总角动量相干态场

D. Aguirre-Olivas,[1], * G. Mellado-Villase˜nor, [1], †Benjamin Perez-Garcia, [2], ‡ 以及 B. M. Rodr´ıguez-Lara[3], §[1]国家天体物理、光学与电子学研究所´, ´光学与电子学´, *Tonantzintla*, 普埃布拉 *72840*, 墨西哥。[2]光子学与数学光学组, 蒙特雷理工大学, 蒙特雷 *64849*, 墨西哥。[3]伊达尔戈州理工大学´, *Tolcayuca*, 伊达尔戈州 *43860*, 墨西哥。(日期: 2026年3月6日)

arXiv:2603.04778v1 [physics.optics] 5 Mar 2026

摘要

结构光场利用自旋角动量和轨道角动量, 实现精密操控、先进成像和高容量通信。轨道角动量相干态光束在厄米特–拉盖尔-高斯光束与拉盖尔-高斯光束之间进行插值, 从而实现连续空间控制。我们在自旋角动量和轨道角动量共享的 $su(2)$ 李代数框架下, 引入一种基于对称性的框架, 用于联合控制偏振与空间结构。在这一结构中, 我们将总角动量场构造为圆偏振与拉盖尔-高斯光束的叠加, 并在固定角动量子空间内定义其 $su(2)$相干态。单一复参数同时控制偏振与空间自由度, 从而实现连续且保持对称性的调谐。

*电子邮箱: dilia.aguirre@inaoe.mx

†电子邮箱: gmelladov@inaoe.mx

‡电子邮箱: b.pegar@tec.mx§电子邮箱: blas.rodriguez@gmail.com

I. 引言

光场携带两种形式的角动量：自旋角动量（SAM）与偏振相关 [1], ，以及轨道角动量（OAM）与相位结构相关 [2–4]。SAM 是内禀的，与参考轴无关 [5], ；左旋和右旋圆偏振每个光子携带 $\pm\hbar$ [6], ，而线偏振不携带角动量。OAM 既可能是内禀的，也可能是外禀的 [7]。拉盖尔-高斯光束（LGBs）每个光子携带内禀 OAM $\hbar\ell$，其拓扑荷为整数 ℓ [8]。对称切趾保留内禀 OAM [9], ，而非对称切趾会引入外禀贡献 [7]。总角动量（TAM）结合了自旋角动量和轨道角动量。

结构光场呈现出空间变化的偏振、振幅和相位，并同时携带自旋角动量与轨道角动量 [10–13]。偏振-空间耦合在其中自然产生 [14],，从而实现自旋相关光束位移 [15], 、自旋-轨道转换 [16], 、经典纠缠 [17], 以及耦合的强度-角动量矩 [18]。庞加莱 球 [19–21] 和马约拉纳星座 [22] 等几何可视化方法刻画了这些耦合。利用螺旋相位板 [23]、 q-板和 j-板 [24, 25], 、超表面 [26], 、光学活性材料 [27], 以及纯相位调制器 [28–30] 产生的结构光场，能够对偏振、振幅和相位进行独立或联合调控。最新进展展示了具有定制角动量结构的柱状 [11, 31, 32], 、螺旋锥形 [33], 以及混合厄米-拉盖尔-高斯光束 [34] ，以及总角动量本征态的产生、滤波与处理 [35, 36], ，从而推动了其在光学捕获 [37–39],、高分辨率成像 [40, 41],以及经典与量子通信 [42–48]中的应用。

在此，我们构造总角动量相干态（TAMCS）场，拓展了近期提出的轨道角动量相干态（OAMCS）光束；这种光束在厄米-高斯光束与拉盖尔-高斯光束之间连续变化 [49]。圆偏振态和拉盖尔-高斯光束分别构成自旋角动量和轨道角动量的正交基。基于这两种基，我们将总角动量场构造为自旋分量与轨道分量的克莱布施-戈丹叠加，并在固定总角动量子空间中识别出径向偏振和角向偏振模式。随后，我们将总角动量相干态场定义为 su(2)各总角动量子空间内的相干叠加，其中单个复参数共同控制偏振和空间结构。

II. 正交归一拉盖尔-高斯光束

我们将偏振自由度与空间自由度（DoF）的乘积作为结构光场的正交基。对于偏振自由度，我们采用左旋和右旋圆偏振态；对于空间自由度，我们采用拉盖尔-高斯光束，

$$\Psi_{p,\ell}(r,\theta,z) = \frac{\sqrt{2}}{w(z)} e^{-\frac{ikr^2}{2R(z)}} e^{i(2p+|\ell|+1)\zeta(z)}\, \psi_{p,\ell}(\rho,\theta), \tag{1}$$

