arXiv:2603.04087v1 [eess.SP] 4 Mar 2026

用于微波动能电感探测器读出的现场可编程门阵列数字信号处理链数字孪生：杂散的根因分析与缓解

Mounir Abdkrimi（通讯作者）[1*]、Olivier Rossetto[2], OlivierBourrion[2], ChristopheVescovi[2], Christophe Hoarau[2]1*格勒诺布尔阿尔卑斯大学、法国国家科学研究中心、格勒诺布尔国立综合理工学院、Institut N´eel，法国格勒诺布尔，邮编38000。[2]格勒诺布尔阿尔卑斯大学、法国国家科学研究中心、LPSC-IN2P3，法国格勒诺布尔，邮编38000。

*通讯作者。电子邮箱：mounir.abdkrimi@gmail.com；

摘要

为 CONCERTO 毫米波天文仪器开发的 KID READOUT 板采用基于现场可编程门阵列的数字频分复用技术，读出大型微波动能电感探测器（MKID）阵列。其实现的多速率数字信号处理链十分复杂，包含多音合成、插值、数字频率变换、多相滤波器组（PFB）信道化和数字下变频（DDC），因此难以通过解析方法优化性能。为此，我们开发了一个基于 Python 的现场可编程门阵列读出固件数字信号处理链数字孪生模型，该模型具备周期精确和位精确特性。借助此模型，我们确定了此前在读出通道中测得但原因不明的杂散的来源，发现其根源在于激励路径与分析路径之间的周期性不匹配，以及数字下变频滤波器对负频率分量的抑制不足。基于这些发现，我们实施了缓解策略，使周期性保持一致并改善数字下变频滤波器特性，从而有效消除了杂散，同时仅略微增加了现场可编程门阵列资源占用。

关键词：数字孪生、现场可编程门阵列、微波动态电感探测器、数字信号处理

1 引言

1.1 背景与动机

微波动能电感探测器已成为一种颇具前景的毫米波探测技术Klutsch(2003年)；Day 等人 (2003年）。过去二十年来，随着对毫米波范围（1–10 mm）高灵敏度观测需求的不断增长，这项技术得到了长足发展。该波长范围对于探索宇宙微波背景、恒星形成和星系演化等基本天体物理过程至关重要Ward-Thompson 等人 (2007年)。

这些探测器是由叉指电容器和曲折电感器构成的超导谐振器。当温度降至 100 mK 以下并在射频（RF）范围内运行时，它们会呈现出较高的品质因数，从而能够沿单条传输线对数千个谐振器进行多路复用。每个谐振器都作为一个独立像素，凭借其谐振频率进行唯一标识。图1 展示了 CONCERTO 的微波动能电感探测器馈线的频率响应，其中 400 个谐振器分布在 1GHz 带宽内。

仪器 CONCERTO 是一台毫米波低光谱分辨率成像光谱仪，瞬时视场为 18.6 角分，工作频率范围为 130–310 GHz Catalano 等人 (2022年）。该仪器部署在阿塔卡马探路者实验（APEX）望远镜上，并于 2021年4月至2023年5月期间采集科学数据。

下一代仪器预计将配备像素数量最多增加一倍的阵列，这将大幅提高对我们读出电子学的要求。为应对这些挑战，我们开发了一个基于 Python 的 CONCERTO KID READOUT 数字信号处理链模型。该模型使我们能够刻画当前的局限性，并探索改进策略。先前的工作讨论了使用该模型获得的结果 Abdkrimi 等人 （2025b、a、2024年）。

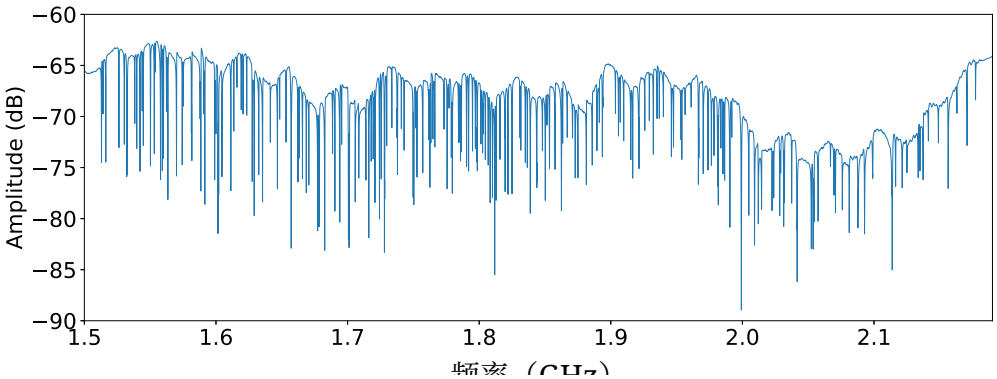


图 1：CONCERTO 仪器所用微波动能电感探测器馈线的频率响应。

1.2 MKID 读出架构概述

当一个像素吸收光子时，其对应的微波动态电感探测器的谐振频率会发生偏移。为了测量阵列中每个像素吸收的能量，集成于现场可编程门阵列中的数字梳状信号发生器（见图 2）会生成一个由 400 个激励正弦波组成的数字合成频率梳，在微波动态电感探测器领域通常称为音调。

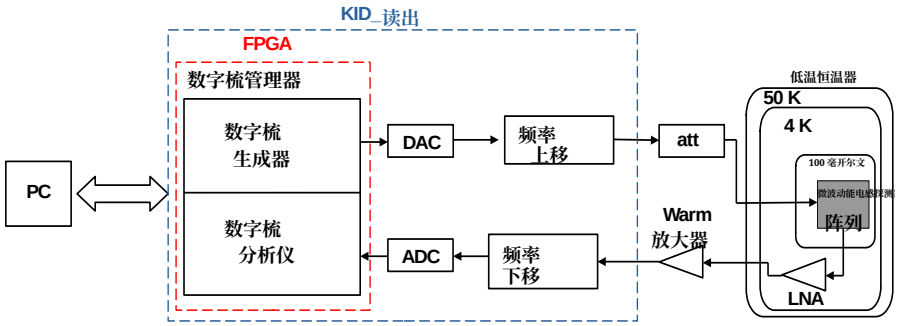


图 2：仪器链概览。

每个音调都经过精确调谐，使其频率与微波动态电感探测器在暗态（未受照射状态）下的谐振频率一致。数字合成的波形被转换为模拟信号，向上变频至目标射频频段，并经由不同温度级的衰减器传输。来自微波动态电感探测器阵列的返回信号首先由低温低噪声放大器放大；随后在室温下进一步放大、下变频至基带，由模数转换器（ADC）数字化，并由数字梳状信号分析器处理。在此阶段，分析仪提取全部 400 个音调的同相（I）和正交（Q）分量，据此计算出幅度，$\sqrt{I^2 + Q^2}$，以及相位，$\arctan\left(\frac{Q}{I}\right)$，并在个人计算机（PC）上离线计算。这两个量用于衡量相应微波动态电感探测器吸收的能量。关于 KID READOUT 板架构和性能的更多技术细节，可参阅此前的研究Bourrion 等人 (2022年）；Bounmy 等人(2022年）。

