子网络，Nature Photonics (2025年)。[5] D. Bouwmeester、J.-W. Pan、K. Mattle、M. Eibl、H. Weinfurter 和 A. Zeilinger，实验量子隐形传态，Nature 390, 575 (1997年)。[6] E. Knill、R. Laflamme 和 G. J. Milburn，一种利用线性光学实现高效量子计算的方案，Nature 409, 46 (2001年)。[7] R. Raussendorf 和 H. J. Briegel，单向量子计算机，Phys. Rev. Lett. 86, 5188 (2001年)。[8] S. Bartolucci、P. Birchall、H. Bomb´ın、H. Cable、C. Dawson、M. Gimeno-Segovia、E. Johnston、K. Kieling、N. Nickerson、M. Pant、F. Pastawski、T. Rudolph 和 C. Sparrow，基于融合的量子计算，Nature Communications 14, 912 (2023年)。[9] A. Mair、A. Vaziri、G. Weihs 和 A. Zeilinger，光子轨道角动量态的纠缠，Nature 412, 313 (2001年)。[10] M. Erhard、R. Fickler、M. Krenn 和 A. Zeilinger，扭曲光子：高维中的新量子视角，Light: Science & Applications 7, 17146 (2018)。[11] O. Lib 和 Y. Bromberg，基于高维簇态的资源高效光子量子计算，Nature Photonics 18, 1218 (2024年)。[12] J. Brendel、N. Gisin、W. Tittel 和 H. Zbinden，用于量子通信的脉冲能量-时间纠缠双光子源，Phys. Rev. Lett. 82, 2594 (1999年)。[13] H. De Riedmatten、I. Marcikic、H. Zbinden 和 N. Gisin，利用锁模激光产生高维纠缠，Quantum Info. Comput. 2, 425–433 (2002年)。[14] H. Yu, S. Sciara, M. Chemnitz, N. Montaut, B. Crockett, B. Fischer, R. Helsten, B. Wetzel, T. A. Goebel, R. G. Kr¨amer, B. E. Little, S. T. Chu, S. Nolte, Z. Wang, J. Aza˜na, W. J. Munro, D. J. Moss, and R. Moran- dotti, 使用d能级时间箱纠缠光子实现的量子密钥分发，Nature Communica- tions 16, 171 (2025年)。[15] V. Ansari, J. M. Donohue, B. Brecht, and C. Silberhorn, 为脉冲时间模式编码的量子光学定制非线性过程，Optica 5, 534 (2018)。[16] F. Graffitti, P. Barrow, A. Pickston, A. M. Bra´nczyk, and A. Fedrizzi, 直接生成定制脉冲模式纠缠，Phys. Rev. Lett. 124, 053603 (2020年)。[17] P. Imany, J. A. Jaramillo-Villegas, O. D. Odele, K. Han, D. E. Leaird, J. M. Lukens, P. Lougovski, M. Qi, and A. M. Weiner, 来自片上氮化硅微谐振腔的50 GHz间隔高维频率箱纠缠光子梳，Opt. Express 26, 1825 (2018)。[18] K.-C. Chang, X. Cheng, M. C. Sarihan, and C. W. Wong, 高维量子频率梳的最新进展，Newton 1 (2025年)。[19] M. Erhard, M. Krenn, and A. Zeilinger, 高维量子纠缠的进展，Nature Re- views Physics 2, 365 (2020年)。[20] P. G. Kwiat, 超纠缠态，Journal of Modern Optics 44, 2173 (1997)。[21] J. T. Barreiro, N. K. Langford, N. A. Peters, and P. G. Kwiat, 超纠缠光子对的生成，Phys. Rev. Lett. 95, 260501 (2005年)。[22] F.-G. Deng, B.-C. Ren, and X.-H. Li, 量子超纠缠及其在量子信息处理中的应用，Science Bulletin 62, 46 (2017年)。[23] S. P. Walborn, S. P´adua, and C. H. Monken, 超纠缠辅助贝尔态分析，物理评论A 68, 042313 (2003)。[24] C. Schuck, G. Huber, C. Kurtsiefer, and H. Weinfurter, 完全确定性的线性光学贝尔态分析，Phys. Rev. Lett. 96, 190501 (2006)。

