斯塔克展宽中的等离子体屏蔽效应：一种完全相对论密耦合方法

Chao Wu,[1] Yong Wu,[2,3] Yu Hao Zhu,[4] Ming Li,[1] Jian Guo Wang,[2] and Xiang Gao[2,*]

1. 西安科技大学理学院，西安 710054，中国 2. 应用物理与计算数学研究所计算物理国家重点实验室，北京 100088，中国 3. 北京大学应用物理与技术研究中心 HEDPS，北京 100084，中国 4. 西安建筑科技大学理学院，西安 710055，中国

等离子体中谱线的斯塔克展宽是 不透明度建模和等离子体诊断的基石，对受控聚变和天体物理学具有重要影响。尽管电子碰撞展宽的全量子力学密耦合计算近年来取得了进展，但由于电子-离子碰撞过程相关的理论瓶颈，密度更高的等离子体环境所产生的影响仍鲜有研究。基于我们新近发展的等离子体中电子-离子碰撞密耦合理论，该理论解决了提取短程散射相移的问题，我们提出了一种纳入等离子体屏蔽效应的斯塔克展宽全相对论密耦合方法。对类氢辐射体的系统研究揭示了谱线展宽对等离子体条件依赖性的不同规律，为等离子体诊断应用提供了宝贵见解。此外，我们还对半经典碰撞理论中常引入的屏蔽因子给出了量子力学解释。本研究为未来开展高密度等离子体中复杂原子系统的研究奠定了坚实基础。

I. 引言

斯塔克展宽是辐射原子（离子）的谱线因周围等离子体中的带电粒子而产生的压力展宽 [1]。它为不透明度建模提供了必不可少的输入 [2]。此外，准确理解斯塔克展宽对于实验室和天体物理等离子体的光谱诊断至关重要 [3]。因此，它在天体物理学、受控聚变和高能量密度物理学研究中有广泛应用 [4]。以往的实验和理论研究大多集中于低密度等离子体 [5]。将谱线碰撞展宽理论扩展到更高密度的等离子体环境，对于基础研究和相关应用研究都具有重要意义。

等离子体中的原子和离子所产生的谱线，不仅受辐射体自身原子性质的影响，也受周围等离子体环境统计效应的影响。因此，斯塔克展宽的理论描述极具挑战性，因为它涉及原子物理学、等离子体物理学和统计物理学的交叉领域 [6,7]。尽管已有研究基于大规模分子动力学模拟 [8] 以及格林函数方法 [7,9], 提出了统一处理斯塔克展宽中离子和电子的理论框架，但

其中涉及的大量物理因素使得这种全面描述在大多数应用中并不切实际。因此，鉴于离子和电子之间存在巨大的质量差异，大多数斯塔克展宽理论研究会依据特征碰撞速度 v 与碰撞参数 b [1]之比，分别考察离子和电子的贡献。

离子扰动体运动缓慢，通常在相对较远的距离与辐射体相互作用，因此比值 v/b 较小。因此，在跃迁的辐射时间尺度内，离子产生的电场变化很弱。在这些条件下，许多离子可以同时对辐射体产生显著影响，因而不适合采用单一的二体碰撞图景。这种物理情形为准静态近似提供了依据：在该近似中，原子响应由外场中的斯塔克效应描述，而外场的瞬时值由多个离子的集体贡献决定，从而得到对等离子体微观电场的统计描述。Holtsmark 的开创性工作奠定了这一方法的基础，而该方法至今仍是离子展宽理论的基石 [10,11]。

与离子不同，电子是高速且穿透能力很强的扰动体。它们与辐射体的相互作用以小碰撞参数下的近距离碰撞为主，因此比值 v/b 较大。电子贡献通常远大于离子贡献 [1]。描述电子对斯塔克展宽的贡献主要有三种方法，即冲击理论 [12-16]，、弛豫理论 [6,17-19]，和动力学理论 [20]。这三种理论所得线型表达式的一般形式相同，区别主要在于电子碰撞展宽算符 [1]的具体形式。尽管弛豫理论和动力学理论在数学上更为严谨，并通过考虑多次电子碰撞对辐射态的累积效应，对电子碰撞展宽进行了统计描述，但冲击理论中涉及的许多近似方法在实际应用中也必须采用，例如二体碰撞假设 [18]。在这一框架下，谱线展宽源于一系列短暂且彼此分离的二体碰撞；单次碰撞的效应由一个散射矩阵表征，该矩阵连接碰撞前后的辐射体态。随后对许多独立碰撞取平均，即可得到决定谱线宽度和位移的电子碰撞展宽算符。因此，电子展宽的关键物理量是散射过程的建模，而这些过程与电子—原子（离子）碰撞理论密切相关，早期 Regemorter [21] 和 Sahal-Bréchot [22]的研究已认识到这一点。

电子—辐射体碰撞的散射过程处理方法大致可分为两类。当等离子体密度较低时，碰撞可视为一种微弱、短暂的微扰，此时可采用半经典方法。这类方法计算效率高，已广泛用于实际的斯塔克展宽计算 [1,22-24]。 在这些方法中，辐射体的内部结构采用量子力学处理，而扰动电子则被假定沿经典轨迹运动，通常近似为直线轨迹或双曲线轨迹。另一方面，随着等离子体密度增大，近距离碰撞会引发强烈的短程相互作用，电子穿透进入

原子内区的概率会急剧增加，此时需要在统一的散射框架内，对电子和辐射体都进行完整的量子力学描述 [12-14,25-30]。量子散射过程常用的近似方法有两种：对电子碰撞展宽算符采用微扰一阶玻恩近似／扭曲波近似或二阶近似 [1,25,26], ，以及对原子与等离子体粒子之间的库仑相互作用采用偶极近似 [1]。直到最近，才发展出不采用偶极近似的全阶密耦合散射计算 [11,17,18,27-30], , 并证实了共振在电子碰撞中的重要性 [27,29,30]。