1.3 本文的贡献

本文介绍了一种基于 Python 的数字梳管理器数字孪生，能够忠实复现现有固件的功能行为和架构细节，并为现场可编程门阵列上实现的数字信号处理链提供位精确、周期精确的模型。

采用这种方法的主要原因是，基于 Python 的仿真约一小时即可为整个数字信号处理链生成足够的数据，而同等的 VHDL 仿真则需要数十小时。因此，我们能够设计完全可参数化的数字信号处理模块，并运行大量仿真，以分析不同模块配置下数字信号处理链的性能。此外，

Python 提供了便捷的内置工具，可在同一环境中进行数据可视化和性能分析。

得益于模型的高保真度，数字孪生能够准确复现实际 CONCERTO 仪器数据中观测到的杂散音调。这一能力使我们能够系统地分析数字信号处理链中的伪影，并发现两个主要来源：激励路径与分析路径之间的周期性不匹配，以及数字下变频阶段对负频率分量的抑制不足。基于这些发现，我们完全在 Python 模型中设计并评估了一项缓解策略，包括 (i) 使激励路径与分析路径的周期性保持一致，以及 (ii) 重新设计数字下变频器滤波器。随后，我们在 KID READOUT 的现场可编程门阵列上实施了这些改进，并通过测量进行了验证，结果显示频谱纯度显著提升。

2 数字孪生：杂散的仿真、分析与缓解

2.1 仿真

本节介绍使用数字孪生获得的仿真结果。目标是在真实的运行条件下评估完整数字处理链的端到端性能。为此，模型以闭环配置运行，其中激励路径的输出直接反馈至分析路径的输入。

该仿真复现了 CONCERTO 的正常运行。在激励链中，模型按照与现场可编程门阵列实现相同的层级结构构建激励波形。首先并行生成十个频率子带，每个子带的带宽为 100兆赫，每个子带包含 40 个音调。每个音调均由一个建模的 CORDIC 坐标旋转数字计算模块单独生成，同一子带内的音调相加后形成子带波形。随后，对得到的十路并行子带波形进行插值和数字频移，将十个子带定位到其预定的频谱位置。最后，将所有子带合并为一个覆盖 1吉赫、包含 400 个音调的单一宽带数字波形。

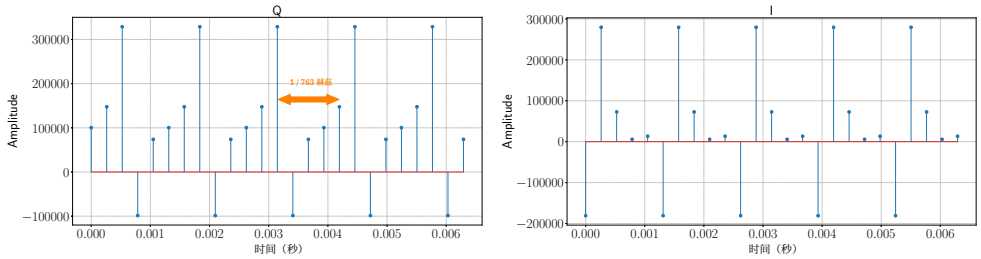
在分析链中，回环的激励波形由建模的多相滤波器组进行处理，并将其信道化为十个子频带。随后，每个子频带被路由至 40 个专用的建模数字下变频器。对于每个音调，相应的数字下变频器复用激励链中匹配的 CORDIC 坐标旋转数字计算模块所生成的参考音调，将其进行数字下变频至基带（0赫兹）。

随后对数字下变频器生成的 400 路复数 I/Q数据流进行分析，以评估信号完整性，并识别数字处理链引入的任何伪影；这些数据流的采样频率为 $f_s = 3814$赫兹。图 3(a) 展示了一个代表性音调在时域中的 I/Q信号。由于每个数字下变频器都会将分配给它的音调解调至 0 赫兹，并进行低通滤波，因此理想情况下，I/Q输出应为常数。然而，在全部 400 路 I/Q数据流中，均观察到以五个采样点为周期的波动。

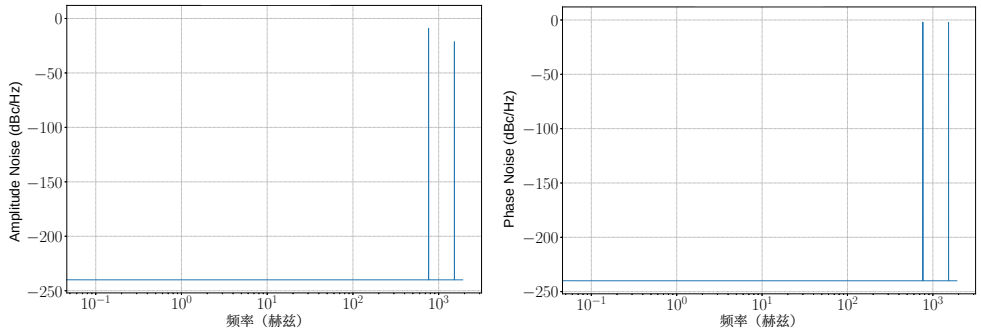
图 3(b) 展示了由这些 I/Q信号得出的幅度噪声和相位噪声对应的功率谱密度（PSD）。

幅度噪声和相位噪声的获取方法如下：首先将I/Q数据转换为极坐标形式：幅度按 $\sqrt{I^2+Q^2}$计算，相位按arctan(Q/I)计算。然后，为了分离噪声分量，从原始幅度中减去平均幅度，并对所得信号进行归一化。对相位采用相同的处理步骤。

观察到两个显著的杂散分量，分别位于约763赫兹和1526赫兹，更精确地对应762.94赫兹和1525.88赫兹。763赫兹分量对应于时域中观察到的五采样周期性，由 $f_s/5 \approx 3814$ 赫兹$/5 \approx 763$ 赫兹给出。1526赫兹分量被识别为其二次谐波。



(a)



(b)

