arXiv:2603.05862v1 [q-fin.CP] 6 Mar 2026

市场崩溃期间杠杆ETF与期货之间的套利对市场流动性的影响

RyukiHayase[1],Takanobu Mizuta[2],Isao Yagi[3]1工学院大学工学研究生院信息学系2SPARX Asset Management Co., Ltd.3工学院大学信息学部信息科学系

2026年3月9日

摘要

杠杆型交易所交易基金（L-ETF）是通过持有与指数挂钩的期货（如日经股票平均指数期货），实现数倍于指数的价格变动的交易所交易基金。已知当L-ETF价格下跌时，L-ETF会利用期货的流动性进行套利交易，以限制跌幅。反之，当期货合约价格下跌时，期货合约会利用L-ETF的流动性来限制跌幅。然而，套利交易对这些市场流动性的影响鲜有研究。因此，本研究采用人工市场模拟，考察在（i）L-ETF市场或期货市场价格暴跌时，有无套利交易对两个市场流动性（成交量、卖方深度、买方深度、紧密度）的影响。结果发现，当L-ETF市场出现错误订单时，套利交易会使流动性从期货市场流向L-ETF市场，具体表现为卖方深度和紧密度的改善。当期货市场出现错误订单时，套利交易会使流动性从L-ETF市场流向期货市场，具体表现为卖方深度和紧密度的改善；同时，流动性也会以成交量的形式从期货市场流向L-ETF市场。我们还分析了产生这些结果的市场内部机制。

关键词— 人工市场、杠杆型交易所交易基金、套利、市场流动性

本文是作者发表于*The IEICE Transactions on Information and Systems*（第109-D卷，第1期，2026年）的原论文的英文译本。日文原版可通过以下链接获取：数字对象唯一标识符：10.14923/transinfj.2025SGP0003。©版权 2006 电子信息通信学会

1 引言

杠杆型交易所交易基金是通过持有日经平均指数期货等指数挂钩期货，实现数倍于标的指数价格变动的交易所交易基金。

例如，一只具有2倍杠杆的杠杆ETF，其涨跌幅度将是其所跟踪指数的两倍。由于这些杠杆型交易所交易基金已经上市，它们可以在交易所进行交易。当一只杠杆ETF具有2倍杠杆时，它会持有大量标的指数的期货合约，以实现该指数价格变动的两倍。此外，为维持杠杆，必须调整标的指数的持仓。为调整持仓，若指数上涨（下跌），则需要买入（卖出）期货。这种为调整持仓而进行的买卖被称为再平衡。虽然再平衡没有严格的时间安排，但通常在当日收盘时进行。据称，这种再平衡可能会进一步放大标的指数的上涨（下跌）[4]。实证研究考察了杠杆型交易所交易基金对其标的资产的影响[2, 12, 14]。在这方面，Qing等人[2] 发现，再平衡交易增加的成分股，其收益率往往更高。至于对波动性的影响，Shum等人[12] 发现，再平衡交易会影响收盘时的波动性。Trainor Jr.[14] 考察了杠杆 ETF 再平衡交易对波动性的影响，并报告称，尽管再平衡不会影响大型标的市场的波动性，但可能对较小的市场产生影响。关于杠杆型交易所交易基金标的资产的研究，还包括将其长期表现与标的资产进行比较的研究[1, 9]。近期关于杠杆型交易所交易基金的研究，包括纳入市场摩擦的再平衡交易模型[7] ，以及长期内杠杆型交易所交易基金的对数收益率[3]。

在通过实证研究考察两个市场之间的套利交易（如本研究）对真实金融市场中市场流动性的影响时，由于涉及多种因素，很难单独分离并分析套利交易的影响。作为解决此类难题的方法，人们已开展使用人工市场的模拟，其中人工市场是一种在计算机上构建虚拟金融市场的代理仿真系统[11]。

人工市场能够隔离并分析特定因素，从而研究最小价格变动单位对市场流动性的影响[18], 以及价格限制的影响[19]。相关研究不仅涉及股票市场，也涉及加密货币市场[5, 6]。此外，一些利用人工市场开展的研究考察了ETF市场中套利交易对市场流动性的影响[8]。本研究考察了杠杆ETF与非杠杆ETF的代表性市场流动性指标——成交量、深度和紧密度，并比较了标的资产市场与ETF市场之间存在套利和不存在套利的情形。结果表明，除成交量外，ETF市场的各项市场流动性指标均有所改善；而标的资产市场的市场流动性则仅在成交量方面有所改善。此外，关于多种资产之间套利的研究还包括对套利导致的下跌传导的探讨[13]。也有研究利用人工市场研究杠杆ETF[20]。关于杠杆ETF对连续交易市场的影响，Maruyama等人[16] 发现，再平衡交易的最小订单规模越小，波动性越高。此外，虽然已知杠杆ETF的管理资产规模增加会导致更高的

杠杆ETF拍卖市场波动性[17], , 但杠杆ETF（期货）的下跌如何影响期货（杠杆ETF）市场仍不明确。因此，Mizuta等人[10] 开发了一种人工市场模型，其中包含在杠杆ETF市场（旨在体现套利意识）与期货市场之间进行套利的智能体。他们证明，当杠杆ETF（期货）价格下跌时，这些市场之间的套利使杠杆ETF（期货）能够利用期货（杠杆ETF）的流动性，从而限制跌幅（详情见附录）。然而，套利交易对这些市场流动性的影响尚未得到研究。

在本研究中，我们利用基于代理的模拟（人工市场），考察了当任一市场发生价格崩盘时，杠杆型交易所交易基金与期货市场的流动性如何因套利交易的有无而有所不同。因此，本研究扩展了Mizuta等人[10]的研究。