在更高密度的等离子体环境中，电子穿透的概率增大，因此不仅需要进行完全的量子力学散射计算，还需要采用完全的相对论处理。此外，多体碰撞效应预计也会变得显著，其中最突出的是集体屏蔽效应：集体响应会强烈改变粒子间相互作用。因此，单个带电粒子不再通过裸库仑势相互作用，而是通过周围等离子体屏蔽后的有效相互作用发生作用，从而影响能级结构和动力学过程 [31-36]。对于电子碰撞过程，等离子体中的粒子相互作用通常用屏蔽势来描述，例如德拜–休克尔势 [37] ，或原子态相关有效势 [38], ；后者代表对周围等离子体离子相互作用所产生集体效应的统计平均。现有大多数量子力学计算 [25-30] 针对的是孤立原子（离子），并未系统地纳入等离子体屏蔽。这不仅是因为高密度等离子体中谱线展宽实验数据匮乏，也因为碰撞理论本身存在固有难题，尤其是对于离子系统。由于屏蔽会改变长程库仑边界条件，因此准确提取屏蔽后的短程散射相移变得复杂，进而难以获得用于斯塔克展宽计算的可靠散射矩阵。需要指出的是，在某些半经典处理中，屏蔽是通过截断引入的，通常用于截短库仑相互作用的作用范围（或者等价地，截断最大碰撞参数），以避免经典轨迹积分发散；然而，其具体物理图像仍有待阐明 [1]。

近期，我们开发了一种用于电子碰撞展宽的完全相对论密耦合理论方法，无需采用弱相互作用假设即可求解多道散射问题 [27-30]。该方法以非微扰方式描述碰撞动力学，能够一致地处理近距离碰撞、道耦合、交换效应和共振结构。尽管这类方法的计算要求更高，但它们能更全面、系统地描述电子—辐射体碰撞，尤其适用于低能电子和强相互作用占主导的情形。我们还开发了一种密耦合理论，通过R矩阵方法在屏蔽相互作用势下求得散射矩阵，从而纳入等离子体屏蔽效应 [39]。

II. 理论方法

A. 斯塔克谱线线型

在本研究中，我们进一步扩展了此前开发的电子碰撞展宽代码 [29,30]，使其纳入离子和电子的贡献。谱线轮廓通过对离子微观电场分布取平均获得，而电子碰撞则通过电子碰撞展宽算符纳入计算 ϕ。单电子系统的斯塔克谱线轮廓为 [1,11]

$$L(\Delta\omega) = -\left(\frac{1}{\pi}\right)\mathrm{Re\ Tr}\int_0^\infty \mathrm{d}F\, W(F)\{\Delta_d[i\Delta\omega - iCF + \phi]^{-1}\}, \tag{1}$$

其中，$\Delta\omega$ 是与未扰动谱线的频率间隔，Δ_d 是偶极算符，$W(F)$是格里姆-霍尔茨马克微观电场分布 [1]，，C 是线性斯塔克系数[1],

$$C = \frac{3}{2}n(n_1 - n_2)\frac{ea_0}{\hbar Z}, \tag{2}$$

其中，n_1、n_2 是抛物量子数。iCF 项对应离子贡献。ϕ 的实部和虚部分别对应电子碰撞展宽 w 和位移 d，它们通过量子散射计算得到的有效碰撞强度计算如下：[25,26]

$$\phi = w + \mathrm{i}d = 2N_e\left(\frac{\hbar}{m_e}\right)^2\left(\frac{2m_e\pi}{k_BT_e}\right)^{1/2} \times \int_0^\infty \Gamma(\epsilon) \times \exp\left(\frac{-\varepsilon}{k_BT_e}\right)\mathrm{d}\left(\frac{\varepsilon}{k_BT_e}\right). \tag{3}$$

这里，T_e、N_e和 ε 分别表示电子温度、电子密度和入射电子能量。有效碰撞强度 Γ 由连接辐射跃迁[29,30]初态和末态的散射矩阵得到。

$$\Gamma = \sum_{J_i^T J_f^T jj'll'} (-1)^{J_i+J_{i'}+2J_f^T+j+j'}\frac{1}{2}(2J_i^T+1)(2J_f^T+1) \times \begin{Bmatrix} J_f^T & J_i^T & 1 \\ J_i & J_f & j \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} J_f^T & J_i^T & 1 \\ J_{i'} & J_{f'} & j' \end{Bmatrix}$$
$$\times \left[\delta_{ll'}\delta_{jj'}\delta_{J_iJ_{i'}}\delta_{J_fJ_{f'}} - (S_I(J_{i'}l'j'J_i^T;J_iljJ_i^T) \times S_F^*(J_{f'}l'j'J_f^T;J_fljJ_f^T))\right], \tag{4}$$

其中，S_I 和 S_F 分别是上态和下态的散射矩阵，它们是在碰撞电子具有相同入射电子能量 ε 的条件下计算得到的。

B. 相对论 R矩阵对屏蔽散射矩阵的确定

为纳入等离子体屏蔽，我们在电子散射计算中用德拜屏蔽势替代电子-离子以及电子-电子库仑相互作用。更具体地说，电子-原子（离子）散射问题采用全相对论密耦合 R 矩阵方法处理，其中包含完整的电子-电子相互作用，而不采用偶极近似，遵循文献 [39] 中提出的表述。对外区中的长程极化效应进行严格处理，而不采用近似方法