图3：仿真结果：(a) 所选一条I/Q信号的时域表示；(b) 相应的幅度与相位功率谱密度。

至关重要的是，在CONCERTO测量数据中也观测到了相同的杂散分量，如图4所示，且此前已由Bourrion 等人（2022年）报告；然而，其来源仍不明确。

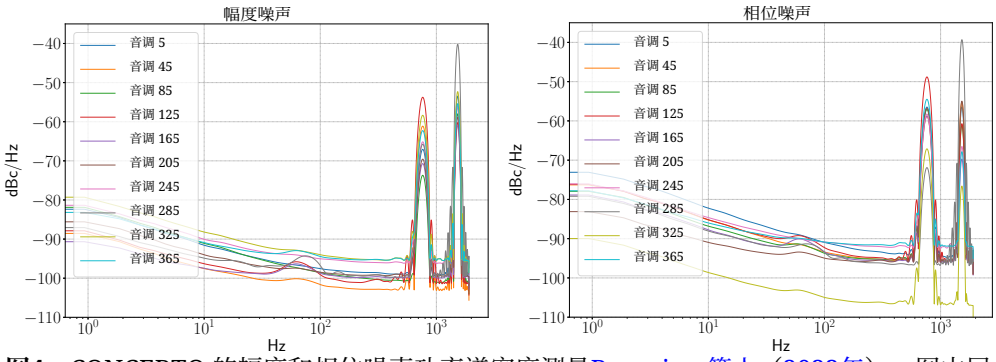


图4：CONCERTO 的幅度和相位噪声功率谱密度测量Bourrion 等人（2022年）。图中展示了 10 个频带中各一个具有代表性的音调。

仿真与测量之间的高度一致性不仅验证了孪生模型的准确性，也为这些杂散音调源自数字系统内部提供了有力证据。这一发现促使我们对所观测杂散的根本原因开展更深入的研究，并制定适当的缓解策略，详见第2.2节。

2.2 杂散信号成因分析

为了找出这些伪影的根本原因，我们借助数字孪生，在时域和频域分析数字处理链各个阶段的信号行为。本研究采用与第2.1节相同的闭环配置。不过，为了便于说明，我们进行了两项简化。首先，将仿真简化为单音场景，而非包含十个子频带和 400 个音调的完整配置。其次，使用模型的浮点版本，以获得各处理阶段输出端更清晰的频谱。这些简化并未改变所研究的基本频谱现象，而是有助于更清晰地分离和解释导致观测到的杂散音调的机制。

2.2.1 音调发生器

激励链始于音调发生器，该发生器由一个 16 位相位累加器和一个 CORDIC 单元组成，后者将累积的相位转换为 (I/Q) 幅度输出。

时域：
相位累加器在每个时钟周期按频率控制字（FCW）递增，KID READOUT上的现场可编程门阵列以250兆赫的采样频率运行。当累加器超过其最大值 $2^{16} - 1$时，它会回绕至零并加上超出部分。这种行为使相位累加器的输出——从而也使音调发生器——呈周期性，最大周期为 2^{16} 个采样点，因为累加器会反复循环遍历相同的相位值序列。

在本研究考虑的单音配置中，频率控制字被任意选定为4000，如图5所示。该选择对应于单音频率：

$$f_1 = \frac{250\ \text{MHz}}{2^{16}} \times 4000 \approx 15.26\ \text{MHz}.$$

通过比较信号的多个连续片段，验证生成信号的周期性，这证实了

$$I[n] = I[n + 2^{16}], \quad Q[n] = Q[n + 2^{16}] \quad \forall n$$

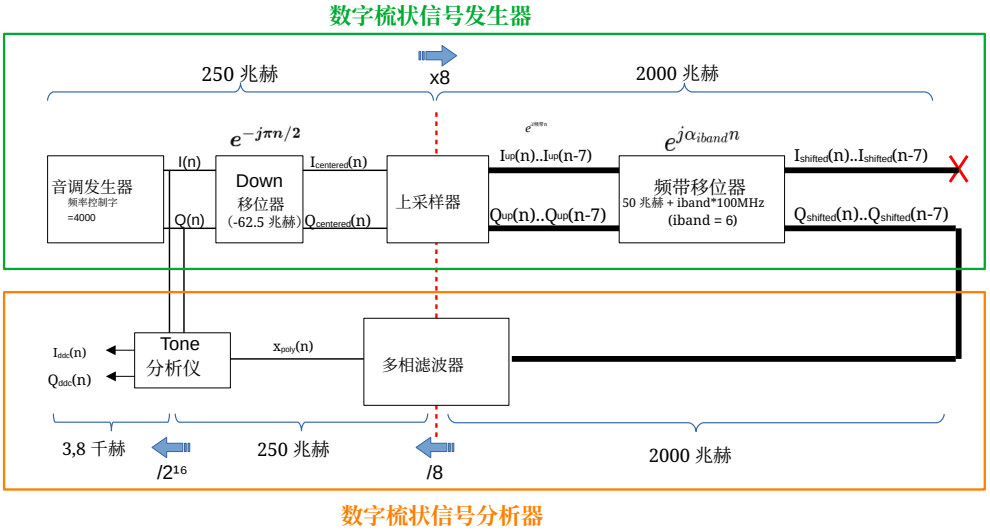
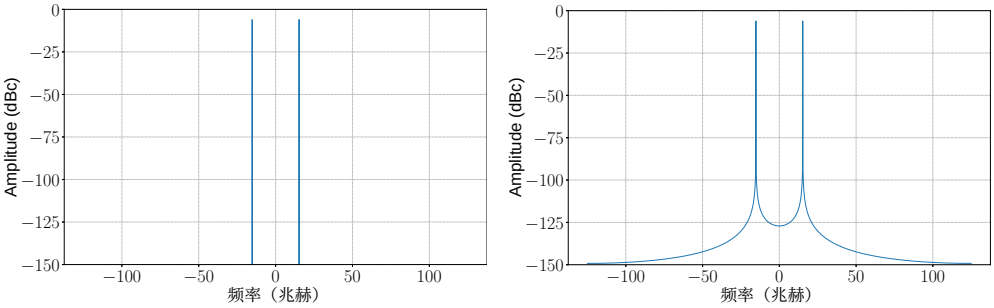


图5：数字环回：模拟数字激励和分析链在单音配置下闭环运行的模块级描述。

频域：

对信号的频谱分量（无论是 I 还是 Q），应用 2^{16}点快速傅里叶变换后，都会与离散傅里叶变换的频点完全对齐。为避免重复，本节只展示其中一种频谱—— I 或 Q，因为它们的幅度谱完全相同。

这意味着单音频率是快速傅里叶变换频率分辨率的整数倍，而该分辨率为 $250\text{MHz}/2^{16}$。图6(a) 展示了这种频点对齐，可见两条明显不同的谱线，分别位于 $\pm 15.26\text{MHz}$。相比之下，图6(b) 展示了对 $2^{16} - 1$ 个采样点进行快速傅里叶变换时出现的频谱展宽。虽然这个展宽示例看起来可能并不值得一提，但在整个分析过程中，我们将利用它来揭示信号周期性的变化，并且它将在后续解读中发挥关键作用。



（a）使用 2^{16} 个采样点的快速傅里叶变换：尖锐的频点对齐。（b）使用 $2^{16}-1$ 个采样点的快速傅里叶变换：频谱展宽。

图 6：音调发生器输出的快速傅里叶变换频谱，采样率为 $F_s = 250$兆赫。

2.2.2 下变频器

音调发生器会在[12.5兆赫 112.5 兆赫]的频率范围内生成 I/Q信号。随后施加数字频移操作，将该频率范围对称地移至零频附近——即移至 $[-50\,MHz - 50\,MHz]$。此操作由图5所示的下变频器执行，该下变频器对复信号进行频移

$$x[n] = I[n] + jQ[n]$$

通过与相量进行复数乘法，将频率下变频 -62.5兆赫

$$e^{-j\frac{\pi}{2}n},$$

这对应于频移 $-\frac{F_s}{4} = -62.5$ 兆赫，采样率为$F_s = 250$ 兆赫。因此，所得的居中信号为

$$x_{\text{centered}}[n] = x[n] \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}n}.$$