[25]M. Barbieri, G. Vallone, P. Mataloni, and F. De Martini, 动量纠缠辅助的偏振贝尔态的完全确定性判别，物理评论A 75, 042317 (2007年)。 [26] X.-H. Li and S. Ghose, 偏振与时间箱超纠缠的完整超纠缠贝尔态分析，Opt. Express 24, 18388 (2016年)。 [27] C.-Y. Gao, B.-C. Ren, Y.-X. Zhang, Q. Ai, and F.- G. Deng, 通用线性光学超纠缠贝尔态测量，应用物理快报 13, 027004 (2020年)。 [28] Z. Zeng and K.-D. Zhu, 超纠缠辅助的完整超纠缠贝尔态分析，激光物理快报 17, 075203 (2020年)。 [29] J. T. Barreiro, T.-C. Wei, and P. G. Kwiat, 突破线性光子超密编码的信道容量极限，自然·物理 4, 282 (2008年)。 [30] J.-H. Kim, Y. Kim, D.-G. Im, C.-H. Lee, J.-W. Chae, G. Scarcelli, and Y.-H. Kim, 利用超纠缠实现抗噪量子通信，Optica 8, 1524 2021年( )。 [31] J. C. Chapman, C. C. Lim, and P. G. Kwiat, 超纠缠时间箱与偏振量子密钥分发, 物理评论应用 18, 044027 (2022年)。 [32] Z.-Q. Zhong, X.-H. Zhan, J.-L. Chen, S. Wang, Z.-Q. Yin, J.-Q. Geng, D.-Y. He, W. Chen, G.-C. Guo, and Z.-F. Han, 通过50公里噪声光纤信道进行超纠缠量子通信，Optica 11, 1056 (2024年)。 [33] C. Simon and J.-W. Pan, 利用空间纠缠纯化偏振纠缠，Phys. Rev. Lett. 89, 257901 (2002年)。 [34] Y.-B. Sheng and F.-G. Deng, 利用超纠缠实现确定性纠缠纯化和完整的非定域贝尔态分析，物理评论A 81, 032307 (2010年)。 [35] S. Ecker, P. Sohr, L. Bulla, M. Huber, M. Bohmann, and R. Ursin, 实验性单拷贝纠缠蒸馏，Phys. Rev. Lett. 127, 040506 (2021年)。 [36] C.-X. Huang, X.-M. Hu, B.-H. Liu, L. Zhou, Y.-B. Sheng, C.-F. Li, and G.-C. Guo, 实验性单步确定性偏振纠缠纯化, Science Bulletin 67, 593 (2022年)。 [37] S. Ecker, P. Sohr, L. Bulla, R. Ursin, and M. Bohmann, 通过噪声偏振信道远程建立偏振纠缠，物理评论应用 17, 034009 (2022年)。 [38] C. Reimer, S. Sciara, P. Roztocki, M. Islam, L. Romero Cort´es, Y. Zhang, B. Fischer, S. Loranger, R. Kashyap, A. Cino, S. T. Chu, B. E. Little, D. J. Moss, L. Caspani, W. J. Munro, J. Aza˜na, M. Kues, and R. Morandotti, 在d能级簇态上实现的高维单向量子处理，Nature Physics 15, 148 (2019年)。 [39] M. Kues, C. Reimer, P. Roztocki, L. R. Cort´es, S. Sciara, B. Wetzel, Y. Zhang, A. Cino, S. T. Chu, B. E. Little, D. J. Moss, L. Caspani, J. Aza˜na, and R. Morandotti, 高维纠缠量子态的片上生成及其相干控制，Nature 546, 622 (2017年)。 [40] S. K. Joshi, D. Aktas, S. Wengerowsky, M. Lon˘cari´c, S. P. Neumann, B. Liu, T. Scheidl, G. C. Lorenzo, ˘Zeljko Samec, L. Kling, A. Qiu, M. Razavi, M. Stip˘cevi´c, J. G. Rarity, and R. Ursin, 一种无需可信节点的八用户城域量子通信网络，Science 《Advances》6, eaba0959（2020年）。 [41] M. Alshowkan, B. P. Williams, P. G. Evans, N. S. Rao, E. M. Simmerman, H.-H. Lu, N. B. Lingaraju, A. M. Weiner, C. E. Marvinney, Y.-Y. Pai, B. J. Lawrie, N. A. Peters, and J. M. Lukens, 《基于已部署光纤的可重构量子局域区域网络》, PRX Quantum 2, 040304 2021（）。 [42] Z. Huang, S. K. Joshi, D. Aktas, C. Lupo, A. O. Quin-tavalle, N. Venkatachalam, S. Wengerowsky, M. Lon˘cari´c, S. P. Neumann, B. Liu, ˘Z. Samec, L. Kling, M. Stip˘cevi´c, R. Ursin, and J. G. Rarity, 《八用户量子密钥分发网络上安全匿名协议的实验实现》, npj Quantum Information 8, 25 2022（）。 [43] J. M. Lukens and P. Lougovski, 《用于可扩展量子信息处理的频率编码光子量子比特》, Optica 4, 8（2017年）。 [44] H.-H. Lu, M. Alshowkan, K. V. Myilswamy, A. M. Weiner, J. M. Lukens, and N. A. Peters, 《超宽带偏振–频率超纠缠光子的产生与表征》, Opt. Lett. 48, 6031（2023年）。 [45] H.-H. Lu, M. Liscidini, A. L. Gaeta, A. M. Weiner, and J. M. Lukens, 《频率箱光子量子信息》, Optica 10, 1655（2023年）。 [46] C. L. Morrison, F. Graffitti, P. Barrow, A. Pickston, J. Ho, and A. Fedrizzi, 《源自畴工程下转换的频率箱纠缠》, APL Photonics 7, 066102 2022（）。 [47] C. Drago and A. M. Bra´nczyk, 《可调谐频率箱多模压缩真空光态》, 物理评论A 106, 043714（2022年）。 [48] A. Shukhin, I. Hurvitz, S. Trajtenberg-Mills, A. Arie, and H. Eisenberg, 《双光子联合频谱的二维控制》, Opt. Express 32, 10158（2024年）。 [49] N. Fabre, G. Maltese, F. Appas, S. Felicetti, A. Ketterer, A. Keller, T. Coudreau, F. Baboux, M. I. A manti, S. Ducci, and P. Milman, 《利用集成双光子频率梳产生时频网格态》, 物理评论A 102, 012607（2020年）。 [50] T. Faleo, C. L. Morrison, R. Beignon, F. Graffitti, V. Remesh, S. Frick, A. Fedrizzi, G. Weihs, and R. Keil, 《通过泵浦与非线性整形优化未滤波光子的光谱纯度》（ 2025 2510 06196 ）, [ ] arXiv: 。量子物理 。 [51] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, 《通过干涉测量两个光子之间的亚皮秒时间间隔》, Phys. Rev. Lett. 59, 2044（1987年）。 [52] C. K. Hong and L. Mandel, 《光的参量频率下转换理论》, 物理评论A 31, 2409（1985年）。 [53] W. P. Grice and I. A. Walmsley, 《宽带泵浦II型下转换中的光谱信息与可区分性》, Physical Review A 56, 1627（1997年）。 [54] D. S. Hum and M. M. Fejer, 《准相位匹配》, Comptes Rendus Physique 8, 180（2007年）, 《晶体光学的最新进展》。 [55] J.-L. Tambasco, A. Boes, L. G. Helt, M. J. Steel, and A. Mitchell, 《实用且高效光子源的畴工程算法》, Optics Express 24, 19616（2016年）。 [56] F. Graffitti, J. Kelly-Massicotte, A. Fedrizzi, and A. M. Bra´nczyk, 《高纯度预示单光子源的设计考量》

