arXiv:2603.05938v1 [stat.AP] 6 Mar 2026

使用具有加性激励和乘性抑制的多元 Hawkes 过程对动物交流建模

Bokgyeong Kang，东国大学统计学系，

Erin M. Schliep，北卡罗来纳州立大学统计学系，

Alan E. Gelfand，杜克大学统计科学系，

Ariana Strandburg-Peshkin，马克斯·普朗克动物行为研究所动物社会生态学系、康斯坦茨大学生物学系，

Robert S. Schick，Southall Environmental Associates, Inc.

2026年3月9日

摘要

动物声学通信通常表现出时间依赖性：某些叫声会在同一或不同叫声类型、个体或物种之间触发或抑制后续叫声。尽管霍克斯过程为建模激发提供了自然框架，但在多变量情形中纳入抑制可能会引发可识别性问题，并使参数解释变得复杂。我们提出了一类灵活的多元霍克斯过程，将加性激励与乘性抑制相结合。这种建模形式既保留了激发的分枝过程解释，又减少了激发与抑制之间的混杂，并允许直接量化背景项和激发对事件率的贡献。我们通过马尔可夫链蒙特卡罗进行贝叶斯推断，并利用随机时间变换定理评估模型的充分性。我们通过模拟评估所提出的方法，并将其应用于两个声学交流数据集：群居狐獴数据集（其中

我们分析了三种具有不同行为作用的精选叫声类型），以及一个涉及座头鲸和北大西洋露脊鲸的双物种须鲸数据集。狐獴分析显示，存在显著的类型内激发、类型间激发以及类型间抑制；而鲸鱼数据主要显示出物种内激发的证据。

关键词：事件时间序列；层级模型；可识别性；狐獴鸣叫；随机时间变换定理；时间点模式；鲸类鸣叫

1 引言

一个重要的生物事件时间过程涉及动物交流（Bradbury和Vehrencamp，1998；Seyfarth和Cheney，2003年），其中事件序列由一个或多个个体随时间发出的一系列叫声组成（Kershenbaum等人，2016）。在收集和分析此类数据时，目标通常是识别叫声特征或叫声序列与可观察的动物行为模式之间的关系。此类分析能够揭示发声在不同动物物种中的功能，并对跨分类群交流系统的演化具有重要启示。除对单次鸣叫的反应外，往往还可以从发声序列的时间结构中获取大量信息。特定的声学通信模式可能包括激发或抑制，即叫声会促使更多（激发）或更少（抑制）的鸣叫，无论是在个体内部还是个体之间。例如，所谓的接触 叫声已在许多分类群中得到记录（Rendall等人，2000年），并且常常呈现呼叫—应答模式，即某一个体的叫声会导致邻近个体的鸣叫活动增加（Engesser和Manser，2022；Miller等人，2009）。同样，警报 叫声可能表明捕食者的存在（Manser等人，2002），并可能导致随后抑制鸣叫，以避免被发现。在某些情况下，激发与抑制可能同时发挥作用，但作用于不同的时间尺度。例如，狐獴在听到同种个体鸣叫后会避免立即发出晒太阳叫声，从而避免重叠，但会在更长的时间尺度上提高其鸣叫率。激发和抑制也可能跨叫声类型起作用。例如，攻击性发声可能导致作为回应的顺从性鸣叫（交叉激发）。鸣叫行为的影响会

行为可能进一步取决于叫声的声学结构或发出该叫声的个体。总体而言，个体内部及个体之间发声序列的结构有可能编码大量信息，而理解驱动这一结构的过程——包括激发和抑制——能够为动物交流系统带来重要洞见。

观测到的呼叫序列通常可以表示为时间或时空事件序列，并且常用点过程进行建模。霍克斯过程已成为一种流行的时间点过程模型设定，用于捕捉事件序列中的兴奋。此类模型的单变量版本可追溯至 Hawkes（1971），它引入条件强度，将正向触发分量加到背景项上，以反映先前的事件历史。在该模型下，先前发生的事件，尤其是较近的事件，会提高强度，从而促使当前时刻发生更多事件。典型应用示例包括地震学、流行病学、犯罪建模、数理金融和社交媒体事件（Ogata，1998；Meyer 等，2012；Mohler 等，2011；Hawkes，2018；Rizoiu 等，2017年）。

多元霍克斯过程模型的多变量扩展可用于一组相互作用的过程，其中整体条件过程强度由各个条件强度相加而得。多元 Hawkes 过程的应用日益广泛。相关应用研究了金融、社会动力学、神经科学和生态科学等领域中出现的相互作用事件序列（Embrechts 等，2011；Zhou 等，2013年；Reynaud-Bouret 等，2013年；Nicvert 等，2024年；Kang 等，2025年）。鉴于其多变量特性，这些模型兼具自激（事件会提高同类型未来事件的发生率）和交叉激发（事件会提高不同类型未来事件的发生率）。

近年来，研究者越来越关注将抑制纳入这些过程（Mei 和 Eisner，2017年；Bonnet 等人，2023年；Sulem 等人，2024年；Deutsch 和 Ross，2025年）。与兴奋过程不同，在抑制过程中，先前事件会降低强度，从而减少当前时刻事件的发生。在加性模型设定下，背景强度和兴奋分量均为正

而抑制分量为负。因此，人们通常会引入链接函数，以确保强度非负。将背景过程与兴奋分量或抑制分量结合的一般模型称为演化过程；White 和 Gelfand（2021年）讨论了各种链接函数及其特性。尽管取得了这些进展，同时对激发和抑制进行建模仍然颇具挑战。仅给定一系列事件时，并没有标签或标记能够识别哪些事件会激发或抑制后续事件。然而，强度模型需要能够体现激发和抑制的发生，以尝试解释事件序列。

本研究的贡献在于提出了新颖的条件强度函数形式，使激发和抑制均可识别。在多变量情形下，我们的模型设定允许存在自激发和交叉激发，以及自抑制和交叉抑制。我们的条件强度模型将用于兴奋的加性触发函数与用于抑制的非负乘性缩放函数结合起来。本研究受到 Olinde 和 Short（2020）的启发，他们在单变量情形下考察了这一类模型。然而，正如下文所述，他们的研究并未充分认识到这类模型所带来的可识别性挑战。我们在第 3.2 节详细说明了这一设定的具体优势。我们提出了一类非常通用且灵活的多变量激发与抑制模型，并能给出清晰的解释。我们还介绍了从这些过程采样实现值的计算策略，从而实现表现良好的模型推断。此外，我们在贝叶斯框架下借助随机时间变换定理（RTCT；Brown 和 Nair（1988））进行模型比较与评估。

我们通过模拟以及对两个真实数据集的分析来展示模型的性能：（i）一个单物种数据集，其中群居狐獴（*Surricattasuricata*）发出三种不同类型的叫声，已知每种叫声都会产生不同的行为后果（Demartsev et al., 2024）；（ii）一个多物种数据集，包含两种不同的须鲸（座头鲸，*Megaptera novaengliae*，以及北大西洋露脊鲸*Eubalaena glacialis*），它们在相似的空间位置觅食，且各自拥有丰富多样的声学曲目（Payne and McVay, 1971; Clark, 1982）。

本文结构如下。第2节简要回顾霍克斯过程，包括单变量和多元霍克斯过程，以及含有抑制作用的霍克斯过程。第3节详细阐述我们针对具有加性激发和多元抑制的多元霍克斯过程所作的模型设定。第4节在贝叶斯框架下完整介绍模型设定，包括先验设定、模型拟合和模型评估。第5节给出若干模拟实验的结果，作为概念验证。第6节分析狐獴数据和鲸鱼数据。第7节总结全文，并提出若干未来研究方向。

2 霍克斯过程背景

本节回顾霍克斯过程的基本形式。我们介绍一元和多变量模型，并概述将抑制效应纳入模型的现有方法，这些方法为下一节讨论的建模选择提供了参考。

2.1 一元霍克斯过程

我们首先回顾一元霍克斯过程。令 $\mathcal{T} = \{t_i : i = 1, \ldots, n\}$ 表示观测到的事件时间序列，其中 $t_i \in (0, T]$ 且 $t_i < t_{i+1}$。令 $\mathcal{H}_t$ 表示截至时间 t 的过程历史，定义为 $\mathcal{H}_t = \{t_i : t_i < t\}$。时间点过程由其条件强度函数刻画，该函数定义为

$$\lambda(t \mid \mathcal{H}_t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbb{E}\left\{N\big((t, t+\Delta t]\big) \mid \mathcal{H}_t\right\}}{\Delta t},$$

其中，$N(A)$表示在可测集合 $A \subseteq (0, T]$中发生的事件数。

时刻 t 的一元霍克斯过程的条件强度函数定义为

$$\lambda(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta}) = \mu(t; \boldsymbol{\theta}_\mu) + \sum_{i: t_i < t} \alpha \, g(t - t_i; \boldsymbol{\theta}_g), \tag{1}$$

其中，$\mu(\cdot)$ 表示背景项（或基线）强度，用于刻画独立于过去历史而发生的事件。该分量可以容纳时间非齐次性

例如季节性或长期趋势。函数 $g(\cdot)$ 是一个非负触发核，满足 $g(x) \geq 0$（对于 $x \geq 0$）以及 $\int_0^\infty g(x)\,dx = 1$，它决定过去事件的影响如何随时间衰减。 $g(\cdot)$ 的常见选择包括指数核，以及其他参数形式，如幂律核和高斯核。参数α 控制该影响的总体幅度。在经典霍克斯过程中，施加了限制 $\alpha \geq 0$ ，因此过去事件只能提高未来事件率，从而得到自激过程。

模型参数由 $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}_\mu, \alpha, \boldsymbol{\theta}_g)$ 给出，其中 $\boldsymbol{\theta}_\mu$ 和 $\boldsymbol{\theta}_g$ 分别汇集与 $\mu(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 相关的参数。文献中已提出多种估计方法，包括最大似然和贝叶斯方法（Veen 和 Schoenberg，2008年；Rasmussen，2013年；Ross，2021年）。

2.2 多元霍克斯过程

式 (1) 中的单变量霍克斯模型可自然推广为 K 维多元霍克斯过程，该过程同时容纳事件类型之间的自激和交叉激发。观测数据现由带标记事件时间组成，表示为 $\mathcal{T} = \{(t_i, m_i) : i = 1, \ldots, n\}$，其中 $t_i \in (0, T]$ 表示第 i 个事件的发生时间， $m_i \in \{1, \ldots, K\}$ 表示其关联的标记或事件类型。该过程截至（但不包括）时间 t 的历史由 $\mathcal{H}_t = \{(t_i, m_i) : t_i < t\}$ 给出。