早期研究中通常采用的近似方法 [40]。在此框架下，通过在匹配点 r_a 处将渐近边界条件与 R 矩阵 $R_{ii'}$ 相匹配，确定屏蔽短程散射矩阵，即：

$$F_{ij}(r_a) = \sum_{i'} R_{ii'} \left[r_a \frac{\mathrm{d}F_{i'j}(r)}{\mathrm{d}r} - bF_{i'j}(r) \right]_{r=r_a}, \quad (5)$$

with $F_{i'j}$ 和 $\mathrm{d}F_{i'j}(r)\,\mathrm{d}/\,r$ 道径向波函数及其导数 ，

分别。 b 是 R矩阵定义中的一个常数参数，通常取 零。在大距离处，势由离心项主导， F_{ij} 可表示为：

$$F_{ij}(r) = S_i(kr)\delta_{ij} + C_i(kr)K_{ij}, \quad (6)$$

其中 K_{ij} 是散射 $\boldsymbol{K}$ 矩阵，式（4）中的散射 $\boldsymbol{S}$ 矩阵根据定义 $\boldsymbol{S} = (\boldsymbol{1} - i\boldsymbol{K})^{-1}(\boldsymbol{1} + i\boldsymbol{K})$ 计算。与通常的电子-原子散射计算不同，在通常计算中， $S_i(kr)$ 和 $C_i(kr)$ 分别是规则和不规则的 Riccati-Bessel函数（对于离子靶，则为库仑波函数）；这里最关键的一步是使用数值计算得到的屏蔽库仑势的规则和不规则散射波函数 $S_i(kr)$ 和 $C_i(kr)$，它们的相位差为 $\pi/2$。我们在文献 [39], 中为此开发了一种数值算法，本研究也采用了该算法。通过这种方式，我们可以提取一个定义良好的短程散射矩阵，它与渐近匹配点 r_a 的选择无关。

需要强调的是，式（4）中定义的有效 Γ 与电子-原子碰撞计算中常用的传统碰撞强度或散射截面有本质区别。在传统散射计算中，相关量是从特定基态或激发态出发的非弹性截面。在这种情况下，由于非弹性过程发生在靶附近区域，短程散射相移对渐近区中 $S_i(kr)$和 $C_i(kr)$的选择并不敏感。因此，先前采用纯库仑波函数的畸变波计算可以得到合理的结果[36,41-43]。另一方面，对于本文的电子碰撞展宽计算，有效 Γ与激发原子或离子的总碰撞截面相关。因此，利用散射矩阵的幺正性，式（4）中的散射矩阵 S_I 和 S_F 与弹性碰撞过程密切相关，而弹性碰撞过程对 $S_i(kr)$和 $C_i(kr)$的选择非常敏感。只有选择物理上正确的渐近波函数，才能得到与匹配点无关且定义良好的短程散射矩阵，尤其是对于离子靶。

III. 结果与讨论

图 1(a) 展示了在若干德拜屏蔽长度下，氢 $3d^+$-$2p^+$ 分量的Γ 。随着屏蔽增强（ D减小），在大部分入射能量范围内， Γ 呈系统性下降。一个例外出现在 D=30 a.u.：在低能区，Γ 相较于 D=50 a.u. 情况明显上升。在弱

屏蔽（D=200 a.u.）条件下，对比Γ 有（实线）和无（虚线）极化效应时的结果可见，该效应会增强低能区的Γ 。相反，在强屏蔽（D=30 a.u.）条件下，有（实线）和无（虚线）极化效应的结果在整个能量范围内几乎重合，这表明长程极化贡献受到显著抑制。这一观察结果与较弱屏蔽下预期的显著效应形成对比，直接展示了屏蔽增强时的抑制机制。图 1(b) 展示了相应的 Γ 氦的 $3d^+$-$2p^+$ 跃迁。随着屏蔽增强，与较高里德伯系相关的共振结构逐渐减弱，而较低系列的共振则向高能方向位移；与此同时，屏蔽增强也会使Γ 总体幅度下降。相比之下，Γ 在利用未屏蔽渐近库仑波函数提取短程散射矩阵时得到的数值（虚线），明显高于所有采用正确屏蔽处理的方法所得结果，这凸显了 短程散射矩阵提取的关键作用。这种常见于早期扭曲波理论 [36,41-43], 的方法在高密度等离子体条件下可能导致非物理的斯塔克宽度。