, 物理评论A **98** , 053811 (2018)。

[57]M. Schlosser、R. Keil和S. Frick，任意分辨率的亚相干长度域工程算法（2026年），待发表。[58] K. Zielnicki、K. Garay-Palmett、D. Cruz-Delgado、H. Cruz-Ramirez、M. F. O'Boyle、B. Fang、V. O. Lorenz、A. B. U'Ren和P. G. Kwiat，光子对光源的联合光谱表征，Journal of Modern Optics 65, 1141 (2018)。[59] A. Fedrizzi、A. Poppe、A. Zeilinger、T. Herbst和T. Jennewein，窄带纠缠光子的波长可调光纤耦合光源，Opt. Express 15, 15377 2007年( )。[60] A. Eckstein、B. Brecht和C. Silberhorn，基于光谱工程化和频产生的量子脉冲门，Opt. Express 19, 13770 (2011年)。[61] L. Serino、J. Gil-Lopez、M. Stefszky、R. Ricken、C. Eigner、B. Brecht和C. Silberhorn，用于解码单光子态高维时间模式的多输出量子脉冲门的实现，PRX Quantum 4, 020306 (2023年)。[62] M. Avenhaus、A. Eckstein、P. J. Mosley和C. Silberhorn，光纤辅助单光子光谱仪，Opt. Lett. 34, 2873 (2009年)。[63] A. Fedrizzi、T. Herbst、M. Aspelmeyer、M. Barbieri、T. Jennewein和A. Zeilinger，反对称化揭示隐形纠缠，《新物理学杂志》11, 103052 2009年( )。[64] PsiQuantum团队，面向光子量子计算的可制造平台，Nature 641, 876 (2025年)。[65] D.-Y. Chen、M. Yang和Y. Yu，高维超纠缠光子的蒸馏，物理评论A 112, 052437 2025年( )。[66] G. B. Xavier、J.-˚A. Larsson、P. Villoresi、G. Vallone和A. Cabello，能量-时间与时间箱纠缠：过去、现在与未来，npj Quantum Information 11, 129 2025年( )。[67] F. Chiriano、J. Ho、C. L. Morrison、J. W. Webb、A. Pickston、F. Graffitti和A. Fedrizzi，脉冲模式与频率箱之间的超纠缠，Opt. Express 31, 35131 (2023年)。[68] A. Monmayrant、S. Weber和B. Chatel，超短脉冲整形与表征新手指南，《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》43, 103001 (2010年)。[69] F. Graffitti、D. Kundys、D. T. Reid、A. M. Bra´nczyk和A. Fedrizzi，通过亚相干长度域工程获得纯下转换光子，《量子科学与技术》2, 035001 (2017年)。[70] S. Meraner、R. J. Chapman、S. Frick、R. Keil、M. Prilm¨uller和G. Weihs，利用偏振纠缠光子的萨尼亚克光源逼近齐雷尔森界，《SciPost物理》10, 017 (2021年)。[71] T. Faleo、E. Brunner、J. W. Webb、A. Pickston、J. Ho、G. Weihs、A. Buchleitner、C. Dittel、G. Dufour、A. Fedrizzi和R. Keil，纠缠诱导的集体多体干涉，《科学进展》10, e adp9030 (2024年)。[72] A. M. Bra´nczyk，洪-欧-曼德尔干涉（2017年），arXiv:1711.00080 [量子物理]。[73] J. Altepeter、E. Jeffrey和P. Kwiat，光子态层析（学术出版社，2005年），第105–159页。

附录 A：实验装置详情

装置的详细示意图见图 6 ，并将在以下章节中讨论。

1. 脉冲整形

图 6(a) 展示了泵浦光谱整形。激光束进入一台 $4f$ 采用折叠式配置的脉冲整形器 [68]。该整形器由一块衍射光栅（刻线密度为每/毫米 2400 条）、一面焦距为 500 毫米的凹面镜，以及一台配有 128 个液晶像素的空间光调制器组成，其背面装有一面平面镜（使光束略微向上反射）。取光镜截取在装置输出端垂直偏移的出射激光束，并将其引导至光源。 $4f$-setup and redirectitto thesources.

如参考文献 [50], 所述，这种设置可以精细调节激光光谱。衍射光栅与凹面镜组成的光学系统会将激光的各个频率分量映射到傅里叶平面横向方向上的不同位置，空间光调制器和平面镜就位于该平面上。像素由双折射液晶制成，通过适当调节施加的电压即可使其旋转。因此，每个像素都相当于一块波片，可使特定频率范围 $\delta\nu$ 发生偏振旋转；这些频率以频率 $\bar{\nu}$为中心，其中 $\bar{\nu}$ 是横向平面水平位置的函数。在输出端，格兰-泰勒偏振片通过降低不同频率分量 $\bar{\nu} \pm \delta\nu/2$ 的强度来整形光谱，降低幅度取决于空间光调制器施加的偏振旋转。为获得目标输出光谱，系统通过反馈回路测量整形后的光谱，并优化电压值。

2. 光子源

每个偏振纠缠光子对源均由一块长度为 $\mathrm{L} = 30$ mm 的 aKTP晶体构成，放置于萨格纳克环干涉仪的中心，如图 6(b) 所示。泵浦激光器经过聚焦后，在晶体处的束腰为 $\approx 66\,\mu$m，而输出收集光学系统对应的束腰为 $\approx 68.5\,\mu$m（另见参考文献 [50]）。

该晶体通过亚相干长度的畴工程进行设计，方法是追踪最接近目标多高斯相位匹配函数 [57, 69] 的理想非线性分布。对于我们的情况，双高斯分布所需的相位匹配函数对应于