标记 k 在时间 t 的条件强度函数为

$$\lambda_k(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta}) = \mu_k(t; \boldsymbol{\theta}_\mu) + \sum_{\ell=1}^{K} \sum_{\substack{i: t_i < t, \\ m_i = \ell}} \alpha_{\ell,k}\, g_{\ell,k}(t - t_i; \boldsymbol{\theta}_g). \tag{2}$$

此处， $\mu_k(\cdot)$ 表示标记特定背景强度。所有标记的过去事件都可能影响标记 k 当前的强度，其中标记 ℓ 的事件所产生的影响由交互参数 $\alpha_{\ell,\,k}$ 和触发核$g_{\ell,\,k}(\cdot)$ 决定。这种表述允许不同标记之间同时存在自激（$\ell = k$）和交叉激发（$\ell \neq k$）。

模型参数表示为 $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}_\mu,\ \boldsymbol{\alpha},\ \boldsymbol{\theta}_g)$，其中 $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_{\ell,k} :\ \ell,\ k = 1,\ \ldots\ldots,\ K\}$汇集了各标记之间的交互参数。事件的总体条件强度

在时刻 t 通过对各标记的强度求和得到，即 $\lambda(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta})$。

2.3 带抑制的霍克斯过程

近期，多元霍克斯过程的若干扩展允许抑制效应，即允许 $\alpha_{\ell,k} < 0$ (Mei 和 Eisner，2017年；Bonnet 等人，2023年；Sulem 等人，2024年；Deutsch 和 Ross，2025年)。在这种情况下，标记为 ℓ 的事件会降低标记为 k 的未来强度，从而降低后续发生类型为 k的事件的似然。由于负交互参数可能导致强度为负，因此引入链接函数以确保强度非负。由此得到强度函数

$$\lambda_k(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta}) = \phi\left(\mu_k(t; \boldsymbol{\theta}_\mu) + \sum_{\ell=1}^{K} \sum_{\substack{i: t_i < t, \\ m_i = \ell}} \alpha_{\ell,k}\, g_{\ell,k}(t - t_i; \boldsymbol{\theta}_g)\right), \tag{3}$$

其中$\alpha_{\ell,k} \in \mathbb{R}$，链接函数 $\phi(\cdot)$确保所得强度保持非负。常用的 $\phi(\cdot)$ 包括修正线性单元（ReLU），$\phi(x) = \max(x, 0)$、Sigmoid 函数 $\phi(x) = (1 + e^{-x})^{-1}$，以及 Softplus 函数 $\phi(x) = \log(1 + e^{x})$ 等。

与激发和抑制以加法形式进入强度的加性抑制模型不同，Olinde 和 Short（2020）通过引入一个调节自激强度的乘法项来实现抑制。他们提出了一种单变量模型，称为自限制型霍克斯过程，其条件强度定义为

$$\lambda(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta}) = \left(\mu + \sum_{i: t_i < t} \alpha\, g(t - t_i; \boldsymbol{\theta}_g)\right) \exp\{-\gamma\, N(\phi, t)\}, \tag{4}$$

其中，$\gamma > 0$ 控制抑制的强度。γ 的值越大，对未来事件的抑制越强。此处，$N(\phi, t)$ 表示在区间 $[t - \phi, t)$内发生的事件数，因此近期事件发生频率越高，当前强度的降低幅度就越大。假设背景强度 μ 为常数。模型参数为 $\boldsymbol{\theta} = (\mu, \alpha, \boldsymbol{\theta}_g, \gamma, \phi)$。

已证实，这种表述在抑制效应较为适中的情况下表现良好。然而，我们的模拟结果表明，当激发和

抑制都很强时，相应的参数可能难以分别识别。详情见补充材料第 S1 节。Olinde 和 Short（2020）也针对 $\alpha > 1$ 的情形提出了相关担忧；在标准霍克斯过程中，这类情形与事件强度的不稳定增长或爆炸式增长有关。在存在乘性抑制时，较大的激发参数 α 会通过阻尼项 $\exp\{-\gamma N(\phi,\ t)\}$ 与抑制参数 γ 直接相互作用，体现了激发增长与抑制效应之间的竞争，这可能进一步加剧可识别性问题。我们还指出，抑制项 $\exp\{-\gamma\, N(\phi,\ t)\}$ 在时间上是分段常数的，因为 $N(\phi,\ t)$ 是一个离散值计数过程。这些讨论促使我们在下一节提出一种替代参数化方法，旨在缓解可识别性挑战，同时以连续形式表示抑制。

3 具有加性激励和乘性抑制的多元霍克斯过程

本节介绍一种具有加性激励和乘性抑制的多元霍克斯过程。我们将给出模型设定，并简要讨论采用这种结构的动机。

3.1 模型设定

基于 Olinde 和 Short（2020）的框架，我们提出一种模型，可适用于多种标记类型之间的激发性和抑制性相互作用。对于标记$k = 1,\ \ldots\ldots,\ K$，我们将条件强度函数定义为

$$\lambda_k(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta}) = \left(\mu_k(t; \boldsymbol{\theta}_\mu) + \sum_{\ell=1}^{K} \sum_{\substack{i: t_i < t, \\ m_i = \ell}} \alpha_{\ell,k}\, g_{\ell,k}(t - t_i; \boldsymbol{\theta}_g) \right) \exp\left\{ - \sum_{\ell=1}^{K} \sum_{\substack{i: t_i < t, \\ m_i = \ell}} \gamma_{\ell,k}\, h_{\ell,k}(t - t_i; \boldsymbol{\theta}_h) \right\},$$

其中，背景强度建模为 $\mu_k(t) = \mathbf{x}(t)\boldsymbol{\beta}_k$，其中$\mathbf{x}(t)$表示在时间 t观测到的协变量行向量。

对于激发核，我们采用指数形式$g_{\ell,k}(x) = \eta_{\ell k}^{-1}$,$\exp(-x/\eta_{\ell,k})$，其中 $x > 0$。这种选择会赋予较近的事件更大的权重，而过去事件的影响会随时间呈指数衰减。参数$\eta_{\ell,k} > 0$ 决定了这种衰减的速率，并且通常可以因标记而异，从而使不同标记类型呈现出不同的时间衰减模式。为简化模型，我们进一步假设$\eta_{\ell,k} = \eta_\ell$，因此标记 ℓ 的激发作用时间范围对于所有接收标记均相同k。

对于抑制核，我们采用指数设定，$h_{\ell,\ k}(x) = \exp(-x/\phi_{\ell,\ k})$ 对于 $x > 0$。在此设定下，抑制效应在事件发生后立即达到最强，随后随时间间隔增加而逐渐衰减。参数 $\phi_{\ell,\ k} > 0$ 控制这种衰减的速率，通常可随标记而异，因此不同标记类型可以呈现不同的时间抑制行为。为使模型简约，我们进一步施加约束 $\phi_{\ell,\ k} = \phi_\ell$，这意味着与标记 ℓ 相关的抑制时间范围在所有标记 k中相同。

如第2.3节所述，当激发与抑制效应都很强时，激发与抑制参数可能难以分别识别，也就是说，当 $\alpha_{\ell,\ k} > 0$ 和 $\gamma_{\ell,\ k} > 0$ 取值足够大时。为解决这一可识别性难题，我们施加以下约束

$$\alpha_{\ell,k} \geq 0, \quad \gamma_{\ell,k} \geq 0, \quad \text{and} \quad \alpha_{\ell,k}\,\gamma_{\ell,k} = 0, \tag{5}$$

这将每个有序对（ℓ， k）限制为仅一种相互作用类型，即激发或抑制。在这一约束下，标记类型 ℓ不能同时提高和降低标记类型 k的强度。相互作用具有方向性，因此允许存在非对称关系；例如，标记 ℓ 可以激发标记 k，而标记 k 抑制标记ℓ。我们注意到，在加性-加性公式中也隐含地作出了类似的排他性假设，其中激发和抑制通过单个带符号的相互作用参数表示。在此类模型中，给定的有序对（ℓ， k）根据交互系数的符号被解释为激发性或抑制性，但不会同时属于两者。从这一角度看，式（5）中的约束将一个与现有加性-加性方法在概念上一致的假设形式化，同时提供了更清晰的区分

激发效应和抑制效应。为实施这一约束，我们引入潜在指示变量 $I_{\alpha_{\ell,\ k}}$ 和 $I_{\gamma_{\ell,\ k}}$，并将交互参数重新参数化为 $\alpha_{\ell,\ k} = \alpha^*_{\ell,\ k} I_{\alpha_{\ell,\ k}}$以及 $\gamma_{\ell,\ k} = \gamma^*_{\ell,\ k} I_{\gamma_{\ell,\ k}}$。将该组（$I_{\alpha_{\ell,\ k}}$，$I_{\gamma_{\ell,\ k}}$）限制为取值于 {(1，0)、(0，1)、(0，0)}，从而确保对于任意有序对（ℓ，k），激发和抑制不会同时发生。

3.2 动机 ：加性–乘性参数化

我们的公式采用加性方式处理激发，并采用乘性方式处理抑制，相较于将这两种效应均以加性方式纳入的方案，具有若干方法学优势。下文将概述这种交互结构的主要优点。

3.2.1 可解释性改进

在加性-加性公式中，抑制效应以加性方式纳入，并与背景项和激发项相互竞争，可能抵消它们对强度的合计贡献。相比之下，乘性抑制通过按比例缩放背景项和激发分量，调节整体事件率，从而使各自的贡献更加清晰，也更易于解释。这种行为符合许多生物和行为系统的特点：抑制效应会调节整体活动水平，而非直接抵消激发作用。

此外，加性–加性模型通常依赖链接函数来确保强度非负，这会掩盖标准霍克斯过程中模型参数的直接解释。例如，在此类模型设定下，激发参数不再具有直接的分枝过程解释（详情见第 4.1 节），而衰减参数也无法简单地从激发的平均持续性角度进行解释。相比之下，本文提出的加性–乘性设定保留了这些解释。尽管抑制以乘法方式进入模型，但它只是调节总体强度，并不会扭曲激发分量底层的加性结构。因此，激发幅度仍可通过后代贡献来理解，而衰减参数仍保留其通常的