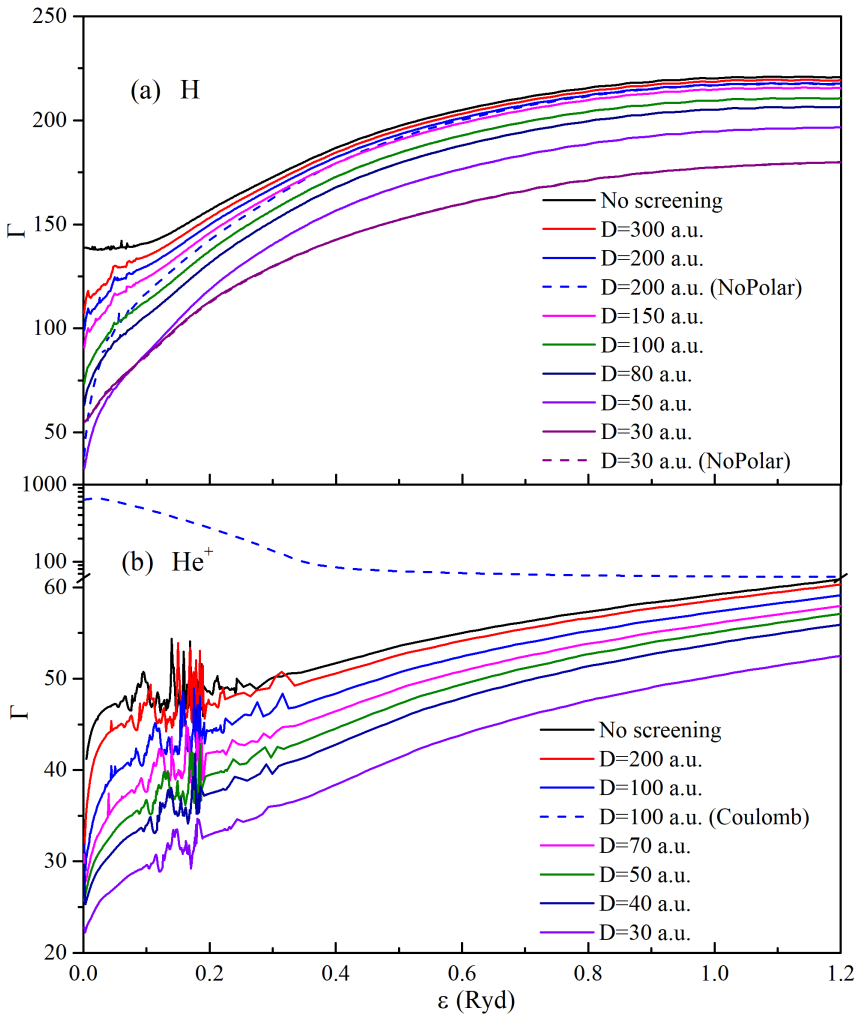


图1. 屏蔽抑制了氢(a)和氦$^+$ (b)中$3d^+$-$2p^+$跃迁的低能碰撞强度 Γ 。

相对论量子力学计算自然会产生原子能级的精细结构分裂。然而，在实验条件下，各个精细结构分量会发生严重重叠，因此观测到的是单一光谱特征。因此，本文报告的斯塔克宽度均为给定跃迁所有精细结构分量按振子强度加权的平均值。[28]为验证新代码的正确性，图 2 和图 3 展示了低密度等离子体条件下的基准比较。在图 2 中，我们计算得到的位移

H_β 线与 Wiese [44], 的实验测量值以及

弛豫理论 [18] 和动力学理论 [18]的结果进行了比较。当前结果与测量值吻合良好。相比之下，动力学理论预测的位移比当前计算结果大数倍，这可能是由于特定计算所采用的近似方法存在局限性，正如参考文献 [18]中所讨论的那样。相比之下，弛豫理论的结果与我们的数值非常接近。

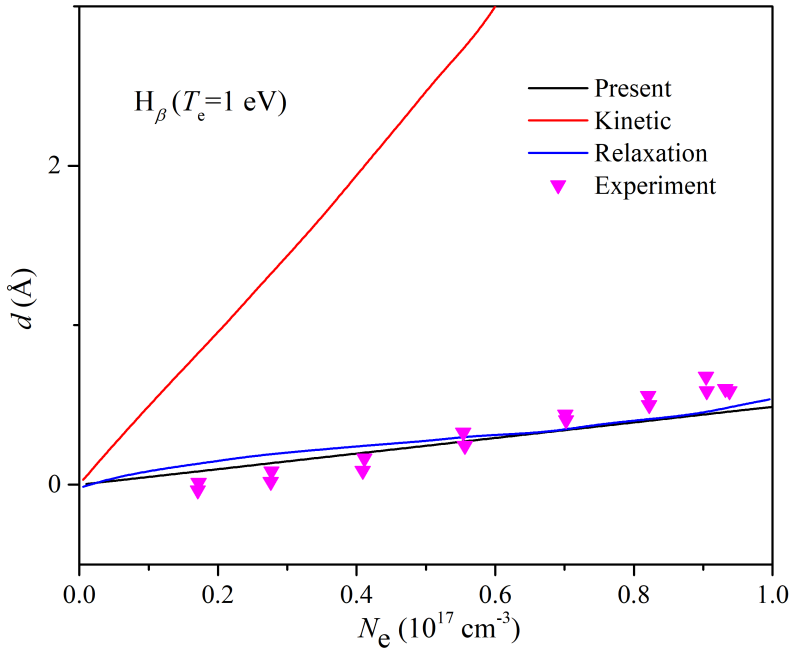


图 2. 不同理论

模型 [18] 所得氢[18] 谱线位移的计算值与测量值 [44] 的比较。

在图 3 中，我们将计算得到的 Ly$_\alpha$ 线型与现有理论方法的代表性结果进行了比较，包括半经典模型（VCS） [17],经典粒子模拟 [45], 以及完全量子力学计算 [17]。总体而言，我们的量子力学结果与这些成熟的计算结果一致，证实了当前方法的可靠性。

