arXiv:2603.05712v1 [physics.app-ph] 5 Mar 2026

利用动量测量和物理信息引导的缪子散射层析成像，对密封式微型反应堆堆芯进行非侵入式监测

Reshma Ughade[1] **和 Stylianos Chatzidakis**[1,*]

[1]普渡大学核工程学院，美国印第安纳州西拉斐特 47907[*]schatzid@purdue.edu

摘要

包括微型反应堆在内的下一代先进反应堆支持远程部署和半自主运行，并可减少人员配置。其紧凑、密封且高度非均匀的堆芯，对传统保障和监测方法构成挑战；这些方法原本是为大型反应堆、乏燃料贮存和燃料循环设施开发的，其核查依赖于接触申报材料、封隔与监视，或整体核材料衡算方法。这些方法难以直接应用于微型反应堆，因为密封堆芯、可运输性、有限的检查通道以及复杂的内部几何结构限制了传统核查策略，并降低了对燃料缺失等局部异常的敏感度。本研究展示了在真实宇宙射线条件下，于微型反应堆尺度几何结构中利用缪子探测燃料缺失。我们提出 μTRec，这是一种物理信息引导的缪子散射层析成像框架，采用高斯多重库仑散射模型与贝叶斯更新来重建事件级弯曲缪子轨迹，并通过逐体素 M 值绘制散射密度，从而实现堆芯完整性核查。我们使用包含 61 个燃料片、内嵌控制鼓和停堆棒的代表性六角形微型反应堆堆芯对该方法进行评估，采用理想化的 5 吉电子伏特束流，以及真实的 0–60 吉电子伏特天顶角相关的宇宙射线缪子能谱。在 50 毫米体素分辨率下，利用 3×10^6 缪子探测到了一块缺失的燃料片。与不考虑动量的重建相比，纳入单缪子动量后，激光驱动源的可探测性最高提升 149.85%，宇宙射线源的可探测性最高提升 105.11%，同时在不同体素尺寸下均保持结构可见性。该框架能够适应实际探测器约束：当空间分辨率为 10 毫米、能量分辨率为 10% 时，可探测性仅降低 8.88%。与传统的最近接近点重建相比，在缪子数量相同的情况下，μTRec 在动量辅助情形下的可探测性提高了 326.13% 至 392.14%，从而能够以更短的采集时间识别缺陷。

引言

微型反应堆是一类新兴的核能系统，其部署规模远小于传统电厂，因此能够拓展清洁且具韧性的电力应用范围[1]。微型反应堆通常按其电功率进行分类，通常为 1–20 MWe[2]，其显著特征之一是便携性。许多设计旨在采用工厂制造的方式生产，并运输至使用地点，从而能够部署在大型商用反应堆不切实际或成本高得令人望而却步的地点。因此，人们正考虑将微型反应堆用于偏远及能源受限环境中的长期电力与供热，包括依赖柴油的社区（例如北极城镇和岛屿电网）、停电可能造成严重后果的关键设施（医院、应急行动中心和水处理厂），以及在重大中断后需要持续替代电力的灾后恢复环境[3–6]。除地面应用外，其紧凑且可能实现自主运行的特点也使其适用于极端环境中的离网电力，例如为未来太空任务提供表面电力系统[7]。

由于微型反应堆的设计特点是可运输、密封，且能够在减少现场人员配置的情况下运行，因此在保障措施和监测方面带来了新的挑战[8,9]。现有保障框架主要针对大型动力堆、乏燃料贮存设施和燃料循环设施制定，在这些场景中，核查依赖于对申报材料的查验、运行人员记录、封隔与监视系统以及整体核材料衡算测量。这些方法有助于追踪物料流并核实设施级库存，但不太适用于堆芯密封且检查通道有限的紧凑型反应堆系统。微型反应堆可能部署在偏远地区，在整个寿命周期内迁址，或在现场基础设施极少的条件下运行，这些因素限制了定期检查和直接测量的机会。此外，其内部构型高度异质，包括热管、控制鼓、反射体和分布式燃料元件，降低了整体核查方法对局部异常的探测灵敏度。因此，探测构型层面

变化，例如燃料缺失 或密封堆芯内未经授权的改动，仍然是一项重大的保障挑战[10]。

这些限制推动了非侵入式监测技术的发展，使其能够在不依赖直接访问或操作员声明的情况下，探测密封式微型反应堆堆芯的内部配置。μ子散射层析成像是一种很有前景的候选技术，因为它利用自然产生的宇宙射线μ子穿透厚重屏蔽层和致密反应堆结构，从而实现对内部材料分布的体积推断[11–15]。这一能力对于保障场景尤其重要，因为在无法轻易开启或安装仪器的系统中，其目标是验证堆芯完整性，并检测燃料转移、部件缺失或意外的高原子序数物质添加等局部异常。宇宙射线μ子是在大气中产生的、穿透能力很强的带电粒子，以宽广的能谱抵达地面，并能够穿过数米厚的致密材料[16]。μ子层析成像利用这种穿透能力，通过测量单个μ子的入射和出射轨迹，并根据衰减（基于吸收的成像）或由多重库仑散射（MCS）引起的角偏转，推断其穿过的材料分布[17]。由于散射高度依赖于材料属性和μ子动量，该技术能够对有效密度和原子序数的变化提供体积灵敏度，即使在受到屏蔽或无法接近的系统中也是如此。

为实现与保障措施相关的微型反应堆堆芯监测，我们开发了一种针对微型反应堆几何结构的物理信息引导的缪子散射层析成像框架，并展示了在理想和现实宇宙射线条件下基于缪子的燃料缺失检测。我们借鉴了此前关于 μTRec[18,19], 的工作：这是一种物理信息引导的轨迹估计与重建方法，能够显式建模多重库仑散射（MCS），而非假设粒子沿直线传播。对于每个探测到的 μ子， μTRec 使用测得的入射和出射径迹段，并在可用时利用事件级动量信息，在高斯散射模型下通过贝叶斯更新估计最可能的曲线轨迹，并将相关不确定性传递至体素化图像重建中。 μTRec 的关键创新在于，将 μ子路径视为受物理规律约束的概率轨迹，而不是穿过检测区域的单个点或直线弦。与最近接近点等经典方法及其他直线近似相比，这种方法可减少定位偏差，提升非均质几何结构中的重建保真度，并增强在缪子统计量有限时对微小构型变化的检测灵敏度。这些能力对于保障应用至关重要，因为其目标不仅是可视化，还要可靠地检测并定位密封堆芯内的异常。通过在现实宇宙射线条件下检测燃料缺失和内部构型变化，物理信息引导的 μ子层析成像为下一代微型反应堆系统提供了一条实现可部署、非侵入式核查工具的途径[16,20–27]。

在本研究中，我们将物理信息引导的缪子散射层析成像扩展至微型反应堆尺度的反应堆系统和保障措施驱动的监测场景。不同于以往聚焦于货物筛查、地质成像或乏燃料核查的 μ层析成像研究，本研究针对的是紧凑、密封且高度非均质的微型反应堆堆芯；有限的检查通道和可运输性带来了独特的核查挑战。其次，我们展示了在理想化束流条件和现实宇宙射线通量下，如何检测典型微型反应堆几何结构中的燃料缺失。结果表明，利用可实现的缪子计数即可识别密封堆芯中构型层面的异常，为非侵入式堆芯完整性核查提供了切实可行的途径。最后，我们量化了在现实探测器和运行约束下的性能，其中包括有限的空间分辨率、能量分辨率和缪子统计量。结果显示，与传统的基于最近接近点（PoCA）的方法相比，所提出的方法在保持异常检测灵敏度的同时降低了采集时间要求，表明其具备现场部署的可行性。

本文的方法部分介绍了本研究采用的微型反应堆几何结构、GEANT4中的模拟缪子源及其特性，以及探测器规格；还简要介绍了PoCA算法，随后阐述物理信息引导的 μTRec框架，重点说明如何将动量信息纳入算法。文中还给出了M值和探测器分辨率的定义。在结果与讨论部分，我们设置了五种情景来评估所开发的 μTRec算法，包括激光型缪子源、宇宙射线μ子源、 μTRec与PoCA的比较、探测器分辨率的影响，以及能谱仪数量的影响。

方法

eVinci^{TM} 热管微型反应堆

为在避免专有设计细节的同时开展具有行业相关性的研究，我们开发了一种热管微型反应堆代理模型，其灵感来自西屋电气公司正在开发的eVinci概念[28]。所得配置采用石墨慢化，燃料为UO_2，，并使用12个旋转控制鼓进行控制。在本工作中，该模型称为eVinci启发设计（EMD）微型反应堆。EMD微型反应堆堆芯布局的标注图见图1a。代表性燃料片内UO_2 燃料压块与热管的布置见图1b。EMD的其他设计细节汇总于表1。参考配置不含可燃毒物。