解释，即决定激发的时间持续性。

3.2.2 抑制下背景项与激发的分离

在公式（2）的加性-加性设定中，激发和抑制通过单个带符号的相互作用参数 $\alpha_{\ell,\ k}$ 进行编码，其中 $\alpha_{\ell,\ k} > 0$ 对应激发，$\alpha_{\ell,\ k} < 0$ 对应抑制，并且需要使用链接函数 $\phi(\cdot)$ 以确保所得强度非负。在这种参数化下，背景强度与激发机制的贡献存在内在混淆，因此无法分别识别预期的背景事件数量和预期的激发驱动事件数量。

相比之下，所提出的加性–乘性参数化清晰地区分了背景项和激发分量，并且二者均受到抑制项的调节。具体而言，标记 k 的条件强度可表示为

$$\lambda_k(t) = \big\{\mu_k(t) + G_k(t)\big\}\, H_k(t) = \mu_k(t)\, H_k(t) \ + \ G_k(t)\, H_k(t),$$

其中，$G_k(t) = \sum_\ell \sum_i \alpha_{\ell,\ k}\, g_{\ell,\ k}(t - t_i)$ 表示激发分量，而 $H_k(t) = \exp\{-\sum_\ell \sum_i \gamma_{\ell,k}\, h_{\ell,k}(t - t_i)\}$ 表示乘性抑制因子。在这种分解下，第一项对应于受抑制调节的背景事件，而第二项表示激发驱动事件，同样受到相同抑制机制的调节。

这种分解可以通过补偿子得到自然的解释。对于条件强度为 $\lambda(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta})$ 的点过程，补偿子 $\Lambda(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta}) = \int_0^t \lambda(u \mid \mathcal{H}_u; \boldsymbol{\theta})\, du$ 表示在 $(0, t]$ 内事件的期望数量；由于它取决于观测历史，因此是一个随机量。在所提出的模型下，加性-乘性结构意味着，总补偿子可分解为与背景项和激发分量相关的子补偿子。因此，标记为 k 的背景事件和激发驱动事件在区间 $(0, T]$ 内的期望数量为

给定为

$$\mathbb{E}\{N_{k,\mathrm{bg}}(0,T]\} = \int_0^T \mu_k(t)\, H_k(t)\, dt,$$
$$\mathbb{E}\{N_{k,\mathrm{exc}}(0,T]\} = \int_0^T G_k(t)\, H_k(t)\, dt,$$

其中，$N_{k,\ \mathrm{bg}}(0,\ T]$ 和 $N_{k,\ \mathrm{exc}}(0,\ T]$ 分别表示标记 k的背景事件和激发驱动事件的数量。从贝叶斯视角来看，模型参数的后验样本会诱导出这些补偿子的后验分布，从而能够直接量化背景活动和激发预期贡献的不确定性。

3.2.3 提高计算效率

在所提出的加性-乘性表述下，给定乘性抑制因子后，强度对背景分量和各个激发分量均呈线性。因此，参数更新只需使用强度中相关的分量即可完成。例如，更新背景参数时只需计算背景抑制项 $\mu_k(t)\, H_k(t)$，而更新激发参数时只需计算激发抑制项 $G_k(t)\, H_k(t)$。这种分离降低了单次马尔可夫链蒙特卡罗更新的计算成本，并有助于改善混合表现。相比之下，加性-加性公式要求在每次参数更新时都计算完整强度，因此会增加计算负担，且通常导致混合速度更慢。

4 贝叶斯推断

本节介绍所提出模型的贝叶斯推断框架，包括似然函数的构建、先验设定、后验计算和模型评估程序。

4.1 似然

该模型的似然函数（White 和 Gelfand，2021年）为

$$L(\boldsymbol{\theta} \mid \mathcal{T}) = \exp\left\{ -\sum_{k=1}^{K} \int_0^T \lambda_k(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta})\, dt \right\} \prod_{i=1}^{n} \lambda_{m_i}(t_i \mid \mathcal{H}_{t_i}; \boldsymbol{\theta}), \tag{6}$$

其中，$\mathcal{T} = \{(t_i,\ m_i) :\ i = 1,\ \ldots\ldots,\ n\}$ 表示观测到的带标记事件时间。模型参数汇集于 $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta},\ \boldsymbol{\alpha},\ \boldsymbol{\eta},\ \boldsymbol{\gamma},\ \boldsymbol{\phi})$，其中 $\boldsymbol{\beta} = \{\boldsymbol{\beta}_k :\ k = 1,\ \ldots\ldots,\ K\}$, $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_\ell : \ell = 1,\ \ldots\ldots,\ K\}$, $\boldsymbol{\gamma} = \{\gamma_{\ell,k} :\ \ell,\ k = 1,\ \ldots\ldots,\ K\}$，以及 $\boldsymbol{\phi} = \{\phi_\ell :\ \ell = 1,\ \ldots\ldots,\ K\}$。

该模型的估计可视为一个不完全数据问题。遵循 Veen 和 Schoenberg (2008年)，我们引入潜在分支变量 z_i，用于指示时间 t_i 发生的事件是背景事件，还是由先前事件触发，即

$$z_i = \begin{cases} 0, & \text{if the event at } t_i \text{ is a background event,} \\ j, & \text{if the event at } t_i \text{ is excited by a past event at } t_j, \end{cases}$$

对于 $i = 1,\ \ldots\ldots,\ n$，其中 $j \in \{r :\ t_r < t_i\}$。令 $\boldsymbol{z} = (z_1,\ \ldots\ldots,\ z_n)$ 表示潜在分支指示变量的集合。给定 $\boldsymbol{z}$，观测到的事件可划分为 $n+1$个互不相交的集合 $\mathcal{T}_0,\ \mathcal{T}_1,\ \ldots\ldots,\ \mathcal{T}_n$，其中 $\mathcal{T}_j = \{(t_i,\ m_i) :\ z_i = j\}$，对于 $j = 0,\ \ldots\ldots,\ n$。这里，$\mathcal{T}_0$ 对应背景事件，而 $\mathcal{T}_j$ 对于 $j > 0$ 则由发生于时间 t_j的事件所激发。这些集合的并集构成全部观测事件。

在所提出的加性–乘性形式下，潜在的分支结构使似然可以方便地分解。具体而言，给定分支指示变量 $\boldsymbol{z}$ 后，背景事件集合 $\mathcal{T}_0$ 服从一个强度为 $\mu_k(t)\, H_k(t)$、跨越标记 k 的非齐次泊松过程 (NHPP)；而对于 $j > 0$，每个 $\mathcal{T}_j$ 对应一个强度为 $G_k(t)\, H_k(t)$、跨越标记的非齐次泊松过程。这种结构使完全数据似然可以表示为

$$L(\boldsymbol{\theta} \mid \mathcal{T}, \boldsymbol{z}) \propto \exp\left\{ -\sum_{k=1}^{K} \int_0^T \lambda_k(t)\, dt \right\} \prod_{i=1}^{n} \left[\mu_{m_i}(t_i)\, H_{m_i}(t_i)\right]^{\mathbb{I}(z_i=0)} \prod_{i=1}^{n} \left[G_{m_i}(t_i)\, H_{m_i}(t_i)\right]^{\mathbb{I}(z_i>0)},$$

其中，$\mathbb{I}(\cdot)$ 表示示性函数。这种因式分解是乘性抑制结构的直接结果。相比之下，在采用链接函数的加性–加性形式中，激发和抑制通过非线性

变换进入强度，因此无法将似然以类似方式分解为独立的背景项和激发贡献。

这种分解的可用性使得能够通过潜在分支变量进行高效的数据增强，进而便于基于似然的较低维分量进行参数更新。因此，引入潜在分支结构可以改善马尔可夫链蒙特卡罗算法的混合性与收敛。后验推断采用 Metropolis–Hastings 嵌套 Gibbs 采样器进行，并使用数值积分来计算似然中出现的积分。

4.2 先验设定

背景回归系数 $\boldsymbol{\beta}_k$ 被赋予独立的标准正态先验，$\boldsymbol{\beta}_k \sim \mathrm{N}(0, 10\mathrm{I})$。为鼓励稀疏性并增强交互结构的可解释性，我们对激发与抑制参数$\alpha_{\ell,k}$和 $\gamma_{\ell,k}$施加尖峰与厚尾先验。具体而言，每个交互系数被建模为零处点质量与对数正态分布的混合，

$\log \alpha_{\ell,k} \sim (1 - p_{\ell,k})\, \delta_0 + p_{\ell,k}\, \mathrm{N}(0,1)$, $\log \gamma_{\ell,k} \sim (1 - \pi_{\ell,k})\, \delta_0 + \pi_{\ell,k}\, \mathrm{N}(0,1)$,其中 δ_0 表示零处的点质量，混合概率$p_{\ell,k}$ 和 $\pi_{\ell,k}$ 分别控制激发与抑制的先验纳入概率。控制激发与抑制的时间衰减参数被赋予独立的对数正态先验，$\log \eta_\ell \sim \mathrm{N}(0,1)$ 和 $\log \phi_\ell \sim \mathrm{N}(0,1)$，反映了对相应时间尺度的弱信息先验信念。

4.3 模型评估

模型适 adequacy 通过随机时间变换定理（RTCT；Brown 和 Nair（1988））进行评估，该定理为一维点过程提供了有原则的诊断方法。对于条件强度为 $\lambda(t \mid \mathcal{H}_t; \boldsymbol{\theta})$ 的过程，其对应的补偿子定义为 $\Lambda(t \mid \mathcal{H}_t;\, \boldsymbol{\theta}) = \int_0^t \lambda(u \mid \mathcal{H}_u;\, \boldsymbol{\theta})\, du$。在模型设定正确的情况下，通过补偿子变换观测到的事件时间，可得到满足以下条件的事件间增量

服从 Exp(1) 分布。在贝叶斯框架中，补偿子是一个随机量，因为它取决于模型参数。给定后验样本 $\boldsymbol{\theta}_b, b = 1$，……，$B$，我们计算变换后的事件间隔增量

$$d^*_{b,i} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(u \mid \mathcal{H}_u; \boldsymbol{\theta}_b)\, du, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

如果模型设定正确，这些变换后增量的后验分布应与相互独立的 Exp(1) 随机变量的分布一致。

模型 adequacy 通过以下方式评估：绘制有序 $\{d^*_{(i)}\}$ 的后验均值估计的 Q–Q 图，并与 Exp(1) 分布的理论分位数进行比较，同时给出相应的后验可信带。与 45° 参考线高度吻合表明模型拟合良好，而系统性偏离则表明模型可能存在设定错误。比较不同竞争模型的这些诊断结果，也可为模型比较提供非正式依据（更多详情见 Kang 等（2025））。