2 人工市场模型

在本研究中，我们基于Mizuta等人[10][0]开发的人工市场构建了一个模型。

存在两个交易期货与杠杆型交易所交易基金的市场。三类智能体参与交易：普通代理、套利代理和杠杆 ETF 智能体。

每个市场中有 n 个普通代理，当一名普通代理采取行动时，时间 t 增加1。有一名套利代理在两个市场下达订单以进行套利。最后，有一名杠杆ETF代理仅在期货市场下达订单，持有期货合约并执行再平衡交易，以维持杠杆ETF的杠杆。各市场的价格确定方法是连续竞价制度，即每当下达一笔订单时，通过撮合订单簿（市场中尚未成交而留存的订单集合）中的订单来执行交易的制度。

请注意，本模拟不包含交易日开始或结束的概念；它假定每个交易日全天持续交易。最小价格变动单位（交易价格的最小单位）记为 δP。对于买单，订单价格的小数部分向下取整；对于卖单，则向上取整。此外，截至时间 t_c 的时段被定义为订单簿形成期（后文详述）。

2.1 普通代理

普通代理通过结合三种策略来确定订单价格：基本面策略，即根据基本面价格做出投资决策；技术策略，即利用过去的价格走势指导投资行为；以及噪声策略，即代表试错式投资决策。在确定订单价格后，它们下达买单或卖单。

此处我们描述普通代理的下单流程，首先说明普通代理做出买入或卖出决策的步骤。

普通代理 j 在时刻 t 的预期价格变动率 $r_{e,j}^{t}$ 由公式 (1) 计算得出。

$$r_{e}{}_{j}^{t} = \frac{1}{\sum_{i}^{3} w_{i,j}} \left(w_{1,j} r_{1}{}_{j}^{t} + w_{2,j} r_{2}{}_{j}^{t} + w_{3,j} \epsilon_{j}^{t} \right) \tag{1}$$

[0]有关本研究所用人工市场模型的有效性，请参见 Mizuta 和 Yagi[11]。

这里，$w_{i,\ j}$是普通代理 j的第 i 项权重。在模拟开始时，权重初始化为介于 0 和 $w_{i,\ max}$之间的均匀随机数。具体而言，$w_{1,\ j}$是基本面策略的权重，$w_{2,\ j}$是技术策略的权重，$w_{3,\ j}$是噪声策略的权重。形式为 ${r_i}_j^t$ 的各项表示普通代理 j 在时刻 t 的预期收益。第一项 ${r_1}_j^t$表示基本面成分收益，其定义为 ${r_1}_j^t = \ln\left(P_f/P^{t-1}\right)$。这里， P_f是随时间保持不变的常数基本面价格， P^t是时刻 t 已提交订单中最高买价与最低卖价的平均值（中间价）。这一定义意味着该项将基本面价格与 P^{t-1} 进行比较；若市场价格较低，则预测收益为正，若市场价格较高，则预测收益为负。第二项${r_2}_j^t$表示技术成分的预期收益，其定义为${r_2}_j^t = \ln\ \left(P^{t-1}/P^{t-1-\tau_j}\right)$。这里， τ_j是每个代理各自确定的、介于 1 和 τ_{max} 之间的均匀随机数。因此，${r_2}_j^t$表示代理预期：若过去收益为正，则收益为正；若过去收益为负，则收益为负。第三项 ϵ_j^t是代理 j 在时刻 t 的噪声成分，取值为均值为 0、标准差为 σ_ϵ 的正态分布随机数。根据由方程（1）得出的预测收益，使用方程（2）确定预测价格 ${P_e}_j^t$ 。

$$ {P_e}_j^t = P^{t-1} exp\left({r_e}_j^t\right) \tag{2} $$

订单价格 ${P_o}_j^t$随后设定为介于 ${P_e}_j^t - P_d$和 ${P_e}_j^t + P_d$之间的均匀随机数。如果 ${P_o}_j^t$小于 ${P_e}_j^t$，智能体就下达数量为 1 的买单。如果 ${P_o}_j^t$大于 ${P_e}_j^t$，智能体就下达数量为 1 的卖单。在订单簿形成期，如果 $P_f > {P_o}_j^t$，则下达买单；如果$P_f < {P_o}_j^t$，则下达卖单，且 $P^{t-1} = P_f$。此外，订单下达后经过 t_c个时间单位便会被取消。

通常认为，杠杆ETF市场的流动性低于期货市场，因此我们将普通代理向杠杆ETF市场下单的频率设定为概率 R_L。

2.2 套利交易智能体

正如先前研究所指出的[10], ，实际杠杆ETF与期货之间的套利非常复杂，确定二者的可交换价格同样错综复杂。因此，在此模型中，套利代理进行套利交易，使两个价格均满足方程（3）[1]。

$$ P_L^t = P_F^t - P_{fF}\left(1 - \frac{1}{L}\right) \tag{3} $$

在此， P_L^t和 P_F^t分别表示杠杆ETF与期货合约的市场价格，而 P_{fF}表示期货合约的基本面价格。杠杆ETF的基本面价格定义为 $P_{fL} = P_{fF}/L$，其中 L 为杠杆比率。套利代理可以随时下达或撤销订单。但是，该代理在订单簿形成期不下单。套利交易分为两种模式：立即执行的交易，以及等待条件满足后再执行的交易。下文将对此进行说明。

[1]关于该方程的推导，请参见Mizuta等人[10]。

2.2.1 即时结算套利

期货市场中的最佳买价（订单簿中的最高买价）和最佳卖价（订单簿中的最低卖价）分别记为 B_F 和 S_F。杠杆ETF市场中的最佳买价和最佳卖价分别记为B_L 和 S_L。设 $f(x) = x - P_{fF}\left(1 - \frac{1}{L}\right)$ 为确定与期货价格 x相对应的杠杆ETF数量的函数。当 S_L 低于价格 $f(B_F)$（该价格将期货合约可卖出的价格转换为杠杆ETF的价格）时，便可以低价买入杠杆ETF并以更高价格卖出期货合约。因此，套利代理会立即买入杠杆型交易所交易基金并卖出期货。在 $f(S_F) \leq B_L$的情况下，则发生相反的操作。套利代理会重复这些订单，直到不再存在满足这些条件的订单。