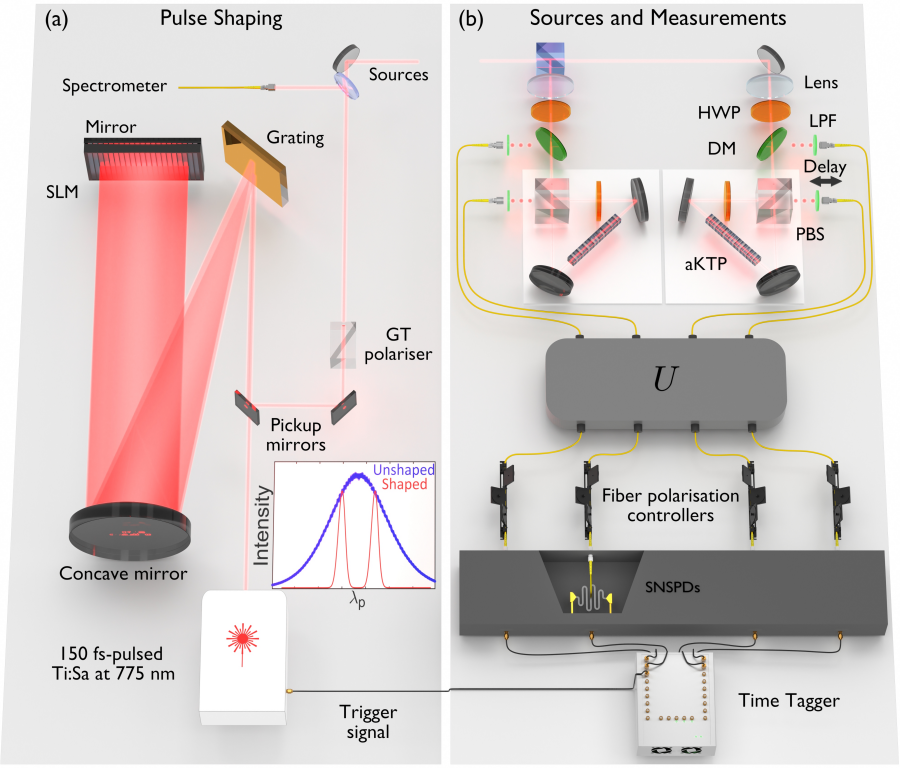


图6。 详细实验装置。 **(a)** 泵浦激光频谱通过折叠式 $4f$ 脉冲整形器进行整形。反射式衍射光栅和凹面镜将各频率分量映射到傅里叶平面上的空间光调制器（SLM），由其施加与波长相关的偏振旋转。光束经带有轻微垂直倾角的平面镜反射后，重新汇聚至光栅，并通过取光镜与入射光束分离。格兰-泰勒偏振片将偏振调制转换为振幅整形。部分输出光由光谱仪监测，以闭环优化目标光谱。 **(b)** 整形后的光束被分束并聚焦至两个自发参量下转换光源，每个光源都由萨格纳克环内的一块定制 aKTP 晶体构成，如图 1(d) 所示。根据测量方式，光子会经历相应变换 U，以实现偏振分辨或非偏振分辨 TOFS，或 HOM 干涉配置（包括图 1(d) 中的光纤偏振控制器）。探测由超导纳米线单光子探测器（SNSPDs）完成，事件则由时间标记系统记录。

$$\phi(\Delta k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi}\left[\exp\left(-\frac{\left(\Delta k - \Delta k_0 - \frac{\epsilon}{2}\right)^2}{2\xi^2}\right) - \exp\left(-\frac{\left(\Delta k - \Delta k_0 + \frac{\epsilon}{2}\right)^2}{2\xi^2}\right)\right], \quad \text{(A1)}$$

其中， Δk 是（依赖于波长的）相位失配， Δk_0 是简并设计波长处的相位失配，而波矢空间中高斯峰的间距和宽度分别由 $\Delta k_0 \pm \epsilon/2$ 和 ξ决定。相位匹配函数及其对应的非线性分布 $g(z)$沿晶体轴 z通过傅里叶变换相互关联。因此，得到式（A1）的目标非线性分布为

$$g(z) = i\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sin\left(\frac{\epsilon z}{2}\right)\exp\left(i\Delta k_0 z - \xi^2 z^2/2\right). \quad \text{(A2)}$$

图1（b）显示了本研究所用晶体的非线性绝对值剖面。该剖面专为泵浦波长为 791 nm 的工作条件设计（主极化周期 $\approx$23 µm，最小畴尺寸为 9µm，最大畴尺寸为 792.75µm），高斯宽度为 $\xi = 4/\mathrm{L}$，间距为 $\epsilon \approx 1331\mathrm{m}^{-1}$。所选高斯宽度 ξ 是在箱内光谱纯度、光源亮度和所得频率箱带宽之间的折中：图1（c）中来自任一频率箱的预示光子，其理论光谱纯度为 $\approx$99.3%（不同高斯宽度值的比较另见参考文献 [50] ）。

萨格纳克环由一个双波长（$\approx$775 nm 和 $\approx$1550nm）偏振分束器、一块半波片和若干反射镜组成。输入端的半波片使泵浦激光器能够沿顺时针或逆时针方向传播，也可以同时沿两个方向在萨格纳克环内传播。理想情况下，平衡双向泵浦配置会产生最大程度纠缠的.....