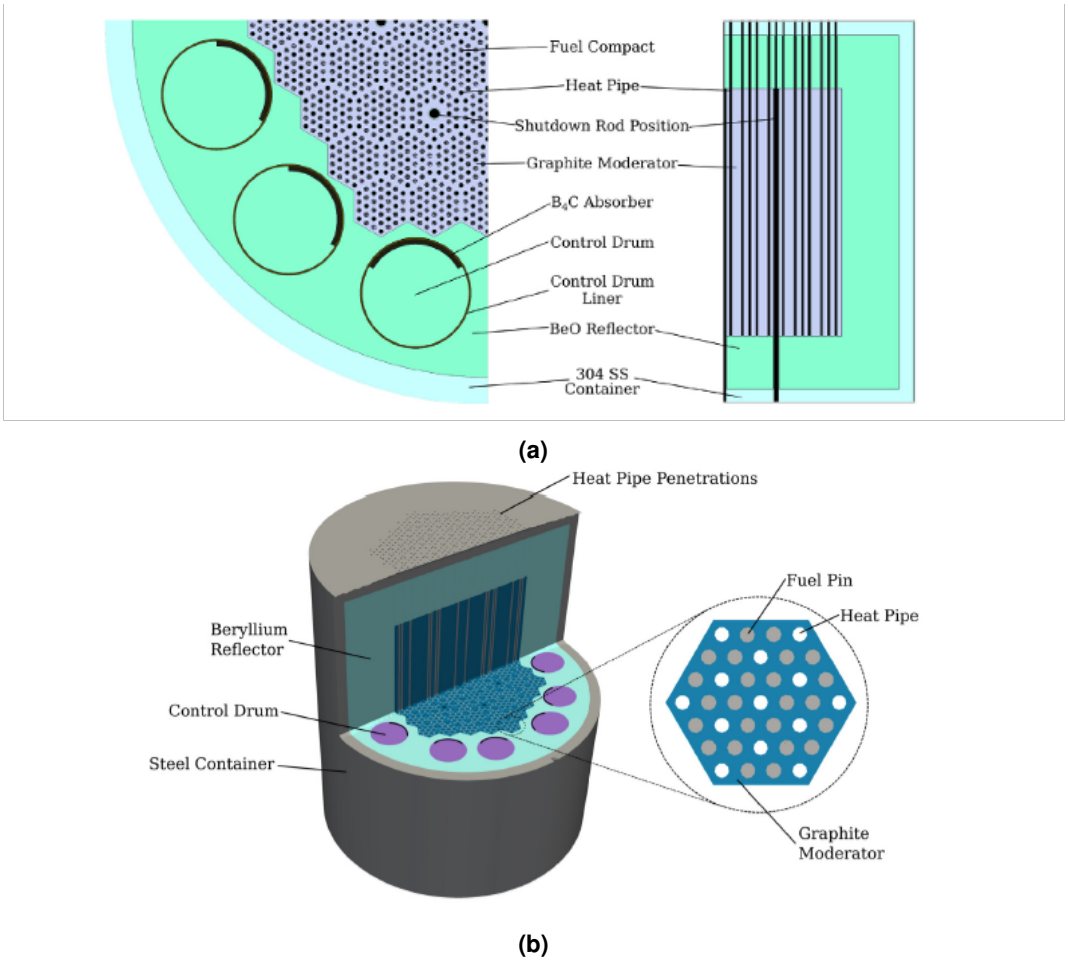


图1。 EMD微反应器：（a）标注核心组件的径向和轴向示意图[29] 以及（b）带放大燃料片的基本布局[30]。

缪子源

为评估受控束流与真实本底两种条件下的性能，对两种不同的缪子源进行了建模。第一种源代表激光产生的缪子束，实现为入射至检测体积的平行源。μ子能量围绕5吉电子伏特的平均能量进行抽样。该源提供明确的照射几何和较小的角分布，从而能够在近理想束流条件下对重建灵敏度、采集要求和算法性能开展受控研究。

第二个源代表自然产生的宇宙射线μ子，并使用参考文献[31]中所述的缪子生成器在GEANT4中进行模拟。在此配置下，缪子能量范围为0–60吉电子伏特，入射方向从0–90°的天顶角范围内采样，在能量和立体角方面提供了与本底缪子场一致的宽广谱分布。所得源分布汇总于图2中，展示了用于后续成像和重建研究的模拟能谱与角分布。

探测器

本研究使用四平面闪烁探测器阵列进行缪子径迹跟踪。每个探测器平面的尺寸为 $300\times300\times1$ 厘米^3，并呈垂直方向排列。第一和第四平面之间的总间距为400厘米，探测器分为上游和下游探测器对。每对探测器内部的平面间距为30厘米，可据此估计用于轨迹重建的入射和出射径迹段。在本分析的大多数结果中，假定探测器平面具有理想的空间和能量分辨率，从而可以独立于探测器测量不确定性评估重建性能。为评估实际探测器的影响，我们还通过对重建的缪子击中位置和缪子能量引入不确定性，研究了两种具有代表性的有限分辨率情形。

所有模拟均使用GEANT4模拟软件[32]完成。整体成像配置如图

参数	值	Unit
燃料棒直径	1.7	[cm]
有效燃料高度	182	[cm]
转鼓衬层外半径	18.7	[cm]
转鼓衬层内半径	18.05	[cm]
转鼓衬层材料	lead	NA
转鼓 B_4C 涂层角度	110	[°]
转鼓 B_4C 涂层厚度	1.5	[cm]
转鼓高度	182	[cm]
热管外径	1.6	[cm]
热管壁厚	1.0	[mm]
热管材料	SS	NA
停堆导向管外半径	2.0	[cm]
停堆导向管厚度	0.3	[cm]
停堆导向管材料	SS	NA
棒元节距	2.86	[cm]
薄片节距	18	[cm]
反射层外半径	120	[cm]
容器高度	280	[cm]
容器外半径	130	[cm]
容器厚度	10	[cm]

表 1. EMD微反应器的设计参数。所有节距均以六边形阵列的对边距表示[29]。

3所示。缪子穿过上游探测器对，通过微型反应堆几何结构，在所遇材料的作用下发生多重库仑散射（MCS），随后穿过下游探测器对。四个探测器平面提供位置测量，用于估计重建所需的入射和出射径迹段。

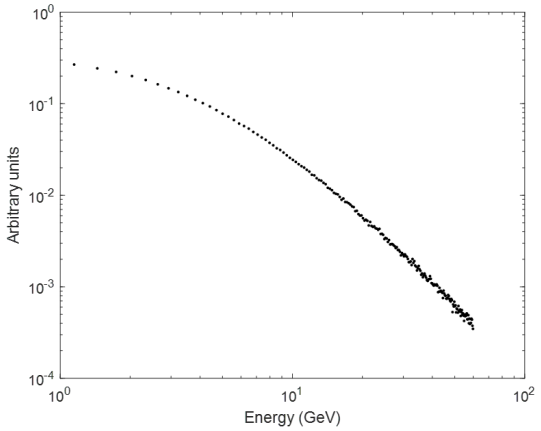
除轨迹几何结构外，我们还研究了加入μ子动量信息的益处。在实际系统中，动量通常由专用能谱仪测量，例如切伦科夫能谱仪或磁谱仪，这会增加探测器的复杂性和成本[33]。由于仿真可以获取μ子的初始能量和最终能量，我们模拟了两种情况下的动量测量：（i）仅在入口处获取动量；（ii）在入口和出口处均获取动量，对应于双谱仪配置。在我们的实现中，动量测量分别关联到探测器2（入口侧）和探测器3（出口侧）。仅在入口处测量的情况提供单缪子动量，可将其纳入 μTRec算法并用于计算密度映射（M值）；而入口和出口均进行测量的情况还可估算粒子穿过物体时的能量损失，并将其纳入 μTRec。正如预期，更多可用测量信息能够提高重建保真度，并减少对推断出的材料分布的不确定性。

缪子散射层析成像

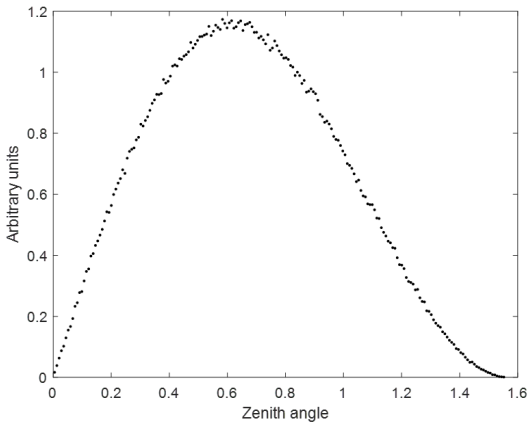
在本研究中，我们采用 μTRec算法。该算法为纯几何PoCA方法提供了一种基于物理学的替代方案，并且在此前的评估中已展现出显著更高的计算效率，最高可达到约 20×倍的速度提升[18,26]。为量化其性能，我们将使用 μTRec获得的重建结果与PoCA结果进行直接比较。

*PoCA*算法

为了重建物体内部缪子的散射位置，PoCA算法采用一种经过几何简化的模型[34]。该方法假设，缪子穿过介质时经历的总角偏转可归因于一次离散散射事件。与试图捕捉缪子沿路径发生的多重库仑散射累积效应的复杂模型不同，PoCA通过指定一个点来代表相互作用，从而近似整个偏转过程。实现时，首先根据两对径迹探测器采集的位置测量数据，确定缪子的入射和出射轨迹。假设探测器具有足够的分辨率，能够准确地将每个记录到的击中位置与对应的缪子径迹关联起来。根据这些数据，构造两个向量，分别表示入射路径和出射路径。这两个向量的交点被视为散射点。然而，这两个向量在三维空间中可能并不相交。此时，PoCA点通过找出两条轨迹上彼此欧几里得距离最近的一对点来计算。具体而言，采用最小二乘最小化来求两条直线之间的垂直距离。随后，将这段最短线段的中点定义为散射点，并将两个轨迹向量之间的角度差估计为散射