2.2.2 暂缓执行的套利交易

这里，我们首先介绍在杠杆ETF市场下单。如果 $B_L < f(B_F)$，则在 S_L $f(B_F)$ 杠杆ETF市场挂出 $f(B_F)$ 的买单。由于该订单位于 B_L 和 S_L之间，因此会成为限价单，交易不会立即执行。如果该订单随后成交，也就是说，如果以 $f(B_F)$ 买入杠杆ETF，就可以立即以 B_F 卖出期货，从而以满足方程（3）的价格进行套利。同样，即使 $B_L < f(S_F) < S_L$，也可以以满足方程（3）的价格进行套利。

接下来，我们讨论在期货市场下单。这一次，由于我们想确定期货价格中与杠杆ETF价格 x 相对应的部分，因此使用 $f(x) \quad f^{-1}(x) = x + P_{fF}\left(1 - \frac{1}{L}\right)$ $B_F < f(B_F)$ 的反函数：$f^{-1}(B_L) < S_F$ $f^{-1}(B_L)$。如果 $f(B_F)$，则在期货合约上挂出 $f(B_F)$ 的买单。如果该订单随后成交，以 B_L 卖出杠杆 ETF 即可按满足方程（3）的价格进行套利。同样，如果 $B_F < f^{-1}(S_L) < S_F$，也可以按满足方程（3）的价格进行套利。

2.3 杠杆ETF代理

杠杆ETF代理持有期货合约。为了维持杠杆ETF的杠杆，该代理通过买卖所持有的期货来进行再平衡交易。杠杆ETF代理会在每个时刻 t_R 决定是否执行再平衡交易。杠杆ETF代理应持有的期货合约数量由公式（4）[2]确定。

$$S_0\left[\frac{P_F^t}{P_{fF}}(L-1) - (L-2)\right] \tag{4}$$

其中，S_0 是杠杆ETF代理持有的初始期货头寸。当实际头寸与目标头寸的偏差超过比例 w_R 时，会执行再平衡交易。根据公式（4），当期货价格 P_F^t 上涨（下跌）时，目标期货头寸增加（减少），并下达市价买入（卖出）订单，直至达到目标头寸。然而，在订单簿形成期内不会下达任何订单。

[2]关于该公式的推导，请参见 Mizuta等人[10]。

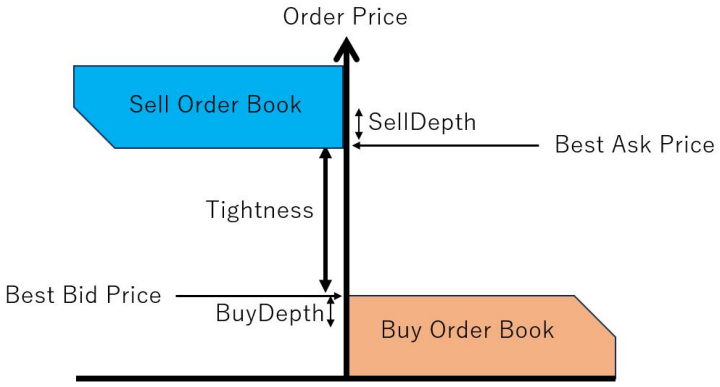

图1：市场流动性示意图

3 模拟

3.1 模拟指南

本研究在两种情景下分别进行了30次模拟：错误订单出现在期货市场，以及错误订单出现在杠杆ETF市场价格中。测量了四项市场流动性指标——成交量、卖方深度、买方深度和紧密度。错误订单的设置如下。

从时间 t_{ms} 到时间 t_{me} 的时段定义为错误订单期间。在此期间，在受影响市场中交易的每个普通代理下单时，都有 p_m 的概率将订单改为期货市场中的市价卖单（保证成交的卖单）。在杠杆ETF市场中，下单的概率为 R_L。如果下单，则有 p_m 的概率下市价卖单；否则，下普通订单。由于错误订单是市价卖单，因此会立即成交。由于这些订单的提交，价格在错误订单期间下跌。

本节介绍测量的四项市场流动性指标（见图1）。成交量是指成交交易的数量；成交量越大，流动性越高。卖方深度是指卖单簿的厚度，具体而言，是最佳卖价附近的订单量。买方深度是指买单簿的厚度，具体而言，是最佳买价附近的订单量。订单量越大，流动性越高。对于这两项深度指标，订单量越大，流动性越高；本研究测量的是期货市场中距最佳买价100个跳动点范围内的订单量，以及杠杆ETF市场中距最佳买价50个跳动点范围内的订单量。紧密度是指买价与卖价之间的差距，差距越小，流动性越高。本研究测量的是最佳买价与最佳卖价之差（即买卖价差）。

参数： $n = 1000$、 $w_{1,\ max} = 1$、 $w_{2,\ max} = 10$、 $w_{3,\ max} = 1$、 $\tau_{max} = 10000$、 $\sigma_\epsilon = 0.03$ $P_d = P_f/10$ $t_c = 20000$ $\delta P = 1$ $P_{fF} = 10000$ $t_{ms} = 30000$ $t_{me} = 60000$ 、 、 、 、 、 、 、 $S_0 = 10000$ $p_m = 20$ $R_L = 20$ $L = 2$ $t_R = 10$ $w_R = 1$ 、 %、 %、 、 、以及 %。模拟期间 t_e 设为 100,000。

表1：杠杆ETF市场发生错误订单时，错误订单期间的市场流动性指标值

	不允许套利交易		允许套利交易	
	杠杆ETF	期货	杠杆ETF	期货
成交量	1370.433	361.500	1336.933	1384.333
卖方深度	33.649	856.261	60.970	560.027
买方深度	164.257	855.100	162.713	934.415
紧密度	18.686	9.379	10.974	10.934