此外，我们采用广泛适用信息准则（WAIC；Watanabe，2013年）评估样本外预测性能。在贝叶斯框架下，WAIC 可根据后验样本轻松计算，并提供一种兼顾模型拟合与复杂度的度量。WAIC 值越小，表示预期预测性能越好。

5 模拟实验

本节通过模拟实验评估所提出模型的性能，并考察其恢复潜在激励与抑制结构的能力。我们首先介绍数据生成过程，随后展示相应的模拟结果。

5.1 数据模拟

所提出的具有加性激励和乘性抑制的多元霍克斯过程中，事件时间采用改编自

Lewis和Shedler（1979）算法的基于稀疏化的方法生成。令 K 表示标记的数量，令 $\lambda_k(t)$ 表示标记 k 的条件强度。模拟按以下步骤在连续时间内依次进行。

1. 初始化。 将当前时间设为 $t = 0$ ，并初始化事件历史 $\mathcal{T} = \emptyset$。

2. 上　　界的构造。 在时间 t，构造一个上界 $M(t)$，使得

$$\sum_{k=1}^{K} \lambda_k(t) \leq M(t).$$

该上界通过结合最大背景强度，以及过去事件中具有正激发效应的事件所产生的激发贡献上界得到。

3. 候选事件时间。 抽取一个等待时间 $w \sim \text{Exp}(M(t))$，并设定 $t^* = t + w$。如果 $t^* > T$，则终止算法。

4. 强度评估。 对于每个标记 $k = 1, \ldots, K$，在 t^*处评估条件强度 $\lambda_k(t^*)$。

5. 稀疏化步骤。以概率接受候选事件

$$\frac{\sum_{k=1}^{K} \lambda_k(t^*)}{M(t)}.$$

如果事件被拒绝，则设置 $t = t^*$ 并返回步骤 2。

6. 标记分配。如果事件被接受，则从一个概率与 $\{\lambda_1(t^*) \ldots, \lambda_K(t^*)\}$成比例的类别分布中抽取事件标记 k^* 。将事件 (t^*, k^*) 添加到历史 $\mathcal{T}$中，设置 $t = t^*$，然后返回步骤 2。

算法不断迭代，直至到达终止时间 T 。

我们从三个模型生成模拟数据集：(i) 同时包含激发和抑制的拟议模型， $\lambda_k(t) = \{\mu_k(t) + G_k(t)\} H_k(t)$；(ii) 仅包含激发的模型，$\lambda_k(t) = \mu_k(t) + G_k(t)$；以及 (iii) 仅包含抑制的模型， $\lambda_k(t) = \mu_k(t) H_k(t)$。与下文对真实数据的分析类似，我们将标记数设为 $K = 3$。真实参数

值取为在第6.1节中将模型 (i) 拟合到狐獴数据集所得的后验中位数估计。具体而言，激发矩阵和抑制矩阵分别为

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0.73 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.90 & 0.26 \\ 0.00 & 0.00 & 0.94 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.26 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.14 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix}.$$

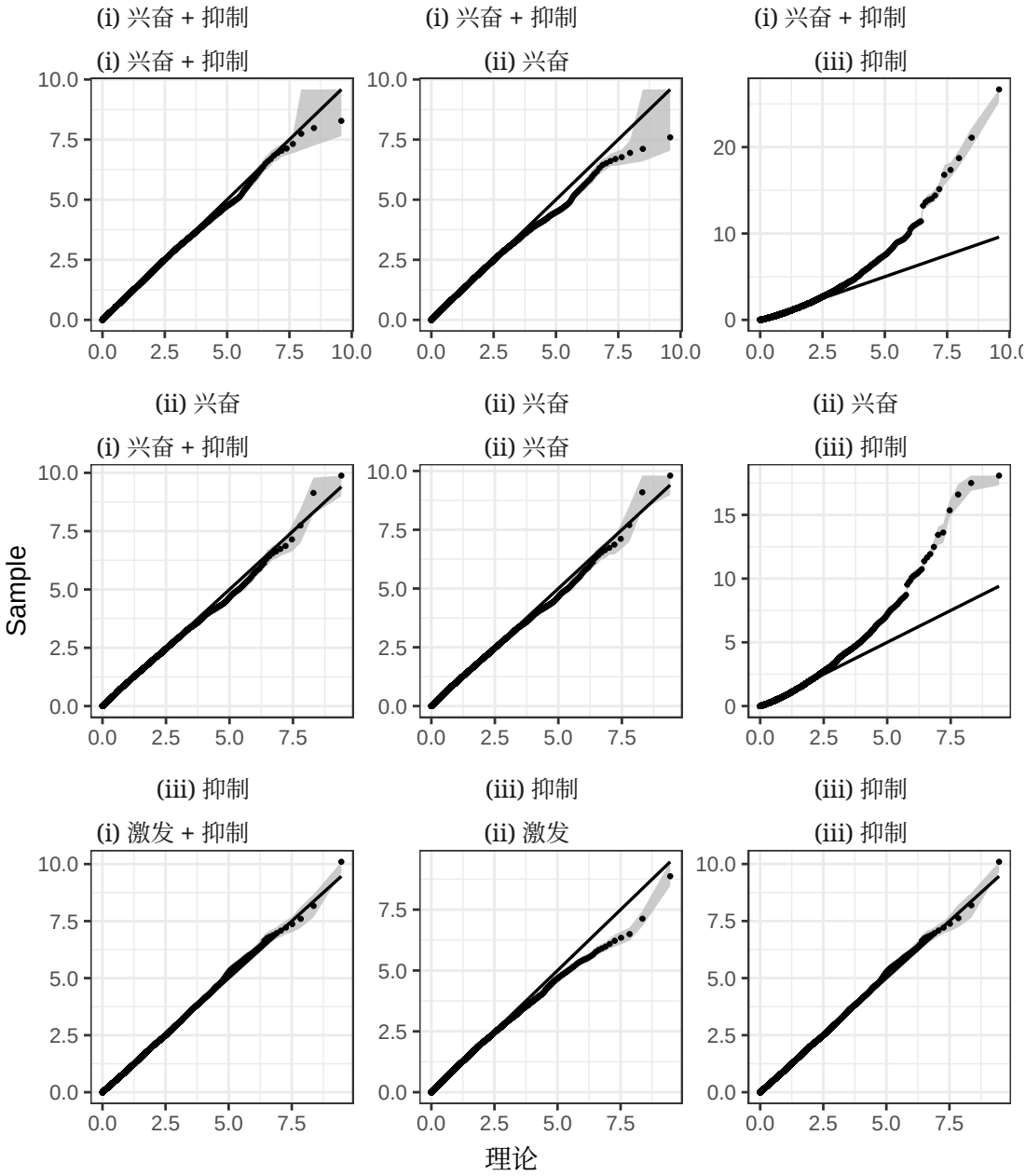
激发和抑制衰减参数分别指定为 $\boldsymbol{\eta} = (22.38,\, 4.19,\, 2.49)^\top$和 $\boldsymbol{\phi} = (2.64,\, 25.15,\, 2.74)^\top$。

5.2 结果

我们使用 Metropolis–Hastings- within-Gibbs 采样器对每个模拟数据集分别拟合模型 (i) 至 (iii)，共进行 50,000 次迭代。前 10,000 次迭代作为预热期被舍弃，保留剩余的 40,000 个样本用于后验推断。通过目视检查轨迹图评估收敛性；未观察到缺乏收敛性的证据。

我们使用 RTCT 和广泛适用信息准则评估拟合模型区分数据生成模型的能力。图1展示了在每种数据生成模型与拟合模型组合下，$d^*_{(i)}$ 相对于 Exp(1) 分布的 Q-Q 图。模型 (i) 同时纳入激发和抑制，在所有模拟数据集上都拟合良好。具体而言，相应的 Q-Q 图紧贴参考线，表明模型 (i) 能够充分捕捉根据所提出模型及其简化模型生成的数据的分布特征。模型 (ii) 仅包含激发；当用于拟合模型 (ii) 生成的数据时，其与 Exp(1) 参考分布吻合良好。当用于拟合模型 (i) 或 (iii) 生成的数据时，图形与参考线之间出现轻微偏离，表明存在抑制效应时拟合有所不足。模型 (iii) 仅包含抑制；对于模型 (iii) 生成的数据，其与参考线吻合良好。然而，当模型 (iii) 用于拟合模型 (i) 或 (ii) 生成的数据时，图形明显偏离 Exp(1) 分布，说明该模型的灵活性不足，无法捕捉激励动力学。

表1报告了每种数据生成模型与拟合模型组合下， $-2\log\ L(\boldsymbol{\theta}\mid\mathcal{T})$ 的后验中位数估计（95%最高后验密度区间），以及广泛适用信息准则和样本分位数与理论分位数之间的均方距离（MSD）。总体而言，广泛适用信息准则和 MSD 通常会选出数据生成模型或其嵌套对应模型，这表明这些准则能够有效区分真实的数据生成模型



ˆ 图1： $d^*_{(i)}$ 与 Exp(1) 分布的 Q-Q 图。灰色阴影表示 95% 可信带。顶部和底部标签分别表示生成模型和拟合模型。

以及设定错误的替代模型。

6 应用

本节通过两个声学交流应用来展示所提出的方法。我们首先考察野生狐獴群体中三种选定叫声类型之间的互动，随后分析一个双物种须鲸数据集中的种内及种间鸣叫动态。这些应用展示了加性—乘性设定如何在多元事件序列中实现对激发与抑制的可解释推断。

表1：$-2\log L(\boldsymbol{\theta} \mid \mathcal{T})$ 的后验中位数估计（95% 最高后验密度）、广泛适用信息准则（WAIC），以及模型（i）至（iii）拟合于各模型生成的数据时，样本分位数与理论分位数之间的均方距离（MSD）。所有 WAIC 值均按 10^4 缩放。粗体表示均方距离或 WAIC 值相对较小的拟合模型。