其光束宽度为 $w(z) = w_0\sqrt{1+(z/z_R)^2}$,, 曲率半径为 $R(z) = z[1+(z_R/z)^2]$,, 古伊相位为 $\zeta(z) = \tan^{-1}(z/z_R)$。我们采用束腰半径 $w_0 = \sqrt{\lambda z_R/\pi}$、瑞利长度$z_R = \pi w_0^2/\lambda$、波数 $k = 2\pi/\lambda$和波长 λ。每束光都包含由拉盖尔–高斯模式定义的横向分布，

$$\psi_{p,\ell}(\rho,\phi) = (-1)^p \sqrt{\frac{p!}{\pi(p+|\ell|)!}}\, \rho^{|\ell|} e^{-\frac{1}{2}\rho^2} \mathrm{L}_p^{|\ell|}(\rho^2) e^{i\ell\phi}, \tag{2}$$

其缩放径向坐标为 $\rho = \sqrt{2}r/w(z)$，方位角为 ϕ。指标 p 和ℓ 定义径向和角向节点的数量，从而决定每束光的振幅和相位结构。

III. 总角动量光场

我们将分别承载自旋角动量和轨道角动量的偏振与空间自由度耦合，从而构造总角动量定义良好的光场。我们将圆偏振映射到自旋-1/2 基底 $|s,\ m_s\rangle$ 其中 $s = 1/2$ 和 $m_s = \pm 1/2$分别对应左旋圆偏振 $|1/2,\ 1/2\rangle$。我们将拉盖尔-高斯光束映射到迪克自旋-j 基底 $|j,\ m_j\rangle$，其中 $j = (2p+|\ell|)/2 = 0,\ 1/2,\ 1,\ \ldots$ 且 $m_j = \ell/2$ [50]。这种构造利用了自旋角动量与轨道角动量共有的 $su(2)$ 对称性。

将 $s = 1/2$ 与 $j = 0$、$1/2$、1、.....按照 $su(2)$ 加法规则组合后，会得到两个总角动量子空间，其 $J = |s-j|$ 和 $J = s+j$分别由 $2J+1$ 个总角动量态张成，这些态标记为$M = -J$、$-J+1$、.....、$J-1$、J。每个总角动量态都是自旋角动量-轨道角动量乘积基的叠加，

$$|J,M\rangle = \sum_{m_s=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sum_{m_j=-j}^{j} c^{J,M}_{s,m_s;j,m_j}\, |s,m_s\rangle \otimes |j,m_j\rangle, \tag{3}$$

其权重由克莱布施–戈登系数给出，

$$c^{J,M}_{s,m_s;j,m_j} = (-1)^{s-j+M}\sqrt{2J+1}\begin{pmatrix} s & j & J \\ m_s & m_j & -M \end{pmatrix}, \tag{4}$$

通过维格纳 $3j$符号表示，并使用拉卡公式 [51]计算。这些系数确保 $M = m_s + m_j$并满足三角不等式 $|s-j| \le J \le s+j$ [52]。

我们将总角动量态的光学实现定义为

$$E^{(j)}_{J,M}(\mathbf{r}) = \sum_{m_s=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sum_{m_j=-j}^{j} c^{J,M}_{s,m_s;j,m_j}\, \epsilon_{m_s} \Psi_{j-|m_j|,2m_j}(\mathbf{r}), \tag{5}$$

其中$\epsilon_{m_s} = \epsilon_{\pm 1/2}$ 表示左旋和右旋圆偏振态。叠加中的所有拉盖尔-高斯光束具有相同的总节点数 $N = 2p + |\ell| = 2j$，因此经历相同的曲率相位、古伊相位和光束缩放。因此，我们的总角动量光场在近轴传播过程中，除按缩放因子缩放外，仍保持其横向偏振和空间结构。