偏振自由度中的纠缠对 [59, 70, 71]。

3. 探测与TOFS

下转换光子由单模光纤收集（≈40% 预示效率，包括探测器效率和光纤耦合损耗），经过变换（图 U 中的“6(b)”），并由超导纳米线单光子探测器在每个输出端测量单光子事件。这些探测器在 1550 nm 处的平均（裸）探测效率为 ≈85%。时间标记器记录单光子事件，以及四个通道之间的符合事件（双重、三重和四重符合）。对于 TOFS 和偏振分辨 TOFS 测量（见图 4(a)），时间标记器在触发通道与信号光、闲频光子通道之间收集三重符合，并以二维时间直方图的形式呈现。触发通道由快速光电二极管探测泵浦激光器输出的脉冲序列获得。

在TOFS测量中，色散模块提供 -1350ps/nm的负色散。它们最初是为商业用途而设计的，用于补偿电信波段光纤中 ≈80km的色散。这种映射将光子波长转换为到达时间，从而能够通过计时测量实现光谱分辨率 [62]。综合时间抖动通过对各项相互独立的抖动贡献进行平方和开方计算得出，估计为 ≈37ps。这包括来自超导纳米线单光子探测器、时间标记单元和快速光电二极管的贡献。由于直方图所用的时间分箱宽度设定在80 ps至100 ps之间，明显大于抖动值，因此综合时间抖动对测量的影响可忽略不计 [58]。联合谱强度重建通过应用波长到时间映射的逆映射来完成。

附录B：HOM干涉

通过我们的光谱整形装置，泵浦包络函数可以很好地近似为双高斯函数

$$\alpha(\omega_\mathrm{s}+\omega_\mathrm{i}) = \exp\left(-\frac{(\omega_\mathrm{i}+\omega_\mathrm{s}-(\omega_\mathrm{p}-\delta))^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(\omega_\mathrm{i}+\omega_\mathrm{s}-(\omega_\mathrm{p}+\delta))^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{(B1)}$$

其中，ω_s 和 ω_i 分别是信号光子和闲置光子的频率，$\omega_\mathrm{p}\pm\delta$ 是从未整形的泵浦光谱中截取的高斯分量的中心频率，这些分量与泵浦中心频率 ω_p相距 δ。工程设计的相位匹配函数也可以很好地近似为两个高斯函数之和

$$\phi(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}) = \exp\left(-\frac{(\omega_\mathrm{s}-\omega_\mathrm{i}-\delta)^2}{2\sigma^2}\right) - \exp\left(-\frac{(\omega_\mathrm{s}-\omega_\mathrm{i}+\delta)^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{(B2)}$$

其宽度和间距与泵浦包络函数相同，且由于所用的极化周期结构，两者符号相反。相应的联合频谱振幅（忽略归一化因子）定义为

$$f(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}) \propto \alpha(\omega_\mathrm{s}+\omega_\mathrm{i})\phi(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}), \quad \text{(B3)}$$

下转换光子对的状态（忽略多对产生）为

$$|\psi_\mathrm{spdc}\rangle_{\mathrm{s,i}} = \int\int f(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i})a^\dagger(\omega_\mathrm{s})b^\dagger(\omega_\mathrm{i})\,|0\rangle_{\mathrm{s,i}}\,\mathrm{d}\omega_\mathrm{s}\mathrm{d}\omega_\mathrm{i}, \quad \text{(B4)}$$

其中，$a^\dagger(\omega_\mathrm{s})$ 和 $b^\dagger(\omega_\mathrm{i})$ 是玻色子产生算符，分别在空间模式a 和 b中、频率为 ω_s 和 ω_i的信号光子和闲频光子

1. 对内干涉

光子到达平衡（光纤）分束器时，符合概率作为相对时间延迟 τ 的函数（见图2(c)的插图）为 [72]

$$p(\tau) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\int\int f^*(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i})f(\omega_\mathrm{i},\omega_\mathrm{s})e^{i(\omega_\mathrm{i}-\omega_\mathrm{s})\tau}\mathrm{d}\omega_\mathrm{s}\mathrm{d}\omega_\mathrm{i}. \quad \text{(B5)}$$

为模拟图2(c)中的干涉图样，我们对二重积分进行了数值计算。为此，我们采用图2(b)所示的实测 √联合光谱强度，以获得离散的（归一化）联合谱振幅f_d（$\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}$）$\propto\exp$（$i\theta$（$\omega_\mathrm{s}$, ω_i））√联合光谱强度（$\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}$），其中 θ（$\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}$）应用了预期的符号：$\theta$（$\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}$）在对角线以上为 $=\pi$，在对角线以下为 θ（$\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}$）$=0$。

为得到拟合函数，我们利用公式（B5），结合公式（B1）-（B2），进行了解析求值。对信号光和闲置光子的频率进行二重积分后，得到符合概率

$$p(\tau) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{\sigma^2\tau^2}{4}\right)\frac{\cos(\delta\tau)-\eta}{1-\eta}, \quad \text{(B6)}$$

其中，$\eta = \exp\left(-\delta^2/\sigma^2\right)$ 表示两个高斯峰之间的重叠。

对于间隔较大的频率箱（在我们的情况下为$\eta \ll 1$, $\sim 10^{-7}$），可以将其简化为

$$p(\tau) \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{\sigma^2\tau^2}{4}\right)\cos(\delta\tau), \quad \text{(B7)}$$

它会产生一种拍频图样，其中包含一个以频率频率 bin 间隔 δ 振荡的项，并受到高斯包络调制。该符合概率用于

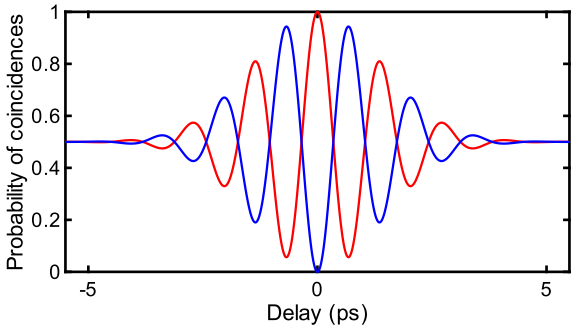


图 7. 相位匹配函数的波腹具有 π （红线）和零（蓝线）相对相移时，成对内部 HOM 干涉的解析解。

作为对内干涉图样的拟合模型，其中 bin 宽度 σ、bin 间隔 δ以及可见度（乘数因子，取值范围为 $[0, 1]$，作用于等式右侧的第二项）均为自由参数。

若相位匹配函数的高斯峰之间存在零相对相移，即，

$$\phi'(\omega_\mathrm{s}, \omega_\mathrm{i}) = \exp\left(-\frac{(\omega_\mathrm{s} - \omega_\mathrm{i} + \delta)^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(\omega_\mathrm{s} - \omega_\mathrm{i} - \delta)^2}{2\sigma^2}\right), \quad \text{(B8)}$$