将该乘法展开为实部和虚部的形式：

$$\begin{aligned} x_{\text{centered}}[n] &= [I[n] + jQ[n]] \cdot \left[\cos\left(\tfrac{\pi}{2}n\right) - j\sin\left(\tfrac{\pi}{2}n\right)\right] \\ &= \left(I[n]\cos\left(\tfrac{\pi}{2}n\right) + Q[n]\sin\left(\tfrac{\pi}{2}n\right)\right) + j\left(Q[n]\cos\left(\tfrac{\pi}{2}n\right) - I[n]\sin\left(\tfrac{\pi}{2}n\right)\right). \end{aligned}$$

因此，新的实数同相和正交分量为：

$$\begin{aligned} I_{\text{centered}}[n] &= I[n]\cos\left(\tfrac{\pi}{2}n\right) + Q[n]\sin\left(\tfrac{\pi}{2}n\right), \\ Q_{\text{centered}}[n] &= Q[n]\cos\left(\tfrac{\pi}{2}n\right) - I[n]\sin\left(\tfrac{\pi}{2}n\right). \end{aligned}$$

时域：
此操作不会改变信号的 2^{16} 采样周期性。如前所述，音调发生器的输出以 2^{16} 个采样点为周期，而调制相量$e^{-j\frac{\pi}{2}n}$的周期为 4 个采样点。调制后的信号周期性等于这两个数值的最小公倍数（LCM）：

$$\mathrm{LCM}(2^{16}, 4) = 2^{16}.$$

由于 4 可以整除 $2^{16},$ ，总体周期性仍为 2^{16} 个采样点。因此，频移操作保留了原有的时域周期性。对同相和正交信号连续的 2^{16} 个采样点片段进行了分析，确认了这一周期性：

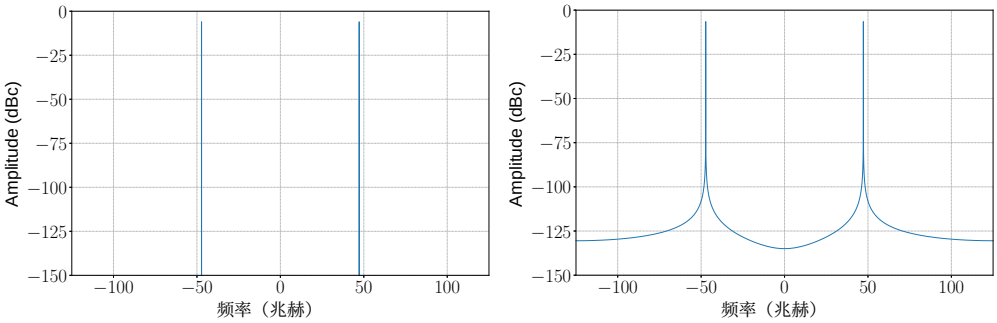
$$I_{\text{centered}}[n] = I_{\text{centered}}[n + 2^{16}], \quad Q_{\text{centered}}[n] = Q_{\text{centered}}[n + 2^{16}] \quad \forall n$$

频域：
具体而言，对于频率为 $f_1 = 15.26$ 兆赫的音调，这种复数调制会产生一个新的频率：

$$f_{\text{shifted}} = f_1 - 62.5\,\text{MHz} = -47.24\,\text{MHz}.$$

由于 $I[n]$和 $Q[n]$是实值信号，其频谱呈现共轭对称性。图7 展示了频率居中后的频谱结果，其中两个对称峰值出现在 ± 47.24兆赫处，与预期的频移一致。

图中还显示，使用大小为 2^{16} 的快速傅里叶变换可实现完美的频点对齐，证实信号的周期性得以保留。相比之下，使用 $2^{16} - 1$ 个点进行快速傅里叶变换会导致频谱展宽。



（a）使用 2^{16} 个采样点进行快速傅里叶变换：频点对齐精准。（b）使用 $2^{16}-1$ 个采样点进行快速傅里叶变换：频谱展宽。

图 7：采样率为 $F_s = 250$ 兆赫时，频率居中至 -47.24 兆赫的音调的快速傅里叶变换频谱。

2.2.3 上采样：周期性扩展

将居中的同相和正交信号进行 8 倍上采样，使采样率从 250 兆赫提高至 2000 兆赫。

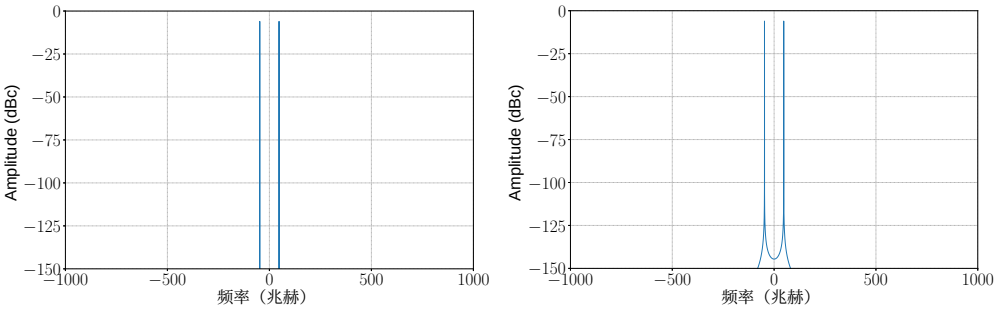
时域：

上采样器会重复处理相同的 2^{16} 个采样点序列，同时执行相同的插值操作；因此，生成的上采样信号呈现出新的周期性，为 8×2^{16} 个采样点。我们比较了多个连续的 8×2^{16}片段，并确认了扩展后的周期性：

$$I_{\mathrm{up}}[n] = I_{\mathrm{up}}[n + 8 \times 2^{16}], \quad Q_{\mathrm{up}}[n] = Q_{\mathrm{up}}[n + 8 \times 2^{16}] \quad \forall n$$

频域：

如图 8所示，对 8×2^{16} 个采样点进行快速傅里叶变换，可见明显的频点对齐，证实了周期性延长；当对 $8 \times 2^{16} - 1$ 个采样点进行快速傅里叶变换时，频谱扩散再次出现。



(a) 使用 8×2^{16} 个采样点进行快速傅里叶变换：频点对齐明显。(b) 使用 $8 \times 2^{16} - 1$ 个采样点进行快速傅里叶变换：频谱展宽。

图 8：采样率为 $F_s = 2000$ 兆赫的上采样器输出快速傅里叶变换频谱。

2.2.4 频带移位器

上采样后，使用针对各频带分别设置的复指数调制器对 I/Q信号进行频率上移。此操作将信号频谱从其以 $[-50$ 兆赫为中心的范围，50 兆赫$]$ 移动到指定的输出子频带，例如 $[0$ 兆赫，100 兆赫$]$, $[100$ 兆赫，200 兆赫$]$,，依此类推，最高可达 $[900$ 兆赫，1000 兆赫$]$。