例如， $j = 1/2$ 产生一个总角动量为 $J = 0$ 的单重态，以及一个总角动量为 $J = 1$ 的三重态。总角动量为 $M = 0$ 的单重态为

$$E^{(\frac{1}{2})}_{0,0}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{1}{2}}\left[\epsilon_{-\frac{1}{2}}\Psi_{0,1}(\mathbf{r}) - \epsilon_{\frac{1}{2}}\Psi_{0,-1}(\mathbf{r})\right], \tag{6}$$

with 方位角偏振，图 1(a)。总角动量为 $M = -1$，0，1 的三重态 e

$$\begin{aligned} E^{(\frac{1}{2})}_{1,-1}(\mathbf{r}) &= \epsilon_{-\frac{1}{2}}\Psi_{0,-1}(\mathbf{r}), \\ E^{(\frac{1}{2})}_{1,0}(\mathbf{r}) &= \sqrt{\frac{1}{2}}\left[\epsilon_{-\frac{1}{2}}\Psi_{0,1}(\mathbf{r}) + \epsilon_{\frac{1}{2}}\Psi_{0,-1}(\mathbf{r})\right], \\ E^{(\frac{1}{2})}_{1,1}(\mathbf{r}) &= \epsilon_{\frac{1}{2}}\Psi_{0,1}(\mathbf{r}), \end{aligned} \tag{7}$$

分别呈现右旋圆偏振、径向偏振和左旋圆偏振，见图1(b)–(d)。

IV. 角向偏振与径向偏振

我们将构造扩展至更高阶的轨道角动量分量 $j = 3/2,\ 5/2,\ 7/2,$ ....., 由此得到两个整数总角动量子空间，其具有 $J = |1/2 \pm j|$。相应的 $M = 0$态，

$$\begin{aligned} E^{(j)}_{j-\frac{1}{2},0}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2}\left[\epsilon_{-\frac{1}{2}}\Psi_{j-\frac{1}{2},1}(\mathbf{r}) - \epsilon_{\frac{1}{2}}\Psi_{j-\frac{1}{2},-1}(\mathbf{r})\right], \\ E^{(j)}_{j+\frac{1}{2},0}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2}\left[\epsilon_{-\frac{1}{2}}\Psi_{j-\frac{1}{2},1}(\mathbf{r}) + \epsilon_{\frac{1}{2}}\Psi_{j-\frac{1}{2},-1}(\mathbf{r})\right], \end{aligned} \tag{8}$$

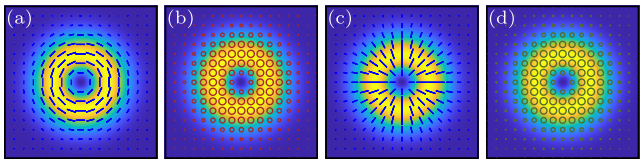


图 1. $j = 1/2$时总角动量态的强度和偏振分布。(a) $\{J, M\} = \{0, 0\}$时的单重态。(b)-(d) $J = 1$, $M = -1, 0, 1$时的三重态。矢量场颜色表示线偏振（蓝色）、右旋偏振（棕色）和左旋偏振（绿色）。

分别产生方位偏振和径向偏振,

$$\begin{aligned} \epsilon_{-\frac{1}{2}} e^{i\theta} - \epsilon_{\frac{1}{2}} e^{-i\theta} &= -2i\epsilon_\theta, \\ \epsilon_{-\frac{1}{2}} e^{i\theta} + \epsilon_{\frac{1}{2}} e^{-i\theta} &= 2\epsilon_r, \end{aligned} \tag{9}$$

其中， $\epsilon_\theta = -\epsilon_x \sin\theta + \epsilon_y \cos\theta$和 $\epsilon_r = \epsilon_x \cos\theta + \epsilon_y \sin\theta$分别是方位角方向和径向方向上的线偏振单位矢量。每对光场定义了正交归一的偏振态，且具有相同的强度分布$|\Psi_{j-1,\ \pm 1}(\mathbf{r})|^2$。图 2(a) 和图 2(b) 分别展示了方位角偏振和径向偏振的光场，适用于 $\{J, M\} = \{j \pm 1/2, 0\}$，其中 $j \in \{3/2, 5/2, 7/2\}$。

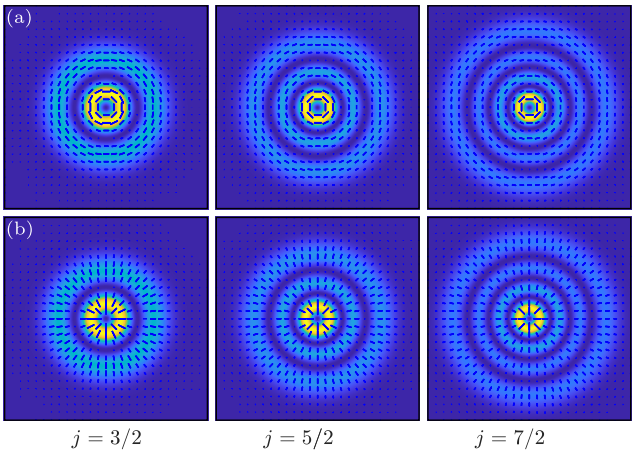


图 2. $\{J, M\} = \{j \pm 1/2, 0\}$时， $j \in \{3/2, 5/2, 7/2\}$条件下 (a) 方位偏振和 (b) 径向偏振总角动量场的强度和偏振分布。矢量场颜色同图 1。

