OTFS/VOFDM信号的频谱：功率谱密度分析与带宽分配

Wei Wang，IEEE高级会员，和Xiang-Gen Xia，IEEE会士

arXiv:2603.03719v1 [eess.SP] 4 Mar 2026

摘要——正交时频空（OTFS）/矢量正交频分复用（VOFDM）被广泛认为是适用于下一代移动通信的一种前景广阔的波形。然而，其频谱特性尚未得到充分了解。带宽分配方案对于将OTFS纳入实际无线标准至关重要，但目前也鲜有研究。本文通过分析功率谱密度（PSD），研究OTFS信号的频谱特性。我们证明，离散时间OTFS信号的功率谱密度以$\frac{1}{MT_s}$为周期，其中 M 是OTFS时延/多普勒域的大小，也称为VOFDM中的向量大小； T_s 是数模转换器（DAC）的采样间隔长度，因此连续时间OTFS信号在频谱范围 $[-\frac{1}{2T_s}, \frac{1}{2T_s})$内包含 M 个相同的频谱分量。这种周期性使OTFS/VOFDM信号传输的带宽分配变得极具挑战性。此外，我们建立了正交频分复用信号与OTFS信号的功率谱密度之间的关系，揭示了当信息符号相互独立时，OTFS信号的功率谱密度等于分量扩展OFDM（CEP-OFDM）信号的功率谱密度之和。最后，我们推导出信息符号与相应OTFS频谱之间的关系，并据此提出一种适用于OTFS信号的基于零空间的线性预编码（NSLP）方法，以实现灵活的带宽分配。数值结果验证了关于OTFS信号功率谱密度的分析结果，并表明所提出的NSLP方法能够有效调整OTFS信号的频谱。

索引词—正交时频空、VOFDM、功率谱密度、带宽分配、分量扩展 OFDM

一、引言

每一代移动通信的更迭都会导致底层空中接口发生变革[1]–[4]。第二代全球移动通信系统（GSM）以时分多址（TDMA）为特征，并采用高斯滤波最小频移键控（GMSK） [5], [6], 。IMT-2000（第三代）以码分多址（CDMA）为特征 [7], 。IMT-Advanced（第四代移动通信）以正交频分复用（OFDM）为特征 [8], ，而 IMT-2020（第五代移动通信）继续采用 OFDM [9]。从第四代移动通信到第五代移动通信，调制技术发展中断，阻碍了物理层性能的突破。

针对时延–多普勒信道（即双选择性信道）的调制技术，近年来随着低地球轨道卫星通信、无人机网络和智能交通系统的发展，再度引起了广泛的研究关注 [10]。凭借多项新优势，例如对多普勒和时延扩展具有很强的适应能力，以及在多径信道中的鲁棒性有所提升，正交时频空（OTFS）被广泛视为适用于 IMT-2030（6G）通信的一种前景广阔的波形 [11]–[14]。然而，值得注意的是，OTFS 实际上等同于 [15]–[18]早期的调制方案，例如矢量正交频分复用（VOFDM） [19],[20], 、正交信号分割复用（OSDM） [21],和非对称正交频分复用（A-OFDM） [22]。因此，本文将统一使用 OTFS 这一术语来指代上述调制方案。

OTFS 的信息符号，即经正交幅度调制/相移键控调制的符号，嵌入在时延-多普勒域[1]中。然而，无线信号的频谱受到监管。对于无线通信系统，信号带宽基本由空中接口技术决定；空中接口技术是指将信息比特映射为波形 [23], [24]的数字信号处理算法。对于正交频分复用/正交频分多址这一主流技术，它广泛应用于各种无线标准，例如 IEEE 802.11、DVB-T、DVB-H、4G-LTE 和 5G-NR。信息流首先被转换为并行流，并被解释为频域中的符号，随后通过逆快速傅里叶变换（IFFT）模块转换为离散时间样本。之后，数模转换器（DAC）和功率放大器生成空中传输信号 [25]。生成波形的频谱由以下因素决定：1）信息符号到离散时间波形样本的映射；2）DAC 的数字成形滤波器和插值滤波器；3）DAC 的采样率。为了控制带宽，正交频分复用可以简单地在不需要的子载波上发送零[26]–[28]。总之，正交频分复用中的带宽分配策略既直接又有效。

与 OFDM 信号不同，OFDM 信号中信息符号与频谱之间的对应关系通过子载波这一概念得到了清晰阐释，而单个正交幅度调制/相移键控符号与其所产生的正交时频空信号频谱之间的关系仍鲜为人知。理解信息符号与正交时频空波形频谱之间的关系，对于带宽分配至关重要，因此也是正交时频空实际应用的关键。

功率谱密度（PSD）用于衡量功率在各个频率上的分布，是信号 [29] 的一项重要谱特性。功率谱密度分析至关重要，因为无线设备的频谱特性必须符合监管机构制定的电磁辐射法规和标准，

W. Wang 任职于中国深圳 518055，哈尔滨工业大学（深圳）信息科学与技术学院（电子邮箱：wang wei@hit.edu.cn）。X.-G. Xia 任职于美国特拉华州纽瓦克 19716，特拉华大学电气与计算机工程系（电子邮箱：xxia@ece.udel.edu）。

例如美国联邦通信委员会（FCC）和中国国家无线电管理委员会（SRRC）制定的法规和标准。文献 [12] 对 OTFS 信号传输的功率谱密度进行了数值研究，但未考虑带宽分配。为探究信息承载矩阵 X 中的零值设置如何影响 OTFS 信号传输的功率谱密度，我们首先从理论上研究 OTFS 的功率谱密度特性。在此基础上，我们进一步提出一种高效且有效的带宽分配方案，从而拓展了我们此前关于 OTFS/VOFDM 信号离散频谱分析的工作 [30]。

T总结 ize, th结论 tributi结论的 本文的主要内容如下: follows.

- 我们推导了数模转换器生成的 OTFS 信号功率谱密度的解析表达式。此外，我们揭示了一个事实：离散时间 OTFS 信号的功率谱密度具有周期性，其周期为 $\frac{1}{MT_s}$，其中 M 是构成 OTFS 信号的分量扩展OFDM（CEP-OFDM）信号的数量，T_s 是数模转换器的采样间隔长度，因此数模转换器生成的连续时间 OTFS 信号在频谱范围 $[-\frac{1}{2T_s}, \frac{1}{2T_s})$ 内包含 M 个相同的频谱分量。
- 我们建立了正交频分复用信号与正交时频空信号的功率谱密度之间的关系。具体而言，当信息符号相互独立时，正交时频空信号的功率谱密度等于构成该正交时频空信号的 CEP-OFDM 信号的功率谱密度之和。这进一步在频谱域将正交频分复用与正交时频空联系起来。这表明，正交时频空信号是 M 正交频分复用信号的时分交织版本，每个信号的快速傅里叶变换/快速傅里叶逆变换点数均为 N；这一点从 VOFDM [19], [20]中显而易见。
- 我们推导了正交时频空信号的信息符号与其对应频谱之间的关系。基于这一关系，我们提出了一种用于正交时频空信号的基于零空间的线性预编码（NSLP）方法，可实现灵活的带宽分配。根据推导出的 NSLP 预编码器表达式，我们进一步得到了系统形式预编码器的表达式。

数值仿真验证了关于正交时频空信号功率谱密度的分析结果，并表明所提出的 NSLP 方法能够有效调整正交时频空信号的频谱。

记号：列向量（矩阵）用粗体小写（大写）字母表示，$\mathbf{x}[n]$ 表示向量 x 的第 n 个元素，$(\cdot)^*$、$(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示共轭、转置和共轭转置操作，$\otimes$ 表示克罗内克积，$\mathcal{F}(\cdot)$ 表示傅里叶变换，$\mathrm{diag}(x_1, x_2, \cdots, x_N)$表示主对角线上为给定元素 x_1、x_2、$\cdots$、x_N的对角矩阵，$\|\mathbf{x}\|_2$ 表示向量 x 的 ℓ^2 范数，$\mathbb{E}(\cdot)$ 表示随机变量的期望，$|\mathcal{I}|$ 表示集合 $\mathcal{I}$的基数。

II. 数模转换器生成的OTFS信号的功率谱密度分析

尽管许多关于多载波系统（如 OFDM 和 OTFS）的现有分析结果都是基于信号的模拟表示，但实际的基带信号首先由数字信号处理（DSP）模块通过快速傅里叶变换/快速傅里叶逆变换在数字域中生成，然后经由数模转换器转换为模拟信号 [31]。因此，本节分析由数模转换器生成的 OTFS信号的功率谱密度。

A. 数模转换器生成的OTFS信号波形

OTFS的比特到符号映射在时延-多普勒域中进行，随后执行逆辛快速傅里叶变换（ISFFT）预编码，将正交幅度调制/相移键控信号 $x_{l,\,k}$ 转换为时频信号 $\widetilde{x}_{m,\,n}$。随后，$\widetilde{x}_{m,\,n}$ 由正交频分复用调制器通过海森堡变换转换为时域波形，该变换由逆快速傅里叶变换操作和脉冲成形操作组成。

对于第 i 个 OTFS 符号，信息符号矩阵 $\mathbf{X}_i \in \mathbb{C}^{M\times N}$ 位于时延-多普勒域。经过逆辛快速傅里叶变换预编码后，时延-多普勒域中的正交幅度调制/相移键控信号将转换到时频域，如下所示

$$\widetilde{x}_{i,m,n} = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{l=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} x_{i,l,k} e^{j2\pi(\frac{kn}{N} - \frac{lm}{M})} \tag{1}$$

其中 $x_{i,\,l,\,k}$ 是 $\mathbf{X}_i$ 的第（l，k）个元素，表示第 i 个 OTFS 符号在时延-多普勒域中第（l，k）个频格对应的正交幅度调制/相移键控星座信号。

然后，将 $\widetilde{x}_{i,\,m,\,n}$ 进一步转换到时域，即可得到离散时间 OTFS信号 $s_{i,\,l,\,n}$，如下所示

$$\begin{aligned} s_{i,l,n} &= \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{m=0}^{M-1} \widetilde{x}_{i,m,n} e^{j2\pi\frac{lm}{M}} g_P[l] \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_{i,l,k} e^{j2\pi\frac{kn}{N}} g_P[l] \end{aligned} \tag{2}$$

其中 $g_P[l]$ 是数字成形滤波器[1]。请注意，$s_{i,\,l,\,n}$ 是插入循环前缀（CP）之前的离散时间OTFS信号。由于本文仅关注OTFS信号的功率谱密度，为简单起见，我们不考虑循环前缀。

根据 [32]–[34]，式（2）的矩阵形式表示为

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{I}_M \mathbf{X}_i \mathbf{F}_N^H \tag{3}$$