这种调制由上移频模块实现，该模块使用查找表，其中包含 40 个预先计算的复相量（正弦和余弦对）。

对于每个频带索引 $i_{\mathrm{band}} \in \{0, 1, \ldots, 9\}$，通过将上采样后的 I/Q 信号 $I_{\mathrm{up}}(n)$ 和 $Q_{\mathrm{up}}(n)$ 与以下形式的复数相量相乘来实现频移：

其形式为：

$$e^{j\alpha_{\text{iband}}n}, \quad \text{where} \quad \alpha_{\text{iband}} = \frac{2i_{\text{band}}+1}{40} \cdot 2\pi.$$

这对应的频移为：

$$f_{\text{shift}} = \frac{\alpha_{\text{iband}}}{2\pi} \cdot F_s = \frac{2i_{\text{band}}+1}{40} \cdot F_s.$$

如图所示，本研究任意选取频带 56，对应的频移为：

$$f_{\text{shift}} = \frac{13}{40} \cdot 2000 = 650\,\text{MHz},$$

这会将频带从 [−50兆赫，50 兆赫] 移至 [600 兆赫，700 兆赫]。

为从数学上描述调制操作，我们首先将上采样后的同相信号和正交信号表示为一个复值信号：

$$x_{\text{up}}(n) = I_{\text{up}}(n) + jQ_{\text{up}}(n).$$

随后，通过将该信号乘以复指数来进行调制：

$$x_{\text{shifted}}(n) = x_{\text{up}}(n) \cdot e^{j\alpha_{\text{iband}}n} = [I_{\text{up}}(n) + jQ_{\text{up}}(n)] \cdot [\cos(\alpha_{\text{iband}}n) + j\sin(\alpha_{\text{iband}}n)]\,.$$

将结果分解为实部和虚部，可得到移频实数I/Q输出：

$$\begin{aligned} I_{\text{shifted}}(n) &= I_{\text{up}}(n)\cos\left(\alpha_{\text{iband}}n\right) - Q_{\text{up}}(n)\sin\left(\alpha_{\text{iband}}n\right), \\ Q_{\text{shifted}}(n) &= Q_{\text{up}}(n)\cos\left(\alpha_{\text{iband}}n\right) + I_{\text{up}}(n)\sin\left(\alpha_{\text{iband}}n\right). \end{aligned}$$

时域：

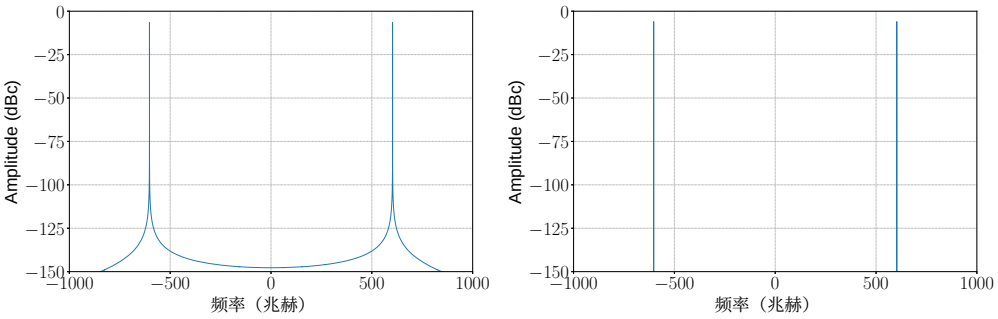
从采样域视角来看，引入调制器改变了周期性。具体而言，信号 $I_{\text{shifted}}(n)$ 和 $Q_{\text{shifted}}(n)$ 不再每8×2^{16} 个采样点重复一次。相反，新的周期性由上采样音调周期（8×2^{16}）和调制器的周期性（40 个采样点）的最小公倍数决定。由于

$$\text{LCM}(8 \times 2^{16}, 40) = 5 \times 8 \times 2^{16} = 5 \times 2^{19},$$

整体周期性变为 5×2^{19} 个采样点，反映了上采样和调制的综合影响。我们比较了多个连续的 5×2^{19} 段，并确认了新的综合周期性：

$$I_{\text{shifted}}[n] = I_{\text{shifted}}[n + 5 \times 2^{19}], \quad Q_{\text{shifted}}[n] = Q_{\text{shifted}}[n + 5 \times 2^{19}] \quad \forall n$$

频域：
图 9 表明，之前采用的 8×2^{16} 点快速傅里叶变换会导致频谱扩散。然而，$5 \times 8 \times 2^{16}$ 点快速傅里叶变换恢复了频点对齐，证实了新的 5×2^{19}周期性。



（a）使用 8×2^{16} 个采样点进行快速傅里叶变换：频谱展宽。（b）使用 $5 \times 8 \times 2^{16}$ 个采样点进行快速傅里叶变换：频点对齐精确。

图 9：采样率为 $F_s = 2000$ 兆赫时上变频器输出的快速傅里叶变换频谱。频率为 $f_1 = -47.24$ 兆赫的基带音调经 $f_2 = 650$ 兆赫上变频至频带 6，得到频率为 $f = 602.76$ 兆赫的音调。

2.2.5 多相滤波器

现场可编程门阵列中实现的多相滤波器接收实值信号——具体来说，是由模数转换器数字化的 MKID阵列返回信号。然而，在本研究中，我们将激励信号回环。由于激励信号为正交信号，因此如图5所示，回环通过将频带移位器输出的一个分量（同相信号或正交信号）馈回多相滤波器来实现。

多相滤波器执行五项关键操作：(1) 复数下变频；(2) 滤波以分离子频带；(3) 从 2000 兆赫降采样至 250 兆赫；(4) 通过 $+62.5$MHz 进行上变频；(5) 将所得复信号转换回实值信号。本研究主要关注解调步骤，因为它与所研究的频谱伪影直接相关。

解调使用频率与上变频器在激励路径的上变频级所施加频率相反的复指数来完成。对于每个频带 i_{band}，解调使用相量进行：

$$e^{-j\alpha_{\text{iband}}n}, \quad \text{where} \quad \alpha_{\text{iband}} = \frac{2i_{\text{band}} + 1}{40} \cdot 2\pi.$$