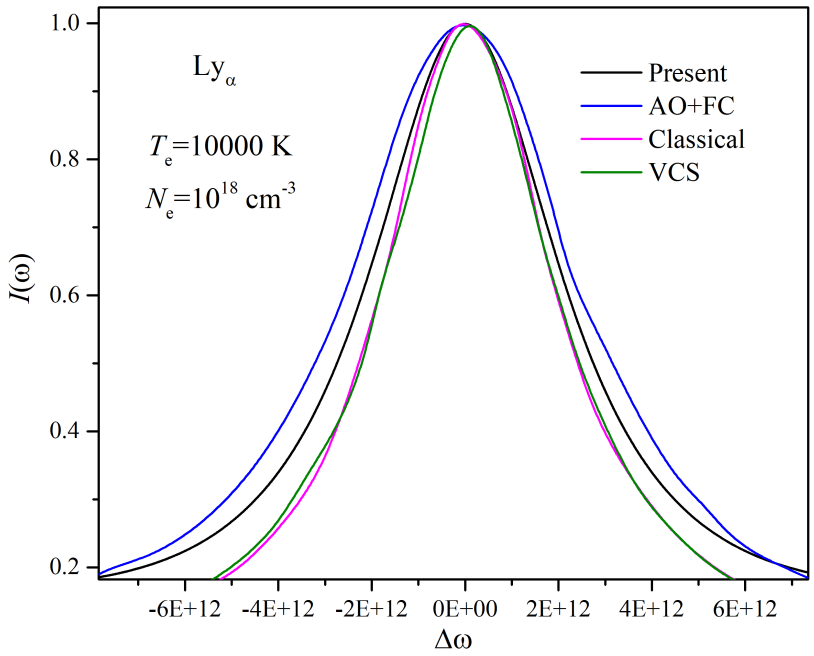


图 3. 不同理论模型 [17, 18, 45] 得到的计算 Ly$_\alpha$ 线型比较。

图 4 和图 5 考察了中性氢和一次电离氦的氢$_\alpha$ 斯塔克宽度对电子密度的依赖性，重点关注等离子体屏蔽效应开始变得显著的高密度区域。图 4 将我们计算得到的氢的氢α线宽与 John [46], 的高密度实验测量值进行了比较，后者构成了严格的基准。图中还展示了 Griem [1] 和 Vidal [47]的半经典结果以供比较。这里给出了三种量子力学计算结果：包含极化效应的孤立计算（蓝色）、不包含极化效应的屏蔽计算（红色），以及包含极化效应的屏蔽计算（黑色）。对于孤立情形，随着电子密度增加，理论与实验之间的差异愈发明显。在测得的最高密度处（N_e=1.39×10^{20} cm^{-3}），孤立计算结果对实验线宽的高估达到 2.79 倍。等离子体屏蔽会显著降低线宽，而长程极化效应仅在低密度下才较为显著。在所考虑的最低电子密度处（N_e=8.63×10^{17} cm^{-3}），屏蔽的影响可以忽略，而极化会使线宽增加约 12%。随着密度增加，极化效应逐渐受到抑制并变得可以忽略。相比之下，纳入屏蔽后，密度约为 10^{20} cm^{-3}时线宽最多可降低 48%，从而使理论结果与实验符合得显著更好。在这一最高密度点，理论与实验之比降至 1.44，所研究密度范围内的平均比值为 1.33。Vidal [47] 的结果与实验存在显著差异，而 Griem 的计算[1] 在低密度区域很好地再现了实验的密度依赖性。然而，这两种半经典模型所呈现的趋势与我们的结果明显不同，因此其外推至高密度等离子体条件时的可靠性值得商榷。

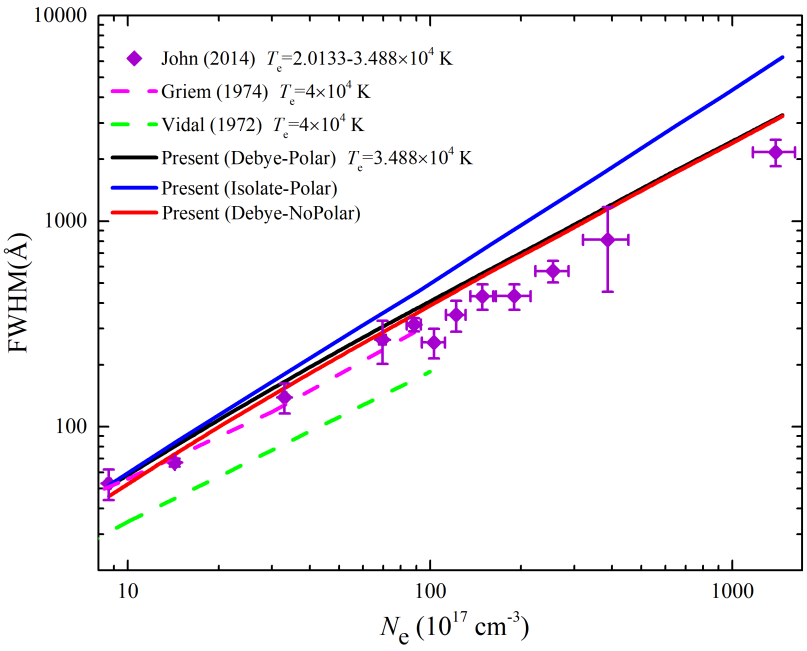


图 4. H 的 H_α 谱线斯塔克展宽的比较：Griem [1] 和 Vidal [47], 的半经典结果，以及 John [46]的实验数据。

图5给出了氦$^+$的氢$_\alpha$ 斯塔克宽度的相应结果。除孤立结果和屏蔽结果（不含/含极化）外，还展示了第四种计算以供比较（青色），其中在屏蔽等离子体中以库仑波函数作为渐近解提取散射相移。在德拜等离子体中，使用未屏蔽的库仑渐近函数会系统性地得到比恰当屏蔽计算更大的电子碰撞线宽，表明此类处理高估了线宽。这表明，准确提取屏蔽短程相移对于等离子体中电离辐射体的斯塔克线宽计算至关重要。对于氦$^+$，实验密度 [48] 相对较低。因此，在这一测量范围内，屏蔽计算与孤立计算仍然接近，等离子体屏蔽仅产生适度影响。长程极化相互作用主要在低密度下影响线宽；在所考虑的最低密度（N_e=8×10^{17} cm^{-3}）处，它使斯塔克宽度增加约8.5%。而在最高密度（N_e=1×10^{20} cm^{-3}）处，屏蔽使线宽降低约30%。我们的屏蔽结果与测量值吻合良好，理论值与实验值的平均比值为1.23。此外，我们的屏蔽结果也与Griem的计算 [1]吻合良好。半经典结果与屏蔽计算在量级和趋势上的密切一致表明，由式（6）得到的短程散射矩阵提供了半经典理论中所用屏蔽因子的量子力学物理图像，即屏蔽短程散射过程是电子碰撞展宽的关键过程。