V. 总角动量相干态

我们此前介绍了轨道角动量相干态光束，它们在厄米-高斯光束与拉盖尔-高斯光束之间连续过渡，并具有其 $su(2)$ 对称性 [49]。在此，我们介绍总角动量相干态的光场类比态，

$$E^{(j)}_{J,M,\alpha}(\mathbf{r}) = \sum_{q=-J}^{J} c_q(J,M,\alpha)\, E^{j}_{J,q}(\mathbf{r}), \tag{10}$$

其中， $\alpha = |\alpha| e^{i\varphi}$ 是一个复参数，可通过权重连续地联合调控偏振和空间自由度，

$$\begin{aligned} c_q(J,M,\alpha) = &\sqrt{\binom{2J}{J+q}\binom{2J}{J-M}} \times \\ &\times\ {}_2\mathrm{F}_1\left(-J-q,\ -J+M;\ -2J;\ \csc^2|\alpha|\right) \times \\ &\times\ e^{i\varphi(-M-q)} \left(\sec|\alpha|\right)^{-2J} \left(\tan|\alpha|\right)^{2J-M+q}, \end{aligned} \tag{11}$$

它源自量子相干态的光学空间模式类比态 [22, 50, 53]。我们使用二项式系数 $\binom{a}{b} = a!/[b!\,(a-b)!]$ 和高斯超几何函数 ${}_2\mathrm{F}_1(a,\ b;\ c;\ z)$。叠加中的所有场都属于模式数为 $N = j$ 的同一总角动量子空间，因此，经过近轴传播后，TAMCS场的横向结构除尺度因子外保持不变。

我们使用 $\{J, M\} = \{1, 0\}$ 的TAMCS场，展示振幅 $|\alpha|$ 如何以 π 周期调制偏振和空间结构。图 3(a) 和 3(b) 展示了在固定相位 $\varphi = 0$ 、振幅 $|\alpha| \in \{0, \pi/8, \pi/4\}$ 且 $z = 0$ 时， $j = 1/2$ 和 $j = 3/2$ 对应的权重幅值 $|c_q|$ 。图 3(c)–(d) 展示了相应的强度和偏振分布。

对于固定振幅 $|\alpha|$，改变相干参数相位 φ 会使偏振和空间结构均绕光轴旋转 $\varphi/2$ ，周期为 2π。图 4(a) 展示了 $z = 0$时， $|\alpha| = \pi/8$ 在相位 $\varphi \in \{0, \pi/4, \pi/2\}$下的这一效应。为表征偏振，我们采用空间分辨斯托克斯参数 [54],

$$\begin{aligned} S_0(\mathbf{r}) &= |E_+(\mathbf{r})|^2 + |E_-(\mathbf{r})|^2, \\ S_1(\mathbf{r}) &= 2\mathrm{Re}\left[E_-(\mathbf{r})^* E_+(\mathbf{r})\right], \\ S_2(\mathbf{r}) &= -2\mathrm{Im}\left[E_-(\mathbf{r})^* E_+(\mathbf{r})\right], \\ S_3(\mathbf{r}) &= |E_-(\mathbf{r})|^2 - |E_+(\mathbf{r})|^2, \end{aligned} \tag{12}$$