其中 $\mathbf{S}_i \in \mathbb{C}^{M\times N}$ 和 $\mathbf{F}_N \in \mathbb{C}^{N\times N}$ 是离散傅里叶变换矩阵。按列向量化 $\mathbf{S}_i$后，离散基带信号的向量形式为

$$\mathbf{s}_i = \mathrm{vec}(\mathbf{S}_i) = (\mathbf{F}_N^H \otimes \mathbf{I}_M)\mathrm{vec}(\mathbf{X}_i) \tag{4}$$

在此情况下，离散时间 OTFS信号的第 η 个元素为

$$s_\eta = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} s_{i,l,n} \delta[\eta - iMN - nM - l] \tag{5}$$

其中 $s_{i,\,l,\,n}$ 是矩阵 $\mathbf{S}_i$的第（l，n）个元素，同时也是向量 $\mathbf{s}_i$的第（$nM + l$）个元素。

[1]在本文中，我们通过将$g_P[l]$ 的影响纳入x_i的信号星座，进一步设定 $g_P[l] = 1,\ l,\ k$。因此，在后续内容中，我们设 $\mathbf{G}_P = \mathrm{diag}(\mathbf{g}_P) = \mathbf{I}_M$。

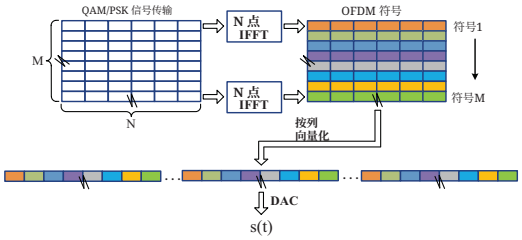


图1：生成连续时间 OTFS 信号的过程

在下述命题中，我们推导离散时间OTFS信号 s_η的循环平稳特性。

命题 1. 当信息符号 $x_{i,l,k}$ 为零均值、方差为 $\mathbb{E}\left(x^*_{i,l,k}x_{i,l,k}\right) = \sigma^2_{l,k}$ 的独立同分布变量（相对于索引 i）且在索引 (l,k) 之间相互独立时，式 (5) 中得到的离散时间 OTFS 信号 s_η 是周期为 MN的循环平稳信号。

证明。见附录 A。 □

将离散时间基带信号 s_η 输入数模转换器，即可得到模拟信号

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} s_\eta g_I(t-\eta T_s) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{M-1} s_{i,l,n} g_I(t-(iNM+nM+l)T_s) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1} \frac{x_{i,l,k}}{\sqrt{N}} e^{\jmath 2\pi\frac{kn}{N}} \cdot \\ &\qquad g_I(t-(iNM+nM+l)T_s) \end{aligned} \tag{6}$$

其中， $g_I(t)$为连续时间插值滤波器， T_s 为采样间隔长度， $f_s = 1/T_s$ 为采样频率。生成连续时间 OTFS 信号的步骤如图1所示。

B. 数模转换器生成的 OTFS 基带信号的功率谱密度

在下述命题中，我们推导连续时间 OTFS 信号 $s(t)$ 的功率谱密度。

命题 2. 在命题 1 的条件下，式 (6) 中得到的连续时间 OTFS 信号$s(t)$是循环平稳的，其周期为 MNT_s，因此连续时间 OTFS 信号 $s(t)$ 的功率谱密度为

$$P_c(f) = \underbrace{\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\sigma_k^2}{T_s}\left(\frac{\sin(\pi(k-fMNT_s))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-fMNT_s))}\right)^2}_{P_d(f)} |G_I(f)|^2 \tag{7}$$

其中， ${}_M{}^k$, $G_I(f) = \mathcal{F}(g_I(t))$ 是插值滤波器 $g_I(t)$ 的傅里叶变换，而 $P_d(f)$ 是采样率为 $\frac{1}{T_s}$ 时式 (5) 中离散时间 OTFS 信号 s_η 的功率谱密度。

证明。见附录B。 □

注意，尽管连续时间信号 $s(t)$ 在式 (7) 中的功率谱密度，与传统方法在[35] 中的功率谱密度相同，都是离散时间信号的功率谱密度与插值脉冲 $g_I(t)$ 的乘积，但其证明过程不同，我们不能简单地套用 [35] 中的证明。这是因为在 [35]，中，离散时间信号需要满足广义平稳（WSS），例如，假设信息符号序列 $x_{i,l,k}$ 在三个索引 i、 l 和 k 上均为独立同分布。由于本文关注的是 OTFS 信号的带宽分配，对于任意固定的 OTFS 符号索引 i，信息符号序列 $x_{i,l,k}$ 在索引 l 和 k 上可能并非独立同分布。因此，式 (5) 中的离散时间信号 s_η 通常不是广义平稳的，而只是循环平稳的。

还请注意，式（7）中的项 $\frac{\sin(\pi(k-fMNT_s))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-fMNT_s))}$ 是狄利克雷函数，或周期/混叠 sinc 函数 [36]。因此，式（7），本质上是用狄利克雷核平方对离散序列 $\{\frac{\sigma_k^2}{T_s}\}$ 进行插值，即

$$D_N^2(k-fMNT_s) = \left(\frac{\sin(\pi(k-fMNT_s))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-fMNT_s))}\right)^2 \tag{8}$$

在插值滤波器 $g_I(t)$ 的加窗效应下，其傅里叶变换为 $G_I(f)$。狄利克雷核平方

$$D_N^2(x) \triangleq \frac{\sin^2(\pi x)}{N^2\sin^2(\frac{\pi x}{N})} \tag{9}$$

是周期为 N 的周期函数；当 $x = iN, i \in \mathbb{Z}$ 时，狄利克雷核平方达到峰值 $D_N^2(x) = 1$。因此，项（8）是周期为 $\frac{1}{MT_s}$ 的周期函数，并且当 $f = \frac{k-iN}{MNT_s}$ 时， $D_N^2(k-fMNT_s) = 1$。

此外，我们令 $k = 0$，并在图2中绘制具有不同参数的狄利克雷核平方$D_N^2(fMNT_s)$，以研究其形状。

- 当 $M = 1$时， $N = 16$ $D_{N=16}^2(16fT_s)$的周期为 $\frac{1}{MT_s} = \frac{1}{T_s}$，主瓣（即谱尖峰）的宽度为 $\frac{2}{MNT_s} = \frac{1}{8T_s}$。注意，在这种情况下，范围 $[-1/2T_s, 1/2T_s)$ 内只有 $M = 1$ 个尖峰。正交时频空会变为正交频分复用，而狄利克雷核平方对应一个子载波的频谱。回顾式（7），构成功率谱密度的狄利克雷核平方的权重 $D_{N=16}^2(16fT_s)$由下式决定

$$\sigma_0^2 = \lim_{I\to\infty}\frac{\sum_{i=0}^{I-1}|x_{i,0,0}|^2}{I}$$

这意味着当信息信号 $x_{i,\ 0,\ 0}$ 设为 0 时，频谱范围

$$\bigcup_{\ell\in\mathbb{Z}}[-\frac{1}{16T_s}+\ell\frac{1}{T_s}, \frac{1}{16T_s}+\ell\frac{1}{T_s})$$

保持空闲。

- 当 $M = 2$、 $N = 8$、 $D_{N=8}^2(16fT_s)$以周期 $\frac{1}{MT_s} = \frac{1}{2T_s}$ 呈周期性，且主瓣宽度为$\frac{2}{MNT_s} = \frac{1}{8T_s}$。在这种情况下，范围 $[-1/2T_s, 1/2T_s)$内有 $M = 2$ 个尖峰。回顾(7)，权重

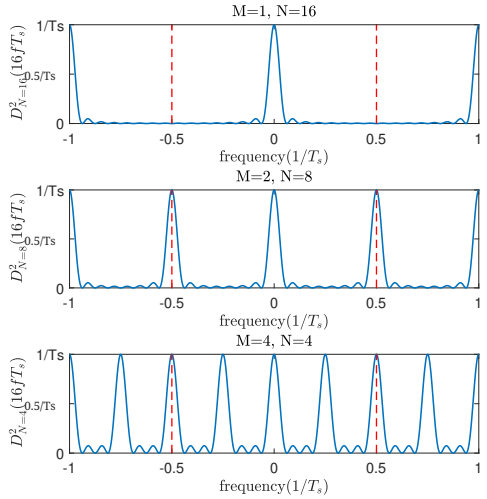


图2：不同参数下狄利克雷核平方 $D_N^2(fMNT_s)$ 的图。（注意，范围 $[-1/2T_s, 1/2T_s$ 内有 M 个谱尖峰。）

构成功率谱密度的狄利克雷核平方$D_{N=8}^2(16fT_s)$由下式确定

$$\sigma_0^2 = \lim_{I\to\infty} \frac{\sum_{i=0}^{I-1}\left(|x_{i,0,0}|^2 + |x_{i,1,0}|^2\right)}{2I}$$

这意味着，当信息信号 $x_{i,\ 0,\ 0}$，$x_{i,\ 1,\ 0}$均设为 0 时，频谱范围

$$\bigcup_{\ell\in\mathbb{Z}}[-\frac{1}{16T_s}+\ell\frac{1}{2T_s}, \frac{1}{16T_s}+\ell\frac{1}{2T_s})$$

仍未被占用。

- 当 $M=4, N=4$, $D_{N=4}^2(16fT_s)$ 的周期为 $\frac{1}{MT_s}=\frac{1}{4T_s}$，且主瓣宽度为 $\frac{2}{MNT_s}=\frac{1}{8T_s}$ 时，在这种情况下，范围 $[-1/2T_s, 1/2T_s)$ 内有 $M=4$ 个尖峰。回顾式 (7)，构成功率谱密度的狄利克雷核平方 $D_{N=4}^2($ $16fT_s)$ 的权重由下式确定

$$\sigma_0^2 = \lim_{I\to\infty} \frac{\sum_{i=0}^{I-1}\left(|x_{i,0,0}|^2 + |x_{i,1,0}|^2 + |x_{i,2,0}|^2 + |x_{i,3,0}|^2\right)}{4I}$$

这意味着，当信息信号$x_{i,\ 0,\ 0}$、$x_{i,\ 1,\ 0}$、$x_{i,\ 2,\ 0}$、$x_{i,\ 3,\ 0}$ 均设为 0 时，频谱范围

$$\bigcup_{\ell\in\mathbb{Z}}[-\frac{1}{16T_s}+\ell\frac{1}{4T_s}, \frac{1}{16T_s}+\ell\frac{1}{4T_s})$$