生成	拟合	$\widehat{-2\log L}$	（95% 最高后验密度）	WAIC	MSD
(i) 兴奋 +抑制	(i) 兴奋 +抑制	23568	(23557, 23582)	**2.36**	**0.001**
	(ii) 兴奋	23687	(23679, 23700)	2.37	0.005
	(iii) 抑制	27997	(27978, 28011)	2.80	0.283
(ii) 兴奋	(i) 兴奋 +抑制	22527	(22517, 22538)	**2.25**	**0.002**
	(ii) 兴奋	22527	(22518, 22538)	**2.25**	**0.002**
	(iii) 抑制	26767	(26761, 26777)	2.68	0.195
(iii) 抑制	(i) 兴奋 +抑制	26364	(26351, 26395)	**2.64**	**0.001**
	(ii) 兴奋	26736	(26724, 26751)	2.68	0.006
	(iii) 抑制	26389	(26377, 26400)	**2.64**	**0.001**

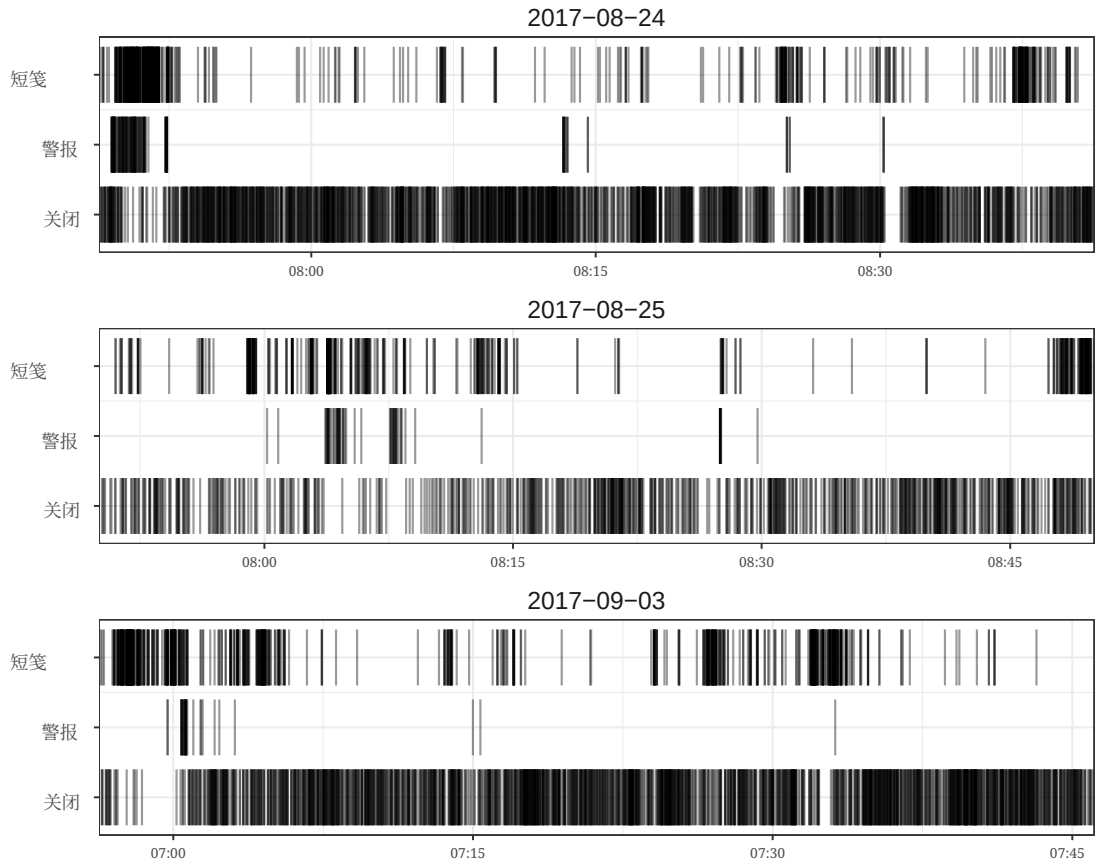


图2：2017年狐獴数据集中三个记录日（分面板）中，按叫声类型划分的观测鸣叫时间（y轴）随时间（x轴）的变化。

6.1 狐獴鸣叫数据分析

狐獴（*Suricata suricatta*）是生活在非洲南部群体中的陆生哺乳动物，拥有丰富多样的发声谱系（Manser 等，2014）。过去数十年的野外观察和回放研究帮助揭示了不同叫声类型的行为功能（Manser 等，2001；Townsend 等，2011）。近来，人们能够同时为多个个体佩戴追踪项圈，从而连续数小时记录整个社会群体的发声序列（Demartsev 等，2023），为探索发声互动的空间和时间动态创造了机会。本文使用一项已发表研究中的数据；该研究在南非卡拉哈里研究中心为觅食和集体移动的狐獴佩戴了追踪项圈并对其进行跟踪（Demartsev et al., 2024）。我们的分析聚焦于

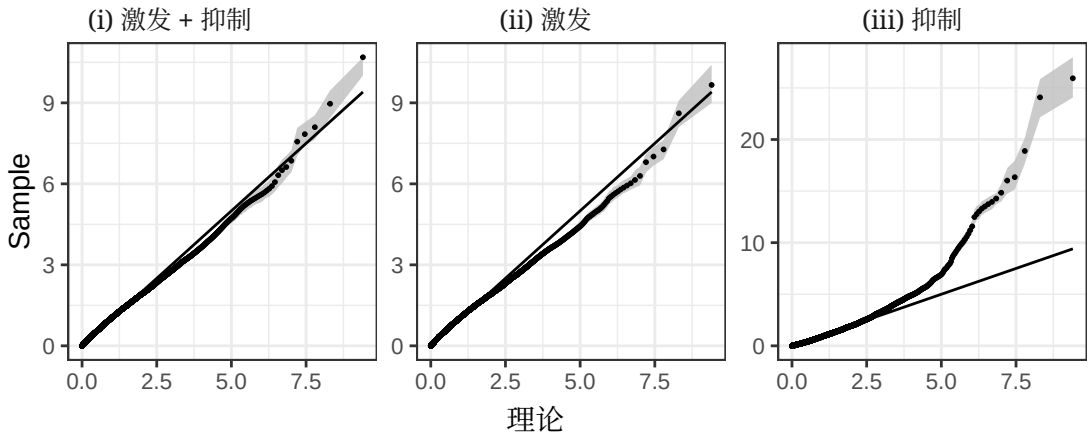
表2：狐獴数据集在2017年记录的三天中各类叫声的观测次数。

Date	关闭	警报	短音符叫声
2017-08-24	1793	133	550
2017-08-25	752	63	398
2017-09-03	1647	32	700

聚焦于狐獴的三种特定叫声：（i）近距离叫声，（ii）警报叫声，以及（iii）短音叫声。已知近距离叫声有助于维持群体凝聚力，个体在觅食时也经常发出这种叫声（Gall 和 Manser，2017；Engesser 和 Manser，2022）。狐獴在检测到捕食者时会发出警报叫声，并可能引发从短暂警戒到奔跑躲入地下庇护所等不同反应（Manser，2001；Townsend 等，2012）。最后，短音叫声用于多种情境，包括站岗的守卫发出这种叫声（Rauber 和 Manser，2017）、晒太阳时（Demartsev 等，2018）、向优势个体作出顺从展示时（Reber 等，2013），以及奔跑时（Demartsev et al., 2024）。尽管数据最初是在个体层面收集的，但为便于分析，我们汇总所有个体的数据，分析整个群体在 2017 年三个不同日期内三种叫声类型的事件序列（图2）。表2按日期汇总了观察到的各类叫声计数。

为了研究狐獴如何对不同叫声类型作出反应，我们将第5.1节所述的三个模型（i）–（iii）应用于观测到的事件时间序列。时间以秒为单位。我们假定数据在各日之间独立观测。背景强度允许随日期和叫声类型而变化，记为$\mu_{d,k}$，其中日期为 $d = 1, 2, 3$，叫声类型为 $k = 1, 2, 3$。相比之下，激发分量与抑制分量假定在各日之间共享，因此交互参数与衰减参数$\alpha_{\ell,k}$, $\gamma_{\ell,k}$, η_ℓ和ϕ_ℓ（ $\ell, k = 1, 2, 3$）在所有日期中取为相同。

使用 Metropolis–Hastings 嵌套 Gibbs 采样器进行后验推断，共运行 20,000 次迭代。前 10,000 次迭代作为预热期丢弃，剩余的



ˆ 图3： $d^*_{(i)}$ 相对于 Exp(1) 分布的 Q-Q 图。灰色阴影表示 95% 可信带。分面标签表示针对狐獴数据集拟合的模型。

10,000 个样本用于推断。通过目视检查轨迹图评估收敛情况，未发现缺乏收敛的迹象。似然评估在 20 个 CPU 核心上并行进行。在配备 Intel Xeon Gold 6252 处理器的杜克计算集群上，模型 (i) 拟合耗时约 5.3 小时，模型 (ii) 和 (iii) 分别耗时约 3.0 小时和 3.8 小时。

使用随机化时间变换 ˆ 定理（RTCT）评估狐獴数据集的模型适 adequacy。图3展示了样本 $d^*_{(i)}$ 相对于 Exp(1) 分布的 Q-Q 图，灰色阴影区域表示 95% 可信带。模型（i）同时纳入激发和抑制，与参考线高度吻合，仅在上尾观察到轻微偏离。模型（ii）仅包含激发，也表现出与参考线较为合理的一致性，但在中心分位数处出现了中等程度的偏离。相比之下，仅包含抑制的模型（iii）在较大范围的分位数上明显偏离参考线，且可信带未能覆盖参考线，表明该模型对这一数据集拟合不足。

表3报告了模型 (i) 和 (ii) 中 $-2\log L(\boldsymbol{\theta} \mid \mathcal{T})$ 的后验中位数估计（95%最高后验密度区间），以及广泛适用信息准则和 MSD 值。根据 RTCT 分析，这两个模型对于该数据集似乎都足够适用。模型 (i) 的

$-2\log\ L(\boldsymbol{\theta} \mid \mathcal{T})$ 值显著低于其他模型。它的广泛适用信息准则和 MSD 值也相对较小，表明与竞争模型相比，整体拟合效果更好。基于这些标准，我们选择模型 (i)，该模型同时纳入激发和抑制，并报告相应的狐獴数据集结果。