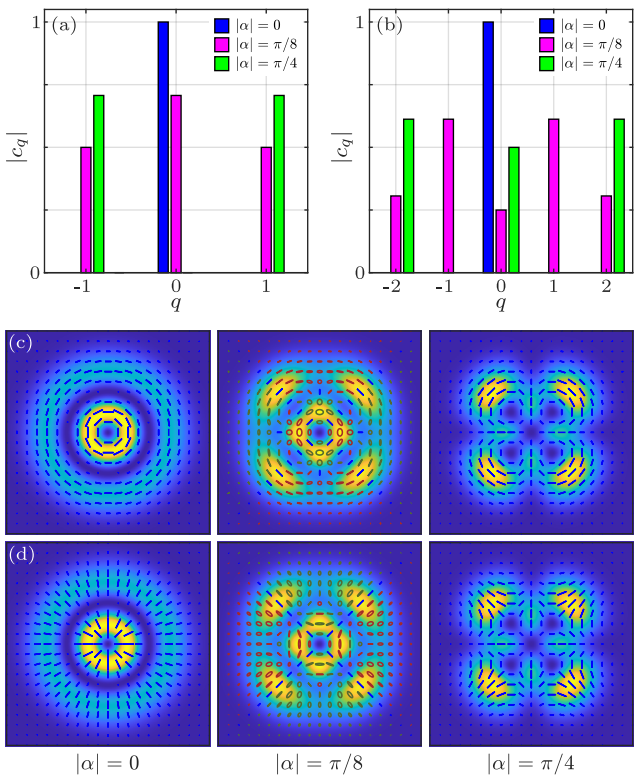


图 3. (a)-(b) 权重幅值 $|c_q|$; (c)-(d) TAMCS场的强度和偏振分布，其中 (a)、(c) 为 $j = 1/2$，(b)、(d) 为 $j = 3/2$，对应 $\varphi = 0$和 $|\alpha| \in \{0, \pi/8, \pi/4\}$。矢量场颜色与图 1 一致。

用圆偏振分量 $E_\pm(\mathbf{r})$ 表示。由此可得局部偏振椭圆参数,

$$A_\pm(\mathbf{r}) = \left[\frac{S_0(\mathbf{r}) \pm \sqrt{S_1^2(\mathbf{r}) + S_2^2(\mathbf{r})}}{2}\right]^{1/2}, \tag{13}$$

$$\chi(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\arctan\left[\frac{S_2(\mathbf{r})}{S_1(\mathbf{r})}\right], \tag{14}$$

其中 $A_\pm$ 为半轴， χ 为取向角。我们将前一个示例中得到的偏振态映射到图 4(b) 的庞加莱球上。庞加莱球上的偏振分布呈现绕 S_3轴转过角度 $\varphi/2$ 的刚性旋转。

在图5中，我们展示了参数组$\{J, M, j\} = \{1, 0, 3/2\}$、 $|\alpha| = \pi/4$和 $\varphi = \pi/2$下TAMCS场的矢量性质。该配置的理论和实验结果分别呈现在上排和下排中。强度分布分别对应于（a）TAMCS场，以及通过线

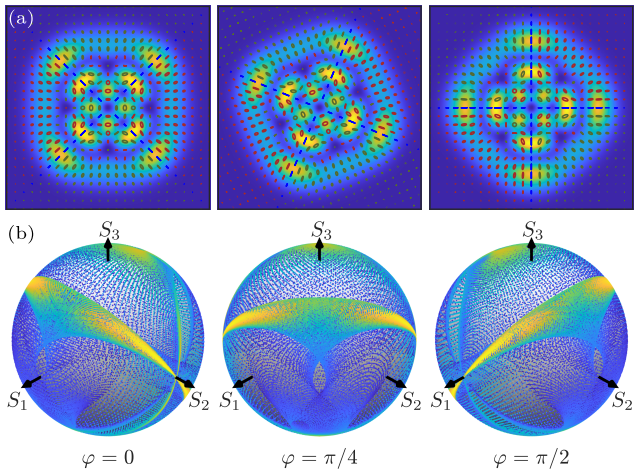


图 4.（a）参数为 $\{J, M, j\} = \{3, 0, 5/2\}$、$|\alpha| = \pi/8$ 和 $\varphi \in \{0, \pi/4, \pi/2\}$ 的 TAMCS场的强度和偏振分布；（b）将偏振映射到庞加莱球上。矢量场颜色遵循图 1。

偏振片后的场，其中偏振片的透射轴分别设置为（b） $0°$、（c） $45°$和（d） $90°$，角度均以水平轴为参考。实验结果按照 [29], 中所述的步骤获得，与相应的理论模拟结果吻合良好。

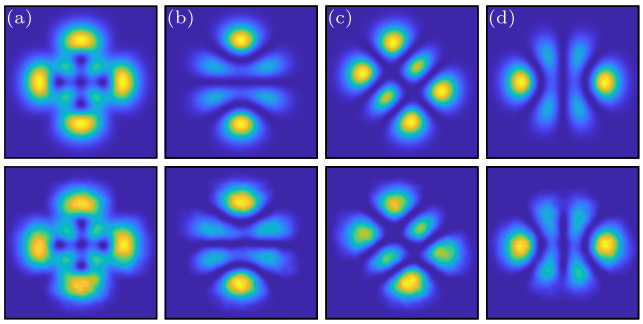


图 5. 参数为 $\{J, M, j\} = \{1, 0, 3/2\}$、$|\alpha| = \pi/4$ 和 $\varphi = \pi/2$ 的 TAMCS场的理论结果（上排）和实验结果（下排）。(a) TAMCS场的强度分布，以及通过线偏振片后的强度分布；该偏振片的透射轴相对于水平方向分别取向为 (b) $0°$、(c) $45°$ 和 (d) $90°$。