表2：杠杆ETF市场发生错误订单时错误订单期间的最佳买价和最佳卖价

	不允许套利交易		允许套利交易	
	杠杆ETF	期货	杠杆ETF	期货
最佳卖价	4816.153	10 005。410	4940.756	9940.757
最佳买价	4797.467	9996.033	4929.782	9929.823

3.2 结果

3.2.1 杠杆 ETF 市场中错误订单的后果

表1展示了在杠杆ETF市场出现错误订单的情况下，发生套利交易与未发生套利交易时的成交量、卖方深度、买方深度和紧密度。统计期间为错误订单期间。数值为30次试验的平均值。请注意，表格底部的标题标明了这些数值所属的市场：杠杆ETF市场或期货市场。后续表格同样如此。

表2展示了错误订单期间最优买价和卖价的结果。

表3列出了错误订单期间买单簿中不同跳动点数量对应的订单数。具体而言， n 向下跳动点列表示低于最佳买价多少个跳动点。对于杠杆ETF市场，深度测量范围涵盖从最佳买价到其下方50个跳动点的订单量，因此不显示“向下100个跳动点”的数值。

表1显示，套利交易并未显著改变杠杆ETF市场的成交量。卖方深度有所增加，而买方深度基本保持不变。紧密度有所下降。因此，在错误订单期间，杠杆ETF市场的卖方深度和紧密度有所改善，流动性随之提高。

套利交易还提高了期货市场的成交量。卖方深度有所下降，而买方深度有所增加。紧密度有所上升。因此，期货市场在成交量和买方深度方面的流动性有所提高，但在卖方深度和紧密度方面则有所下降。

综上，就卖方深度和紧密度而言，流动性被提供给了杠杆ETF市场或期货市场。

表3：杠杆ETF市场发生错误订单时，错误订单期间按跳动点数量划分的订单数量

	不允许套利交易		允许套利交易	
	杠杆ETF	期货	杠杆ETF	期货
最佳买价	2.53044	2.532407	1.523627	5.494221
下跌1个最小变动价位	3.107011	3.147141	2.883839	7.781648
下跌10个最小变动价位	3.200591	5.862466	3.142820	8.539460
下跌20个最小变动价位	3.299328	7.956378	3.280504	9.025146
下跌30个最小变动价位	3.353885	8.589546	3.349862	9.247427
下跌40个最小变动价位	3.394642	8.953725	3.424971	9.460251
下跌50个最小变动价位	3.447853	9.314778	3.445988	9.594961
下跌100个跳动点		9.874744		9.828566

表4：期货市场发生错误订单时错误订单期间的市场流动性指标值

	无套利b交易 ding		Arb套利交 d易允许 d	
	杠杆ETF	期货	杠杆ETF	期货
成交量	68.600	8025.533	2508.433	7425.400
卖方深度	173.503	120.479	20.255	157.807
买方深度	170.828	811.344	183.352	814.255
紧密度	5.309	24.343	17.517	17.594

3.2.2 期货市场中错误订单的后果

表4显示了在期货市场出现错误订单的情况下，发生套利交易与未发生套利交易时的成交量、卖方深度、买方深度和紧密度。本例所涵盖的期间为错误订单期间。数值同样是30次试验的平均值。

表5显示了错误订单期间最优买价和卖价的结果。

表6列出了错误订单期间买单簿中按跳动点数划分的订单数量。 n 向下跳动点数一栏表示低于最佳买价多少个跳动点。对于杠杆ETF市场，深度测量范围涵盖从最佳买价到下方50个跳动点的订单量，因此未列出“下方100个跳动点”的数值。

表4显示，套利交易增加了杠杆ETF市场的成交量。卖方深度下降，而买方深度上升。紧密度也有所提高。

表5：期货市场N出现错误订单时，错误订单期间的最优买价和卖价

	o arbi交易 ding		Arbi交易 di永久 itted	
	杠杆ETF	期货	杠杆ETF	期货
最佳卖价	5002.437	9552.983	4695.787	9695.771
最佳买价	4997.128	9528.640	4678.270	9678.177

表6：期货市场发生错误订单时，错误订单期间按跳动点数量统计的订单数量 N

	o arbi交易	ding	Arbi交易	di期间 itted
	杠杆ETF	期货	杠杆ETF	期货
最佳买价	1.812732	4.858940	3.190081	4.134082
下跌1个最小变动价位	1.652858	7.717149	3.521053	7.626708
下跌10个最小变动价位	3.249156	7.843822	3.593917	7.803561
下跌20个最小变动价位	3.494964	7.945150	3.679266	7.940020
下跌30个最小变动价位	3.753843	8.033650	3.732040	8.070982
下跌40个最小变动价位	3.870479	8.116258	3.737008	8.163535
下跌50个最小变动价位	3.733041	8.202681	3.777070	8.232720
下跌100个跳动点		8.397247		8.498283

因此，就成交量和买方深度而言，杠杆ETF市场的流动性有所提高；但就卖方深度和紧密度而言，流动性有所下降。套利交易也导致期货市场成交量减少。卖方深度上升，而买方深度基本保持不变。紧密度也有所下降。