我们回顾一下，多相滤波器的输入是一个实值信号。因此，此阶段执行的解调包括将一个实值信号

与一个复数相量相乘。这与激励链不同，在激励链中，信号和调制都是复值的。

此解调步骤的目的是仅将目标子带的正频率成分移至以 $[-50\text{MHz}\ +50\text{MHz}]$ 为中心的位置。

频域：
频率为 $-f_2 = -650\text{MHz}$ 的解调相量会将所有频谱分量向下移动 650 MHz。如图 10 所示，原先向上移频至 $f = 602.76\text{MHz}$（即 $f_1 - 62.5 + f_2$）的音调现在移回至：

$$f = 602.76 - 650 = -47.24\,\text{MHz},$$

该频率位于 $[-50\text{MHz}\ +50\text{MHz}]$ 的基带范围内。
相应的负频率分量位于：

$$f = -(f_1 - 62.5 + f_2) = -602.76\,\text{MHz}.$$

转换后为：

$$f = -(f_1 - 62.5 + f_2) - f_2 = -(f_1 - 62.5 + 2f_2) = -1252.76\,\text{MHz}.$$

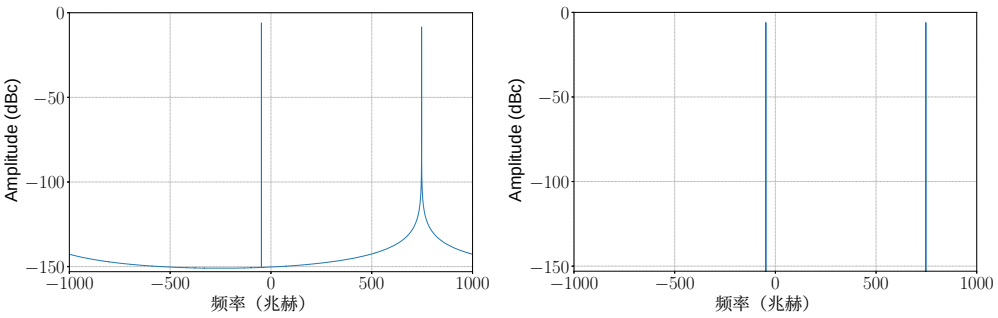
这超出了 ± 1000 兆赫（给定值为 $F_s = 2000$ 兆赫）的奈奎斯特范围，因此会折叠回可观测频谱中，如下所示：

$$f_{\text{alias}} = 2000 - 1252.76 = 747.24\,\text{MHz},$$

如图所示10。
然而，f_2 仍存在于 $-(f_1 - 62.5 + 2f_2)$分量中。由于它源自上变频器，所得解调信号仍保留了 5×2^{19} 个采样点的底层周期性。如图10(a)所示：应用长度为 $2^{16} \times 8$ 的傅里叶变换时，位于 f_1 的正频率分量恰好与一个离散傅里叶频点对齐。相比之下，负频率分量–$(f_1 - 62.5 + 2f_2)$在频谱上呈现弥散，这清楚地表明 5×2^{19}个采样点的周期性得以保留；如图 $2^{16} \times 8 \times 5$ 10(b)所示，长度为 $2^{16} \times 8 \times 5$ 个采样点的快速傅里叶变换呈现出完美的频谱对齐。

尽管多相滤波器在其 50 MHz 低通截止频率之外可提供约 -80dB 的阻带衰减，但这种抑制水平已被证明不足，因为在数字下变频器输出端观察到了 763 MHz 和 1526 MHz 处的杂散音调。下一节将讨论这一问题。

多相滤波过程的最后几个步骤不会影响信号的周期性。 +62.5 MHz 的上变频使用与激励时相同但符号相反的相量 $e^{j\pi n/2}$。由于该相量的周期性为 4 个采样点，且 LCM(5×2^{19}、4) $= 5 \times 2^{19}$，因此整体周期性仍保持为 5×2^{19} 个采样点。



（a）使用 8×2^{16} 个采样点进行快速傅里叶变换：频谱展宽。（b）使用 $5\times8\times2^{16}$ 个采样点进行快速傅里叶变换：频点对齐精准。

图10：采样率为 F_s =2000 兆赫时，多相解调器输出的快速傅里叶变换频谱。

2.2.6 音调分析仪：

音调分析器由一个数字下变频器组成，该下变频器执行三项操作。首先，将多相滤波器生成的子带信号与原始正交激励音调相乘，从而对其进行解调 f_1，如图5所示。随后，信号通过低通滤波器，再从 250MHz 降采样至 3.8kHz。

数字下变频器中使用的低通滤波器是一个平均滤波器，其窗口长度为 2^{16}，特意设置为与音调发生器中相位累加器的长度相匹配。这一设计选择有一个重要影响：平均滤波器的频率响应在 $\Delta f = 250$ 兆赫$/2^{16}$ 的整数倍处呈现零点。有趣的是，这些零点的间隔与音调发生器的频率分辨率相同。因此，将 f_1 解调至 0 赫兹后，其他所有解调音调都会被抑制。

频域

在所有数字下变频器的输出频谱中观察到的 763 赫兹和 1526 赫兹分量（见图 3）源自多相滤波器结构中复数解调时引入的负频率分量，具体来说，是第 $-($ $f_1-62.5+2f_2$ 节讨论的 2.2.5 中 形式的项。

在前文所示的快速傅里叶变换频谱中（图 10），这些分量呈离散分布，因为其频率与离散 FFT 频点不对齐；这些频点的间距为 $^{8\times250}$兆赫$_{8\times2^{16}}$。此频点间距也对应于平均滤波器零点的位置，即 ^{250}兆赫$_{2^{16}}$。因此，杂散分量不会落在这些零陷上，因而无法被完全抑制。

这些未对齐的频率分量随后会泄漏通过滤波器，并在降采样过程中混叠至基带，最终表现为观测到的 763 赫兹和 1526 赫兹杂散音调。

2.3 提出的解决方案

为抑制杂散分量，我们提出两项互补的改进，分别针对数字激励和分析链。

首先，在激励链中，将当前模数为 2^{16} 的 16 位相位累加器替换为周期为 65,520 的相位累加器。此项改动旨在改变前文讨论过的最小公倍数关系，这些关系决定了后续处理阶段中的信号周期性。

其次，在分析链中，修改数字下变频器（DDC）内的平均滤波器。它不再对 2^{16} 个采样点求平均，而是改为对 65520 个采样点进行处理。此项调整可确保滤波器的陷波与链路前段引入的周期性延长所产生的杂散分量的频谱位置对齐。

2.3.1 对激励链的影响

采用 65520 个采样点的相位累加周期后，会产生三种主要影响。首先，频率分辨率将从以下数值变化：

$$\frac{250\,\mathrm{MHz}}{2^{16}} \approx 3814.697\,\mathrm{Hz} \quad \text{to} \quad \frac{250\,\mathrm{MHz}}{65520} \approx 3815.628\,\mathrm{Hz}.$$

这意味着频率分辨率降低约 1 赫兹，影响可以忽略，不会影响对谐振器进行精确探测的能力。

其次，尽管相位累加器的输出范围现在是 0 到 65519，而不是 0 到 $2^{16}-1$，但这一变化对 CORDIC 没有影响。这是因为在已实现的设计中，累加器的输出在到达 CORDIC 之前会先右移 6 位，而 CORDIC 只接收 10 个最高有效位（MSB）。因此，65520–65535 范围内缺失的数值——它们仅在最低的 4 位上有所不同，而这些位无论如何都会被舍弃——输入 CORDIC 的 10 位最高有效位完全相同。