表4报告了最高后验密度区间不包含零的相互作用参数和衰减参数的后验均值估计及95%最高后验密度区间，从而为相应激发效应或抑制效应的存在提供了证据。激发参数$\alpha_{\ell,k}$ 的量级表明，警报叫声和短音叫声的自激最强，而近距离叫声的相应效应较为适中，后验均值分别为$\alpha_{\mathrm{al,al}}$ =0.90、 $\alpha_{\mathrm{sn,sn}} = 0.93$和$\alpha_{\mathrm{cc,cc}} = 0.72$。此外，从警报到短音符叫声的跨类型兴奋量级相对较小，后验均值为$\alpha_{\mathrm{al,sn}} = 0.25$。激发衰减参数 η_ℓ 刻画了来自叫声类型 ℓ 的激发效应持续的平均时间长度。这些持续时间在不同叫声类型之间存在显著差异。具体而言，与近距离叫声相关的激发效应平均持续约21秒，表明其影响相对持久。相比之下，来自警报叫声的激发效应衰减更快，平均持续时间约为4秒，而来自短音叫声的激发效应则更短，平均持续约3秒。抑制参数$\gamma_{\ell,k}$ 量化了叫声类型之间抑制效应的量级。后验估计为近距离叫声与短音叫声之间双向的抑制性相互作用提供了证据，后验均值分别为$\gamma_{\mathrm{cc,sn}} = 0.31$和

表3：拟合于狐獴数据集的模型(i)和(ii)的 $-2\log\ L(\boldsymbol{\theta} \mid \mathcal{T})$后验中位数估计（95%最高后验密度）、广泛适用信息准则，以及样本分位数与理论分位数之间的MSD。所有广泛适用信息准则值均按 10^4缩放。

拟合模型	$\widehat{-2\log\ L}$	（95%最高后验密度）	WAIC	MSD
(i) 激发 +抑制	20676	(20663, 20689)	2.07	0.0081
（ii）激发	20773	（20765，20785）	2.08	0.0128

表4：狐獴数据集中最高后验密度区间不包含零的交互参数（$\alpha_{\ell,\ k}$和 $\gamma_{\ell,\ k}$）及衰减参数（η_ℓ 和 ϕ_ℓ）的后验均值估计和95%最高后验密度区间。

参数	Mean	95%最高后验密度	参数	Mean	95%最高后验密度
$\alpha_{\mathrm{cc,cc}}$	0.72	（0.64, 0.80）	$\gamma_{\mathrm{cc,sn}}$	0.31	(0.19, 0.46)
$\alpha_{\mathrm{al,al}}$	0.90	(0.78, 1.04)	$\gamma_{\mathrm{sn,cc}}$	0.21	(0.10, 0.32)
$\alpha_{\mathrm{al,sn}}$	0.25	(0.14, 0.38)	ϕ_{cc}	2.18	(1.10, 3.51)
$\alpha_{\mathrm{sn,sn}}$	0.93	(0.87, 1.00)	ϕ_{sn}	1.84	(0.77, 3.15)
η_{cc}	21.35	(16.92, 25.48)			
η_{al}	4.06	(2.97, 5.18)			
η_{sn}	2.57	(2.14, 3.05)			

$\gamma_{\mathrm{sn,cc}} = 0.21$。然而，相应95%最高后验密度区间的大幅重叠使得无法对两个方向上的抑制强度作出确定性比较。抑制衰减参数 ϕ_ℓ 刻画了抑制效应起作用的时间范围。尽管这些参数无法获得与激发衰减参数 η_ℓ类似的直接解释，但近距离叫声和短音叫声的估计值 $\phi_{\mathrm{cc}} = 2.18$ 和 $\phi_{\mathrm{sn}} = 1.84$表明，与这些叫声类型相关的抑制效应作用于相似的时间范围。

图 4 展示了狐獴数据集中警报叫声、短音叫声和近距离叫声之间推断出的交互结构。这表明，警报叫声往往会通过自激引发更多警报叫声，也会促进短音叫声的发生。短音叫声同样表现出自激，但与近距离叫声发生率降低相关，反映出一种抑制效应。相比之下，近距离叫声具有自激性，并会减少短音叫声的发生，这表明近距离叫声和短音叫声往往会相互抑制对方的发生。拟合得到的激发与抑制参数符合生物学预期。近距离叫声通常出现在觅食情境中，已有观察和播放实验表明，这种叫声具有自激性，会促使附近的同种个体增加鸣叫（Engesser and Manser, 2022）。

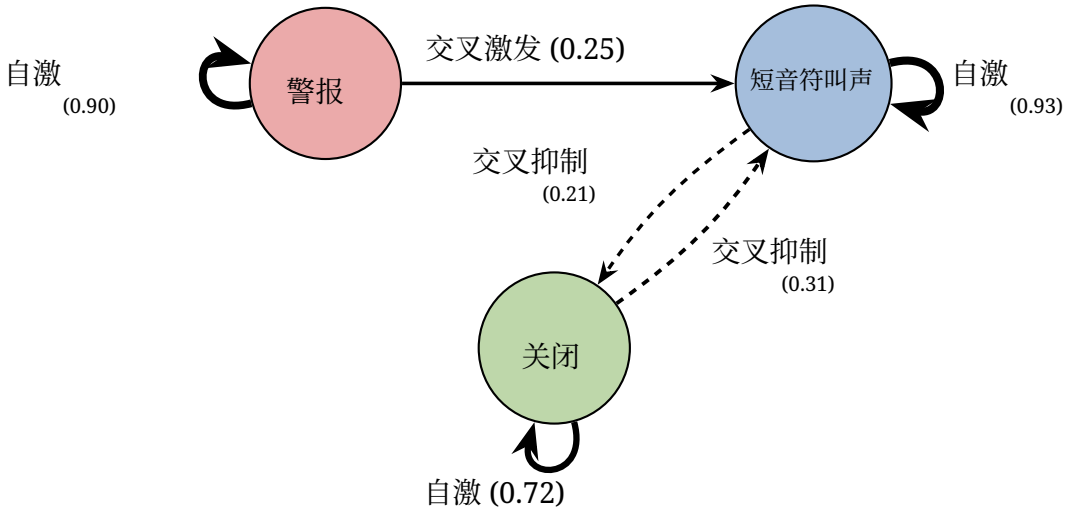


图 4：狐獴数据集中警报、短音符叫声和近距离叫声之间的兴奋性（实线箭头）与抑制性（虚线箭头）相互作用。

短音叫声和警报叫声也常以序列形式出现。由于短音叫声通常出现在觅食以外的情境中（Rauber and Manser, 2017; Demartsev et al., 2018; Reber et al., 2013; Demartsev et al., 2024），我们的模型所捕捉到的短音叫声与近距离叫声之间的抑制效应，可能反映了这两种叫声用于彼此互斥的不同行为情境（例如觅食与奔跑，或觅食与警戒行为）。最后，警报叫声与短音叫声之间的交叉激发，可能反映了狐獴中常见的叫声序列：发出警报叫声后，狐獴会奔向庇护所（同时发出短音叫声）（Demartsev et al., 2024）。需要注意的是，该模型忽略了重要的生物学因素，例如哪些个体在鸣叫以及它们的空间分布。尽管存在这些局限，但研究发现，即便这个相对简单的模型，也能捕捉狐獴这类研究透彻的动物系统中叫声类型之间具有生物学意义的交互作用，这凸显了我们的建模方法在获取动物交流方面有用见解上的潜力。

6.2 鲸类鸣叫数据分析

已知露脊鲸会发出一种模式固定的调频上行呼叫（Clark, 1982），用作接触叫声（Clark和Clark, 1980）。利用被动声学监测（PAM），研究人员已成功记录露脊鲸在其栖息范围内的出现与缺席情况（Davis等人, 2023）；近来，这种方法也被用于研究露脊鲸在觅食栖息地中的鸣叫与应答行为（Kang等人, 2025）。已知座头鲸会展现出多种复杂的声学行为（Payne 和 McVay（1971））。

由于被动声学监测是一个非常活跃的研究领域，因此设有两年一度的会议，供研究人员讨论相关研究和算法开发，即海洋哺乳动物探测、分类、定位与密度估计会议（DCL/DE）。每届会议都会提供一个挑战数据集，供研究人员使用，以比较算法开发成果。本文使用的是2013年会议提供的为期一周的数据集。该数据集最初聚焦于从马萨诸塞州斯特尔瓦根湾国家海洋保护区的一座浮标上探测到的露脊鲸上浮叫声。之后，数据集扩充纳入了其他须鲸物种（DCL/DE，2013年），并使用了Baumgartner和Mussoline（2011）提出的低频探测与分类系统。我们的分析仅限于2009年3月30日至3月

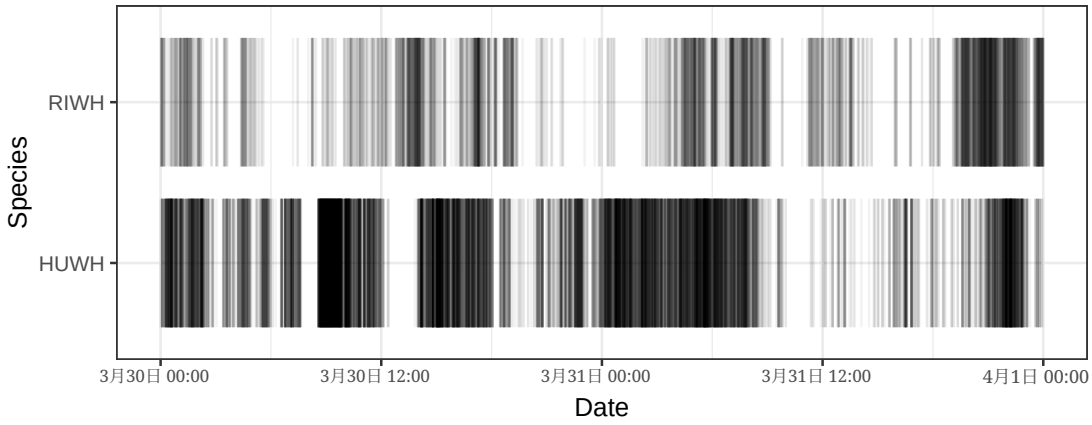
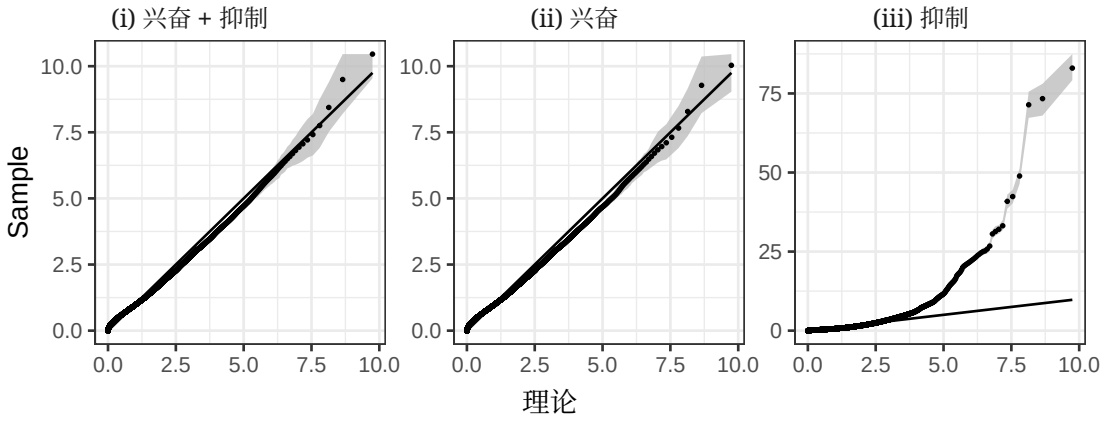