因此，从卖方深度和紧密度的角度来看，可以说期货市场的流动性有所提高；但从成交量的角度来看，则可以说其流动性有所下降。

因此，从成交量的角度来看，可以认为流动性是从期货市场流向杠杆ETF市场的。相反，从卖方深度和紧密度的角度来看，可以认为流动性是从杠杆ETF市场流向期货市场的。

4 分析

4.1 关于杠杆ETF市场中错误订单后果的考量

尽管进行了套利交易，杠杆ETF市场的成交量仍基本保持不变，这可能是因为在错误订单期间，普通代理的市价卖单的交易对手方只是从其他普通代理转变为套利代理：交易本身仍在相同条件下进行。本文讨论了套利交易如何降低杠杆ETF市场的紧密度。当套利代理挂出限价买单时，这些订单会以高于最佳买价的价格成交，从而形成新的最佳买价。同样，套利代理挂出限价卖单时，这些订单的价格低于下单前的最佳卖价，因此成为新的最佳卖价。因此，如表2所示，套利代理挂出的这些限价单可视为缩小了最佳买价与最佳卖价之间的价差，从而降低了市场紧密度。当错误订单导致市场大幅下跌时，市场模型表明，在套利代理等智能体挂出限价买单的市场中，卖方深度会增加[15]。通常，当跌幅较大时，卖方深度的测量范围也会迅速缩小，使卖单簿变得不可见，导致卖方深度看似下降。然而，如果智能体

例如套利代理在大幅下跌期间继续挂出限价买单，向下的价格压力就会减弱，使卖单簿更加可见。反过来，这会限制卖方深度的下降（也就是说，卖方深度看似增加）。这被认为是本研究中套利交易使杠杆ETF市场的卖方深度增加的原因。无论是否存在套利交易，杠杆ETF市场的买方深度变化都很小，这可能是因为如表3所示，杠杆ETF市场的买单簿总体上较为稀疏。套利代理挂出的限价买单虽然使最佳买价附近的订单数量略有变化，但订单簿其他位置的订单数量并未出现差异。因此，整体结果似乎没有变化。

有套利交易时，期货市场成交量增加，据信源于套利代理在杠杆ETF市场挂出限价买单。这些订单成交后，套利代理便会在期货市场挂出市价卖单，从而增加成交交易笔数，进而推高成交量。至于套利交易为何会使期货市场的紧密度上升，原因可能是套利代理在期货市场挂出大量市价卖单，导致价格下跌。如表2所示，虽然最佳买价下跌了，但最佳卖价并未显著下跌，这是因为与不允许套利交易时相比，期货市场的买单数量保持不变。因此，如表2所示，最佳买价与最佳卖价之间的差距据信有所扩大。套利交易发生时，期货市场卖方深度下降，可能是因为套利代理的市价卖单导致市场价格迅速下跌，使卖方深度的测量范围也随之迅速下移。结果，卖单簿变得不可见，卖方深度看起来便有所下降。另一方面，当成交价格稳定时，买卖数量相当，因此，如表3所示，在不允许套利交易时，买方深度只会在最佳买价附近下降。然而，当套利代理大量挂出市价卖单时，价格便会下跌；每次下跌时，下方更厚的买单簿都会进入买方深度的测量范围。因此，在其测量范围内，期货市场的买方深度看起来有所增加。

4.2 关于期货市场错误订单后果的考量

本研究中，套利活动期间期货市场成交量下降，原因可能是套利代理的限价买单抑制了价格下跌，进而减少了杠杆ETF代理进行再平衡交易的频率。套利导致期货市场紧密度降低，其原因与此前出现错误订单时杠杆ETF市场紧密度下降的原因相同：套利代理挂出的买单和卖单使买卖价差收窄（见表5）。套利交易使期货市场卖方深度增加，原因与该市场出现错误订单时杠杆ETF市场卖方深度增加的原因相同。这是因为，在价格急剧下跌期间，如果智能体像套利代理一样持续挂出限价买单，下行价格压力就会减弱，卖单簿也会变得更加明显。因此，卖方深度的下降也会受到抑制。另一方面，买方深度基本保持不变，原因本质上与杠杆型交易所交易基金出现错误订单时其变化不大相同：如表6所示，虽然限价

套利代理的买单略微改变了最佳买价附近的订单数量，但除此之外，订单簿未观察到任何差异。因此，整体结果似乎没有变化。

套利活动导致杠杆ETF市场成交量增加，据信这是因为套利代理在其期货市场的限价买单成交时，会在杠杆ETF市场下达市价卖单。关于套利导致杠杆ETF市场紧密度上升的原因，套利代理在杠杆ETF市场下达大量市价卖单，导致最佳买价下跌、价格下降（如表5所示）；而最佳卖价并未明显下降，因为与不存在套利时相比，杠杆ETF市场的买单保持不变。因此，如表5所示，最优买价和卖价之间的价差据信有所扩大。套利交易导致杠杆ETF市场卖方深度下降，其原因与杠杆ETF市场出现错误订单时，有套利交易参与导致期货市场卖方深度下降的原因相同。这是因为套利代理的市价卖单加速了价格下跌，也使卖方深度的测量范围迅速缩小。因此，卖单簿变得不可见，导致卖方深度看似下降。另一方面，买方深度增加的原因在于，杠杆ETF市场出现错误订单时，期货市场的买方深度表现与存在套利交易时相似。由于交易价格稳定，买卖双方的交易量相当。因此，如表6所示（无套利交易时），杠杆ETF市场的买方深度仅表现为最佳买价附近的数值下降。然而，当套利交易代理下达大量市价卖单时，价格会下跌，每次价格下跌，较低价位的买单簿都会进入买方深度的测量范围。因此，杠杆ETF市场的买方深度在测量范围内看似有所增加。

5 结论

本研究通过人工市场模拟考察套利交易的影响，探讨了任一市场发生价格崩盘时，杠杆ETF与期货市场之间市场流动性的差异。本研究扩展了Mizuta等人[10]的研究。

研究发现，当杠杆ETF市场出现错误订单时，套利交易的存在会使流动性在卖方深度和紧密度方面从期货市场流向杠杆ETF市场。当期货市场出现错误订单时，套利交易的存在会使流动性在卖方深度和紧密度方面从杠杆ETF市场流向期货市场，而在成交量方面从期货市场流向杠杆ETF市场。此外，通过考察人工市场的内部机制，我们得以阐明这些结果背后的原因。