(a) 模拟缪子的能量分布。



(b) 模拟缪子的角分布（弧度）。

图2。 GEANT4 中使用的模拟宇宙射线μ子源特性：(a) 能量分布和 (b) 角分布（天顶角）[31]。

角。由于PoCA是一种纯几何的简化轨迹模型，因此无法自然地将单缪子动量纳入重建本身。实际上，动量信息只能通过M值用于密度映射。若无法获取动量，则仅使用测得的散射角进行密度映射。

μTRec 算法

为克服单点散射近似的局限性， μTRec 算法通过明确纳入多重库仑散射物理，重建最可能的μ子轨迹。 μTRec 不再指定单个相互作用点，而是将μ子穿过探测体积的路径建模为一条概率曲线，并用测得的上游和下游径迹段加以约束。散射过程通过多重库仑散射似然描述，其中预期角分布取决于μ子动量和穿过的材料。对于厚度为z 的材料，均方根（RMS）散射角的常用近似公式为[35,36]，

$$\sigma_\theta \approx \frac{13.6\ \mathrm{MeV}}{\beta pc}\sqrt{\frac{z}{X_0}}\left[1+0.038\ln\left(\frac{z}{X_0}\right)\right], \tag{1}$$

其中p 为μ子动量， βc 为μ子速度，X_0 为材料的辐射长度。该关系直接说明了在轨迹推断中使用动量信息的必要性，因为高动量μ子受到的散射较小，因此其测得的偏转应与低动量μ子的偏转采用不同权重。

μTRec 方法采用一种广义统计框架，用于宇宙射线 μ 子层析成像，其依据是参考文献[18,19,25,37]中提出的形式体系。在每个横向投影中，多重库仑散射用二元高斯模型表示，该模型联合描述角偏转（θ）和横向位移（y）。对于 y–z 投影，状态向量表示为

$$\mathbf{Y}(z)=\begin{bmatrix} y(z) \\ \theta_y(z) \end{bmatrix}. \tag{2}$$

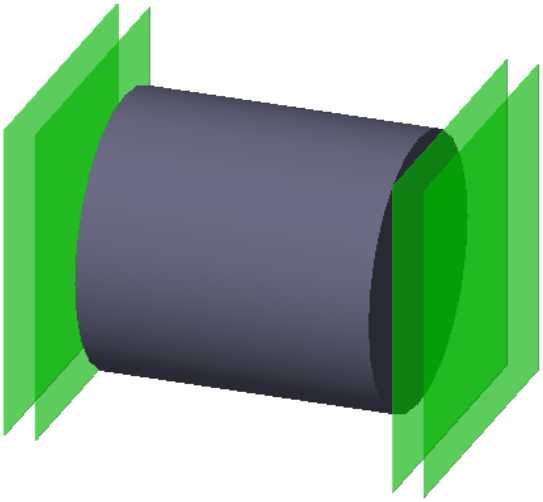
在x–z投影中采用类似的定义。

能量损失通过连续减速近似（CSDA）纳入考虑；对于本研究相关能量范围内的最小电离 μ 子，该近似是合适的。与直线模型或单点散射模型不同， μTRec 估计连续的曲线轨迹，能够更忠实地反映 μ 子在致密非均匀介质中经历的物理相互作用。重建轨迹渐近趋近于测得的入射和出射轨迹，从而改善空间定位和图像保真度。

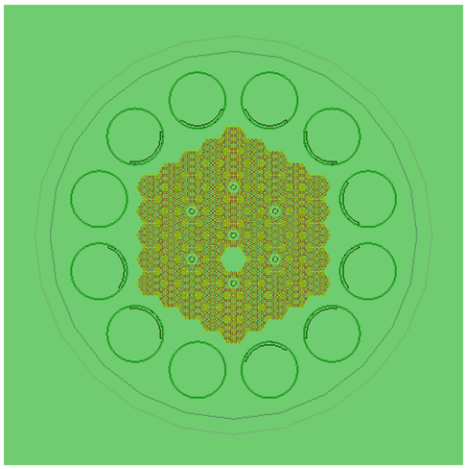
我们考虑重建体积的y–z 投影，如图 4所示，其中（y_0,$z0$,θ_0）表示 μ 子进入重建体积时的状态，（y_2,$z2$,θ_2）表示其离开时的状态。z 方向垂直于探测器平面。

μ在y–z 平面中的 TRec 估计值为[18]

$$\mathbf{Y}_{\mu\mathrm{TRec}}(z)=\left(\Sigma_1^{-1}+R_2^T\Sigma_2^{-1}R_2\right)^{-1}\left(\Sigma_1^{-1}R_0\mathbf{Y}_0+R_2^T\Sigma_2^{-1}\mathbf{Y}_2\right), \tag{3}$$



(a) 几何结构与探测器布置。



(b) 几何结构与探测器布置的侧视图。

图3。 使用四个探测器（绿色）对 EMD微反应器（灰色）进行 μ子入射/出射追踪的测量装置，该装置采用 GEANT4 建模。

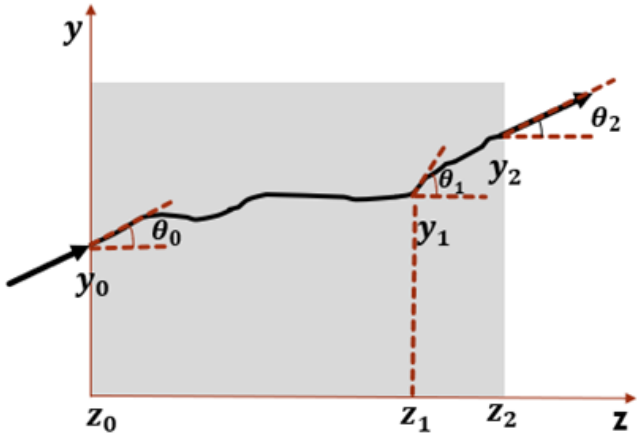


图4。 在y–z 平面上多重库仑散射的示意图[18]。

同样地，在x–z 平面中，

$$\mathbf{X}_{\mu\mathrm{TRec}}(z) = \left(\Sigma_1^{-1} + R_2^T \Sigma_2^{-1} R_2\right)^{-1} \left(\Sigma_1^{-1} R_0 \mathbf{X}_0 + R_2^T \Sigma_2^{-1} \mathbf{X}_2\right). \tag{4}$$

这里， Σ_1 和 Σ_2 分别是上游和下游轨迹段的协方差矩阵，而R_0 和R_2是相应的传输矩阵。这些矩阵的完整定义，以及式（3）和（4）的推导，见参考文献[18]。动量辅助 μTRec 工作流程的伪代码摘要见图5。

在本研究中，我们重点关注将动量信息纳入 μTRec 框架。在小角度近似下，多重库仑散射会导致（y θ_y）中的相关涨落，这些涨落可由协方差矩阵为下式的零均值二元高斯分布很好地近似表示，

$$\Sigma(z_0, z_1) = \begin{bmatrix} \sigma_y^2(z_0, z_1) & \sigma_{y\theta}(z_0, z_1) \\ \sigma_{y\theta}(z_0, z_1) & \sigma_\theta^2(z_0, z_1) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

这种表示方式同时捕捉了角分布，以及在探测器平面之间累积的相关横向位移。

1. 收集入射和出射μ子测量数据：

$$(p_1, p_2, E_1) \text{ from the upstream tracker,}$$
$$(p_3, p_4, E_2) \text{ from the downstream tracker.}$$

2. 计算每个 μ子的散射角和能量损失（$E_1 - E_2$）。
3. 使用高斯多重库仑散射模型和贝叶斯形式体系估计缪子轨迹[18]：
   （a）初始化辐射长度估计值。
   （b）应用线性能量损失模型。（c）计算多重库仑散射矩和协方差项。（d）构造协方差矩阵 $\Sigma_1(z)$ 和 $\Sigma_2(z)$，以及传输矩阵 $R_1(z)$ 和 $R_2(z)$。（e）应用贝叶斯更新以获得估计轨迹。
4. 将重建体积分割为 $n \times n \times n$ 个体素：（a）为估计轨迹穿过的每个体素赋予一个 M 值（方程 14）。（b）对所有缪子重复此过程，并对体素化统计数据取平均，以形成 M 值密度图。
5. 根据体素化统计数据重建图像。

图5. 伪代码　动量辅助 μTRec算法。无动量版本详见参考文献。[18].