仍未被占用。

备注 1. 根据 [20], $[x_{i,0,0}, x_{i,1,0}]^T$ 当 M =2, $N=8$ 且 $[x_{i,0,0}, x_{i,1,0}, x_{i,2,0}, x_{i,3,0}]^T$ 当 $M=4, N$ =4 是 VOFDM 中的信号向量。这与对 VOFDM 离散频谱的分析所得结论一致：如果将一个信息符号向量设为 0，那么相应的同尺寸离散 VOFDM 信号频谱也为 0，并且零向量的各分量并非集中在一起，而是均匀分布在频谱中[30]。

C. 插值滤波器的影响

由样本构造连续时间 OTFS 信号（即离散时间 OTFS）的过程，可表示为冲激序列与插值滤波器$g_I(t)$ 的卷积。因此，式 (6) 可表示为

$$s(t) = \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} s_\eta \delta_I(t-\eta T_s) \circledast g_I(t)$$

其中 $\circledast$ 表示线性卷积。根据采样理论， [37], [38], 实际插值滤波器 $g_I(t)$ 应为低通模拟滤波器[2]，，因为输出信号 $s(t)$ 必须带限，以防止成像。此外，无线通信系统本质上是带限系统，必须遵守政府关于无线电频率的法规。

为研究插值滤波器对 OTFS 信号功率谱密度的影响，我们分别考察其在 $g_I(t)$ 为狄拉克 delta 函数、sinc 函数和矩形函数时的功率谱密度。

- 狄拉克δ插值滤波器：当 $g_I(t) = \delta(t)$ 时，$s_i(t)$ 为离散时间 OTFS，其功率谱密度可表示为

$$P_c(f) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\sigma_k^2}{T_s}\left(\frac{\sin(\pi(k-fMNT_s))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-fMNT_s))}\right)^2 \quad (10)$$

根据狄利克雷核平方的性质，离散时间 OTFS 信号的功率谱密度是周期函数，周期为 $\frac{1}{MT_s}$，且覆盖整个频谱。

- sinc 插值滤波器：当 $g_I(t) = \mathrm{sinc}_\pi(\frac{t}{T_s})$ 时， $s_i(t)$ 为理想重构 OTFS，也称为惠特克-香农插值 [38]。此时，功率谱密度变为

$$P_c(f) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\sigma_k^2}{T_s}\left(\frac{\sin(\pi(k-fMNT_s))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-fMNT_s))}\right)^2 |\mathrm{rect}(fT_s)|^2 \quad (11)$$

其中

$$\mathrm{sinc}_\pi(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x=0, \\ \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}, & \text{if } x\neq 0, \end{cases}$$

$$\mathrm{rect}(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } |x|>\frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}, & \text{if } |x|=\frac{1}{2}, \\ 1, & \text{if } |x|<\frac{1}{2} \end{cases}$$

sinc 函数的重构滤波器利用理想的砖墙型低通滤波器，滤除对应于 $|f| > \frac{1}{2T_s}$的虚假高频“镜像”。然而，sinc 函数在时域具有无限长响应，这在实践中无法实现。

[2]数模转换器的脉冲与后续低通滤波器共同决定插值滤波器 $g_I(t)$。

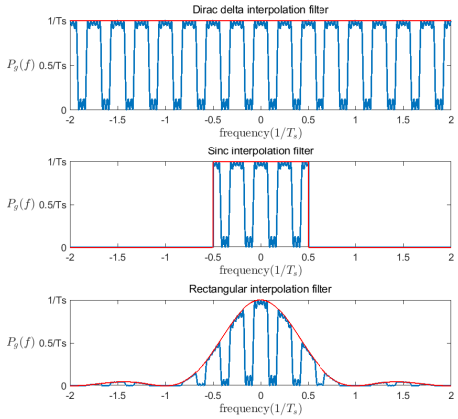


图 3：采用不同插值滤波器的 OTFS 信号的功率谱密度，其中狄拉克δ插值滤波器对应离散OTFS信号，sinc插值滤波器对应理想数模转换，而矩形滤波器则模拟数模转换器的采样保持操作。

- 矩形插值滤波器：当 $g_I(t)=\text{rect}(\frac{t}{T_s})$时，$s(t)$为采样保持OTFS，此时功率谱密度变为

$$P_c(f) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\sigma_k^2}{T_s} \left(\frac{\sin(\pi(k-fMNT_s))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-fMNT_s))} \right)^2 |\text{sinc}_\pi(fT_s)|^2 \tag{13}$$

由于矩形函数的傅里叶变换是 sinc 函数，且其双边范围无限，因此采样保持OTFS并非带限信号，其功率谱密度包含超出频谱范围 $[-\frac{1}{2T_s},\frac{1}{2T_s})$ 的高频镜像。在实践中，矩形函数源自数模转换器的矩形脉冲。通常使用模拟低通滤波器对数模转换器的输出进行平滑处理并抑制高频镜像，从而近似理想的砖墙型频率响应。

由于本文关注 OTFS 信号的频谱特性，尤其是其与 OFDM 信号的差异，因此不再进一步讨论其他类型的插值滤波器；这些滤波器普遍适用于 OTFS 和 OFDM 信号的数模转换。

接下来，我们通过一个例子来说明 OTFS信号的功率谱密度。

例1：当 $N=8$, $M=4$, $\sigma_k^2=1$ for $k\in\{0,1,2,6,7\}$，且 $\sigma_k^2=0$ for $k\in\{3,4,5\}$时，采用上述插值滤波器的 OTFS信号的功率谱密度如图 3 所示。

- 狄拉克δ插值滤波器：频谱以 $\frac{1}{MT_s}=\frac{1}{4T_s}$ 为周期，主瓣宽度为 $\frac{2}{MNT_s}=\frac{1}{16T_s}$。由于对于 $k\in\{0,1,2,6,7\}$，$\sigma_k^2=1$，而对于 $k\in\{3,4,5\}$，$\sigma_k^2=0$，因此占用频谱范围为

$$\bigcup_{\ell\in\mathbb{Z}}[-\frac{5}{32T_s}+\ell\frac{1}{4T_s},\frac{5}{32T_s}+\ell\frac{1}{4T_s})$$

- sinc插值滤波器：砖墙型低通滤波器可理想地滤除对应于 $|f|>\frac{1}{2T_s}$ 的杂散高频“镜像”，因此占用频谱范围为

$$[-\frac{1}{2T_s},-\frac{11}{32T_s})\cup[-\frac{13}{32T_s},-\frac{3}{32T_s})\cup[-\frac{5}{32T_s},\frac{5}{32T_s})\cup[\frac{3}{32T_s},\frac{13}{32T_s})\cup[\frac{11}{32T_s},\frac{1}{2T_s})$$

- 矩形插值滤波器：在 $|f|=\frac{1}{2T_s}$ 处，插值滤波器的幅度下降 3.92 dB，杂散高频“镜像”仍有部分残留，从而导致期望重构波形失真。

注2。需要注意的是，在实践中，理想的插值滤波器应具有平坦的通带和较高的滚降，以允许所需频率分量通过期望带宽，同时抑制不需要的高频“镜像”。然而，OTFS信号的周期性频谱会导致频率分量在频谱范围 $[-\frac{1}{2T_s},\frac{1}{2T_s})$ 内分散。这种特性与单载波系统相似，因此 OTFS波形无法继承 OFDM 在灵活管理信号频谱方面的关键优势。

III. OTFS与正交频分复用信号的功率谱密度比较

本节探讨 OTFS 信号与正交频分复用信号的功率谱密度之间的内在关系，由此也可得出命题 2 中的结果。

为便于比较，我们用矩阵 $\mathbf{X}_i\in\mathbb{C}^{M\times N}$ 表示与 M 个连续正交频分复用符号相对应的第 i个信息符号矩阵，每个符号包含 N个子载波；该矩阵对应于第 i个 OTFS 符号，以保持与 OTFS 信号传输方式一致。与命题 2 中的设定相同，我们假设信息符号$x_{i,\,l,\,k}$是零均值、方差为 $\mathbb{E}\left(x_{i,l,k}^*x_{i,l,k}\right)=\sigma_{l,\,k}^2$的独立同分布变量（相对于索引 i），并且在索引(l,k)之间相互独立，其中 $l,0\le l\le M-1$是第 i个数据块中 M 个连续正交频分复用符号的索引，k 是一个正交频分复用符号中的子载波索引。

A. 数模转换器生成的 OFDM 基带信号波形

OFDM信号与OTFS信号的主要区别在于其向量化方式。具体而言，OFDM的离散基带信号的向量形式，是将式（3）中的矩阵按行向量化后得到的，即

$$\widehat{\mathbf{s}}_i=\text{vec}(\mathbf{S}_i^T)=(\mathbf{I}_M\otimes\mathbf{F}_N^*)\text{vec}(\mathbf{X}_i^T) \tag{14}$$

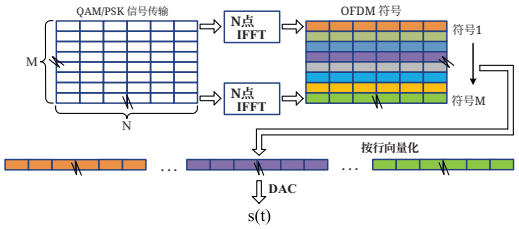


图4：生成连续时间OFDM信号的流程

将离散时间OFDM信号输入数模转换器，即可得到模拟信号

$$\begin{aligned}&\widehat{s}(t)\\&=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{M-1}s_{i,l,n}g_I(t-(iMN+lN+n)T_s)\\&=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{x_{i,l,k}}{\sqrt{N}}e^{j2\pi\frac{kn}{N}}\cdot\\&\qquad g_I(t-(iMN+lN+n)T_s)\end{aligned}\tag{15}$$

生成连续时间OFDM信号的流程如图4所示。

B. 由数模转换器生成的OFDM信号的功率谱密度

在下文的命题 3 中，我们给出了正交频分复用信号的功率谱密度表达式。

命题 3. 式 (15) 中连续时间正交频分复用信号$\widehat{s}(t)$的功率谱密度为

$$\widehat{P}_c(f)=\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\widehat{\sigma}_k^2}{T_s}\left(\frac{\sin(\pi(k-fNT_s))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-fNT_s))}\right)^2|G_I(f)|^2\tag{16}$$

其中 $\widehat{\sigma}_k^2=\sum_{l=0}^{M-1}\frac{\sigma_l^2}{M}$ 是第 k 个子载波的信号功率。

证明。命题 3 可采用与命题 2 相同的方法推导。此外，正交频分复用信号的功率谱密度已广为人知，由数模转换器生成的正交频分复用信号的功率谱密度可见于 [26]。 □