图5：2009年3月30日至3月31日两天内按物种（y轴）观察到的鸣叫时间。每条竖线表示一次单次鸣叫的发生时间，时间标示在x轴上。



ˆ 图6： $d^*_{(i)}$ 的 Q-Q 图，与 Exp(1) 分布进行比较。灰色阴影表示 95% 可信带。分面标签表示针对鲸鱼数据集拟合的模型。

31日这两天。在此期间，共记录到6,068次座头鲸（座头鲸）鸣叫和2,492次北大西洋露脊鲸（南露脊鲸）鸣叫（图5）。LFDCS包含6种频率调制型座头鲸鸣叫（Baumgartner等，2013年），以及频率调制型露脊鲸上浮叫声。除动物录音外，被动声学监测部署还测量环境噪声，使我们能够探究噪声在掩蔽或抑制鸣叫行为方面可能发挥的作用（Matthews and Parks, 2021）。

为研究鲸鱼如何响应来自同种个体和异种个体的叫声，我们将第5.1节中描述的模型(i)–(iii) 应用于观测到的叫声时间序列。时间以分钟为单位。背景过程 $\mu_k(t;\boldsymbol{\theta}_\mu)$ 表示物种 k 在时间 t的接触叫声基准率。为考虑环境噪声对鸣叫行为的影响，以及接触叫声中残留的时间非齐次性，我们设定

$$\log \mu_k(t;\boldsymbol{\theta}_\mu) = \beta_{0k} + \beta_{\mathrm{noise},k}\,\mathrm{Noise}(t) + W_k(t),$$

其中 Noise(t) 表示时刻 t 的环境噪声水平。项 $W_k(t)$ 被建模为零均值高斯过程，采用指数协方差函数，由方差参数 κ 和范围参数 ρ刻画，从而允许相对于参数化均值结构出现平滑的时间偏离。在我们的实现中，高斯过程的范围参数 ρ 固定为两小时。该设定旨在捕捉背景强度中平滑的大尺度时间变化，而非短期局部

表5：对鲸鱼数据集拟合的模型 (i) 和 (ii) 的 $-2\log L(\boldsymbol{\theta} \mid \mathcal{T})$ 后验中位数估计（95% 最高后验密度）、广泛适用信息准则和样本分位数与理论分位数之间的均方距离（MSD）。所有广泛适用信息准则值均按 10^4 缩放。

拟合模型	$\widehat{-2\log L}$ (95% 最高后验密度)		WAIC	MSD
(i) 激发 +抑制	-99	(-147, -2)	0.01	0.0141
(ii) 激发	-66	(-118, -3)	0.01	0.0143

波动。将 ρ 约束在该尺度上，还可降低高斯过程分量与激发效应和抑制效应之间的潜在混杂；这些效应旨在刻画相对更短期的交互动态。激发分量刻画反向呼叫行为，而抑制分量捕捉近期鸣叫的抑制效应，从而降低后续鸣叫活动。

使用吉布斯采样中的 Metropolis–Hastings 采样器进行后验推断，共进行 20,000 次迭代，其中前 10,000 次作为预热期丢弃。剩余的 10,000 个样本用于推断。通过轨迹图评估收敛情况，未发现明显问题。似然评估在 20 个 CPU 核心上并行进行。在配备 Intel Xeon Gold 6252 处理器的杜克计算集群上，模型 (i) 约需 20 小时计算，而模型 (ii) 和 (iii) 分别约需 15 和 18 小时。

我们使用 RTCT 评估鲸鱼数据集的模型适 adequacy，结果见图6。模型 (i) 和 (ii) 与参考线非常吻合，而模型 (iii) 则出现明显偏离，表明该模型对这个数据集拟合不足。表5列出了模型 (i) 和 (ii) 的 $-2\log L(\boldsymbol{\theta} \mid \mathcal{T})$ 后验中位数估计（95%最高后验密度区间），以及广泛适用信息准则和 MSD 值。根据 RTCT 分析，这两个模型对该数据集的拟合似乎都足够。模型 (i) 和 (ii) 在这些指标上的值相近，表明它们都能充分拟合鲸鱼数据集。鉴于二者表现相当，我们选择更简约的设定，即模型 (ii)，该模型仅包含

表6：鲸鱼数据集中最高后验密度区间不包含零的噪声系数（$\beta_{\text{noise},\ k}$）、交互参数（$\alpha_{\ell,\ k}$）和衰减参数（η_ℓ）的后验均值估计及95%最高后验密度区间。

参数	Mean	95%最高后验密度	参数	Mean	95%最高后验密度
$\beta_{\text{noise,RIWH}}$	-0.09	(-0.30, 0.11)	$\alpha_{\text{RIWH,RIWH}}$	0.80	(0.72, 0.89)
$\beta_{\text{noise,HUWH}}$	-0.26	(-0.37, -0.14)	$\alpha_{\text{HUWH,HUWH}}$	0.62	(0.58, 0.66)
η_{RIWH}	2.86	(2.34, 3.38)			
η_{HUWH}	0.47	(0.43, 0.52)			

激发，并在下文给出相应结果。

表6报告了噪声系数的后验均值估计和95%最高后验密度区间，以及最高后验密度区间不包含零的交互参数和衰减参数，这为相应兴奋效应的存在提供了证据。两种物种的噪声系数后验估计均为负值。对于座头鲸，95%最高后验密度区间完全低于零，表明环境噪声对鸣叫强度具有统计显著的负面影响。

估计的激发参数$\alpha_{\ell,\ k}$表明这两个物种都存在强烈的自激，后验均值分别为 $\alpha_{\text{RIWH},\ \text{RIWH}} = 0.80$ 和 $\alpha_{\text{HUWH},\ \text{HUWH}} = 0.62$。激发衰减参数 η_ℓ 描述某物种的鸣叫所产生的激发作用平均会持续多久ℓ 。估计结果显示，这两个物种之间存在显著差异。露脊鲸鸣叫引发的激发平均持续 2.86 分钟，而与座头鲸鸣叫相关的激发衰减得快得多，平均持续约 28 秒。该估计值略短于 Kang 等（2025）的报告；他们研究了马萨诸塞州科德角湾（CCB）的南露脊鲸上呼叫。与 CCB 相比，本分析所涉地点附近的鲸更可能是在迁徙而非聚集。因此，这里的衰减时间较短也就不足为奇。本文分析的单一南露脊鲸叫声类型是一种已知的接触叫声（Clark, 1982）。相比之下，本文分析的座头鲸鸣叫数据包括 6 种不同的叫声类型，其中包括

仅由雄鲸发出、通常具有繁殖功能的歌声。因此，座头鲸的激发效应可能较弱。尽管与繁殖相关的歌声已得到充分了解和描述（Payne 和 McVay（1971））， 但人们也知道，座头鲸在觅食地会发出各种各样的声音（Dunlop，2022）。据推测，其中一些声音可能会改变猎物的行为，或用于与附近的同种个体交流（Parks 等，2014）。结合本文分析的座头鲸叫声类型的多样性——每种叫声都可能具有不同的行为作用——觅食相关声音可能具有的这双重作用，或许可以解释座头鲸的兴奋估计值略低这一现象。鉴于研究者已提出南露脊鲸存在社会性觅食（Sorochan 等，2021），并观察到座头鲸存在社会性觅食行为（Findlay 等，2017），将这些声学记录与更长时间的视觉观测结合起来，以更好地了解这些叫声类型在个体内部及个体之间的作用，将会很有意义。

7 总结与未来工作

我们研究了动物声学交流中激发与抑制的建模。霍克斯过程为表示激发提供了自然的框架，但其在动物交流中的应用仍相对有限。在这一框架中纳入抑制并非易事，因为条件强度必须保持非负，而且在对无标记事件序列建模时可能会出现可识别性挑战。

我们提出了一种多变量模型，其中包含分量内部及分量之间的加性激发和乘性抑制。这一模型设定具有诸多优点，包括清晰地区分各个过程、参数易于直接解释、无需指定链接函数、提高参数的可识别性，以及能够高效地通过马尔可夫链蒙特卡罗进行模型拟合。我们通过模拟和两个真实数据案例，展示了这类模型的表现。

所提出的模型和分析捕捉并量化了三种不同哺乳动物物种的多元事件序列中具有生态学意义的结构。我们的方法能够量化这种叫声类型如何在系统中传播，并且

我们的结果与有关兴奋性和抑制性声学行为的实证观察一致（Demartsev et al., 2024）。相比之下，在异种鲸类数据中未发现显著的抑制性通信效应。尽管人们认为须鲸存在社会性觅食（Cade et al., 2021），且已有研究记录了座头鲸的窃听行为（Dunlop and Noad, 2021），但座头鲸和露脊鲸的觅食生态位并不重叠（Goldbogen et al., 2013）。因此，某一物种被认为由社会行为介导的觅食聚集，并未导致另一物种声学行为发生相应变化，这并不令人意外（Sepp¨anen et al., 2007）。虽然我们不清楚各物种噪声的负系数究竟是由掩蔽效应（Clark et al., 2009）、抑制效应还是两者共同导致（Urazghildiiev, 2014），但声学通信对所有海洋哺乳动物物种都至关重要（Tyack and Clark, 2000）。因此，在日益工业化的海洋中，环境噪声增加造成的任何负面影响都值得进一步研究并采取保护行动（Duarte et al., 2021）。