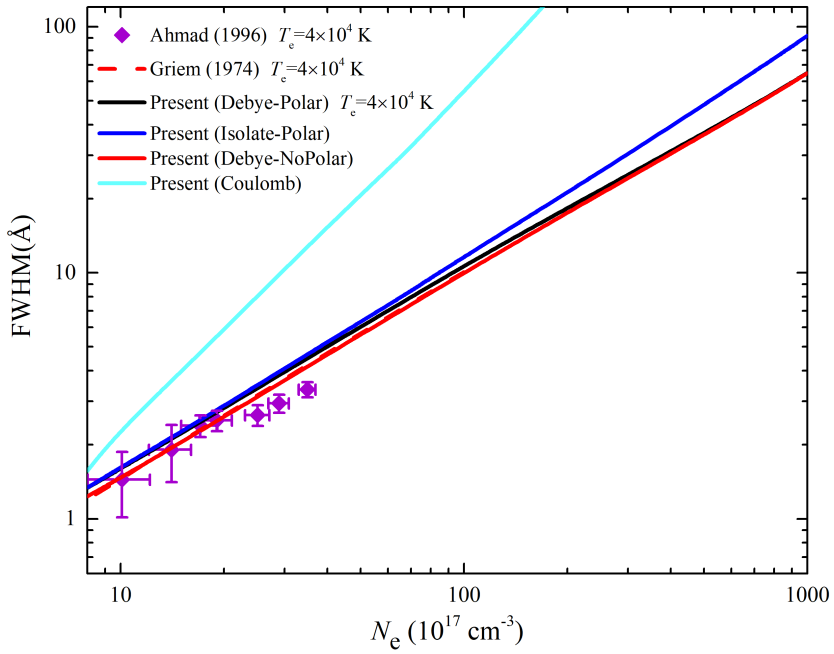


图 5. He^+ 的 H_α 谱线斯塔克展宽比较：Griem [1]，的半经典结果与 Ahmad [48] 的实验数据。

图6考察了中性氢和一次电离氦的氢$_\alpha$ 斯塔克宽度对电子温度的依赖性。对于孤立情形，斯塔克宽度随T_e 降低而单调增大。计入等离子体屏蔽后，这种温度依赖性显著减弱。对于氢（图6a），在高电子密度下，斯塔克宽度对T_e 几乎不敏感，甚至在所考察范围较低的T_e 一侧略有下降。在N_e=1×10^{19} cm^{-3} 处，转折出现在 T_e≈2.5×10^4 K以下；而在N_e=1×10^{20} cm^{-3} 处，类似行为在 T_e≈12.5×10^4 K开始出现。氦$^+$ （图6b）也观察到类似行为。在N_e=1×10^{20}cm^{-3}处，斯塔克宽度表现出明显的非单调温度依赖性，转折出现在约 T_e≈7.5×10^4 K附近。

鉴于 Griem 的半经典数据集 [1] 有限，基于其趋势进行简单外推后，得到的非单调行为相似，但温度依赖性在定性上略有不同。尽管 Griem 的半经典结果在相对低温区域与我们的计算结果吻合良好，但这些不同的温度行为表明，在更广泛的温度和密度范围内，采用完全的量子力学处理至关重要。 在相同的等离子体条件下，He^+ 线宽受屏蔽影响的变化小于氢，这反映出电离辐射体中较强的库仑吸引可部分抵消电子-辐射体相互作用受到的屏蔽。这些结果表明，尽管 氢$_\alpha$线宽可作为高密度等离子体中有效的密度诊断手段，但由于线宽-温度依赖关系显著减弱，其温度诊断效能有所降低。