然而，由于本研究未纳入交易日这一概念，因此无法讨论再平衡交易集中在日末进行的情况。这应作为未来研究的一个课题。

资助声明

本研究得到 JSPS KAKENHI [grant number 23K04276] 的资助。作者感谢 FORTE Science Communications（https://www.forte-science.co.jp/）提供英文语言编辑服务。

声明

应当指出，本文所载观点仅代表作者个人意见，并不一定反映 SPARX Asset Management Co., Ltd. 的观点。

参考文献

[1] Marco Avellaneda 和 Stanley Zhang。杠杆 ETF 收益的路径依赖性。*SIAM Journal on Financial Mathematics*，1(1):586–603，2010。[2] Qing Bai、Shaun A Bond 和 Brian C Hatch。杠杆 ETF 和反向 ETF 对标的股票收益的影响。载于 *46th Annual ARCUEA Conference Paper* 1 44, 2012，第 – 页。

[3] Hayden Brown。杠杆指数和 ETF 的长期收益估算。*Financial Markets and Portfolio Management* 38 2 165 190, 2024，( ): –。

[4] Mary. Childs。Fink 称杠杆 ETF 可能会让行业「崩盘」。*Bloomberg*，2014 年 5 月。[5] Luisanna Cocco、Giulio Concas 和 Michele Marchesi。利用人工金融市场研究加密货币市场。*Journal of Economic Interaction and Coordination* 12 345 365, 2017，: –。[6] Luisanna Cocco 、 Roberto Tonelli 和 Michele Marchesi。用于研究比特币交易的基于智能体的人工市场模型。*IEEE Access*，7:42908–42920，2019。[7] Min Dai、Steven Kou、H Mete Soner 和 Chen Yang。存在市场休市和摩擦时的杠杆 ETF。*Available at SSRN 3856573*，第 1–50 页，2021。[8] Xin Guan、Takanobu Mizuta 和 Isao Yagi。基于代理的模拟：ETF 与其标的资产之间的套利交易对各自市场流动性的影响。*Journal of Computational Social Science* 7 3 2839 2870, 2024，( ): –。[9] Lei Lu、Jun Wang 和 Ge Zhang。杠杆 ETF 的长期表现。*Available at SSRN 1344133*，第 1–31 页，2009。[10] Takanobu Mizuta 和 Isao Yagi。市场暴跌期间杠杆 ETF 与期货市场的互动：基于人工市场的分析。载于 *Proceedings of the Annual Conference of JSAI Volume 38 (2024)* 2 1 504 2 1 504，第 F GS – F GS 页。日本人工智能学会，2024。（日文）。[11] Takanobu Mizuta 和 Isao Yagi。*Financial Market Design by an Agent-Based Model* 2025。

Springer Singapore，。[12] Pauline Shum、Walid Hejazi、Edgar Haryanto 和 Arthur Rodier。日内股价波动与杠杆 ETF 再平衡。*Review of Finance* 20 6 2379 2409, 2016，( ): –。

[13] Takuma Torii、Kiyoshi Izumi 和 Kenta Yamada。套利交易引发的冲击传导：基于多资产人工市场的分析。 *Evolutionary and Institutional Economics Review* 12 395 412, 2015 , :–。

[14] William J. Trainor Jr. 杠杆 ETF 会加剧波动性吗? *Technology and Investment* 1 215 220, 2010 , :–。

[15] Isao Yagi、Mahiro Hoshino 和 Takanobu Mizuta。采用订单簿失衡策略的高频交易对基于代理的股票市场的影响。*Complexity*，2023，2023。[16] Isao Yagi、Shunya Maruyama 和 Takanobu Mizuta。基于代理的模拟：杠杆 ETF 在连续双向拍卖市场中的交易策略。 *Complexity*，2020，2020。[17] Isao Yagi 和 Takanobu Mizuta。基于人工市场模拟分析杠杆 ETF 再平衡交易对标的资产市场的影响。载于 *12th Artificial Economics Conference*，第 1–11 页，2016。[18] Xinhui Yang、Jie Z hang 和 Qing Ye。最小价格变动单位与市场质量：基于基于代理的人工股票市场的模拟。 *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management* 27 3 125 141, 2020 , ( ): –。

[19] Xiaotao Zhang、Jing Ping、Tao Zhu、Yuelei Li 和 Xiong Xiong。价格限制有效吗? 对人工股票市场的考察。 *PloS one* 11 8 0160406, , ( ):e。 2016

[20] Xuan Zhou 和 Honggang Li。人工双向拍卖市场中的保证金买入与卖空。 *Computational Economics*，第 1473–1489 页，2017 年 8 月。

A Mizuta等人的研究结果[10]

下文介绍Mizuta等人[10] 的研究结果。图2展示了四种情景下杠杆ETF的价格时间序列：没有错误订单或套利交易；出现错误订单但不进行套利交易；出现错误订单并进行套利交易，但没有再平衡交易；以及出现错误订单、进行套利交易并进行再平衡交易（$S_0 = 50000$）。可以看出，错误订单出现时，价格会大幅下跌。此外，套利交易能够限制跌幅。普通代理针对杠杆ETF的卖单与套利代理的买单相匹配。由于套利代理会针对期货提交卖单，因此被消耗的是期货的买单。套利代理针对杠杆ETF的买单有助于缓解跌势，而他们之所以能够提交这些买单，正是因为能够消耗期货的买单。换言之，可以利用期货合约的流动性来缓解杠杆ETF的跌势。这表明，期货流动性可作为杠杆ETF的隐藏流动性。另一方面，也显而易见，再平衡交易会加剧跌幅。