除标准MCS前因子外，线段（z_0,z_1）上的协方差元素为

$$\sigma_y^2(z_0,z_1) \propto \int_{z_0}^{z_1} \frac{(z_1-z)^2}{\beta^2(z)\,p^2(z)} \frac{dz}{X_0(z)}, \tag{6}$$

$$\sigma_{y\theta}(z_0,z_1) \propto \int_{z_0}^{z_1} \frac{(z_1-z)}{\beta^2(z)\,p^2(z)} \frac{dz}{X_0(z)}, \tag{7}$$

$$\sigma_\theta^2(z_0,z_1) \propto \int_{z_0}^{z_1} \frac{1}{\beta^2(z)\,p^2(z)} \frac{dz}{X_0(z)}. \tag{8}$$

假设每个线段内的辐射长度X_0 为常数，则通过基于线性化Bethe–Bloch模型的[18],引入动量损失

$$p(z) \approx p_0 - az, \tag{9}$$

其中 p_0 是线段入口处的μ子动量，而a 是单位路径长度的平均动量损失。对于相对论性μ子，$\beta(z) \approx 1$，公式（8）变为

$$\begin{aligned}\sigma_\theta^2(z_0,z_1) &\propto \int_{z_0}^{z_1} \frac{dz}{(p_0-az)^2} \\ &= \frac{1}{p_0}\left[\frac{z_1}{p_0-az_1} - \frac{z_0}{p_0-az_0}\right] \\ &= \frac{z_1-z_0}{p_0^2 - ap_0(z_1-z_0) + a^2 z_0 z_1}.\end{aligned} \tag{10}$$

在弱损失条件$a(z_1 - z_0) \ll p_0$, 下，可简化为

$$\sigma_\theta^2(z_0,z_1) \propto \frac{z_1-z_0}{p_0^2 - ap_0(z_1-z_0)}. \tag{11}$$

同样，其余矩表示为[38]

$$\sigma_y^2(z_0,z_1) \approx \frac{(z_1-z_0)^2}{3}\,\sigma_\theta^2(z_0,z_1), \tag{12}$$

$$\sigma_{y\theta}(z_0,z_1) \approx \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\sigma_\theta^2(z_0,z_1)\,\sigma_y^2(z_0,z_1)}. \tag{13}$$

这些关系在散射功率恒定时是精确的；当散射功率沿线段缓慢变化时仍然准确，而这一条件在本研究重建所采用的小步长下得以满足。

M值

在图像形成过程中，每个体素都会累积与其相交的重建轨迹所对应缪子的散射度量。具体而言，对于给定体素，会汇总所有穿过该体素的缪子的散射角，并将相应事件集的平均散射角作为该体素的强度[18]。在本研究中，我们通过纳入缪子动量信息，扩展了传统的散射角映射。这使得我们能够使用逐事件M值构建密度图；该值结合了测得的散射角和动量，并直接与仅角度重建进行比较。M值定义为[33,39–41]，

$$M(p,\theta) = \log_{10}\left(\left(\theta^{0.958}\,[\mathrm{rad}] \times p\,[\mathrm{GeV}/c]\right)^{2.4}\right) \tag{14}$$

其中， θ 为μ子的散射角， p 为μ子的动量。

探测器分辨率

在典型的径迹探测器中，击中深度（z）由探测器平面的位置固定，而横向坐标（x 和y）则受读出粒度限制。因此，我们通过仅对横向击中坐标进行模糊处理，来模拟主要的测量不确定度。考虑两种具有代表性的空间分辨率：全宽半高（FWHM）为 5 mm 和 10 mm。对于每次击中，分别在x 和y上添加相互独立的高斯偏移，其高斯标准差为

$$\sigma = \frac{\mathrm{FWHM}}{2\sqrt{2\ln 2}} = \frac{\mathrm{FWHM}}{2.355}.$$

这对应于 FWHM 为 $=5$ mm 时的 $\sigma = 2.12$ mm，以及 FWHM 为 $=10$ mm 时的 $\sigma = 4.25$ mm。

对于μ子动量（能量）测量，我们同样考察两种分辨率情况：5% 和 10%，以相对半高全宽表示。对于能量为E^{μ}的μ子，假设 FWHM $= rE^{\mu}$，其中$r \in \{0.05, 0.10\}$，对应的高斯宽度为

$$\sigma_E = \frac{\mathrm{FWHM}}{2.355} = \frac{rE_{\mu}}{2.355}.$$

结果与讨论

我们测试了多个测试场景，以评估 μTRec 算法在与实际部署相关的运行条件下的表现。表 2概述了这些场景及其相应的测试条件。在动量信息情形中，每个体素的值计算为所有穿过该体素的 μ子所对应M值的均值。同样，在无动量信息情形中，每个体素的值计算为所有穿过该体素的 μ子所对应散射角值的均值。对于堆芯层面分析，通过沿微型反应堆轴向对重建的三维体素矩阵取平均，得到二维表示。在定量评估中，我们重点识别由 61 个燃料片组成的反应堆堆芯构型中的单个缺失六边形燃料片。完整燃料片与缺失燃料片响应之间的差异，使用基于均值差的可探测性度量进行量化：

$$\mathrm{DP}_{\mathrm{means}} = \frac{|\mu_{\mathrm{intact}} - \mu_{\mathrm{miss}}|}{\sqrt{\sigma^2_{\mathrm{intact}}/n_{\mathrm{intact}} + \sigma^2_{\mathrm{miss}}/n_{\mathrm{miss}}}} \tag{15}$$

其中，$\mathrm{DP}_{\mathrm{means}}$ 是基于两个样本均值间距的可探测性度量； μ_{intact} 和 μ_{miss} 分别是完整燃料区域和缺失燃料区域中的体素均值； σ_{intact} 和 σ_{miss} 是相应的标准差；n_{intact} 和n_{miss} 则分别是用于计算各区域统计量的体素数量。

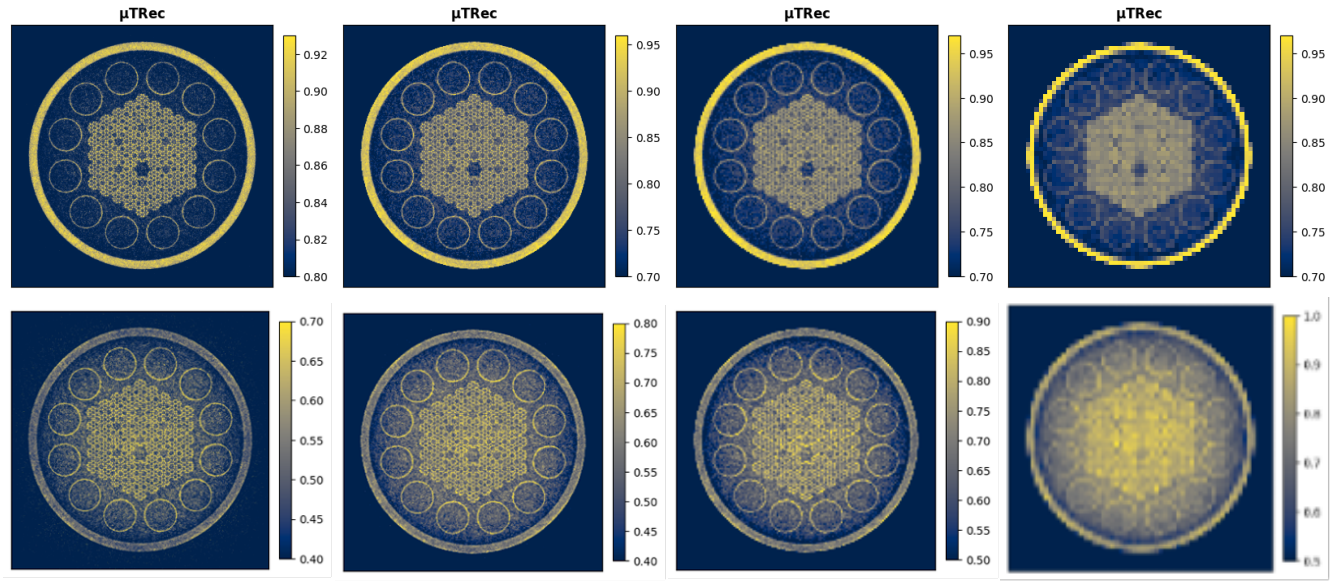
μTRec 是一种物理信息重建算法，其标准形式依赖三个关键假设：（1）μ子穿过材料的辐射长度；（2）每个μ子的动量；（3）每个μ子沿其路径的能量损失。本研究通过引入两台能谱仪，直接测量μ子进入和离开系统时的能量，放宽了假设（2）和（3）。上游能谱仪提供入射μ子的能量E_1,，下游能谱仪则提供出射能量E_2,，从而可估算能量损失$E_1 - E_2$。利用这些测量结果，剩余的唯一模型输入是中间材料的辐射长度。不过，使用两台能谱仪会增加系统成本和集成复杂度。因此，我们还评估了采用单台能谱仪的简化仪器配置；在这种情况下，μ子的能量损失必须作为假设值或模型计算量处理，而非直接测量值。

No.	场景	配置
1	激光型缪子源	动量辅助与不使用动量的重建—— 针对 300 万个 μ子，在四种体素尺寸下进行
2	宇宙射线μ子源	动量辅助与不使用动量的重建—— 3M 个缪子在四种体素尺寸下的结果
3	μTRec 与 PoCA 的比较	动量辅助与不使用动量的重建—— 10 mm 体素尺寸下四种缪子计数的结果
4	探测器分辨率（动量辅助）	4 毫米体素尺寸下的 300 万个宇宙射线μ子
5	能谱仪数量	4 毫米体素尺寸下的 300 万个宇宙射线μ子