C. 关于正交时频空与正交频分复用之间联系的研究

虽然命题 2 已直接推导出正交时频空信号的功率谱密度，但在本小节中，我们将从其与传统方法正交频分复用信号的功率谱密度之间的联系出发再次考察它，这或许有助于更好地理解正交时频空信号。图5展示了正交时频空信号与其CEP-OFDM信号在时域和频域中的关系。图5中的时域关系与图1相呼应，而它们在频域中的联系将在本小节中探讨。

注意，式 (6) 中正交时频空符号的基带信号可表示为 M 个相互独立的 CEP-OFDM 信号之和，即

$$\begin{aligned}s(t)&=\underbrace{\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}s_{i,l,n}g_I(t-(iMN+nM+l)T_s)}_{\text{The }l-\text{th CEP}-\text{OFDM signal }\widehat{s}^{(l)}(t)}\\&=\underbrace{\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{\hat{n}=0}^{MN-1}\widehat{s}_{i,\hat{n}}^{(l)}g_I(t-(iMN+\hat{n})T_s)}_{\text{The }l-\text{th CEP}-\text{OFDM signal }\widehat{s}^{(l)}(t)}\end{aligned}\tag{17}$$

其中，我们将 $\widehat{s}^{(l)}(t)$ 称为第 l 个 CEP-OFDM 信号。对于第 i 个正交时频空符号，其离散时间序列 $\{\widehat{s}_{i,\hat{n}}^{(l)}\}|_{\hat{n}=0,\cdots,NM-1}$ 为

$$\begin{aligned}&\{\widehat{s}_{i,\hat{n}}^{(l)}\}|_{\hat{n}=0,\cdots,NM-1}\\&=\Big\{\underbrace{0,\cdots,0}_{l},s_{i,l,0},\underbrace{0,\cdots,0}_{M-l-1},\cdots,\underbrace{0,\cdots,0}_{l},s_{i,l,n},\underbrace{0,\cdots,0}_{M-l-1},\\&\quad\cdots,\underbrace{0,\cdots,0}_{l},s_{i,l,N-1},\underbrace{0,\cdots,0}_{M-l-1}\Big\}\end{aligned}\tag{18}$$

对于固定的 l 和 i，该过程通过创建一个新序列 $\{\widehat{s}_{i,\hat{n}}^{(l)}\}|_{\hat{n}=0,\cdots,NM-1}$ 来实现，其中原始样本 $\{s_{i,l,n}\}|_{n=0,\cdots,N-1}$ 之间插入了 $M-1$ 个零，并进行了 l 的移位。这一过程符合离散域中多速率信号处理的扩展定义 [39] 。因此，我们将通过以 f_s 的采样率运行的数模转换器，对扩展后的离散时间 OFDM 序列 $\widehat{s}_{i,\hat{n}}^{(l)}$ 进行处理后得到的 $\widehat{s}^{(l)}(t)$ 称为 CEP-OFDM 信号。从 VOFDM 的角度来看，这一点也很清楚 [19][20]。

在离散域中按 M 进行扩展，确实会使采样率从 f_s 降至 $\frac{f_s}{M}$，这意味着离散时间 CEP-OFDM 序列的频谱按因子 M 收缩。此外，插值滤波器 $g_I(t)$ 保持不变。因此，只需在命题 3 中将 T_s 替换为 MT_s，即可立即得到 CEP-OFDM 信号的功率谱密度。

推论 1. 如 (17) 式所示，具有N 个子载波且按 M 扩展的 CEP-OFDM 信号 $\widehat{s}^{(l)}(t)$ 的功率谱密度由下式给出

$$\widehat{P}_c^{(l)}(f)=\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\sigma_{l,k}^2}{MT_s}\left(\frac{\sin(\pi(k-fMNT_s))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-fMNT_s))}\right)^2|G_I(f)|^2\tag{19}$$

注意，基于 (17) 式， $s(t)$ 可表示为

$$s(t)=\sum_{l=0}^{M-1}\widehat{s}^{(l)}(t)\tag{20}$$

其中，根据（17）和（6）， $\widehat{s}^{(l)}(t)$可进一步表示为

$$\begin{aligned}&\widehat{s}^{(l)}(t)\\&=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{x_{i,l,k}}{\sqrt{N}}e^{j2\pi\frac{kn}{N}}g_I(t-(iNM+nM+l)T_s)\end{aligned}$$

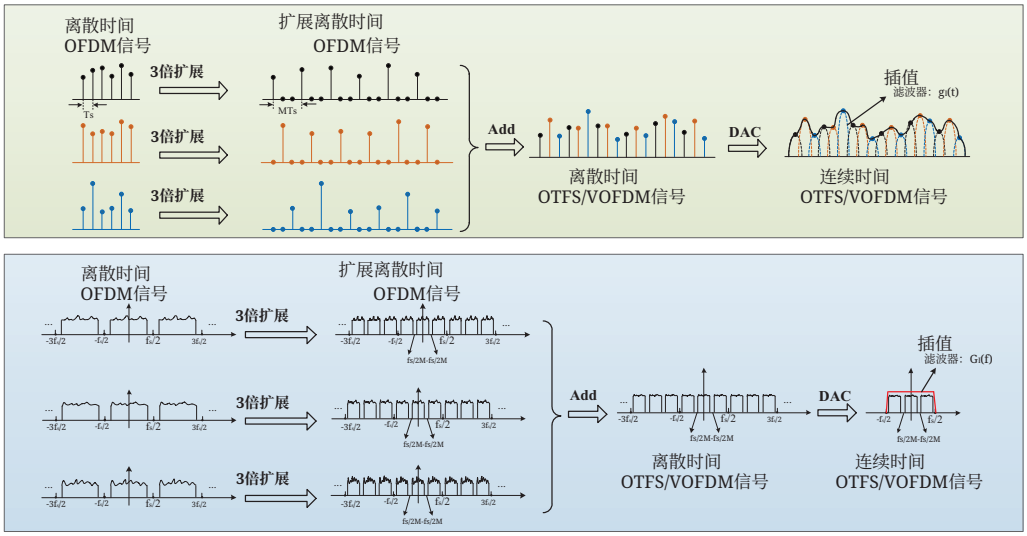


图5：OTFS信号与其CEP-OFDM在时域和频域中的联系

ˆ ˇ 当第 l个和第 l个 CEP-OFDM 信号中的信息符号 x$\hat{i}$ 和 x$\bar{i}$ ，即 $\hat{s}^{(\hat{l})}(t)$ 和 $\hat{s}^{(\bar{l})}(t)$，均值为零 ˆ ˇ 且对于任意 $l \neq l$ 都统计独立时，连续时间正交时频空信号的功率谱密度显然是 M 个 CEP-OFDM 信号的功率谱密度之和，即，

$$P_c(f) = \sum_{l=0}^{M-1} \widehat{P}_c^{(l)}(f) \tag{21}$$

其中 $\widehat{P}_{(l)c}(f)$ 是第 l 个连续时间 CEP-OFDM 信号的功率谱密度。

结合式 (21) 以及信息符号$x_{i,l,k}$在所有索引 i、l、k 上相互独立这一假设，OTFS 信号的功率谱密度也可表示为

$$\begin{aligned} P_c(f) &= \sum_{l=0}^{M-1} \widehat{P}_c^{(l)}(f) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} \frac{\sigma_{l,k}^2}{MT_s} \left(\frac{\sin(\pi(k - fMNT_s))}{N \sin(\frac{\pi}{N}(k - fMNT_s))} \right)^2 |G_I(f)|^2 \end{aligned}$$

这与命题 2 中得到的结果一致。

备注 3. 值得注意的是，当$\sigma_{l,k}^2$、$0 \leq k \leq N-1$在 l上相同时，OTFS 信号的功率谱密度模式与 CEP-OFDM 信号相同，这表明 OTFS 信号本质上是M 正交频分复用信号的时分交织版本，其快速傅里叶变换/快速傅里叶逆变换点数均为 N。

IV. OTFS信号的带宽分配

本节首先回顾正交频分复用信号的带宽分配，然后提出一种用于正交时频空信号的基于零空间的线性预编码（NSLP）方法，以实现灵活的带宽分配。

A. OFDM信号带宽分配综述

对于无线电系统，波形的带宽必须符合无线标准。以长期演进为例，其信道带宽可以是 1.4MHz、3MHz、5MHz、10MHz、15MHz 和 20MHz [40]。当信道带宽为 20MHz、带宽效率为 90% 时，实际占用带宽为 18MHz。要在子载波间隔为 15kHz 时实现 18MHz 带宽，[41], 建议的一种可行解是设置以下参数。

参数：采样频率为 $f_s = \frac{1}{T_s}$ =30.72MHz，FFT 点数为 $N_{FFT} = 2048$，其中 $N_1 = 1201$个占用子载波承载 QMA/PSK 信号，$N_0 = 847$ 个保护子载波置零。

根据上述参数，子载波间隔B_{sc} 和占用带宽 B 可表示为

$$\begin{aligned} B_{sc} &= \frac{f_s}{N_{FFT}} = 15kHz, \\ B &= B_{sc}N_1 = 18.015MHz \end{aligned}$$

从上述示例可以看出，只需选择适当的采样频率和 FFT 点数，并将一组连续子载波置零，即可轻松生成满足移动通信标准特定要求（例如带宽和子载波间隔）的 OFDM 波形。

总之，OFDM 信号的带宽分配过程简单明了，可通过置零法实现，因为每个信息符号都对应一个频谱分量 [42]。相比之下，正交时频空信号涉及更复杂的关系：一个信息符号向量对应于不同且相互交织的 OFDM 符号中的一个频谱分量向量。

为了更好地说明正交频分复用相对于正交时频空在带宽分配方面的优势，我们将 $N = 32$ 设置为与例1进行比较。

示例 2：当 $N = 32$、$\sigma_k^2 = 1$ 用于 $0 \leq k \leq 9$ 和 $22 \leq k \leq 31$，且 $\sigma_k^2 = 0$ 用于 $11 \leq k \leq 21$时，

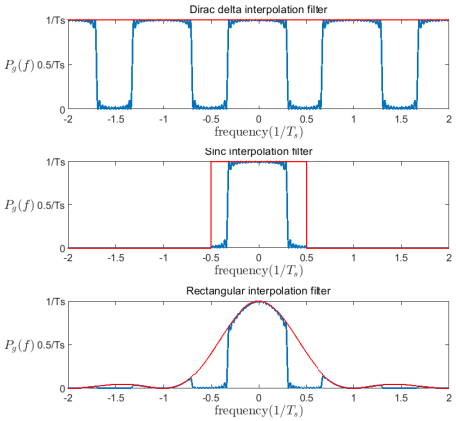


图6：采用不同插值滤波器的 OFDM 信号的功率谱密度。其中，狄拉克δ插值滤波器对应离散 OFDM 信号，sinc插值滤波器对应理想数模转换，而矩形滤波器则用于模拟数模转换器的采样保持操作。