相同的计算将得到符合概率

$$p'(\tau) \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{\sigma^2\tau^2}{4}\right)\cos(\delta\tau). \quad \text{(B9)}$$

图 7 展示了方程（B7）和（B9）的干涉图样对比。尽管 π 相移会在零延迟处产生反聚束峰，但零相移会在零时间延迟处产生聚束谷。干涉行为的这种变化与态的对称性有关：相对 π 相移会在频率自由度中产生反对称态，而零相移则会产生对称态。在这两种情况下，在 $\tau = 0$ ps 处或其附近都可以观察到反聚束峰，表明存在频率箱纠缠。

2. 对间干涉

对于两个相互独立且完全相同的自发参量下转换光源，每个光源的联合光谱为 $f(\omega_\mathrm{s}, \omega_\mathrm{i})$，对每对光子中的闲置光子进行预示（见图2(d) 的插图）后，信号光子将处于混合频谱态 [72]。对闲置光子进行迹运算，即可得到每个预示信号光子的约化密度矩阵：

$$\rho_\mathrm{s}(\omega_\mathrm{s}, \omega_\mathrm{s}') = \int f(\omega_\mathrm{s}, \omega_\mathrm{i}) f^*(\omega_\mathrm{s}', \omega_\mathrm{i}) \mathrm{d}\omega_\mathrm{i}. \quad \text{(B10)}$$

在平衡（光纤）分束器处，两个光子之间相对时间延迟为 τ 时，预示符合概率为

$$p_\mathrm{H}(\tau) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\int\int \rho_\mathrm{s}(\omega_\mathrm{s}, \omega_\mathrm{s}')\rho_\mathrm{s}(\omega_\mathrm{s}', \omega_\mathrm{s}) e^{i(\omega_\mathrm{s}' - \omega_\mathrm{s})\tau} \mathrm{d}\omega_\mathrm{s}\mathrm{d}\omega_\mathrm{s}'. \quad \text{(B11)}$$

为模拟图 2(d) 中的干涉图样，我们按照上一节所述，对预示符合概率进行了数值积分。为了得到拟合函数，我们再次使用方程（B1）—（B2）进行积分。假设 $\eta \approx 0$ 与之前相同，简化结果后，预示符合概率为

$$p_\mathrm{H}(\tau) \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{16}\exp\left(-\frac{\sigma^2\tau^2}{4}\right)\Big(3 + \cos(2\delta\tau)\Big), \quad \text{(B12)}$$

其中，振荡频率是方程（B7）中对内干涉振荡频率的两倍，这是由于最终预示光子的光谱强度具有由 2δ分隔的峰值。我们将此预示符合概率用作图 2(d) 中对间干涉图样的拟合模型，并将箱宽 σ、间隔 δ以及可见度（乘在右侧方括号内各项上的乘法因子，取值范围为 $[0, 1]$ ）作为自由参数。

附录 C：态层析

双光子偏振态层析基于 36 次投影测量（每个光子 6 种设置：H、V、D、A、R、L），采用每量子比特单探测器方案，仅考虑偏振分束器的透射输出 [73]。每次投影都会记录符合时间直方图，并提取四箱图样，如图 8(a) 所示。利用这些数据评估图 4(e) 中各偏振投影对应的光谱纯度（施密特数）。随后，对各个频率箱分别进行态层析：对以每个频率箱为中心的 ± 3.5ns 区域内的总计数进行积分，如图 8(b) 所示。所选区域足够大，可完整覆盖频率箱，且不会与其他频率箱重叠。通过最大似然估计重构每个频率箱的密度矩阵。假设记录的符合时间直方图服从泊松计数统计，采用蒙特卡洛模拟估算不确定性。

附录 D：偏振分辨 HOM

我们假设，超纠缠态可写为偏振态$|\psi_\mathrm{p}\rangle$与频率态 $|\psi_\mathrm{f}\rangle$的张量积：

$$|\psi\rangle = |\psi_\mathrm{p}\rangle \otimes |\psi_\mathrm{f}\rangle, \quad \text{(D1)}$$