表2. 本研究评估的测试场景。

激光型缪子源

为评估 μTRec 算法，第一个测试场景假设采用理想化的激光驱动缪子源，产生 5 吉电子伏特μ子的平行束。激光型缪子源是高能量密度物理领域的活跃研究方向，多个组织正在研究其用于μ子层析成像的潜力[42–44]。图6展示了使用 300 万个 μ 子进行堆芯评估得到的微型反应堆重建结果。上排为利用动量信息的重建结果，下排为无动量信息的重建结果；体素尺寸分别为 (a) 4 mm、(b) 10 mm、(c) 20 mm 和 (d) 50 mm。正如预期，两种配置的图像噪声均随体素尺寸增大而增加，4 mm 体素网格的图像质量最佳。在动量信息情形下，四种体素尺寸下均可轻易辨认出缺失燃料片。此外，堆芯的关键特征也得以解析，包括按六边形排列的七根停堆棒（中空，不锈钢壁厚 0.3 cm）和 12 个圆形控制鼓（中空，铅壁厚 0.65 cm）。较小的蓝色圆形特征对应热管（中空，不锈钢壁厚 1 mm）。直径为 1.7 cm 的 UO_2 燃料棒在全部 61 片燃料片中均得到一致重建，在堆芯中呈黄色区域。缺少动量信息时，当体素尺寸为 20 mm，停堆棒、燃料棒和热管等关键特征变得难以解析；体素尺寸为 50 mm 时，重建结果已无法可靠识别缺失燃料片。这些趋势在表3中进行了量化。与缺失动量信息的配置相比，利用动量信息的重建在体素尺寸为 4 mm、10 mm、20 mm 和 50 mm 时，对缺失燃料片的可探测性指标分别提高了 144.22%、141.03%、149.85 % 和 65.50%。



(a) 体素尺寸：4 毫米　**(b)** 体素尺寸：10 mm　**(c)** 体素尺寸：20 mm　**(d)** 体素尺寸：50 mm

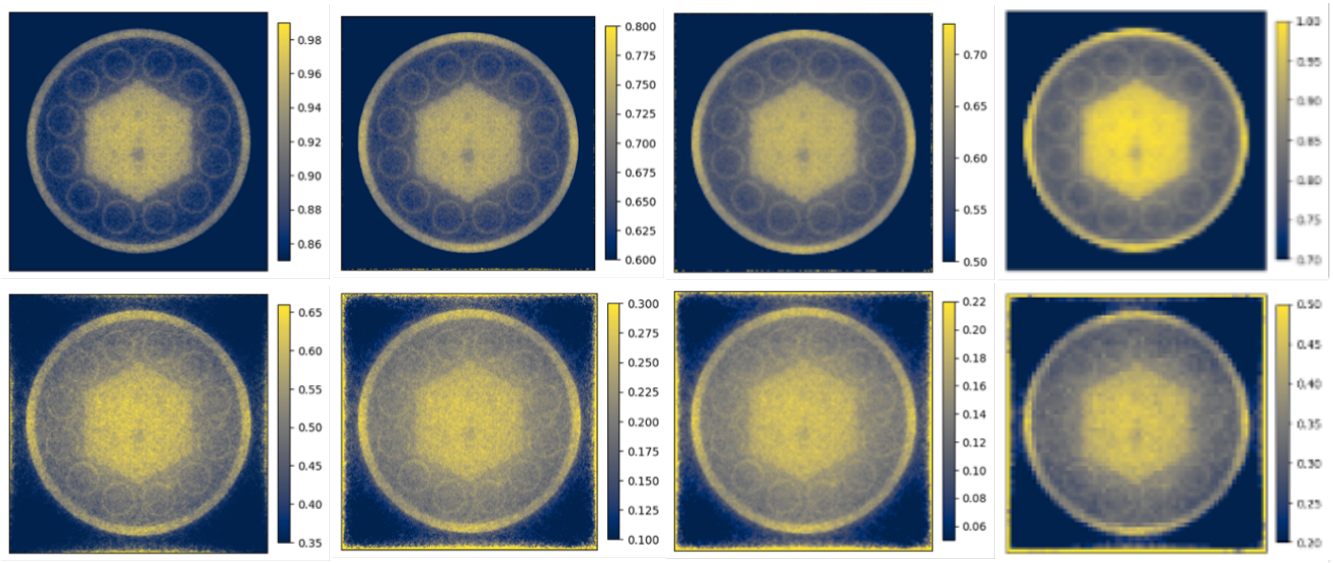
图6. 激光缪子源： 使用 μTRec 算法进行的重建结果。上排显示利用入射和出射动量信息进行 M值映射的重建结果，下排显示不使用动量、采用基于散射角的密度映射进行的重建结果。

源	设置	4mm	10mm	20mm	50mm
激光缪子源	有动量	51.8318	28.1355	13.0012	7.4380
	无动量	21.2233	11.6730	5.2037	4.4943
	DP改进	**144.22%**	**141.03%**	**149.85%**	**65.50%**
宇宙线缪子源	有动量	59.1885	33.5523	16.9713	5.8577
	无动量	28.8570	18.1625	11.4346	4.9245
	DP改进	**105.11%**	**84.73%**	**48.42%**	**18.95%**

表3. 使用激光缪子源和真实能谱，以 3×10^6 个μ子为单个燃料组件缺失的情形进行重建，采用 μTRec算法，并报告不同体素尺寸下的重建图像特征（可探测性度量，DP）。

宇宙射线μ子源

在第二种情形中，我们考虑宇宙射线缪子源，图中显示了使用 3M 个缪子得到的相应重建结果。 7。与前一种情形一样，顶行展示动量辅助结果，底行展示缺失动量信息的结果，二者均采用相同的四种体素尺寸。正如预期，增大体素尺寸会使两种配置下的噪声水平均有所升高。总体而言，与缺失动量信息的情形相比，利用动量信息的重建图像质量更佳，也能更可靠地识别缺失燃料片。对于宇宙射线源，即使纳入动量信息，区分燃料棒与热管仍然颇具挑战。尽管存在这一局限，利用动量信息的重建仍能在所有体素尺寸下识别缺失燃料片。相比之下，缺失动量信息的重建只能较弱地显示燃料片缺失；当体素尺寸为50 mm时，无法有把握地识别出该特征。两种配置下均可辨认控制鼓。动量辅助情形下只能较弱地分辨停堆棒，而缺失动量信息的情形下则无法识别停堆棒。定量而言，表 3 显示，与缺失动量信息的配置相比，利用动量信息的重建在体素尺寸分别为4 mm、10 mm、20 mm和50 mm时，可使DP分别提高105.11%、84.73%、48.42%和18.95%。



(a) 体素尺寸：4 mm **(b)** 体素尺寸：10 mm **(c)** 体素尺寸：20 mm **(d)** 体素尺寸：50 mm

图 7. 宇宙射线μ子源： 使用 μTRec 算法得到的重建结果。上排显示使用入射和出射动量信息进行 M值映射的重建结果，下排显示不使用动量、采用基于散射角的密度映射得到的重建结果。

图8a 显示，随着体素尺寸增大，可探测性指标（DP）会降低。对于激光驱动缪子源和宇宙线缪子源，动量辅助情形与无动量情形之间的差异在体素尺寸较小时最大，并随体素尺寸增大而缩小。这表明，在需要高空间分辨率时，事件级动量信息带来的益处最大。在更精细的体素化处理中，将每条缪子轨迹准确分配到正确的一组体素，对轨迹不确定性会更加敏感。在散射模型中纳入动量信息可降低这种不确定性，从而获得更准确的轨迹估计并提高可探测性。我们观察到，宇宙射线缪子的DP高于激光缪子源在

动量辅助和无动量两种情形下的DP。这是因为激光驱动的重建结果在完整燃料和燃料缺失区域内呈现出更强的体素级波动，从而增大了相应的标准差并降低了DP。

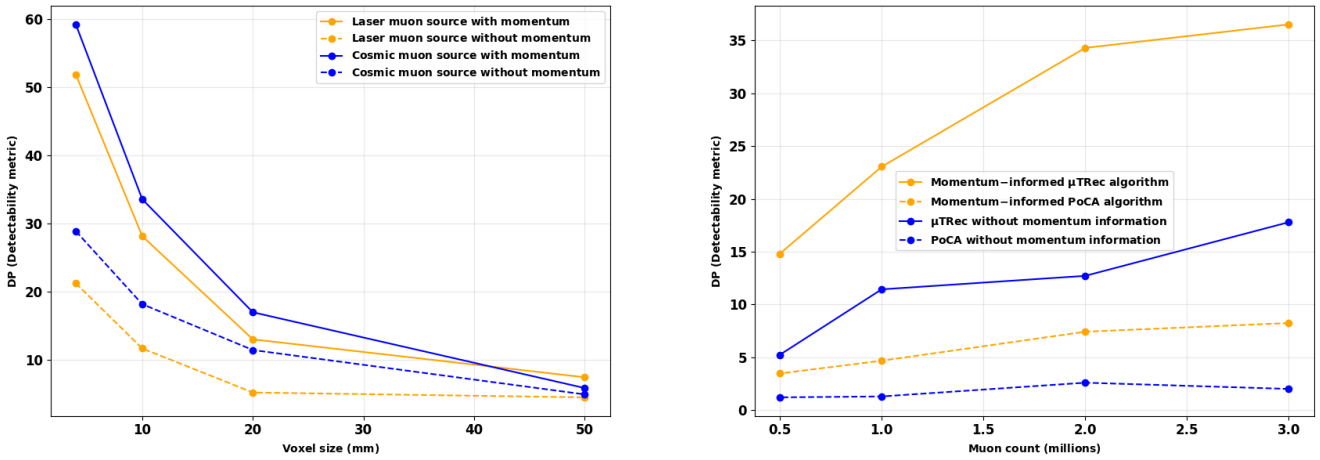


图8。 不同测试场景下的探测性能：使用 μTRec 算法，在单个燃料片缺失场景中，对 300 万个缪子进行分析，**(a) 可探测性指标与体素尺寸的关系**；以及**(b) 可探测性指标与缪子数量的关系**，比较动量辅助和无动量宇宙射线情形下的 μTRec 与 PoCA，体素尺寸为 10 mm。