采用不同插值滤波器的 OFDM 信号的功率谱密度如图 6 所示。

在示例 2（即 OFDM 情形）中，20 个非零信息符号对应 20 个连续的频谱分量，占据带宽 $B = N_1 \frac{f_s}{N_{FFT}} = \frac{5}{8T_s}$。相比之下，在例1及其对应的图3（即 OTFS 情形）中，20 个非零信息符号对应 20 个空间上彼此分离的频谱分量，占据整个带宽 $B = \frac{1}{T_s}$。这表明，置零法对 OTFS 信号无效；要生成带宽为 B 的 OTFS 信号，采样率必须精确为 $f_s = B$。此外，OTFS 的周期性扩频对插值滤波器提出了严格得多的要求，需要更平坦的通带和更陡峭的过渡带。因此，灵活的 OTFS 信号带宽分配方案对其实际应用至关重要。

B. 离散时间 OTFS 频谱与信息符号之间的关系

为了灵活分配带宽，我们需要获得信息符号 X $_i \in \mathbb{C}^{M\times N}$ 与离散时间 OTFS 信号频谱之间的关系。接下来，由于我们研究的是与索引无关的离散时间 OTFS 符号，为方便记法，省略 OTFS 符号索引 i。

离散时间 OTFS 符号 s 的频谱可通过应用 MN 点 (4) 快速傅里叶变换得出，即

$$\mathbf{y} = \mathrm{FFT}_{\mathrm{MN}}(\mathbf{s}) = \mathbf{F}_{MN}(\mathbf{F}_N^H \otimes \mathbf{I}_M)\mathrm{vec}(\mathbf{X}) \tag{22}$$

其中F_N 和F_{MN} 分别为 N点离散傅里叶变换矩阵和MN点离散傅里叶变换矩阵，并且

$$\mathrm{vec}(\mathbf{X}) = [x_{0,0}, x_{1,0}, \cdots, x_{M-1,0}, x_{0,1}, x_{1,1}, \cdots, x_{M-1,1}, \cdots, x_{0,N-1}, x_{1,N-1}, \cdots, x_{M-1,N-1}]^T \tag{23}$$

根据 [30] ，并且通过计算(22)中的离散傅里叶变换不难看出，y与X的元素之间的关系由下式给出

$$\mathbf{y}[mN+k] = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{l=0}^{M-1} (x_{l,k} W_{MN}^{lk}) W_M^{lm} \tag{24}$$

其中， $W_{MN} = e^{-\frac{j2\pi}{MN}}$、 $W_M = e^{-\frac{j2\pi}{M}}$ 以及式 (24) 的向量形式可写为

$$\mathbf{y}^{(k)} = \frac{1}{\sqrt{M}} \mathbf{F}_M \mathbf{\Lambda}^{(k)} \mathbf{x}^{(k)} \tag{25}$$

其中

$$\mathbf{x}^{(k)} \triangleq (x_{0,k}, x_{1,k}, x_{2,k}, \cdots, x_{M-1,k})^T,$$
$$\mathbf{y}^{(k)} \triangleq \big(\mathbf{y}[k], \mathbf{y}[N+k], \mathbf{y}[2N+k], \cdots, \mathbf{y}[(M-1)N+k]\big)^T$$

分别是对应于第 k 个子载波的信息符号向量和得到的离散频谱向量，并且

$$\mathbf{\Lambda}^{(k)} \triangleq \mathrm{diag}(W_{MN}^0, W_{MN}^k, W_{MN}^{2k}, \cdots, W_{MN}^{(M-1)k})$$

C. 用于正交时频空信号灵活带宽分配方案的基于零空间的线性预编码（NSLP）

灵活带宽分配的目标是根据特定偏好，在 MN 个频谱分量之间策略性地放置信息符号，例如

$$\mathbf{y} = \Big[\underbrace{\mathbf{y}[0], \cdots, \mathbf{y}[|\mathcal{J}|/2-1]}_{\text{assigned spectrum: } \mathcal{J}}, \quad \underbrace{0, \cdots, 0}_{\text{spectral nulls: } \mathcal{I}}, \underbrace{\mathbf{y}[|\mathcal{I}|+|\mathcal{J}|/2], \cdots, \mathbf{y}[|\mathcal{I}|+|\mathcal{J}|-1]}_{\text{assigned spectrum: } \mathcal{J}}\Big]^T \tag{26}$$

其中， $\mathcal{I}$ 是频谱零点的索引集，而 $\mathcal{J}$ 是索引集 $\mathcal{I}$ 的补集，该索引集对应于已使用的频谱分量。

从数学上讲，NSLP 旨在实现等式 (26)。根据我们的分析，与给定子载波索引 k 对应的频谱呈现梳状结构。连续的一组频谱分量会跨越 k 的多个取值，因此，带宽分配应在多个子载波索引 k 上进行。此外，由于式 (25) 表明，向量 $\mathbf{y}^{(k)}$ 仅由向量 $\mathbf{x}^{(k)}$ 决定，因此，可以按向量分别且独立地对索引属于 $\mathcal{I}$ 的频谱分量进行置零式带宽分配，索引为 k 。

首先在 k 的特定取值下执行 NSLP，然后依次遍历所有 k。令 $\mathcal{I}_k$，其中 $\mathcal{I}_k \subset \{0, 1, \cdots, M-1\}$，表示 $\mathcal{I}$ 中落在第 k 个向量的索引集内的索引；令 $\mathcal{J}_k$ 表示集合 $\{0, 1, \cdots, M-1\}$ 中索引集 $\mathcal{I}_k$ 的补集。数学上，$\mathcal{I} = \bigcup_{k=0}^{N-1} (\mathcal{I}_k N + k)$ 和 $|\mathcal{J}_k| = M - |\mathcal{I}_k|$。令 $\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$ 为待发送的 $|\mathcal{J}_k| \times 1$ 信息符号向量，$\mathbf{P}_k$ 为 $M \times |\mathcal{J}_k|$ 预编码矩阵，$\mathbf{x}^{(k)}$ 为待传输的预编码$M \times 1$ 信号，即:

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{P}_k \hat{\mathbf{x}}^{(k)} \tag{27}$$

使得以下两个约束条件成立

$$\text{Constraint 1}: \ \left[\mathbf{y}^{(k)}\right]_{\mathcal{I}_k} = \mathbf{0}_{|\mathcal{I}_k|\times 1}, \tag{28a}$$

$$\text{Constraint 2}: \ \mathrm{tr}(\mathbf{P}_k^H \mathbf{P}_k) = |\mathcal{J}_k| \tag{28b}$$

其中，(28a) 是 (26) 中所述的零频谱特性，(28b) 对应功率约束。此外，$\left[\mathbf{y}^{(k)}\right]_{\mathcal{I}_k} \in \mathbb{C}^{|\mathcal{I}_k|\times 1}$ 表示由 $\mathbf{y}^{(k)}$ 中索引属于 $\mathcal{I}_k$ 的元素组成的向量。将 (25) 和 (27) 代入 (28a)，可得

$$\text{Constraint 1}: \ \left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{I}_k} \mathbf{P}_k \hat{\mathbf{x}}^{(k)} = \mathbf{0}_{|\mathcal{I}_k|\times 1} \tag{29}$$

其中

$$\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)} \triangleq \frac{1}{\sqrt{M}} \mathbf{F}_M \mathbf{\Lambda}^{(k)} = \left[\widetilde{\mathbf{f}}_0^{(k)}, \widetilde{\mathbf{f}}_1^{(k)}, \cdots, \widetilde{\mathbf{f}}_{M-1}^{(k)}\right]^T$$

是一个酉矩阵，且 $\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{I}_k} \in \mathbb{C}^{|\mathcal{I}_k|\times M}$ 是由 $\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}$ 中索引属于 $\mathcal{I}_k$ 的行向量组成的子矩阵。

一个可行解：由约束 1 可知，$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{P}_k \hat{\mathbf{x}}^{(k)}$ 位于 $\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{I}_k}$ 的零空间中。由于 $\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}$ 是一个酉矩阵，满足上述两个约束的 $\mathbf{P}_k$ 的解可表示为

$$\mathbf{P}_k = \left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{J}_k}^H \mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|} \tag{30}$$

其中，$\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{J}_k} \in \mathbb{C}^{|\mathcal{J}_k|\times M}$ 是酉矩阵 $\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}$ 中与 $\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{I}_k}$ 互补的子矩阵，$\mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|} \in \mathbb{C}^{|\mathcal{J}_k|\times|\mathcal{J}_k|}$ 是满足 $\mathrm{tr}(\mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|}^H \mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|}) = |\mathcal{J}_k|$ 的任意矩阵。对于 (30) 中的预编码器 $\mathbf{P}_k$，频谱零点特性（即约束 1）(28a) 或 (29) 成立，因为

$$\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{I}_k} \mathbf{x}_i^{(k)} = \underbrace{\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{I}_k} \left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{J}_k}^H}_{\mathbf{0}_{|\mathcal{I}_k|\times|\mathcal{J}_k|}} \mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|} \hat{\mathbf{x}}_i^{(k)} = \mathbf{0}_{|\mathcal{I}_k|\times 1}$$

备注 4。NSLP 的计算复杂度主要来自预编码器设计和线性预编码。预编码器设计的主要计算开销在于式 (30) 中的矩阵乘法，其复杂度为 $\mathcal{O}(M|\mathcal{J}_k|^2)$。由于式 (30) 要对所有 k 执行（其中 $1 \le k \le N$），计算复杂度为 $\mathcal{O}(MN|\mathcal{J}_k|^2)$。线性预编码的计算开销主要来自式 (27) 中的矩阵乘法，对所有 k 执行时，复杂度为 $\mathcal{O}(MN|\mathcal{J}_k|)$。因此，总体计算复杂度为 $\mathcal{O}(MN|\mathcal{J}_k|^2)$。

D. 系统型线性预编码器

一种特殊情况是预编码器 $\mathbf{P}_k$ 具有系统形式，即

$$\mathbf{P}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{|\mathcal{J}_k|} \\ \mathbf{P}_{k,2} \end{pmatrix} \tag{31}$$

其中 $\mathbf{I}_{|\mathcal{J}_k|}$ 是 $|\mathcal{J}_k| \times |\mathcal{J}_k|$ 单位矩阵，$\mathbf{P}_{k,2}$ 是一个 $|\mathcal{I}_k| \times |\mathcal{J}_k|$ 矩阵。将（31）代入（27），可得预编码信号 $\mathbf{x}^{(k)}$ 为

$$\mathbf{x}^{(k)} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}^{(k)} \\ \mathbf{P}_{k,2} \hat{\mathbf{x}}^{(k)} \end{pmatrix} \tag{32}$$