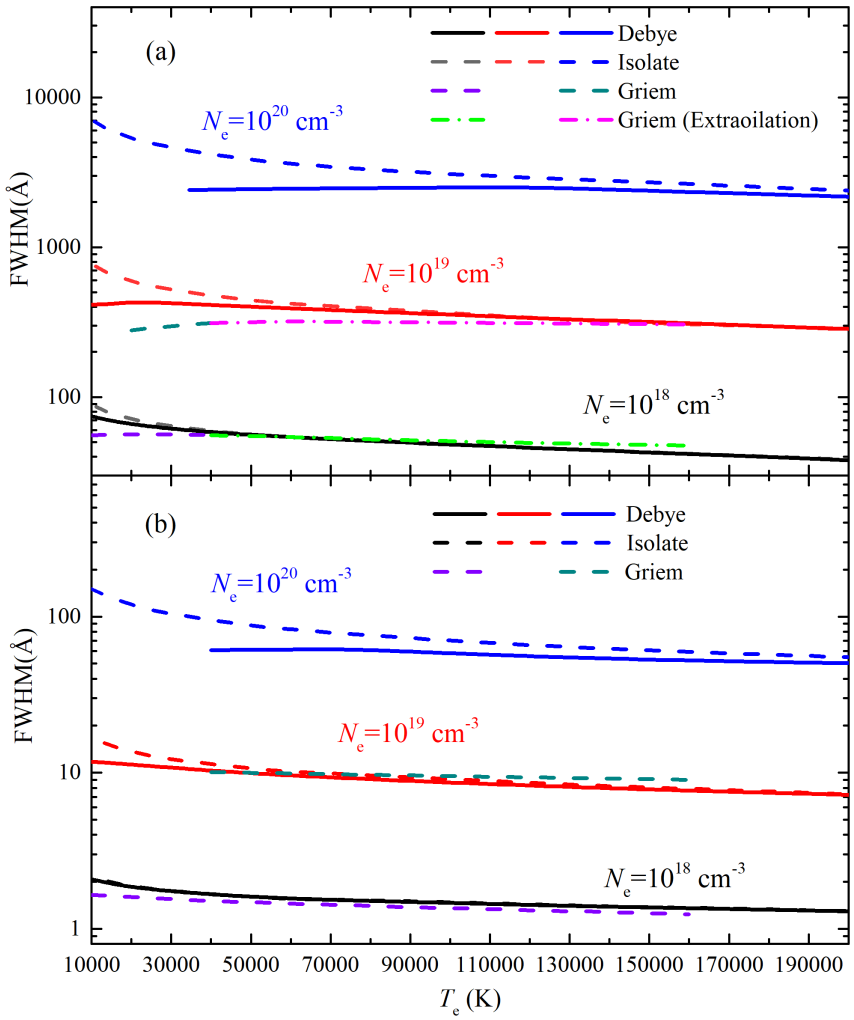


图 6. 氢的 H_α 谱线 (a) 和 He^+ (b) 的斯塔克展宽对比，Griem [1] 的半经典结果。

IV. 结论

总之，通过在电子-辐射体散射层面直接纳入等离子体屏蔽，我们建立了一个量子力学框架，用于处理高密度等离子体中等离子体屏蔽对斯塔克展宽的影响，并将其应用于类氢谱线。由此得到的斯塔克宽度与现有实验测量值在高电子密度下的吻合度显著提高。我们的结果表明，等离子体屏蔽在高电子密度下的电子碰撞展宽中起着关键作用。特别是对于电离辐射体，我们证明，恰当地处理屏蔽边界条件至关重要，因为采用未屏蔽的库仑渐近形式会导致斯塔克宽度被系统性高估。与半经典理论的比较表明，短程散射相移为其中使用的屏蔽因子提供了量子力学物理图像。低能碰撞强度因屏蔽而受到抑制，这会改变密度依赖性，并在某些情况下使氢$_\alpha$ 线宽呈现非单调的温度依赖性。这意味着氢$_\alpha$ 斯塔克展宽仍然是可靠的诊断手段，可用于

电子密度，而在高密度等离子体中，由于屏蔽导致的线宽-温度依赖关系受到抑制，其对温度的敏感性显著降低。尽管本文采用德拜势处理等离子体屏蔽，但这一框架也可直接应用于一般的多电子原子系统。本文的计算为评估等离子体屏蔽对斯塔克展宽的影响提供了量子力学参考基准。超越本文格里姆-霍尔茨马克处理的更精细有效相互作用模型和离子微观电场分布，以及将该方法应用于其他离子辐射体，均留待今后研究。此外，进一步开展高密度实验测量将特别有助于检验等离子体屏蔽效应。

致谢

本研究得到中国国家自然科学基金资助（批准号12241410）和陕西省自然科学基础研究计划（编号2025JC-YBQN-110）。[1] H. R. Griem，等离子体中的谱线展宽，（Academic Press，纽约，1974年）。[2] M. J. Seaton，不透明度计算原子数据XIII。类氢离子跃迁的线型，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 23, 3255 (1990 年)。[3] R. E. Falcon、G. A. Rochau、J. E. Bailey等，白矮星光球谱线的实验室测量：氢β，Astrophys. J. 806, 214 (2015年)。[4] E. Oks，等离子体中类氢谱线斯塔克展宽解析理论的近期进展评述：在实验室放电和天体物理对象中的应用，Atoms 6, 50 (2018年)。[5] S. Djurović、B. Blagojević和N. Konjević，中性原子和离化原子谱线的实验和半经典斯塔克线宽和线移（对2008年至2020年期间实验和半经典数据的批判性评述），J. Phys. Chem. Ref. Data 52, 031503 (2023年)。[6] U. Fano，作为弛豫原型的压力展宽，Phys. Rev. 131, 259 (1963年)。[7] L. Hitzchke、G. Ropke、T. Seifert等，非理想等离子体中谱线电子位移和展宽的格林函数方法，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 19, 2443 (1986年)。[8] E. Stambulchik和C. A. Iglesias，等离子体引起类氢谱线展宽的计算机模拟中的完整辐射体-微扰体相互作用，High Energ. Dens. Phys. 6, 9 (2010年)。[9] S. Alexiou，通过时变微场研究等离子体中谱线展宽理论的格林函数方法，Phys. Lett. A 143, 134 (1990年)。[10] J. Holtsmark，论谱线的展宽，Ann. Phys. 58, 577 (1919年)。[11] T. A. Gomez、T. Nagayama、P. B. Cho等，谱线线型理论导论，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 55, 034002 (2022年)。