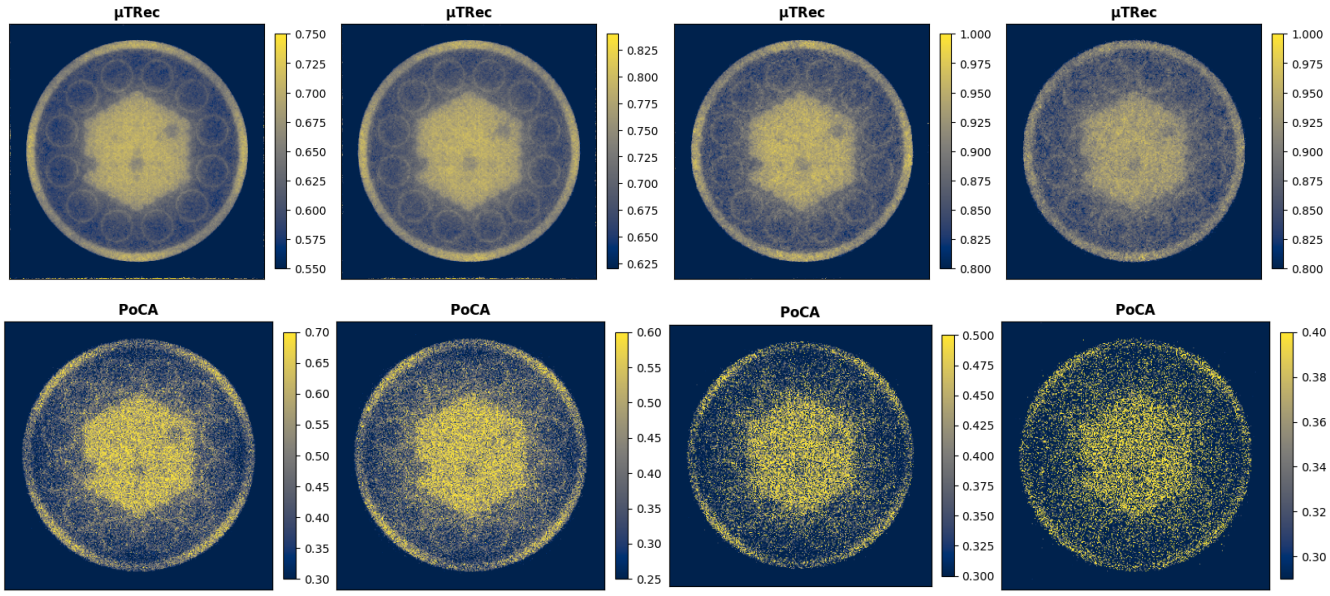
μTRec 与 PoCA 的比较

在第三种场景中，我们对 μTRec 与广泛用于宇宙射线缪子的 PoCA 算法进行基准比较，同时考察无动量情形和动量辅助情形。我们评估了四种事件总数：300 万、200 万、100 万和 50 万个缪子。在宇宙射线运行中，缪子数量越多，采集时间越长，因此目标是尽可能减少缪子数量以缩短总成像时间，同时识别微型反应堆缺陷。采用 JAX 和 GPU加速实现时，两种重建方法的运行时间均为数秒。在动量辅助比较中，两种算法都使用测得的动量进行 M值映射，而 μTRec 还在轨迹估计中纳入了单缪子动量和能量损失。图 9 展示了固定体素尺寸为 10 mm 时利用动量信息的重建结果，其中μTRec 显示在上排，PoCA 显示在下排。缺陷模型包含三个缺失的燃料片，其中一个位于堆芯边缘附近。对于 μTRec，300 万、200 万和 100 万个缪子的情形均能清晰分辨全部三个缺失燃料片和控制鼓。当缪子数量为 50 万时，边缘处的燃料片变得难以识别，控制鼓也开始模糊，但另外两个缺失的燃料片仍可辨认。PoCA 在 300 万和 200 万个缪子时能够检测到这三个缺失的燃料片，但重建结果仍有噪声，控制鼓的分辨效果较差。当缪子数量为 100 万和 50 万时，无法有把握地识别缺失的燃料片，控制鼓也无法分辨。如图 10所示，无动量情形更具挑战性。对于 μTRec，300 万个缪子的情形中，三个缺失的燃料片最为明显。当缪子数量为 200 万和 100 万时，相关迹象较弱，但仍有可能检测到；而 50 万个缪子的情形无法可靠地识别任何燃料片或控制鼓。对于 PoCA，在无动量设置下，四种缪子数量的情形均无法识别缺失的燃料片，也无法分辨控制鼓。

定量而言，表 4表明，在利用动量信息的情形下，μTRec 相对于 PoCA，在 3M、2M、1M 和 0.5M 缪子条件下分别使可探测性指标提高了 342.54%、361.75%、392.14% 和 326.13%。对于无动量情形，相应的可探测性指标提升分别为 783.57%、388.72%、778.81% 和 331.59%。图 8b进一步总结了这一趋势，表明μTRec 始终比 PoCA 具有更高的可探测性，且该优势在更高的缪子计数下更为显著。

探测器分辨率

探测器分辨率的影响是实际部署中需要重点考虑的因素。在此，我们使用 300 万个宇宙射线缪子，针对单个燃料碎片缺失的情况，评估 μTRec 对有限空间（位置）分辨率和能量分辨率的敏感性。如图11所示，我们考虑了三种探测器配置：(a) 理想分辨率，(b) 5 mm 空间分辨率和 5% 能量分辨率，以及 (c) 10 mm 空间分辨率和 10% 能量分辨率。不出所料，重建噪声从情况 (a) 到情况 (c) 逐渐增加。表5 的定量结果显示，与理想分辨率情况相比，情况 (b) 和 (c) 的可探测性指标分别下降了 0.7% 和 8.88%。



(a) 3M个μ子 **(b)** 2M个μ子 **(c)** 1M个μ子 **(d)** 0.5M个μ子

图9。 动量辅助： 宇宙射线μ子源，顶行显示使用 μTRec结合M值映射得到的重建结果，底行显示使用PoCA结合M值映射得到的重建结果，体素大小为10 mm。

μ子通量（百万）	DP（无动量）DP改进			DP（动量辅助）DP改进		
	PoCA	μTRec	（μTRec 与 PoCA）	PoCA	μTRec	（μTRec 与 PoCA）
300万缪子	2.0134	17.7897	**783.57%**	8.2498	36.5089	**342.54%**
200万缪子	2.6013	12.7131	**388.72%**	7.4247	34.2834	**361.75%**
100万缪子	1.3013	11.4359	**778.81%**	4.6816	23.0402	**392.14%**
50万缪子	1.2149	5.2434	**331.59%**	3.4748	14.8071	**326.13%**

表4. 使用宇宙射线μ子、在无动量信息和动量辅助两种情况下，PoCA 与 μTRec 的可探测性指标比较，体素尺寸为 10 mm。

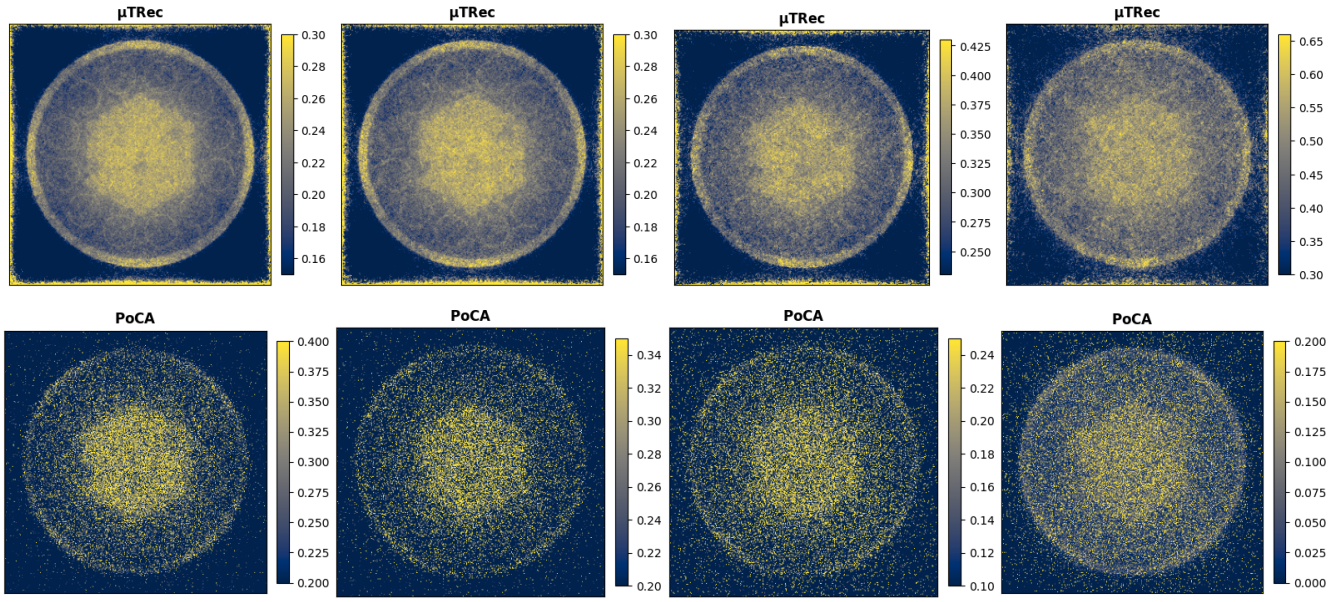
尽管如此，在这三种情况下，燃料碎片缺失和控制鼓仍然都可探测到。这些结果表明， μTRec 能够适应实际的探测器位置和能量分辨率。