VI. 结论

总之，我们通过将圆偏振与拉盖尔-高斯光束配对，构建了结构光场的正交归一基，它们分别映射到自旋角动量和轨道角动量的自旋-1/2与自旋-j 表示。

我们将总角动量场构造为该基的克莱布施-戈丹叠加，从而生成具有固定总角动量 $J = |1/2 \pm j|$ 和投影 $M = -J, \ldots, J$ 的完备子空间。对于$j = 1/2,\ 3/2,\ 5/2, \ldots$, $M = 0$ 态形成了正交归一光场对，具有径向和方位角偏振以及相同的强度分布 $|\Psi_{j-1/2,\pm 1}(\mathbf{r})|^2$。

随后，我们将总角动量相干态引入为每个 J 子空间内的 $su(2)$ 相干叠加，由单一复参数 $\alpha = |\alpha| e^{i\varphi}$ 控制。振幅 $|\alpha|$ 以 π周期调制偏振和空间结构，而相位 φ 则使其绕光轴发生刚性旋转，周期为 2π。这些场在近轴传播过程中保持偏振和强度分布不变，仅存在缩放因子。

我们的框架可在 $su(2)$ 角动量对称性下，通过单一复参数连续地实现偏振和空间自由度的保对称性调控。

资金支持

不适用。

致谢

B. M. R. L. 感谢新墨西哥大学物理与天文学系接纳其作为访问合作学者，并给予支持与款待。G. M. V. 感谢墨西哥科学、人文、技术与创新部提供博士后资助。作者感谢国家天体物理、光学与电子学研究所 CIT - 光学工坊的 Jos´e Miguel Arroyo Hern´andez 为本研究制作定制透镜。

利益披露

作者声明不存在利益冲突。

数据可用性声明

所有数据均可在提出合理请求后从通讯作者处获取。

---

[1] R. A. Beth，光的角动量的机械探测与测量，Phys. Rev.**50**, 115 (1936).[2] L. Allen、M. W. Beijersbergen、R. J. C. Spreeuw 和 J. P. Woerdman，光的轨道角动量及拉盖尔–高斯激光模式的变换，Phys. Rev. A**45**, 8185 (1992).[3] S. M. Barnett 和 L. Allen，轨道角动量与非傍轴光束，Optics Communications **110**, 670 (1994).[4]S. Franke-Arnold、L. Allen 和 M. Padgett, 光学角动量的进展，《激光与光子学评论》**2**, 299 (2008), https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/lpor.200810007.[5] D. L. Andrews 和 M. Babiker，《光的角动量》（剑桥大学出版社，2013）。[6] P. Das、L.-P. Yang 和 Z. Jacob，光的总角动量的量子对易关系是什么？教程，《美国光学学会杂志B辑》**41**, 1764 (2024).[7] A. T. O'Neil、I. MacVicar、L. Allen 和 M. J. Padgett，光束轨道角动量的内禀与外禀属性，Phys. Rev. Lett.**88**, 053601 (2002).[8] L. Allen、M. Padgett 和 M. Babiker，IV 光的轨道角动量，载于《光学进展》第*XXXIX*卷，第39卷，E. Wolf 编（爱思唯尔，1999），第291–372页。[9] M. V. Berry，自旋光的傍轴光束，载于*SPIE*会议论文集，第3487卷（1998），第 International Conference on Singular Optics 页。[10] A. M. Yao 和 M. J. Padgett，轨道角动量：起源、行为与应用，Adv. Opt. Photon. **3**, 161 (2011).[11] Q. Zhan，柱矢量光束：从数学概念到应用，Adv. Opt. Photon.**1**, 1 (2009).[12] M. J. Padgett，轨道角动量：25年回顾 [特邀论文],《光学快报》**25**, 11265 (2017).