其前 $|\mathcal{J}_k|$ 个元素与信息符号向量 $\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$ 相同。

为了推导 $\mathbf{P}_k$ 的表达式以满足频谱零陷约束 (29)，我们只需结合式 (30) 和 (31)，得到

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_{|\mathcal{J}_k|} \mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|}^{-1} \\ \mathbf{P}_{k,2} \mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|}^{-1} \end{pmatrix} = \left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{J}_k}^H = \begin{pmatrix} \overline{\mathbf{F}}_{k,1} \\ \overline{\mathbf{F}}_{k,2} \end{pmatrix} \tag{33}$$

其中，$\overline{\mathbf{F}}_{k,1}$ 是 $\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{J}_k}^H$ 的子矩阵，由 $\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{J}_k}^H$ 的前 $|\mathcal{J}_k|$ 行组成；$\mathbf{F}_{k,2}$ 是由 $\left[\widetilde{\mathbf{F}}^{(k)}\right]_{\mathcal{J}_k}^H$ 的最后 $|\mathcal{I}_k|$ 行组成的子矩阵。因此，

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|}^{-1} = \overline{\mathbf{F}}_{k,1}, \\ \mathbf{P}_{k,2} \mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|}^{-1} = \overline{\mathbf{F}}_{k,2} \end{cases} \tag{34}$$

其中，$\mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|}$ 应当是可逆的。根据（34），$\mathbf{P}_{k,2}$ 可推导为 $\mathbf{P}_{k,2} = \mathbf{F}_{k,2} \mathbf{F}_{k,1}^{-1}$。因此，系统形式的 $\mathbf{P}_k$ 表示为

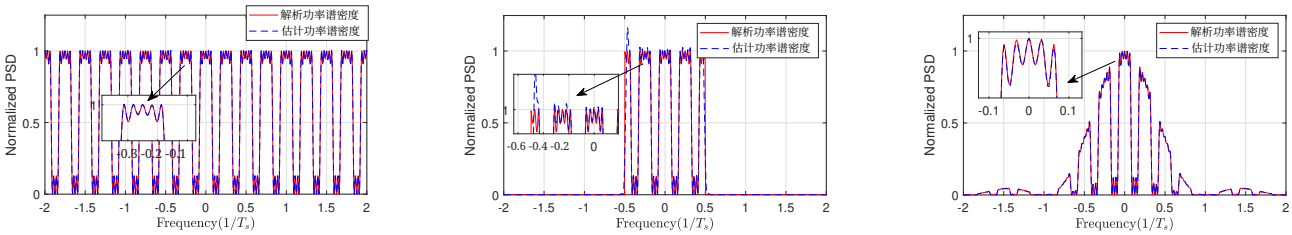
$$\mathbf{P}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{|\mathcal{J}_k|} \\ \overline{\mathbf{F}}_{k,2} \overline{\mathbf{F}}_{k,1}^{-1} \end{pmatrix} \tag{35}$$

随后，应对（35）中的预编码器 $\mathbf{P}_k$ 进行归一化，以满足（28b）中的功率约束。该系统预编码器与 [30] 中的预编码器相同。与（30）中的预编码器相比，（35）中的预编码器需要进行矩阵求逆，这可能会改变传输信号的峰均功率比（PAPR），如 [30] 中所研究的那样。相比之下，（30）中的预编码器仅执行部分酉矩阵乘法，不需要进行任何矩阵求逆，因此其 PAPR 特性可能优于（35）中的预编码器。

注 5。在更一般的场景中，信息符号向量 $\hat{\mathbf{x}}_i^{(k)}$ 的维度记为 L，且小于 $|\mathcal{J}_k|$，即 $L < |\mathcal{J}_k|$，此时通过将 $\mathbf{U}_{|\mathcal{J}_k|}$ 的大小从 $|\mathcal{J}_k| \times |\mathcal{J}_k|$ 调整为 $|\mathcal{J}_k| \times L$，（30）中的解仍然成立。在更一般的设置下，设计可能具有更多自由度，这可能有利于实际中的特定应用。

注 6。上述预编码仅取决于给定的频谱零陷要求以及待发送的给定信息符号向量 $\hat{\mathbf{x}}_k$。然而，当信道状态信息可用时，预编码器设计可以在多个频谱分量之间优化功率分配，例如采用类似于正交频分复用情形的注水功率分配，从而提升衰落信道中的性能。

注 7. 使用系统型线性预编码器时，接收端可以直接从接收到的码字中提取承载信息的符号 $\mathbf{x}^{(k)}$，尤其是在



(a) 狄拉克δ插值滤波器　(b) 截断 sinc 插值滤波器　(c) 矩形插值滤波器

Fig。7：我们推导的解析功率谱密度与 OTFS信号估计功率谱密度的比较

表 I：采用不同插值滤波器的 OTFS 信号解析功率谱密度与估计功率谱密度之间的差异

插值 / 指标	狄拉克δ函数	截断 sinc	矩形
NMSE（dB）	-48.9872	-18.0664	-47.6115
余弦相似度	0.99999369	0.99221525	0.99999440

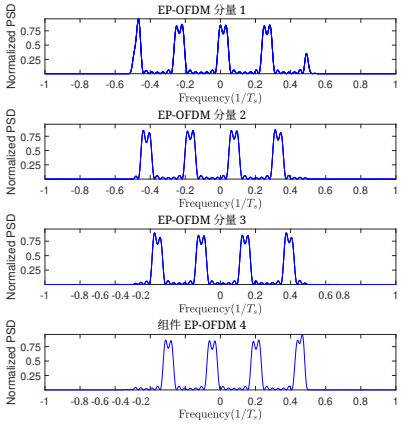
信道质量较高时。这对于对时延敏感的应用（例如实时视频流）至关重要，因为这种方法的计算效率很高。

V. 数值结果

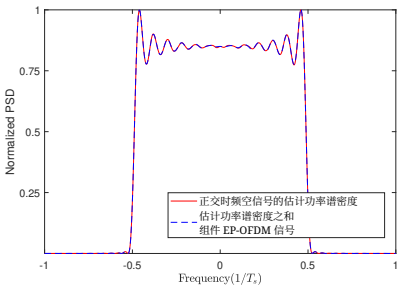
本节验证推导得到的 OTFS 信号功率谱密度表达式，并评估所提出的带宽分配方案的性能。为便于进行定性比较，我们对估计功率谱密度的幅度进行归一化[28]。

A. OTFS 功率谱密度解析表达式的验证

在图 7 和表 I 中，我们将推导得到的解析功率谱密度表达式与估计功率谱密度进行比较。通过过采样率为 $100f_s$ 获得模拟 OTFS 信号，从而有效模拟 $T_s \to 0$。图 7 绘制了采用示例 2 中参数得到的解析功率谱密度曲线和估计功率谱密度曲线。我们采用周期图法估计功率谱密度：首先将信号分成互不重叠的若干段，然后对每段进行离散傅里叶变换，最后取平均值。周期图法的采样频率为 $100f_s$。图 7(a)–(c) 对应第 II.C 节所述的三种插值滤波器。请注意，由于理想 sinc 函数延伸至整个时域，我们在仿真中使用了阶数为 50 的截断 sinc 函数。从图 7 可以看出，与命题 2 中解析表达式对应的三条功率谱密度曲线均与仿真信号的估计功率谱密度曲线紧密吻合。采用 sinc 插值滤波器时，OTFS 功率谱密度的差异更为显著，因为仿真信号中实际使用的插值滤波器是截断 sinc 函数，而非完整的 sinc 函数。此外，我们使用归一化均方误差（NMSE）和余弦相似度，对解析表达式与估计功率谱密度曲线之间的差异进行定量衡量，结果见表 I。



（a）CEP-OFDM信号的估计功率谱密度



（b）正交时频空信号的估计功率谱密度与 CEP-OFDM信号的估计功率谱密度之和

图 8：信息矩阵符合 (36) 中 $\mathbf{X}_1$ 的模式时，OTFS信号和CEP-OFDM信号的估计功率谱密度曲线

B. OTFS信号与 CEP-OFDM 信号之间的联系

在本小节中，我们验证 (21) 中推导的 OTFS信号功率谱密度与 CEP-OFDM信号功率谱密度之间的关系。我们使用截断 sinc 插值函数生成模拟 OTFS 信号。为增强说服力，我们使用估计功率谱密度进行比较。

在图 8 中，参数为 $N = 8$ 和 $M = 4$，且

信息矩阵的模式为

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{1,2} & X_{1,3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{2,4} & X_{2,5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{3,6} & X_{3,7} \end{pmatrix} \tag{36}$$

其中 $X_{m,\ n}$ 是从单位功率的 QPSK 星座图中独立抽取的。因此，对于 $k \in\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$\sigma_k^2 = \frac{1}{4}$。用于功率谱密度估计的 OTFS 信号由 10^6 个连续的 OTFS 符号组成。从图 8(a)可以看出，$M = 4$个 CEP-OFDM 信号的功率谱密度曲线互不重叠，这是 $\mathbf{X}_1$具有块对角结构所导致的。从图 8(b)还可以发现，OTFS 信号的功率谱密度几乎与 CEP-OFDM 信号的估计功率谱密度之和完全相同，这验证了式 (21) 中的结论。值得注意的是，对应于 $\mathbf{X}_1$ 的 OTFS 信号的功率谱密度恰好是截断 sinc 插值滤波器的傅里叶变换的平方。这是因为对于任意 k，σ_k^2 都保持不变。

请注意，CEP-OFDM信号的功率谱密度之和与正交时频空信号的功率谱密度之间的等价性，取决于不同CEP-OFDM信号对应的信息序列之间的互相关。由于功率谱密度的估计基于输入时域信号，因此信号长度对于确定互相关至关重要。因此，在图9中，我们研究了正交时频空信号的功率谱密度与CEP-OFDM信号估计功率谱密度之和之间的差异。可以看出，随着信号长度增加，归一化均方误差减小，而余弦相似度增大。这表明，当信号长度趋于无穷时，这种等价性几乎必然成立。

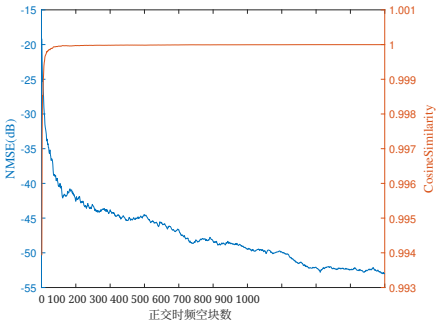
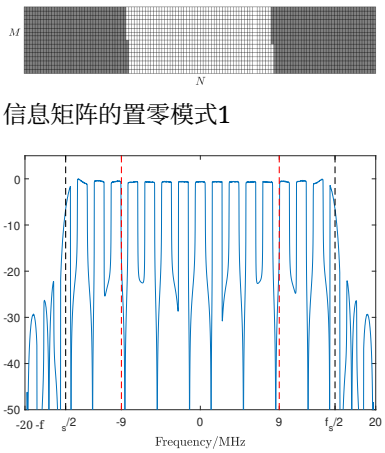