探测器分辨率	DP	可探测性指标降低
理想分辨率	59.1885	-
5 mm 空间分辨率和 5% 能量分辨率	58.7726	0.7%
10毫米空间分辨率和10%能量分辨率	53.9325	8.88%

表5. DPf 或使用300万宇宙射线缪子，在4 毫米体素尺寸下采用不同的探测器分辨率配置 .

能谱仪数量

表 6 总结了三种 μTRec 配置。在第一种配置中，缪子动量不可用，密度图仅利用散射角构建。在第二种配置中，单台上游能谱仪测量入射缪子动量，随后将其作为输入提供给 μTRec，并用于 M-值密度映射。在第三种配置中，两台能谱仪测量入射缪子动量和出射缪子动量，从而实现逐事件能量损失估算，并将其与入射动量一并纳入 μTRec。相对于无能谱仪配置，单能谱仪配置使可探测性指标提高 101.06%。使用两台能谱仪使可探测性指标提高 105.11%。因此，与单能谱仪情形相比，第二台能谱仪带来的额外增益较为有限。鉴于第二台能谱仪所增加的成本与集成复杂度，这些结果表明，单台能谱仪能够提供有效的性能–成本



(a) 3M 缪子 **(b)** 2M 缪子 **(c)** 1M 缪子 **(d)** 0.5M 缪子

图10. 无动量信息：宇宙射线μ子源，上排显示使用 μTRec并结合散射角映射得到的重建结果，下排显示使用PoCA并结合散射角映射得到的重建结果，体素尺寸为10 mm。

权衡，适用于实际应用。

配置	DP	DP改进
无能谱仪	28.8570	-
1台能谱仪	58.0199	101.06%
2台能谱仪	59.1885	105.11%

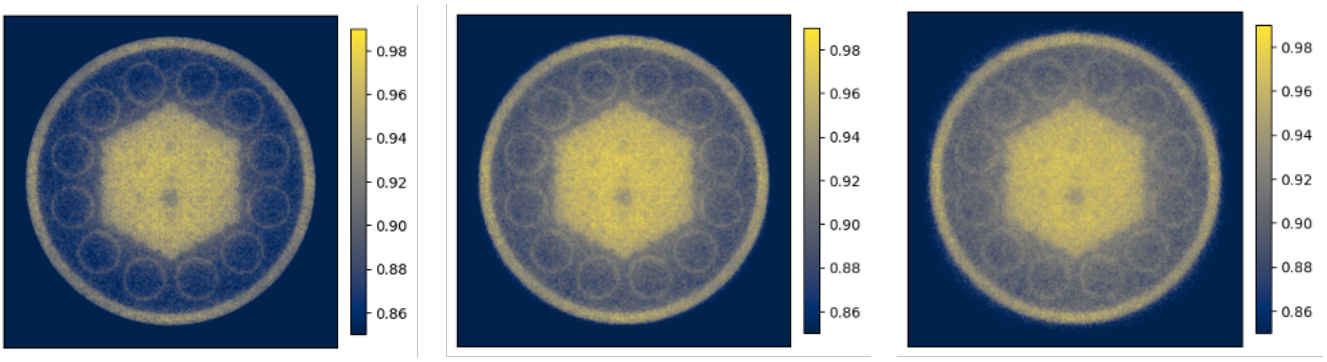
表6. 使用300万宇宙射线缪子、体素尺寸为 4 毫米时，不同能谱仪配置的可探测性指标。

结论

在本研究中，我们提出并验证了 μTRec，这是一种用于缪子散射层析成像的物理信息重建算法，可显式模拟多重库仑散射，并通过贝叶斯轨迹估计框架纳入逐缪子运动学。本研究的核心贡献是系统评估动量辅助的 μTRec在微型反应堆堆芯成像中的表现，重点考察动量测量如何在适用于实际部署的条件下提升缺陷可探测性和特征保真度。

对于理想化的激光驱动源和宇宙射线源，动量辅助的 μTRec始终能生成质量更高的重建结果；与未使用动量信息的重建结果相比，其对缺失碎片的可探测性也有所提升。对于激光驱动源，在体素尺寸分别为 4 毫米、10 毫米、20 毫米和 50 毫米时，纳入动量信息使可探测性指标分别提高了144.22%、141.03%、149.85%和65.50%。对于宇宙射线源，相应的可探测性指标分别提高了105.11%、84.73%、48.42%和18.95%。这些结果表明，动量辅助的 μTRec具有明显且可重复的优势，尤其是在体素划分更精细时；此时，事件级散射统计对于保留小尺度结构特征尤为重要。我们还在真实的宇宙射线条件下，针对多个缪子计数，在 10 毫米体素分辨率下将 μTRec与PoCA进行了比较。在动量信息情形下，与PoCA相比， μTRec在缪子数分别为300万、200万、100万和50万时，可探测性指标分别提高了342.54%、361.75%、392.14%和326.13%。在无动量情形下，相应的提升幅度分别为783.57%、388.72%、778.81%和331.59%。这些比较证实，即使缪子统计量有限， μTRec中的物理信息轨迹模型仍比基于点的重建具有显著更高的可探测性。

我们进一步考察了动量辅助运行所需的实际仪器配置选择。增加一台上游



(a) 理想分辨率 **(b)** 5 mm空间分辨率和5%能量分辨率 **(c)** 10 mm空间分辨率和10%能量分辨率

图11。 探测器分辨率对图像质量的影响。

能谱仪后，可探测性指标相比无能谱仪配置提高了 101.06%；增加第二台能谱仪后，可探测性指标提高了 105.11%。第二台能谱仪带来的增量收益有限，这表明单能谱仪配置即可获得大部分性能提升，同时降低系统成本和集成复杂度。此外，动量辅助 μTRec 对现实的探测器分辨率仍具有稳健性。相较于理想分辨率情形，对于空间分辨率分别为 5 mm 和 10 mm、且对应能量分辨率分别为 5% 和 10% 的探测器配置，可探测性指标仅下降 0.7% 和 8.88%。总体而言，这些结果表明，动量辅助 μTRec 是一种实用且可扩展的方法，可用于对密封式微型反应堆堆芯进行非侵入式验证。

数据可用性

TRec和PoCA算法的Python和MATLAB脚本可从以下地址公开获取： μTRec和PoCA算法可公开获取，地址为 https://github.com/rughade/muTRec-algorithm。

致谢

本研究目前正在普渡大学核工程学院和普渡研究基金会提供的资金支持下开展。

参考文献

1. Shropshire, D. E., Black, G. & Araujo, K. 微型反应堆全球市场分析。技术报告，爱达荷国家实验室（INL），美国爱达荷州爱达荷福尔斯（2021年）。DOI: https://www.osti.gov/biblio/1806274. 2. Testoni, R., Bersano, A. & Segantin, S. 核微型反应堆综述：现状、潜力与挑战。《Prog. Nucl. Energy》138, 103822, DOI: https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2021.103822（2021年）。3. Black, G., Shropshire, D., Araújo, K. & van Heek, A. 核微型反应堆的前景：技术、经济学与监管考量综述。《Nucl. Technol.》209, S1–S20, DOI: https://doi.org/10.1080/00295450.2022. 2118626（2023年）。4. Lane, T. G. & Revankar, S. T. 微型反应堆技术、设计与部署的进展综述。《Prog. Nucl. Energy》178, 105520, DOI: https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2024.105520（2025年）。5. Morones-García, E. & François, J.-L. 核微型反应堆：现状综述与潜在应用；墨西哥案例。《Nucl. Eng. Des.》420, 113021, DOI: https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2024.113021（2024年）。6. Stevens, K. 等。远程微型反应堆运行的机遇、挑战与研究需求。《Nucl. Technol.》210, 2257–2273, DOI: https://doi.org/10.1080/00295450.2024.2344903（2024年）。7. Watson, D. L. P., Gatchalian, R. D. E., Hsieh, H.-Y., Bhat, P. & Tsvetkov, P. V. 裂变表面电源——一款概念性350千瓦（热功率）微型反应堆，其设计考虑了SpaceX 猎鹰重型火箭的质量限制，旨在为月球提供电力。《Nucl. Technol.》211, S49–S61, DOI: https://doi.org/10.1080/00295450.2024.2423144（2025年）。8. Ryan, E. D. 等。微型反应堆安全保障面临的挑战与技术驱动的机遇。《Nucl. Sci. Eng.》0, 1–19, DOI: https://doi.org/10.1080/00295639.2024.2372223（2024年）。