[13] C. Rosales-Guzm´an、B. Ndagano 和 A. Forbes，复杂矢量光场及其应用综述，J. Opt.**20**, 123001 (2018).[14] K. Volke-Sep´ulveda 和 E. Ley-Koo，矢量传播不变光场的一般构造及其关联：TE 和 TM 模式与偏振态，J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **8**, 867 (2006).[15] K. Y. Bliokh 和 F. Nori，光的横向与纵向角动量，Phys. Rep.**592**, 1 (2015).[16] K. Y. Bliokh、F. J. Rodr´ıguez-Fortu˜no、F. Nori 和 A. V. Zayats，光的自旋-轨道相互作用，Nature Photonics **9**, 796 (2015).[17] E. Karimi 和 R. W. Boyd，经典纠缠？，Science**350**, 1172 (2015).[18] A. V. Volyar、E. G. Abramochkin 和 M. V. Bretsko，通过结构光束的像散变换关联强度矩与轨道角动量，Opt. Mem. Neural Networks **33**, S114 (2024).[19] D. Naidoo、F. S. Roux、A. Dudley、I. Litvin、B. Piccirillo、L. Marrucci 和 A. Forbes，利用激光器可控地产生高阶庞加莱球光束，Nat. Photon. **10**, 327 (2016).[20] S. Fu、L. Hai、R. Song、C. Gao 和 X. Zhang，通过四参数表示法表述光束的总角动量态，New J. Phys.**23**, 083015 (2021).[21] W. Yu、H. Pi、M. Taylor 和 J. Yan，矢量涡旋光束的几何表示：守恒总角动量的庞加莱球及其辫子簇，Photonics**10**, 1276 (2023).[22] F. Torres-Leal、E. G. Herrera、M. P. Morales Rodr´ıguez、B. Perez-Garcia 和 B. M. Rodr´íguez-Lara，光学标量光束与矢量场的马约拉纳星座，Phys. Rev. A**110**, 063716 (2024).[23] M. Beijersbergen、R. Coerwinkel、M. Kristensen 和 J. Woerdman，利用螺旋相位板产生螺旋波前激光束，Optics Communications**112**, 321 (1994).[24] L. Marrucci、C. Manzo 和 D. Paparo，光学自旋-轨道角动量转换，Phys. Rev. Lett. **96**, 163905 (2006).[25] R. C. Devlin、A. Ambrosio、N. A. Rubin、J. P. B. Mueller 和 F. Capasso，光的任意自旋-轨道角动量转换，Science **358**, 896 (2017).

[26] A. H. Dorrah, N. A. Rubin, M. Tamagnone, A. Zaidi, and F. Capasso, 利用偏振控制超构光学沿传播方向构造光的总角动量, 《自然·通讯》**12**, 6249 (2021).[27] A. Karmakar and M. M. Brundavanam, 利用旋光材料受控生成柱矢量涡旋光束, 《光学快报》**49**, 6145 (2024).[28] G. Mellado-Villase˜nor, D. Aguirre-Olivas, U. Ruiz, and V. Arrizon, 基于雅可比-安格尔展开的衍射相位元件生成矢量贝塞尔光束, 《美国光学学会杂志 A》**35**, 28 (2018).[29] G. Mellado-Villase˜nor, D. Aguirre-Olivas, and V. Arriz´on, 利用合成相位全息图生成矢量光束, 《美国光学学会杂志 A》**38**, 1094 (2021).[30] I. Moreno, J. A. Davis, M. M. S´anchez-L´opez, and D. M. Cottrell, 通过纯相位调制—相位延迟器光学配置生成整形矢量光束, 《光学快报》**50**, 2298 (2025).[31] R. Chen, K. Mizutani, Y. Kozawa, and S. Sato, 在高阶庞加莱球上生成任意柱矢量光束, 《光学快报》**39**, 5274 (2014).[32] S. N. Khonina, A. V. Ustinov, S. A. Fo mchenkov, and A. P. Porfirev, 利用二元多扇区相位板形成混合高阶柱矢量光束, 《科学报告》**8**, 14320 (2018).[33] E. Medina-Segura, L. Miranda-Culin, V. Rodr´ıguez-Fajardo, B. Perez-Garcia, and C. Rosales- Guzm´an, 螺旋锥形矢量光束, 《光学快报》**48**, 4897 (2023).[34] E. Medina-Segura, L. Miranda-Culin, B. Perez-Garcia, C. Rosales-Guzm´an, and M. A. Cox, 混合厄米–拉盖尔–高斯矢量模式, 《光学快报》**50**, 678 (2025).[35] Y. Shen, X. Wang, Z. Xie, C. Min, X. Fu, Q. Liu, M. Gong, and X. Yuan, 光学涡旋问世30年：从拓扑荷到多个奇点的轨道角动量操控, 《光：科学与应用》**8**, 90 (2019).[36] L. Li, Y. Guo, Z. Zhang, Z. Shang, C. Li, J. Wang, L. Gao, L. Hai, C. Gao, and S. Fu, 光子总角动量操控, 《光子学进展》**5**, 056002 (2023).[37] M. J. Padgett and R. W. Bowman, 带有旋转的光镊, Nat. Photon.**5**, 343 (2011).[38] H. Moradi, V. Shahabadi, E. Madadi, E. Karimi, and F. Hajizadeh, 利用柱矢量光束实现高效光学捕获, 《光学快报》**27**, 7266 (2019).