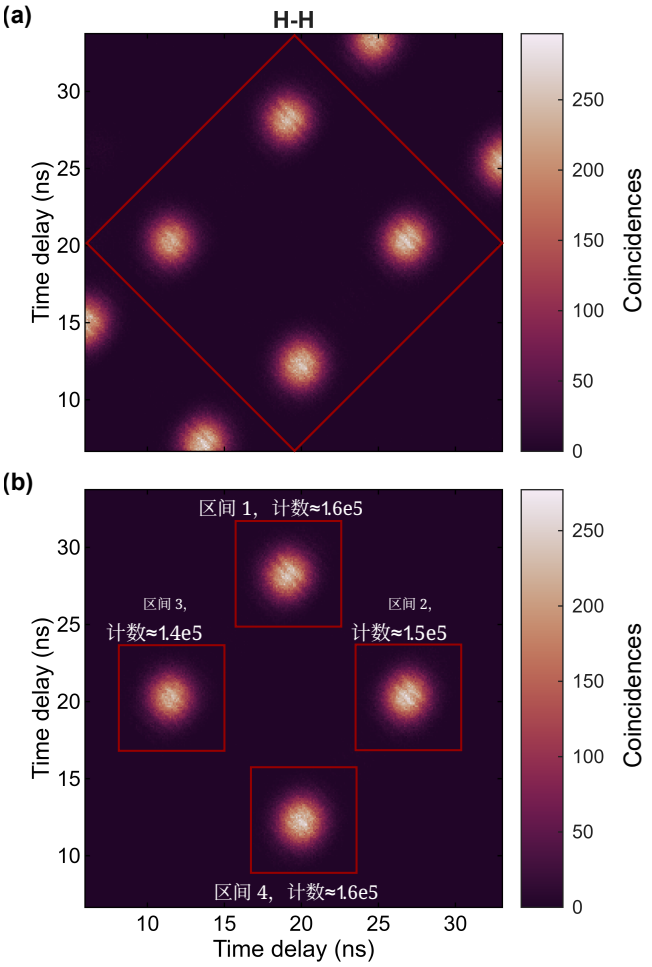


图8. 偏振分辨TOFS分析。(a)以H-H偏振投影为例的TOFS测量。红色方框标示用于将四箱图样与脉冲激光先前及随后触发信号所关联的符合事件隔离开的区域。该区域之外的元素被设为零。(b) 确定四个频率箱的中心，并将±3.5ns区域（红色方框）内的总计数归入相应的箱。

其中

$$|\psi_{\mathrm{p}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\mathrm{HV}\rangle_{\mathrm{s,i}} + e^{i\varphi}\,|\mathrm{VH}\rangle_{\mathrm{s,i}}\right) \tag{D2}$$

and

$$|\psi_{\mathrm{f}}\rangle = \frac{1}{2}\Big[\left(|\omega_2,\omega_3\rangle_{\mathrm{s,i}} - |\omega_3,\omega_2\rangle_{\mathrm{s,i}}\right) + \left(|\omega_1,\omega_2\rangle_{\mathrm{s,i}} - |\omega_2,\omega_1\rangle_{\mathrm{s,i}}\right)\Big], \tag{D3}$$

以 $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$ 作为边缘分布中每个频率箱的中心频率（见图1(c)）。偏振贝尔态 $|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$（三重态）和 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$（单重态）对应于相位因子 $\varphi = 0$ 与$\varphi = \pi$，并且对于子系统的置换具有相反的对称性（交换s $\rightleftharpoons$ i）： $|\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ 是对称的，而 $|\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$ 是反对称的。频率态 $|\psi_{\mathrm{f}}\rangle$，在式（D3）中写为两个反对称贝尔态之和，在交换下同样是反对称的。因此，总的超纠缠态 $|\psi\rangle$ 在 $|\psi_{\mathrm{p}}\rangle = |\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$ 时为反对称，而在 $|\psi_{\mathrm{p}}\rangle = |\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$时为对称。

这种对称性可以通过在平衡分束器处进行双光子干涉并结合偏振分辨探测来探测，如图 5(a)所示。由于不可区分的玻色子必须遵循玻色-爱因斯坦统计，其总波函数在粒子交换下必须保持对称。分束器处的干涉将交换对称性转换为空间关联：对称态会导致光子聚束，而反对称态会导致反聚束 [63]。

对于我们的超纠缠态，这意味着当 $|\psi_{\mathrm{p}}\rangle = |\psi_{\mathrm{p}}^{-}\rangle$ 时，光子应发生聚束；而当$|\psi_{\mathrm{p}}\rangle = |\psi_{\mathrm{p}}^{+}\rangle$时，光子应发生反聚束。这种行为与普通偏振纠缠光子所表现出的现象相反：在普通情况下，三重态会发生聚束，但频率箱纠缠中额外的反对称结构颠倒了这一预期。在水平/垂直（H/V）和对角/反对角（D/A）基底上进行偏振投影的同时，探测不同输出端口之间的符合计数，即可直接验证这一预测。

为进一步支持这一基于对称性的预测，我们直接对式（D1）中态的信号光子和闲频光子在分束器处的HOM干涉进行建模。在H/V偏振基中，分束器前的输入态可写为

$$|\psi\rangle_{\mathrm{in}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[a_{\mathrm{H},2}^{\dagger}b_{\mathrm{V},3}^{\dagger} - a_{\mathrm{H},3}^{\dagger}b_{\mathrm{V},2}^{\dagger} + a_{\mathrm{H},1}^{\dagger}b_{\mathrm{V},2}^{\dagger} - a_{\mathrm{H},2}^{\dagger}b_{\mathrm{V},1}^{\dagger} + e^{i\varphi}\left(a_{\mathrm{V},2}^{\dagger}b_{\mathrm{H},3}^{\dagger} - a_{\mathrm{V},3}^{\dagger}b_{\mathrm{H},2}^{\dagger} + a_{\mathrm{V},1}^{\dagger}b_{\mathrm{H},2}^{\dagger} - a_{\mathrm{V},2}^{\dagger}b_{\mathrm{H},1}^{\dagger}\right)\right]|0\rangle_{\mathrm{s,i}}, \tag{D4}$$

其中$a_j^{\dagger}$，k 和$b_j^{\dagger}$，k 为玻色产生算符-

在空间模式 a 和 b 中产生一个光子（这两个输入

端口分别对应分束器），其偏振分别为 $j = \mathrm{H}$，V，频率为 ω_k，其中 $k = 1$、2、3。在这些计算中，我们假设两个光子在分束器处完全时间重叠，这对应于实验中的零延迟条件。假设采用平衡分束，分束器的幺正变换 U_{BS} 将产生算符变换为

$$a^\dagger_{j,k} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a^\dagger_{j,k} + b^\dagger_{j,k}\right) \tag{D5}$$

$$b^\dagger_{j,k} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a^\dagger_{j,k} - b^\dagger_{j,k}\right). \tag{D6}$$