图9：归一化均方误差/余弦相似度随正交时频空块数的变化（每个正交时频空块包含100个正交时频空符号）

C. OTFS信号的带宽分配

正交时频空最常被提及的优势之一，是其在架构上兼容多种多载波调制方案，包括传统的正交频分复用 [1]，[2]。然而，正如本文所分析的，仅将正交频分复用信号的基带序列替换为正交时频空信号的基带序列，并不能充分满足



（a）信息矩阵的置零模式1

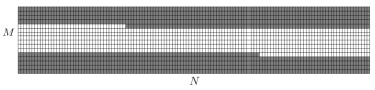
（b）对应的功率谱密度

图10：信息矩阵的置零模式1及对应的功率谱密度（蓝色虚线表示采用理想 sinc 插值滤波器的数模转换器的频谱范围，红色虚线表示期望的频谱范围。）

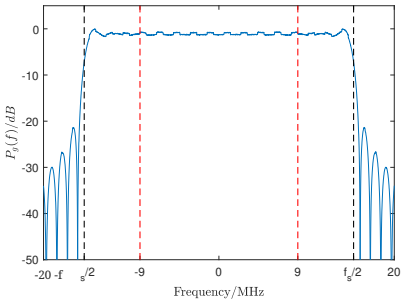
与正交频分复用相关的无线标准的频谱要求。为通过数值方式验证我们提出的正交时频空带宽分配方案的有效性及其与正交频分复用系统规范的兼容性，我们采用第 IV(A) 节中的正交频分复用参数，即 $f_s = \frac{1}{T_s} = 30.72$MHz、所需带宽 18MHz 和子载波间隔 15kHz，以展示信息矩阵 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M\times N}$ 采用不同置零模式时正交时频空信号的频谱特性，其中 $M = 16, N = 128$。为便于比较，我们将 $\mathbf{X}$ 中的非零项数量设为 1201，与第 IV(A) 节讨论的正交频分复用情形相同。

在图10中，$\mathbf{X}$ 首尾两列中的 1201 个元素用于承载信息符号，其余位于中间列的 847 个元素则映射为零，如图10(a)所示。回顾一下，OTFS信号的功率谱密度是CEP-OFDM信号的功率谱密度之和。由于 M CEP-OFDM信号的符号到子载波置零方式（即图10(a)中的列）在图10(a)中几乎相同，因此 OTFS信号的功率谱密度保留了与 CEP-OFDM 信号相似的形状。由于 CEP-OFDM 信号的中间子载波被置零，对应的 OTFS信号的功率谱密度呈现出图10(b)所示的梳状形状。另一个值得注意之处是，所得 OTFS信号的频谱占据整个频谱范围，即 $[-f_s/2, f_s/2]$。

在图11中，X首行和末行中的1201个元素用于承载信息符号，其余位于中间行的847个元素则映射为零，如图11(a)所示。与图10(a)中的模式1不同，图11(a)中模式2的CEP-OFDM符号分为三种类型：非零、部分置零和全置零。由于正交时频空信号的功率谱密度是CEP-OFDM信号功率谱密度之和，因此所得功率谱密度在 $[-f_s/2, f_s/2]$的整个频谱范围内几乎平坦，如图11(b)所示。图10和图11的结果表明，单纯



(a) 信息矩阵的置零模式2



(b) 对应的功率谱密度

图11：信息矩阵的置零模式2及对应的功率谱密度（蓝色虚线表示采用理想 sinc插值滤波器的数模转换器的频谱范围，红色虚线表示期望的频谱范围。）

将信息矩阵X中的元素置零（如正交频分复用带宽分配中所做的那样），并不能有效地定制频谱，导致波形占据整个频谱范围。因此，有必要为正交时频空信号实现灵活的带宽分配方案，以确保其兼容现行无线标准，而这些标准大多基于多载波调制。图12中，我们验证了所提出的基于NSLP的正交时频空信号带宽分配方案的有效性。具体而言，我们将式（30）中预编码器的U$_{|\mathcal{J}_k|}$ 设为适当大小的单位矩阵。为了达到期望带宽，还必须进行适当的置零，即正确选择$\mathcal{I}_k$、 $k=0$、 $\cdots$和 $N-1$。首先，根据式（26）确定y中已占用离散频谱分量的索引，然后根据式（24）将y的下标（m， k）转换为信息承载矩阵X的下标（l， k），由此得出与期望频谱范围 [−9MHz,9MHz)相对应的适当置零方式，即图11(a)中X的模式2。随后，根据模式2进行NSLP设计。以图11(a)中的第1个子载波为例，索引位于$\mathcal{J}_0 = \{1,2,3,4,12,13,14,15,16\}$ 中的元素均为非零，每个元素都对应频域中相同位置的 M 个尖峰。通过预编码，NSLP方法能够有效抑制非期望区域中的 $|\mathcal{I}_0|=7$ 个频谱分量，即 $[-f_s/2,-9\text{MHz})\cup[9\text{MHz}\ f_s/2)$，同时保留期望区域中的 $|\mathcal{J}_0|=9$ 个频谱分量，即 [−9 MHz,9MHz)。随后，对CEP-OFDM信号中其余 $N-1$ 个子载波应用预编码过程，从而在 [−9MHz, 9MHz)范围内形成连续且平坦的频谱。

VI. 结论

本文对正交时频空信号进行了功率谱密度分析。我们证明，离散正交时频空信号的功率谱密度是

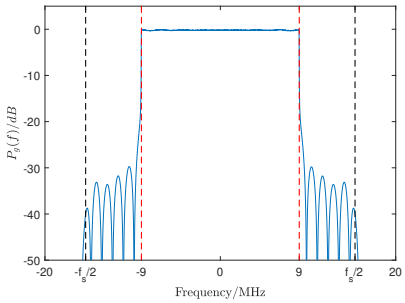


图12：经我们提出的 NSLP方法调整后的 OTFS信号的功率谱密度（蓝色虚线表示采用理想 sinc插值滤波器的数模转换器的频谱范围，红色虚线表示期望的频谱范围。）

周期为 $\frac{1}{MT_s}$的周期函数，因此在范围 $[-\frac{1}{2T_s},\frac{1}{2T_s})$ 内有 M 个相同的频谱分量。我们进一步指出，当信息符号相互独立时，正交时频空信号的功率谱密度等于CEP-OFDM信号的功率谱密度之和。此外，我们提出了一种针对正交时频空信号的基于零空间的线性预编码方法，以实现灵活的带宽分配。数值结果验证了我们对正交时频空信号功率谱密度的分析结果，并表明所提出的 NSLP方法在调整正交时频空信号频谱方面的有效性。

附录 A 命题 1 的证明

s_η 的自相关函数为

$$
\begin{aligned}
&R_{ss}(\eta,\hat{\eta}) = \mathbb{E}(s_\eta^* s_{\hat{\eta}}) \\
&= \sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{\hat{i}=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\hat{n}=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{\hat{l}=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{\hat{k}=0}^{N-1}\frac{\mathbb{E}(x_{i,l,k}^* x_{\hat{i},\hat{l},\hat{k}})}{N} \\
&e^{\jmath 2\pi\frac{\hat{k}\hat{n}}{N}} e^{-\jmath 2\pi\frac{kn}{N}}\delta[\eta - iMN - nM - l] \\
&\delta[\hat{\eta} - \hat{i}MN - \hat{n}M - \hat{l}] \\
&= \sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\hat{n}=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\sigma_{l,k}^2}{N} e^{-\jmath 2\pi\frac{k(n-\hat{n})}{N}} \\
&\delta[\eta - iMN - nM - l]\delta[\hat{\eta} - iMN - \hat{n}M - l] \qquad (37)
\end{aligned}
$$

此外， s_η 的均值为 $\mathbb{E}(s_\eta)\equiv 0$。

由于 $R_{ss}(\eta,\hat{\eta}) = R_{ss}(\eta+MN,\hat{\eta}+MN)$ 和 $\mathbb{E}(s_\eta) = \mathbb{E}(s_{\eta+\Delta\eta})$， $\{s_\eta\}$是循环平稳的，周期为 MN。

附录B
命题2的证明

$s(t)$ 的自相关函数为

$$\begin{aligned}
&\phi(t,\tau)=\mathbb{E}(s^*(t)s(t+\tau))\\
&=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{\hat{i}=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\hat{n}=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{\hat{l}=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{\hat{k}=0}^{N-1}\frac{\mathbb{E}(x^*_{i,l,k}x_{\hat{i},\hat{l},\hat{k}})}{N}\\
&e^{\jmath 2\pi\frac{\hat{k}\hat{n}}{N}}e^{-\jmath 2\pi\frac{kn}{N}}g_I(t-(iNM+nM+l)T_s)\\
&g_I(t-(iNM+\hat{n}M+l)T_s+\tau)\\
&=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\hat{n}=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\sigma^2_{l,k}}{N}e^{-\jmath 2\pi\frac{k(n-\hat{n})}{N}}\\
&g_I(t-(iNM+nM+l)T_s)g_I(t-(iNM+\hat{n}M+l)T_s+\tau)
\end{aligned}\tag{38}$$

其中，式 (38) 可推导为

$$\mathbb{E}(x^*_{i,l,k}x_{\hat{i},\hat{l},\hat{k}})=\begin{cases}\sigma^2_{l,k}, & l=\hat{l}\text{ and }k=\hat{k}\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

此外，$s(t)$ 的均值为 $\mathbb{E}(s(t))\equiv 0$。

由于 $\phi(t+NMT_s,\tau)=\phi(t,\tau)$ 且 $\mathbb{E}(s(t+NMT_s))=\mathbb{E}(s(t))$，因此 $s(t)$ 是周期为 NMT_s 的循环平稳过程。

为了计算循环平稳过程的功率谱密度，通过在单个周期 NMT_s 内对 $\phi(t,\tau)$ 取平均，可得到时间平均自相关函数，即:

$$\begin{aligned}
&\overline{\phi}(\tau)=\frac{1}{NMT_s}\int_{-\frac{NMT_s}{2}}^{\frac{NMT_s}{2}}\phi(t,\tau)dt\\
&=\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\hat{n}=0}^{N-1}\frac{\sigma^2_{l,k}}{N}e^{-\jmath 2\pi\frac{k(n-\hat{n})}{N}}\phi_{gg}(\tau-(n-\hat{n})MT_s)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
&\phi_{gg}(\tau-(n-\hat{n})MT_s)\\
&=\frac{1}{NMT_s}\int_{-\infty}^{\infty}g_I(t)g_I(t+\tau+(n-\hat{n})MT_s)dt
\end{aligned}\tag{39}$$