第三，也是最关键的一点，选择 65520 是有意为之：它可以被 40 整除，而 40 是上变频级中用于移频的相量的周期性。因此，考虑到 8 倍上采样后，整体信号的周期性保持不变：

$$\mathrm{LCM}(8 \times 65520,\ 40) = 8 \times 65520,$$

这消除了之前采用 16 位累加器的配置中观察到的周期性五倍增长。数字孪生仿真在上变频器输出端证实了这一点：

$$I_{\mathrm{shifted}}[n] = I_{\mathrm{shifted}}[n + 8 \times 65520], \quad Q_{\mathrm{shifted}}[n] = Q_{\mathrm{shifted}}[n + 8 \times 65520], \quad \forall n.$$

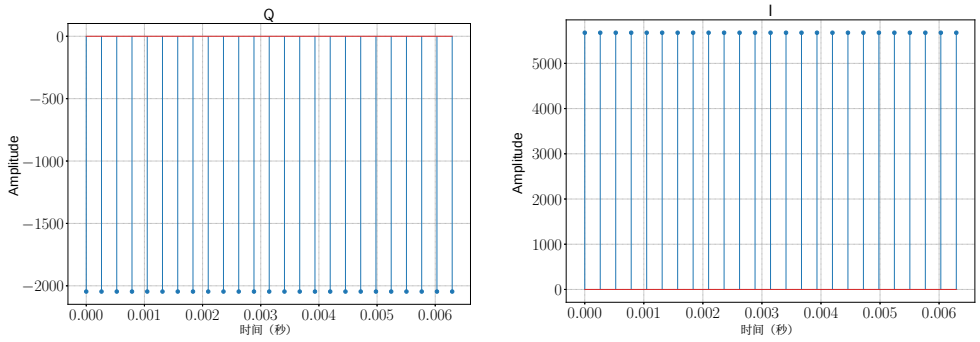
在频域中，8×65520点快速傅里叶变换可实现完美的频点对齐——不同于此前 8×2^{16}点快速傅里叶变换所造成的频谱展宽（图 9）。

2.3.2 对多相解调的影响

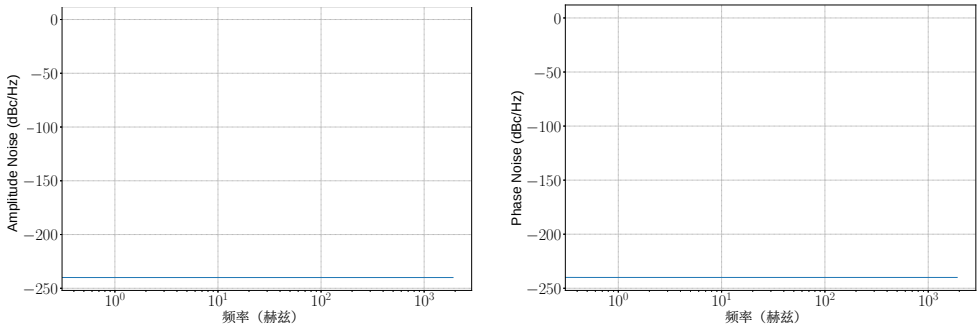
这一改动的优势在多相解调器输出端显而易见。此前未对齐且频谱分散的有问题负频率项 $-(f_1 - 62.5 + 2f_2)$（图 10），现在与间隔为 $\frac{8\times250\text{兆赫}}{8\times65520} = \frac{250\text{兆赫}}{65520}$ 的 8×65520 点快速傅里叶变换频点完美对齐。这些频点恰好与平均滤波器的零陷重合，从而有效抑制杂散分量。

2.3.3 对DDC输出的影响

通过检查数字下变频器输出端的 I/Q 信号，验证了所提策略的有效性。如图所示，11(a) 所示，这些信号在时域中为常量，表明数字下变频器已将音调解调至直流，而平均滤波器有效地抑制了所有其他频谱分量。在频域中，幅度和相位噪声功率谱密度未显示杂散音调——这证明所提修改有效消除了 763 MHz 和 1526 MHz 的杂散，如图 11(b) 所示。



(a)



(b)

图11：仿真结果：(a) 时域I/Q信号；(b) 对应的幅度和相位噪声功率谱密度。

2.3.4 输出采样率的影响

最后，需要注意的是，现在每个数字下变频器输出端的降采样因子为 65520，而非 2^{16}。因此，输出采样率从 250MHz 降至约 3.81562 kHz，取代了之前的 3.81469kHz。两种采样率之间的差异可以忽略不计，不会影响 CONCERTO 干涉实验所需的时间分辨率。

2.4 实现与测量

2.4.1 VHDL 修改

最初，相位累加器被实现为一个 16 位递增器：相位按照 相位 $\leftarrow$ 相位 $+$ 频率控制字 进行更新，并由于寄存器固定的位宽而自然回绕。该行为隐式地执行了取模运算。

为实现新的累加周期，该逻辑被显式的取模运算所替代：

$$\texttt{phase} \leftarrow (\texttt{phase} + \texttt{FCW}) \bmod 65520.$$

2.4.2 测量设置

VHDL 固件经过修改，在数字梳状信号发生器与数字梳状信号分析器之间建立纯数字环回，如图 12 所示，从而旁路读出链的其余部分。进行此修改的原因是数字孪生表明，杂散音调的来源完全是数字部分。

采用这种数字环回配置，实现了两个固件版本。第一个版本使用原始的 2^{16} 相位累加器和 DDC 窗口平均滤波器，第二个版本则采用所提出的基于 65，520 的实现方案。

对于测量，在系统采样率约为 3.81562 kHz（修改后的固件）和 3.81468 kHz（原始固件）下，采集了 400 路 I/Q数据流，持续约 3 分钟。两种情况下，采集时间均经过选择，以确保每个音调的采样点数相同，即 $N = 655$，360 个，从而保证频率分辨率一致且足够精细，以进行详细的频谱分析。

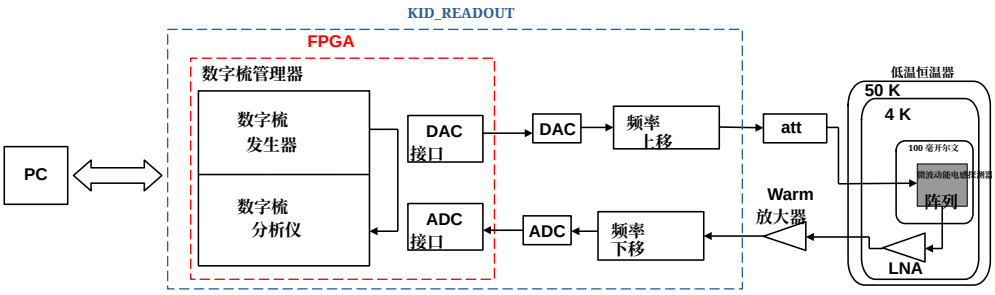
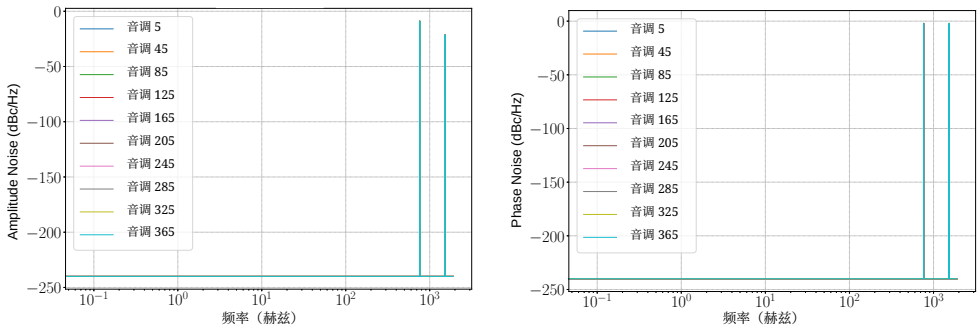