9. Culler, M., Oncken, J., Stevens, K. & Ulrich, T. 微型反应堆远程运行的风险分析。载于《太平洋盆地核能会议》（PBNC 2024），《太平洋盆地核能会议》（PBNC 2024），706–715, DOI: https://dx.doi.org/10.13182/PBNC24-45054（美国核学会，2024年）。10. Bryan, H. C., Jesse, K. W., Miller, C. A. & Browning, J. M. 远程核微型反应堆：数字孪生与集中式异地控制的初步经济评估。《Front. Nucl. Eng.》2, 1293908, DOI: https://doi.org/10.3389/ fnuen.2023.1293908（2023年）。11. Borozdin, K. 等。利用宇宙射线μ子进行射线成像。《自然》422, 277, DOI: https://doi.org/10.1038/422277a（2003年）。12. Miyadera, H. & Morris, C. L. μ子散射层析成像：综述。《Appl. Opt.》61, C154–C161, DOI: 10.1364/AO.445806（2022年）。13. Liu, Z. 等。用于宇宙射线μ子计算机断层成像的μ子追踪与图像重建算法。《IEEE图像处理汇刊》28, 426–435（2018年）。14. Chatzidakis, S., Choi, C. K. & Tsoukalas, L. H. 宇宙射线μ子与乏核燃料干式贮存罐的相互作用及最低探测限的确定。《Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. A: Accel. Spectrometers, Detect. Assoc. Equip.》828, 37–45, DOI: 10.1016/j.nima.2016.03.084（2016年）。15. Chatzidakis, S., Choi, C. K. & Tsoukalas, L. H. 利用宇宙μ子的多重库仑散射分析乏核燃料成像。《IEEE核科学汇刊》63, 2866–2874, DOI: 10.1109/TNS.2016.2618009（2016年）。16. Bae, J., Chatzidakis, S. & Ughade, R. 用于货物检查的伽马射线与宇宙射线μ子模态。载于Iniewski, K. & Gadey, H.（编）《新兴辐射探测：技术与应用》，207–238, DOI: https: // doi.org/10.1007/978-3-031-63897-8_12（施普林格·自然瑞士，尚，2024年）。17. Borozdin, K. 等。福岛反应堆受损堆芯的宇宙射线成像。《Phys. Rev. Lett.》109, 152501, DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.152501（2012年）。18. Ughade, R. & Chatzidakis, S. μTRec：一种用于增强散射层析成像的μ子轨迹重建算法。《J. Appl. Phys.》138, 064909, DOI: https://doi.org/10.1063/5.0278370（2025年）。19. Ughade, R., Bae, J. & Chatzidakis, S. 宇宙射线μ子轨迹估计算法的性能评估。《AIP Adv.》13, 125301, DOI: https://doi.org/10.1063/5.0174796（2023年）。20. Ughade, R. S. 面向μ子层析成像应用的基于物理的μ子轨迹估计算法。学位论文，普渡大学研究生院（2023年）。DOI: https://doi.org/10.25394/PGS.23748933.v1. 21. Ughade, R., Bae, J. & Chatzidakis, S. 宇宙射线μ子轨迹估计算法的性能评估。《美国核学会汇刊》129, 369–372, DOI: 10.13182/T129-42633（2023年）。22. Ughade, R. & Chatzidakis, S. 面向μ子层析成像应用的基于物理的μ子轨迹估计算法。载于《APS四月会议摘要》，第2023卷，T16–003, DOI: https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2023APS..APRT16003U/abstract（2023年）。23. Ughade, R. S. & Chatzidakis, S. 面向μ子成像应用的实时三维μ子路径估计算法。载于2023年IEEE核科学研讨会、医学成像会议和国际室温半导体探测器研讨会（NSS MIC RTSD），1–1, DOI: 10.1109/NSSMICRTSD49126.2023.10338661（2023年）。ISSN: 2577-0829. 24. Ughade, R., Bae, J. H., Cantonwine, P. & Chatzidakis, S. 广义μ子轨迹估计算法的三维分析。载于《美国核学会汇刊》，第131卷，856–859, DOI: 10.13182/T131-45854（2024年）。25. Chatzidakis, S., Liu, Z., Hayward, J. P. & Scaglione, J. M. 一种考虑能量损失的广义μ子轨迹估计算法及其在μ子层析成像中的应用。《J. Appl. Phys.》123, 124903, DOI: https://doi.org/10.1063/1.5024671（2018年）。26. Ughade, R. S. & Chatzidakis, S. 使用 μtrec算法实现高效低通量μ子层析成像。载于2025年IEEE核科学研讨会（NSS）、医学成像会议（MIC）和室温半导体探测器会议（RTSD），1–1, DOI: 10.1109/NSS/MIC/RTSD57106.2025.11287627（2025年）。27. Ughade, R. & Chatzidakis, S. 将探测器分辨率纳入用于乏燃料贮存罐成像的 μtrec算法。《Int. High Level Radioact. Waste Manag.》（IHLRWM）129, 61–64, DOI: doi.org/10.13182/IHLRWM25-49244（2025年）。28. 西屋公司 eVinciTM 热管微型反应堆技术开发，第1卷：运行电厂的挑战、成功经验与教训；核电厂工程；先进反应堆与聚变；国际核工程会议应用中的小型模块化与微型反应堆技术及应用。DOI: https://doi.org/10. 1115/ICONE28-67519.

29. Price, D., Roskoff, N., Radaideh, M. I. & Kochunas, B. 使用 OpenFOAM 对类似 evinciTM 的热管微型反应堆进行热建模。《Nucl. Eng. Des.》415, 112709, DOI: https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2023.112709（2023年）。30. Price, D., Radaideh, M. I. & Kochunas, B. 将简化匹配追踪应用于三维核反应堆温度分布构建。《Appl. Math. Model.》131, 134–158, DOI: https://doi.org/10.1016/j.apm.2024.04.011（2024年）。31. Chatzidakis, S. 用于蒙特卡罗模拟的 Geant4-MATLAB缪子生成器。技术报告，普渡大学（2015）。DOI: https://doi.org/10.13140/RG.2.2.31871.41128。32. Agostinelli, S. 等。Geant4——一种模拟工具包。《Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. A》：加速器、能谱仪、探测器及相关设备。506, 250–303, DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8（2003年）。33. Bae, J. & Chatzidakis, S. 采用多层加压气体切伦科夫辐射体的可部署缪子谱仪及其应用。《Sci. Reports》12, 2559, DOI: 10.1038/s41598-022-06510-2（2022年）。34. Schultz, L. 等。通过宇宙射线缪子射线照相术进行图像重建和材料Z辨别。《Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. A》：加速器、能谱仪、探测器及相关设备。519, 687–694, DOI: https://doi.org/10.1016/j.nima.2003.11.035（2004）。35. Highland, V. L. 关于多重散射的一些实用说明。《Nucl. Instruments Methods》129, 497–499, DOI: https: //doi.org/10.1016/0029-554X(75)90743-0（1975）。36. Lynch, G. R. & Dahl, O. I. 多重库仑散射的近似方法。《Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. B》：束流与物质原子相互作用。58, 6–10, DOI: https://doi.org/10.1016/0168-583X(91)95671-Y（1991）。37. Schulte, R. W., Penfold, S. N., Tafas, J. T. & Schubert, K. E. 用于质子计算机断层成像的最大似然质子路径形式体系。《Med. Phys.》35, 4849–4856, DOI: https://doi.org/10.1118/1.2986139（2008）。38. Schultz, L. J. 等。宇宙射线μ子层析成像的统计重建。《IEEE图像处理汇刊》16, 1985–1993, DOI: https://doi.org/10.1109/TIP.2007.901239（2007）。39. Bae, J., Montgomery, R. & Chatzidakis, S. 基于动量信息的缪子散射层析成像，用于监测干式贮存容器中的乏核燃料。《Sci. Reports》14, 6717, DOI: 10.1038/s41598-024-57105-y（2024年）。40. Bae, J., Montgomery, R. & Chatzidakis, S. 动量依赖缪子散射层析成像的图像重建算法。《Nucl. Eng. Technol.》56, 1553–1561, DOI: 10.1016/j.net.2023.12.009（2024年）。41. Bae, J. & Chatzidakis, S. 使用可部署缪子谱仪进行动量依赖宇宙射线缪子计算机断层成像。《Energies》15, 2666, DOI: 10.3390/en15072666（2022年）。42. Terzani, D. 等。伯克利实验室激光加速器产生的定向缪子束测量。《Phys. Rev. Accel. Beams》28, 103401, DOI: https://doi.org/10.1103/kxjr-h7zs（2025年）。43. Calvin, L. 等。用于材料检测和成像的激光驱动缪子产生。《Front. Phys.》11, 1177486, DOI: https://doi.org/10.3389/fphy.2023.1177486（2023年）。44. Ludwig, J. D. 等。用于缪子产生的激光驱动100吉电子伏特电子加速方案。《Sci Rep.》15, 25902, DOI: https://doi.org/10.1038/s41598-025-95440-w（2025年）。