通过将式（D5）-（D6）应用于式（D4）并重新排列各项，分束器输出端的态为

$$\begin{aligned}|\psi\rangle_{\mathrm{out}} = \frac{1}{4\sqrt{2}}\Big[&(1-e^{i\varphi})\left(a^\dagger_{\mathrm{H},2}a^\dagger_{\mathrm{V},3} - a^\dagger_{\mathrm{H},2}a^\dagger_{\mathrm{V},1} - a^\dagger_{\mathrm{H},3}a^\dagger_{\mathrm{V},2} + a^\dagger_{\mathrm{H},1}a^\dagger_{\mathrm{V},2} - b^\dagger_{\mathrm{H},2}b^\dagger_{\mathrm{V},3} + b^\dagger_{\mathrm{H},2}b^\dagger_{\mathrm{V},1} + b^\dagger_{\mathrm{H},3}b^\dagger_{\mathrm{V},2} - b^\dagger_{\mathrm{H},1}b^\dagger_{\mathrm{V},2}\right)\\ &-(1+e^{i\varphi})\left(a^\dagger_{\mathrm{H},2}b^\dagger_{\mathrm{V},3} - a^\dagger_{\mathrm{V},3}b^\dagger_{\mathrm{H},2} - a^\dagger_{\mathrm{H},2}b^\dagger_{\mathrm{V},1} + a^\dagger_{\mathrm{V},1}b^\dagger_{\mathrm{H},2} - a^\dagger_{\mathrm{H},3}b^\dagger_{\mathrm{V},2} + a^\dagger_{\mathrm{V},2}b^\dagger_{\mathrm{H},3} + a^\dagger_{\mathrm{H},1}b^\dagger_{\mathrm{V},2} - a^\dagger_{\mathrm{V},2}b^\dagger_{\mathrm{H},1}\right)\Big]|0\rangle_{\mathrm{s,i}}. \end{aligned} \tag{D7}$$

该态对应于光子的聚束或反聚束，具体取决于相位因子 φ。当 $\varphi = 0$（三重态 $|\psi^+_{\mathrm{p}}\rangle$）时，前因子（$1-e^{i\varphi}$）消失，仅剩下 $a^\dagger_j$、$_k b^\dagger_{j'}$、$_{k'}$ 形式的项，对应于反聚束。相反，当 $\varphi = \pi$（单重态 $|\psi^-_{\mathrm{p}}\rangle$）时，前因子（$1+e^{i\varphi}$）消失，仅剩下 $a^\dagger_j$、$_k a^\dagger_{j'}$、$_{k'}$ 或 $b^\dagger_j$、$_k b^\dagger_{j'}$ 形式的项，对应于聚束。在这两种情况下，两个输出光子始终具有正交的偏振态。这两个结果体现在图5（a）-（b）所示的实验结果中，在零延迟条件。

然而，仅凭 H/V测量无法确认频率仓态的反对称性。为了直接证明反聚束对应三重态，而聚束对应单重态，从而确认反对称频率箱纠缠的关键作用，我们在 D/A基下分析输出态，其正交归一态矢量为 $|\mathrm{D}\rangle = (|\mathrm{H}\rangle + |\mathrm{V}\rangle)/\sqrt{2}$ 和 $|\mathrm{A}\rangle = (|\mathrm{H}\rangle - |\mathrm{V}\rangle)/\sqrt{2}$。将式（D7）中的输出态用该基表示，我们得到

$$\begin{aligned}|\psi\rangle_{\mathrm{out}} = \frac{1}{4\sqrt{2}}\Big[&(1-e^{i\varphi})\left(a^\dagger_{\mathrm{A},2}a^\dagger_{\mathrm{D},3} - a^\dagger_{\mathrm{A},2}a^\dagger_{\mathrm{D},1} - a^\dagger_{\mathrm{A},3}a^\dagger_{\mathrm{D},2} + a^\dagger_{\mathrm{A},1}a^\dagger_{\mathrm{D},2} - b^\dagger_{\mathrm{A},2}b^\dagger_{\mathrm{D},3} + b^\dagger_{\mathrm{A},2}b^\dagger_{\mathrm{D},1} + b^\dagger_{\mathrm{A},3}b^\dagger_{\mathrm{D},2} - b^\dagger_{\mathrm{A},1}b^\dagger_{\mathrm{D},2}\right)\\ &-(1+e^{i\varphi})\left(a^\dagger_{\mathrm{A},2}b^\dagger_{\mathrm{A},1} - a^\dagger_{\mathrm{A},1}b^\dagger_{\mathrm{A},2} - a^\dagger_{\mathrm{A},2}b^\dagger_{\mathrm{A},3} + a^\dagger_{\mathrm{A},3}b^\dagger_{\mathrm{A},2} - a^\dagger_{\mathrm{D},2}b^\dagger_{\mathrm{D},1} + a^\dagger_{\mathrm{D},1}b^\dagger_{\mathrm{D},2} + a^\dagger_{\mathrm{D},2}b^\dagger_{\mathrm{D},3} - a^\dagger_{\mathrm{D},3}b^\dagger_{\mathrm{D},2}\right)\Big]|0\rangle_{\mathrm{s,i}}. \end{aligned} \tag{D8}$$

基变换不会影响反聚束和聚束行为，它们仍分别对应相位因子 $\varphi = 0$ 和 $\varphi = \pi$。然而，在 D/A基上的投影使三重态和单重态可以区分。关键的是，单重态（$\varphi = \pi$）仍会产生偏振相互正交的光子，与 H/V基中的情况相同；而三重态（$\varphi = 0$）现在会产生偏振相同的光子。这种定性差异提供了明确无误的实验特征，并由图 5(c)-(d) 所示的实验结果证实：在零延迟时，三重态 $|\psi^+_{\mathrm{p}}\rangle$ 表现出反聚束，符合计数仅出现在同偏振输出（TT 和 RR）中，而单态 $|\psi^-_{\mathrm{p}}\rangle$ 则在交叉偏振输出（TR 和 RT）中表现出符合计数。

观察到 $|\psi^+_{\mathrm{p}}\rangle$反聚束和 $|\psi^-_{\mathrm{p}}\rangle$聚束，这与仅存在偏振纠缠时的情况相反；再结合依赖基的偏振关联，构成了频率箱自由度携带反对称纠缠态的直接证据，证实了我们的光源所产生的超纠缠。