[12] M. Baranger，压力展宽的一般碰撞理论，Phys. Rev. 112, 855 (1958年)。[13] M. Baranger，压力展宽理论中的重叠谱线问题，Phys. Rev. 111, 494 (1958年)。[14] M. Baranger，压力展宽的简化量子力学理论，Phys. Rev. 111, 481 (1958年)。[15] A. C. Kolb和H. R. Griem，多重谱线光谱中的谱线展宽理论，Phys. Rev. 111, 514 (1958年)。[16] H. R. Griem、A. C. Kolb和K. Y. Shen，等离子体中氢谱线的斯塔克展宽，Phys. Rev. 116, 4 (1959年)。[17] T. A. Gomez、T. Nagayama、P. B. Cho等，全阶全库仑量子谱线线型计算，Phys. Rev. Lett. 127, 235001 (2021年)。[18] T. A. Gomez、T. Nagayama、D. P. Kilcrease等，电子展宽弛豫理论中的密度矩阵关联，Phys. Rev. A 98, 012505 (2018年)。[19] E. W. Smith和C. F. Hooper，等离子体中谱线展宽的弛豫理论，Phys. Rev. 157, 126 (1967年)。[20] T. Hussey、J. W. Dufty和C. F. Hooper，谱线展宽的动力学理论，Phys. Rev. A 12, 1084 (1975年)。[21] V. H. Regemorter，谱线展宽，Annu. Rev. Astron. Astrophys. 3, 71 (1965年)。[22] S. Sahal-Bréchot，碰撞近似下孤立谱线的斯塔克展宽，Astron. Astrophys. 35, 319 (1974年)。[23] M. S. Dimitrijević和S. Sahal-Bréchot，中性氦谱线的斯塔克展宽，J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 31, 301 (1984年)。[24] H. R. Griem、M. Blaha和P. C. Kepple，高密度等离子体中单电子离子莱曼系谱线的斯塔克线型计算，Phys. Rev. A 19, 2421 (1979年)。[25] H. Elabidi、N. B. Nessib和S. Sahal-Bréchot，中间耦合下谱线电子碰撞展宽的量子力学计算，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 37, 63 (2003年)。[26] H. Elabidi、N. B. Nessib、M. Cornille等，铍样离子中谱线的电子碰撞展宽：量子计算，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 41, 025702 (2008年)。[27] T. A. Gomez、T. Nagayama、C. J. Fontes等，电子俘获对高温高密度等离子体中谱线展宽的影响，Phys. Rev. Lett. 124, 055003 (2020年)。[28] B. Duan、M. A. Bari、Z. Q. Wu等，电子碰撞产生的He II离子谱线的宽度和位移，Phys. Rev. A 86, 052502 (2012年)。[29] C. Wu、X. Gao、Y. H. Zhu等，高电荷态 Ar XV 离子谱线电子碰撞展宽的理论研究，Chinese Phys. B 32, 053101 (2023年)。[30] C. Wu、X. Gao、Y. Wu等，面向恒星和实验室等离子体研究的锂样离子斯塔克展宽数据的相对论量子力学计算，Mon. Not. R. Astron. Soc. 543, 3664 (2025年)。[31] R. K. Janev、S. B. Zhang和J. G. Wang，德拜等离子体中量子碰撞动力学评述，Matter Radiat. Extrem. 1, 237 (2016年)。

[32] T. N. Chang、T. K. Fang、C. S. Wu 等，外部电荷中性等离子体作用下的原子过程，包括光吸收，Atoms 10, 16 (2022年)。[33] T. N. Chang、T. K. Fang、C. S. Wu 等，高密度等离子体中孤立原子发射线的红移，Phys. Scripta 96, 124012 (2021年)。[34] Y. Y. Qi、Y. Wu 和 J. G. Wang，德拜等离子体中锂的光电离和锂的辐射复合$^{+}$，Phys. Plasmas 16, 033507 (2009年)。[35] Y. Y. Qi、J. G. Wang 和 R. K. Janev，高密度量子等离子体中类氢离子的束缚-束缚跃迁，Phys. Plasmas 23, 073302 (2016年)。[36] Y. L. Ma、L. Liu、L. Y. Xie 等，德拜屏蔽效应对类氦铝$^{11+}$和铁$^{24+}$离子电子碰撞激发的影响，Chinese Phys. B 31, 043401 (2022年)。[37] M. Das、B. K. Sahoo 和 S. Pal，利用德拜模型和离子球模型研究等离子体屏蔽效应对多价铝离子电子结构的影响，Phys. Rev. A 93, 052513 (2016年)。[38] F. Y. Zhou、Y. Z. Qu、J. W. Gao 等，适用于热和温暖致密等离子体的原子态相关屏蔽模型，Commun. Phys. 4, 148 (2021年)。[39] C. Wu、W. H. Xia、Y. Wu 等，等离子体中电子-离子碰撞的R矩阵理论，arXiv:2601.19538 [physics.atom-ph]。[40] S. B. Zhang、J. G. Wang 和 R. K. Janev，n=2 激发阈值附近电子与氢原子的屏蔽库仑相互作用弹性和非弹性散射，Phys. Rev. A 81, 032707 (2010年)。[41] B. L. Whitten、N. F. Lane 和 J. C. Weisheit，高密度等离子体中等离子体屏蔽效应对类氢离子电子碰撞激发的影响，Phys. Rev. A 29. 945 (1984年)。[42] Z. B. Chen，利用屏蔽库仑势对原子或离子进行电子碰撞激发，Phys. Plasmas 30, 032103 (2023年)。[43] Y. D. Jung，高密度等离子体中等离子体屏蔽效应对类氢离子电子碰撞激发的影响，Phys. Fluids B 5, 3432 (1993年)。[44] W. L. Wiese、D. E. Kelleher 和 D. R. Paquette，高密度等离子体中巴耳末线斯塔克展宽的详细研究，Phys. Rev. A 6, 1132 (1972年)。[45] P. B. Cho、T. A. Gomez、M. H. Montgomery 等，模拟用于DA型白矮星合成光谱的斯塔克展宽氢巴耳末线线型，Astrophys. J. 927, 70 (2022年)。[46] F. K. John 和 F. A. Nicole，激光产生的等离子体中高电子密度下巴耳末系Hα 线的位移和线宽，J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 47, 155701 (2014年)。[47] C. R. Vidal、J. Cooper 和 E. W. Smith，氢原子斯塔克展宽表，Astrophys. J. Suppl. 25, 37 (1973年)。[48] R. Ahmad，Z箍缩等离子体中He II巴耳末-α线的测量，Nuovo Cimento D 18, 53 (1996年)。