$\overline{\phi}(\tau)$的傅里叶变换得到 $s(t)$的功率谱密度如下

$$\begin{aligned}
&P_g(f)\\
&=\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\sigma^2_{l,k}}{MN^2T_s}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\hat{n}=0}^{N-1}e^{-\jmath 2\pi\frac{kn-k\hat{n}}{N}}\\
&\mathcal{F}(\phi_{gg}(\tau-(n-\hat{n})MT_s))\\
&=\sum_{l=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\sigma^2_{l,k}}{MN^2T_s}|G_I(f)|^2\sum_{n=0}^{N-1}e^{-\jmath 2\pi(\frac{k}{N}-MT_sf)n}\cdot\\
&\sum_{\hat{n}=0}^{N-1}e^{\jmath 2\pi(\frac{k}{N}-MT_sf)\hat{n}}\\
&=\underbrace{\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\sigma^2_k}{T_s}\left(\frac{\sin(\pi(k-MNT_sf))}{N\sin(\frac{\pi}{N}(k-MNT_sf))}\right)^2}_{P_d(f)}|G_I(f)|^2
\end{aligned}\tag{40}$$

其中 $\sigma^2_k=\frac{\sum_{l=0}^{M-1}\sigma^2_{l,k}}{M}$，$G_I(f)=\mathcal{F}(g_I(t))$ 是插值滤波器 $g_I(t)$ 的傅里叶变换。注意，$P_d(f)$ 是采样率为 $\frac{1}{T_s}$ 的离散时间OTFS信号的功率谱密度，推导时只需将式（6）中的 $g_I(t)$ 替换为 $\delta(t)$ 即可。

参考文献

[1] R. Hadani 和 A. Monk，“OTFS：应对 5 02623、2018 1802 G 挑战的新一代调制技术”，arXiv 预印本 arXiv: . .[2] R. Hadani、S. Rakib、M. Tsatsanis、A. Monk、A. J. Goldsmith、A. F. Molisch 和 R. Calderbank，“正交时频空调制”，载于 2017 IEEE无线通信与网络会议（WCNC），2017年，第 1–6 页。[3] S. D. Liyanaarachchi、T. Riihonen、C. B. Barneto 和 M. Valkama，“面向感知的5G–6G通信优化波形：理论、仿真与实验”，《IEEE无线通信汇刊》，第 20 卷，第 12 期，第 8301–8315 页，2021年。[4] X. Zhang、L. Chen、J. Qiu 和 J. Abdoli，“关于5G的波形”，《IEEE通信杂志》，第 54 卷，第 11 期，第 74–80 页，2016年。[5] T. Turletti，“高斯最小频移键控简介”，电信媒体网络与系统组 LCS，麻省理工学院技术报告，1996年。[6] S. Redl、M. W. Oliphant、M. K. Weber 和 M. K. Weber，《全球移动通信系统导论》。Artech House, Inc.，1995年。[7] E. Dahlman、B. Gudmundson、M. Nilsson 和 A. Skold，“基于宽带码分多址的通用移动通信系统/IMT-2000”，《IEEE通信杂志》，第 36 卷，第 9 期，第 70–80 页，1998年。[8] E. Dahlman、S. Parkvall 和 J. Skold，《第四代移动通信：面向移动宽带的长期演进/LTE-Advanced》。学术出版社，2013年。[9] A. A. Zaidi、R. Baldemair、H. Tullberg、H. Bjorkegren、L. Sundstrom、J. Medbo、C. Kilinc 和 I. Da Silva，“支持5G服务与需求的波形和参数配置”，《IEEE通信杂志》，第 54 卷，第 11 期，第 90–98 页，2016年。[10] X.-G. Xia，“重新审视时延多普勒信道与时频编码”，《信息与智能杂志》，第 3 卷，第 3 期，第 189–193 页，2025年。[11] S. S. Das 和 R. Prasad，《正交时频空调制：面向第六代移动通信的波形 OTFS》。River Publishers，2022年。[12] Q. Deng、Y. Ge 和 Z. Ding，“OTFS及其众多变体的统一视角”，《IEEE通信综述与教程》，第 1–1 页，2025年。[13] Z. Wei、W. Yuan、S. Li、J. Yuan、G. Bharatula、R. Hadani 和 L. Hanzo，“正交时频空调制：一种前景广阔的下一代波形”，《IEEE无线通信》，第 28 卷，第 4 期，第 136–144 页，2021年。[14] L. Xiao、S. Li、Y. Qian、D. Chen 和 T. Jiang，“物联网中的OTFS概述：概念、优势与挑战”，《IEEE物联网杂志》，第 9 卷，第 10 期，第 7596–7618 页，2021年。[15] P. Raviteja、E. Viterbo 和 Y. Hong，“OTFS在静态多径信道中的性能”，《IEEE无线通信快报》，第 8 卷，第 3 期，第 745–748 页，2019年。[16] I. Van der Werf、H. Dol、K. Blom、R. Heusdens、R. C. Hendriks 和 G. Leus，“正交信号分割复用与正交时频空的等价性”，《信号处理》，第 214 卷，文章编号 109254，2024年。[17] Y. Ge、Q. Deng、P. C. Ching 和 Z. Ding，“采用分数间隔采样方法的OTFS接收机设计”，《IEEE无线通信汇刊》，第 20 卷，第 7 期，第 4072–4086 页，2021年。[18] X.-G. Xia，“关于‘OTFS和VOFDM的发射信号相同’的评论”，《IEEE无线通信汇刊》，第 21 卷，第 12 期，第 11 252–11 252 页，2022年。[19] ——，“对频谱零陷信道具有鲁棒性且循环前缀长度缩短的预编码正交频分复用系统和矢量正交频分复用系统”，载于《2000年IEEE国际通信会议》。ICC 2000。通过通信实现全球融合。会议录，第 2 卷。IEEE，2000年，第 1110–1114 页。[20] ——，“在单发射天线系统中，对信道频谱零点具有鲁棒性且循环前缀长度缩短的预编码正交频分复用和矢量正交频分复用”，《IEEE通信汇刊》，第 49 卷，第 8 期，第 1363–1374 页，2001年。[21] T. I. N. Suehiro、C. Han 和 N. Kuroyanagi，“一种使用克罗内克积的信息传输方法”，载于《IASTED国际通信系统与网络会议论文集》，2002年，第 206–209 页。[22] J. Zhang、A. D. S. Jayalath 和 Y. Chen，“基于分层快速傅里叶变换结构的非对称OFDM系统”，《IEEE信号处理快报》，第 14 卷，第 11 期，第 812–815 页，2007年。[23] F. K. Jondral，“软件定义无线电基础及其向认知无线电的演进”，《EURASIP无线通信与网络期刊》，第 2005 卷，第 1–9 页

，2005年。

[24] J. Manco、I. Dayoub、A. Nafkha、M. Alibakhshikenari和H. B. Thameur，“基于软件定义无线电的认知无线电网络频谱感知：综述”，IEEE Access，第10卷，131 908，2022年 131 887页 – 。[25]H.-G. Yeh和P. Ingerson，“面向OFDM收发器的软件定义无线电”，载于2010年IEEE国际系统会议，2010年，第261–266页。[26] T. Van Waterschoot、V. Le Nir、J. Duplicy和M. Moonen，“循环前缀正交频分复用与零填充正交频分复用信号功率谱密度的解析表达式”，IEEE信号处理快报，第17卷，第4期，第371–374页，2010年。[27] M. Rajabzadeh和H. Steendam，“UW-正交频分复用系统的功率谱分析”，IEEE通信汇刊，第66卷，2695，2017年 6，2685 期 页 – 。[28] S. L. Talbot和B. Farhang-Boroujeny，“正交频分复用盲载波跟踪的频谱方法”，IEEE信号处理汇刊，第56卷，第7期，第2706–2717页，2008年。[29] R. N. Youngworth、B. B. Gallagher和B. L. Stamper，“功率谱密度（PSD）计算概述”，光学制造与测试VI，第5869卷，第206–216页，2005年。[30] X.-G. Xia和W. Wang，“矢量正交频分复用信号的离散频谱分析”，载于ICC 2025-IEEE国际通信会议。IEEE，2025年，第7085–7089页。[31] Y.-P. Lin和S.-M. Phoong，“正交频分复用系统的模拟表示与数字实现”，载于2003年IEEE国际电路与系统研讨会（ISCAS），第4卷。IEEE，2003年，第IV–IV页。[32] P. Raviteja、Y. Hong、E. Viterbo和E. Biglieri，“正交时频空间调制的有效分集”，IEEE无线通信快报，第9卷，第2期，第249–253页，2020年。[33] ——，“用于缩短循环前缀的正交时频空间调制的实用脉冲成形波形”，IEEE车辆技术汇刊，第68卷，第1期，第957–961页，2019年。[34] Y. Ge、Q. Deng、P. C. Ching和Z. Ding，“面向异构移动性用户上行非正交多址接入的OTFS 信号”，IEEE通信汇刊，第69卷，第5期，第3147–3161页，2021年。[35] J. G. Proakis和M. Salehi，《数字通信》。麦格劳-希尔，2008年。[36] J. A. Fessler和B. P. Sutton，“基于极小极大插值的非均匀快速傅里叶变换”，IEEE信号处理汇刊，第51卷，第2期，第560–574页，2003年。[37] W. Kester，“过采样插值数模转换器”，MT-017，教程文档，Analog Devices公司，可访问于 http://www. analog. com/static/imported-files/tutorials/MT-017. pdf，2009年。[38] R. J. I. Marks，《香农采样与插值理论导论》。施普林格科学与商业媒体，2012年。[39] F. J. Harris，《通信系统多速率信号处理》。River Publishers，2022年。[40] A. Ghosh、R. Ratasuk、B. Mondal、N. Mangalvedhe和T. Thomas，“LTE-Advanced：下一代无线宽带技术”，IEEE无线通信，第17卷，第3期，第10–22页，2010年。[41] ShareTechnote，“4G/LTE - 物理层信道”，https://www.sharetechnote. com/html/Handbook LTE PhyParameter DL FDD.html。[42] K. Christodoulopoulos、I. Tomkos和E. A. Varvarigos，“灵活的基于正交频分复用的光网络中的弹性带宽分配”，《光波技术杂志》，第29卷，第9期，第1354–1366页，2011年。