图 3 展示了存在定价错误、套利和再平衡时杠杆 ETF 与期货的价格走势（$S_0 = 50000$）。将本附录（L=2，$P_{fF} = 10000$）中定义的参数代入方程（3），得到 $P_L^t = P_F^t - 5000$，由此可见套利实现了这一结果。请注意，虽然左右纵轴的跨度均为 1000，但杠杆 ETF 的初始价格为 5000，是期货合约初始价格 10000 的一半。因此，当杠杆 ETF 出现 $2x$ 波动时，图形将对齐。接下来，在存在错误订单且无套利，以及存在套利的情况下，$S0 = 0$，2000，5000，10000，20000，50000，

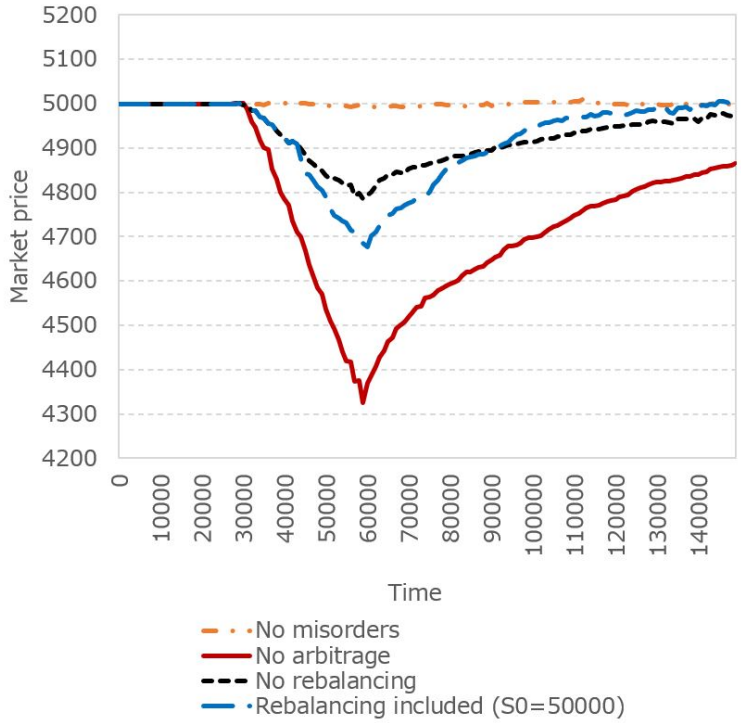

图2：以下条件下的价格时间序列：不存在错误订单或套利交易；存在错误订单但不存在套利交易；存在错误订单和套利交易但不存在再平衡交易；或存在错误订单、套利交易和再平衡交易

保持包括随机数表在内的其他所有条件不变，计算跌幅（$P_f - minimumprice$）以及杠杆 ETF 再平衡导致的卖出数量。通过更换随机数表重复这一过程 100 次，并取其平均值。

图4展示了杠杆型交易所交易基金中出现错误订单的情形。在没有套利交易时，只有杠杆型交易所交易基金出现大幅下跌，而期货价格并未下跌。如前所述，存在套利交易时，套利使杠杆型交易所交易基金能够利用期货流动性，从而减小其跌幅。然而，随着杠杆型交易所交易基金规模扩大（ S_0 增加），其跌幅也会扩大。此外，对于 $S_0 \geq 100000$，跌幅过大，导致模拟无法运行。

图 5 展示了期货中出现错误订单的案例。得益于套利交易，期货可以利用杠杆ETF的流动性，从而减小跌幅。然而，在没有套利交易的情况下，跌幅并不像图 4 中那么严重。这是因为杠杆型交易所交易基金的订单量较低（$w_R = 20\%$），容易因错误订单而下跌，而期货的

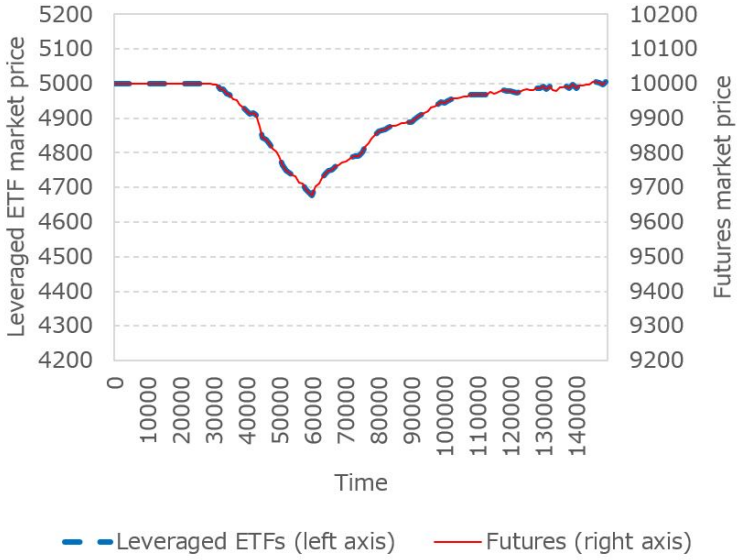

图 3：出现错误订单、套利和再平衡时，杠杆型交易所交易基金与期货的价格变动（$S_0 = 50000$）。虽然左右纵轴的范围均为 1000，但杠杆型交易所交易基金的初始价格为 5000，是期货初始价格 10000 的一半。因此，杠杆型交易所交易基金的变动幅度乘以 2 后，两条曲线便会重合。

订单量较高，因此较不容易因错误订单而下跌。

然而，发生套利交易时，结果几乎与图 4 相同。套利交易将两种金融工具的流动性结合起来，因此它们对错误订单的反应也相似。从期货的角度来看，从流动性较低的杠杆型交易所交易基金获得的流动性相对有限，因此对跌势的缓和作用较小。对交易杠杆型交易所交易基金的投资者而言，期货高流动性带来的益处十分显著。然而，对交易期货的投资者而言，从杠杆型交易所交易基金的流动性中获得的益处并不大。