图 12：设置框图。

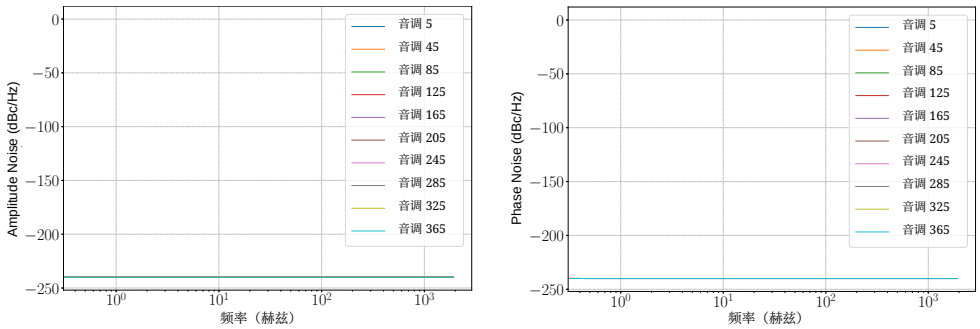
2.4.3 测量分析

使用原始固件时，测得的频谱在 763 赫兹和 1526Hz 处呈现两个明显的峰值（见图 13(a)），这进一步证实该现象源自数字处理链。

相比之下，图13（b）显示，使用修改后的固件时，幅度和相位噪声频谱在 -240 dBc/Hz 处均呈现平坦的噪声底。这证实，数字下变频器先将信号解调至直流，然后进行有效的低通滤波。这些结果与第2.3节中给出的仿真结果高度吻合。



(a)



(b)

图 13：原始固件（a）与所提出的修改后固件（b）的幅度和相位噪声功率谱密度测量结果对比。图中展示了 10 个频带中各一个具有代表性的音调。

2.4.4 FPGA 资源利用率

在原始实现中，累加器因固定寄存器宽度而在 2^{16} 处自然回绕，实际上执行了模2^{16} 运算。然而，将

其改为模数65520（这是一个非二的幂常数），需要更多资源。

表1 汇总了 Xilinx XCKU060FFVA1156-2 现场可编程门阵列上完整读出固件实现之间的 FPGA 资源利用率对比。

供参考，可用的 FPGA 资源总量如下：查找表：331 680，触发器（FF）：663 360，DSP：2760。

基于 65520 的版本增加了 10758 个查找表的使用量（从 215228 增至 225986），增长 3.24 个百分点（从 64.89% 增至 68.13%）；触发器的使用量增加了 26,520 个（从 346539 增至 346759），增长 0.03 个百分点（从 52.24% 增至 52.27%），而 DSP 的使用量保持不变。

表 1：原始固件和新固件的 FPGA 资源利用率。

累加器/平均长度	**CLB LUTs 数量**	**CLB 查找表 % Used**	**CLB触发器数量**	**CLB触发器使用率**	**DSPs 数量**	**DSPs % Used**
$2^{16} = 65536$	215,228	64.89%	346,539	52.24%	1,953	70.76%
65,520	225,986	68.13%	346,759	52.27%	1,953	70.76%

尽管查找表和触发器的利用率略有上升，但修改后的设计仍远未达到目标现场可编程门阵列的资源上限。鉴于频谱性能显著提升，这种权衡是可以接受的。

3 结论

本文介绍了一个针对 CONCERTO KID READOUT 现场可编程门阵列数字信号处理链的 Python 数字孪生，其周期精确、位精确，并利用该模型研究了 MKID 读出中观测到的、此前无法解释的杂散分量。该模型能够复现测得的 763 赫兹和 1526 赫兹杂散，并支持逐级分析，从而确定其成因是以下两方面共同作用的结果：(i) 频带上移器引入的周期性扩展；(ii) 分析路径中对负频率项的抑制不完全，导致这些项随后混叠到基带。基于这些发现，我们实施了一种缓解策略：将模-2^{16}相位累加替换为 65,520 个采样点的周期，并将 DDC 平均窗口调整为相同长度。在纯数字环回配置下进行的硬件测量证实，杂散音调已被完全消除，这与数字孪生预测一致。所提出的修改仅使现场可编程门阵列资源利用率略有增加，仍远低于器件可用资源上限；考虑到所取得的频谱改善，这一代价可以接受。

参考文献

Abdkrimi M、Rossetto O、Bourrion O 等（2024年），《微波动能电感探测器读出中数模转换器非理想特性的建模与分析》。载于：2024年第28届IEEE信号与电源完整性研讨会（SPI）。IEEE

Abdkrimi M、Rossetto O、BourrionO 等（2025a）面向微波动能电感探测器的高效现场可编程门阵列读出架构：一种轻量级数字信号处理方案。载于：2025年第20届微电子与电子学博士研究国际会议（PRIME），IEEE，第1–4页

Abdkrimi M、Rossetto O、Bourrion O 等（2025b）面向频分复用读出的坐标旋转数字计算算法优化现场可编程门阵列实现。载于：2025年第14届地中海嵌入式计算会议（MECO）。IEEE

Bounmy J、Hoarau C、Mac´ıas-P´erez JF 等（2022年）CONCERTO：用于发现和调谐L波段动能电感探测器的数字处理。仪器学报 17(08)：P08037

Bourrion O、Hoarau C、Bounmy J 等（2022年）CONCERTO：读出与控制电子学。仪器学报 17(10)：P10047

Catalano A、Ade P、Aravena M等（2022年）CONCERTO在阿塔卡马探路者实验：安装与天文观测现场调试的第一阶段。收录于：EPJ Web of Conferences，EDP科学出版社，第00010页

Day PK、LeDuc HG、Mazin BA等（2003年）一种适用于大型阵列的宽带超导探测器。《自然》425(6960):817–821

Klutsch I（2003年）超导体建模´与测量。博士论文，格勒诺布尔国立理工学院-INPG

Ward-Thompson D、Andr´e P、Crutcher R等（2007年）《原恒星与行星V》。亚利桑那大学出版社