[39] E. A. Guzm´an and A. V. Arzola, 通过自旋-轨道角动量转换增强近场光镊, 《美国光学学会杂志B辑》**39**, 1233 (2022).[40] A. F. Abouraddy and K. C. Toussaint, 显微术中的三维偏振控制, Phys. Rev. Lett. **96**, 153901 (2006).[41] G. Bautista, J.-P. Kakko, V. Dhaka, X. Zang, L. Karvonen, H. Jiang, E. Kauppinen, H. Lip- sanen, and M. Kauranen, 利用柱矢量光束进行非线性显微术：在纳米结构三维成像中的应用, 《光学快报》**25**, 12463 (2017).[42] E. Nagali and F. Sciarrino, 生成偏振–轨道角动量混合纠缠态, 《光学快报》**18**, 18243 (2010).[43] N. Bozinovic, Y. Yue, Y. Ren, M. Tur, P. Kristensen, H. Huang, A. E. Willner, and S. Ramachandran, 光纤中的太比特级轨道角动量模分复用, Science**340**, 1545 (2013).[44] A. E. Willner, H. Huang, Y. Yan, Y. Ren, N. Ahmed, G. Xie, C. Bao, L. Li, Y. Cao, Z. Zhao, J. Wang, M. P. J. Lavery, M. J. Padgett, S. J. Dolinar, and M. Tur, 利用轨道角动量光束进行光通信, Adv. Opt. Photon.**7**, 66 (2015).[45] G. Milione, T. A. Nguyen, J. Leach, D. A. Nolan, and R. R. Alfano, 利用矢量光束的不可分离性对光通信信息进行编码, 《光学快报》**40**, 4887 (2015).[46] B. Ndagano, I. Nape, M. A. Cox, C. Rosales-Guzman, and A. Forbes, 创建和探测用于经典与量子通信的矢量涡旋模式, Journal of Lightwave Technology **36**, 292 (2018).[47] G. Ruffato, P. Capaldo, M. Massari, E. Mafakheri, and F. Romanato, 利用硅基潘查拉特南-贝里变换光学在电信红外波段进行总角动量分选, 《光学快报》**27**, 15750 (2019).[48]Z. Zhu, M. Janasik, A. Fyffe, D. Hay, Y. Zhou, B. Kantor, T. Winder, R. W. Boyd, G. Leuchs, and Z. Shi, 利用抗湍流矢量光束实现免补偿高维自由空间光通信, Nature Communications**12**, 1666 (2021).[49] D. Aguirre-Olivas, G. Mellado-Villase˜nor, B. Perez-Garcia, and B. M. Rodriguez-Lara, 轨道角动量相干态光束, 《光学快报》**50**, 1121 (2025).[50] M. P. Morales Rodr´ıguez, E. Garc´ıa Herrera, O. S. Maga˜na-Loaiza, B. Perez-Garcia, F. Mar- roqu´ın Gut´ıerrez, and B. M. Rodr´ıguez-Lara, 广义量子相干态的空间光模式类比, Phys. Rev. A **110**, 033523 (2024).

[51] K. Kraus，Wigner 3j 符号，https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/20619-wigner3j-symbol（2008）， [在线；访问日期为27-January-2025]。[52] D. A. Varshalovich、A. N. Moskalev和V. K. Khersonskii，角动量量子理论（世界科学出版社，1998年）。[53] M. P. Morales Rodr´ıguez、O. S. Maga˜na-Loaiza、B. Perez-Garcia、L. M. Nieto、F. Marroqu´ın Guti´errez和B. M. Rodr´ıguez-Lara，拉盖尔–高斯模式的相干态，《光学快报》**49**，1489（2024年）。[54] D. H. Goldstein，偏振光（CRCPress，博卡拉顿，2011年）。