事实上，对于 $S_0 \geq 100000$，跌幅过大，导致模拟无法运行。这可以理解为市场失灵的表现。图 6 展示了这种情况下市场失灵的机制，具体而言，是杠杆型交易所交易基金规模过大的情形。当期货下跌时，杠杆型交易所交易基金会卖出期货。当杠杆型交易所交易基金规模较大（持有大量期货）时，根据公式（4），需要卖出的期货数量也会增加。卖出期货又会导致期货价格下跌，进而使期货进一步下跌，因此需要进行更多再平衡卖出。这会形成一个无法停止的循环，导致市场持续下跌并最终出现市场失灵。

Yagi 等人[16, 17] 证明，当再平衡造成的市场冲击大于波动性时，由此产生的价格波动会使得有必要进行额外的再平衡，而这又需要进一步再平衡，从而形成一个无法停止的循环。这与该研究发现一致。

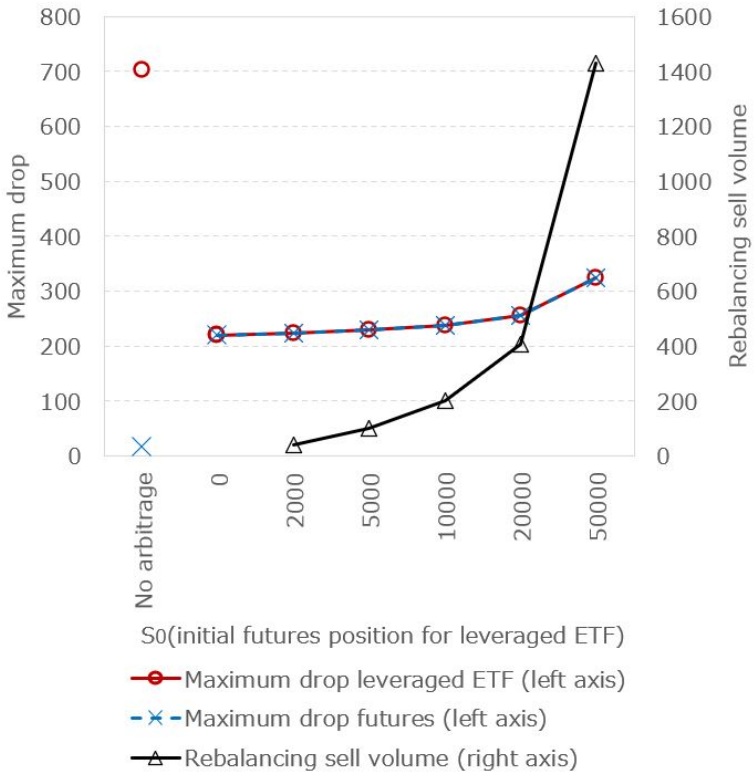

图 4：当 S_0 发生变化时，错误订单、无套利以及杠杆型交易所交易基金的跌幅；同时展示套利情况下的变化，以及杠杆 ETF 再平衡所产生的卖出量。

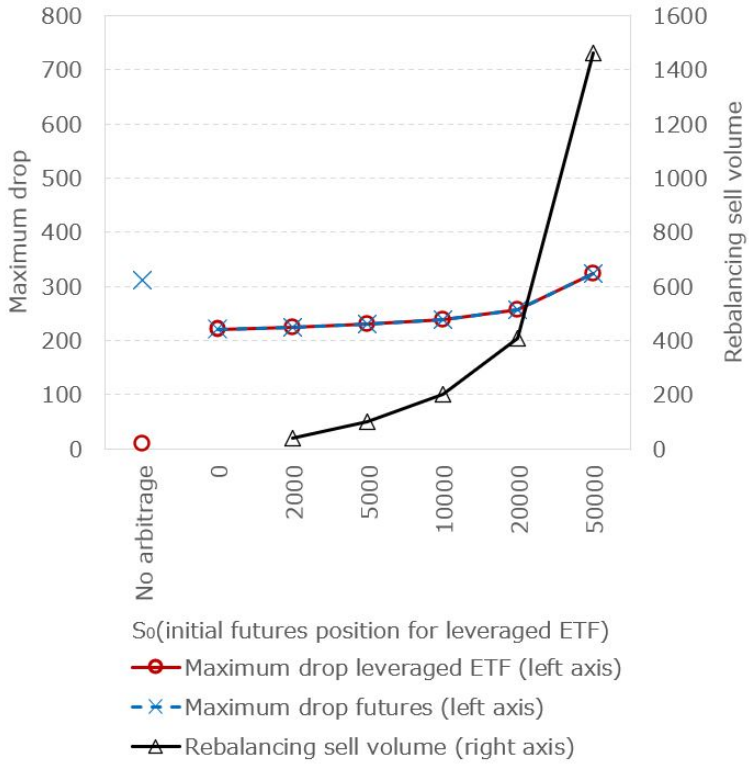

图 5：当S_0 通过套利发生变化时，所下的错误订单、无套利情况下期货的下跌，以及杠杆 ETF 再平衡所导致的卖出量。

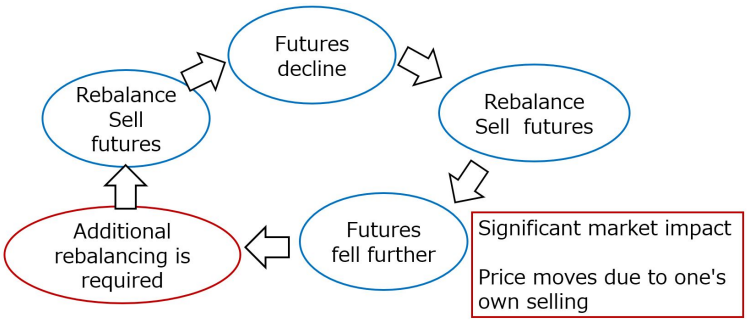

图 6：当杠杆型交易所交易基金规模过大（$S_0 \geq 100000$）时的市场失灵机制