我们目前正在探索的一项重要后续工作，是将空间依赖引入我们的建模中。霍克斯兴奋过程已扩展为允许由时间上较近且空间上邻近的事件引发兴奋。通常，触发函数被指定为时间兴奋项与空间兴奋项的乘积（Reinhart, 2018）。我们正在研究如何将此类行为纳入我们针对兴奋和抑制所采用的“加性乘乘性”设定中。在多变量过程建模中，各过程面临的明显挑战包括区分时间行为与空间行为，以及识别冲突，例如时间兴奋与空间抑制之间的冲突，反之亦然。

基于狐獴数据的持续探索旨在进一步将叫声类型数据细分至个体层面。这样能够更精细地推断同一叫声类型内个体间及个体内的兴奋作用。修订模型将引入大量额外参数和可识别性约束，超出了本文的研究范围。同样，尽管南露脊鲸和 HUWDs 的声学记录仅包含一种叫声类型，但已知它们会发出多种具有特定行为功能的叫声（Clark, 1982; Matthews and Parks, 2021）。扩展数据集

以纳入更多叫声类型并扩展模型，或许能够加深我们对叫声间影响的理解，并有助于解释我们观察到的衰减参数种间差异。在海洋哺乳动物生物声学领域，研究猎物对虎鲸捕食者的声学响应，也将是一个值得从生态学（Branch, 2025）、进化学（Morisaka and Connor, 2007）和保护视角（Miller et al., 2022）加以探索的丰富课题。

除 Olinde 和 Short（2020）所研究的犯罪数据外，所提出的这类模型还可能适用于其他多个领域。未来值得探索的潜在领域包括金融（如市场事件和交易活动）、流行病学（如疾病传播和传染过程）以及社会网络（如信息扩散和意见动力学）。

致谢

我们感谢 Gen Davis 和美国国家海洋和大气管理局渔业局东北渔业科学中心被动声学处分享海洋哺乳动物声学数据。我们感谢美国海军研究办公室的资助（项目编号：N000142312562 和 N000142412501）。

参考文献

Baumgartner, M. F., Fratantoni, D. M., Hurst, T. P., Brown, M. W., Cole, T. V. N., Van Parijs, S. M., 和 Johnson, M.（2013年）。利用海洋滑翔机实时报告须鲸被动声学探测结果。《美国声学学会杂志》，134(3):1814–1823。

Baumgartner, M.F. 和 Mussoline, S. E.（2011）。一种通用的须鲸叫声检测与分类系统。*J. Acoust. Soc. Am.*，129(5):2889–2902。

Bonnet, A., Herrera, M.M. 和 Sangnier, M.（2023年）。具有抑制作用的多元指数型霍克斯过程的推断及其在神经元活动中的应用。统计与计算，33。

Bradbury, J. W. 和 Vehrencamp, S. L.（1998）。《动物交流原理》。Sinauer。

Branch, T. A.（2025年）。大多数“逃跑型”须鲸物种在声学上对虎鲸而言难以识别，不同于“战斗型”物种。《海洋哺乳动物科学》，41(3):e13228。

Brown, T. C. 和 Nair, M. G.（1988）。点过程多元随机时间变换定理的简明证明。《应用概率期刊》，25(1):210–214。

Cade, D. E.、Fahlbusch, J. A.、Oestreich, W. K.、Ryan, J.、Calambokidis, J.、Findlay, K. P.、Friedlaender, A. S.、Hazen, E. L.、Seakamela, S. M. 和 Goldbogen, J. A.（2021年）。须鲸超级群体对广泛、短暂且受环境控制的猎物斑块的社会性开发。《动物行为》，182:251–266。

Clark, C. W.（1982）。南露脊鲸的声学曲目：定量分析。《动物行为》，30(4):1060–1071。

Clark, C. W. 和 Clark, J. M.（1980）。南露脊鲸（南露脊鲸）的声音回放实验。科学，207(4431):663–665。

Clark, C. W., Ellison, W. T., Southall, B. L., Hatch, L., Van Parijs, S. M., Frankel, A. 和 Ponirakis, D.（2009）。海洋生态系统中的声学掩蔽：直觉、分析及其影响。《海洋生态进展系列》，395:201–222。

Davis, G. E., Tennant, S. C. 和 Van Parijs, S. M.（2023年）。北大西洋露脊鲸的上呼叫行为及模式，以及对风能开发期间监测规程的启示。《*ICES*海洋科学期刊》，第 fsad174 页。

DCL/DE（2013年）。来自2013年检测、分类、定位与密度估算会议的须鲸标注。美国国家海洋和大气管理局国家环境信息中心。访问日期：2026年2月14日。

Demartsev, V., Averly, B., Johnson-Ulrich, L., Sridhar, V. H., Leonardos, L., Vining, A., Thomas, M., Manser, M. B., 和 Strandburg-Peshkin, A.（2024年）。绘制发声

互动的时空分布，以区分狐獴群体中的信号广播与信号交换。皇家学会哲学汇刊*B*辑：生物科学，379。

Demartsev, V., Gersick, A. S., Jensen, F. H., Thomas, M., Roch, M. A., Manser, M. B., 和 Strandburg-Peshkin, A.（2023年）。群体信号传递：整合动物交流与集体运动的新工具。生态学与进化方法，14(8):1852–1863。

Demartsev, V., Strandburg-Peshkin, A., Ruffner, M., 和 Manser, M.（2018年）。狐獴群体鸣叫会话中的发声轮替。当代生物学，28(22):3661–3666。

Deutsch, I. 和 Ross, G. J.（2025年）。利用带有抑制作用的多元霍克斯过程估计批发中的产品蚕食。应用统计年鉴，19:235–260。

Duarte, C. M., Chapuis, L., Collin, S. P., Costa, D. P., Devassy, R. P., Eguiluz, V. M., Erbe, C., Gordon, T. A. C., Halpern, B. S., Harding, H. R., Havlik, M. N., Meekan, M., Merchant, N. D., Miksis-Olds, J. L., Parsons, M., Predragovic, M., Radford, A. N., Radford, C. A., Simpson, S. D., Slabbekoorn, H., Staaterman, E., Van Opzeeland, I. C., Winderen, J., Zhang, X., 和 Juanes, F.（2021年）。人类世海洋的声景。科学，371(6529):eaba4658。

Dunlop, R. A.（2022）。座头鲸：一种看似社会行为简单、但交流复杂的鲸类。载于 Clark, C. 和 Garland, E. C. 编，《须鲸类行为学与行为生态学》，第 223–246 页。施普林格。

Dunlop, R. A. 和 Noad, M. J.（2021年）。座头鲸显眼的性信号所带来的窃听风险。《行为生态学与社会生物学》，75(8):124。

Embrechts, P., Liniger, T. 和 Lin, L.（2011）。多元霍克斯过程：在金融数据中的应用。《应用概率期刊》，48(A):367–378。

Engesser, S. 和 Manser, M. B.（2022）。集体近距离鸣叫通过由空间位置决定的鸣叫频率差异，促进

觅食的猫鼬群体凝聚力。《动物行为》，185：73–82。

Findlay, K.P., Seakamela, S.M., Me¨yer, M. A., Kirkman, S.P., Barendse, J., Cade, D.E., Hurwitz, D., Kennedy, A. S., Kotze, P. G., McCue, S. A., 等（2017年）。座头鲸“超级群体”——南半球座头鲸（座头鲸）在本格拉上升流系统中的一种新型低纬度摄食行为。《公共科学图书馆·综合》，12(3):e0172002。

Gall, G. E. 和 Manser, M. B.（2017年）。觅食的猫鼬的群体凝聚力：追随移动的“发声热点”。《英国皇家学会开放科学》，4(4)。

Goldbogen, J. A., Friedlaender, A. S., Calambokidis, J., McKenna, M. F., Simon, M. 和 Nowacek, D. P.（2013年）。综合研究须鲸潜水行为、摄食表现和觅食生态学的方法。《生物科学》，63(2):90–100。

Hawkes, A. G. (1971). 若干自激发与相互激发点过程的谱。《生物计量学》，58:83–90。

Hawkes, A. G. (2018年). 霍克斯过程及其在金融中的应用：综述。《定量金融》，18(2):193–198。

Kang, B.、Schliep, E. M.、Gelfand, A. E.、Yack, T. M.、Clark, C. W.与Schick, R. S. (2025年). 通过霍克斯过程建模分析鲸类鸣叫。《美国统计协会杂志》，120(552):2040–2052。

Kershenbaum, A., Blumstein, D. T., Roch, M. A., Ak¸cay, C¸., Backus, G., Bee, M. A., Bohn, K., Cao, Y., Carter, G., C¨asar, C., Coen, M., DeRuiter, S. L., Doyle, L., Edelman, S., Ferrer-i-Cancho, R., Freeberg, T. M., Garland, E. C., Gustison, M., Harley, H. E., Huetz, C., Hughes, M., Hyland Bruno, J., Ilany, A., Jin, D. Z., Johnson, M., Ju, C., Karnowski, J., Lohr, B., Manser, M. B., McCowan, B., Mercado III, E., Narins, P. M., Piel, A., Rice, M., Salmi, R., Sasahara, K., Sayigh, L., Shiu, Y., Taylor, C., Vallejo, E. E., Waller, S., and Zamora-Gutierrez, V. (2016). 非人类动物的声学序列：教程式综述与展望。《生物学评论》, 91(1):13–52.

Lewis, P. A. and Shedler, G. S. (1979). 通过稀疏化模拟非齐次泊松过程。*Naval research logistics quarterly*, 26:403–413.

Manser, M. B. (2001). 狐獴的警报叫声的声学结构会随捕食者类型和反应紧迫性而变化。伦敦皇家学会会刊*B*辑：生物科学, 268(1483):2315–2324.

Manser, M. B., Bell, M. B., and Fletcher, L. B. (2001). 狐獴的接收者从警报叫声中提取的信息。伦敦皇家学会会刊*B*辑：生物科学, 268(1484):2485–2491.

Manser, M. B., Jansen, D. A. W. A. M., Graw, B., Holl´en, L. I., Bousquet, C. A. H., Furrer, R. D., and le Roux, A. (2014). 第六章——狐獴及其他獴类的发声复杂性。载于 Naguib, M., Barrett, L., Brockmann, H. J., Healy, S., Mitani, J. C., Roper, T. J., and Simmons, L. W. 编，《行为研究进展》，第46卷，第281–310页。学术出版社。

Manser, M. B.、Seyfarth, R. M. 与 Cheney, D. L.（2002）。狐獴警报叫声指示捕食者类别与紧迫程度。认知科学趋势，6(2):55–57。

Matthews, L. P. 与 Parks, S.E.（2021年）。北大西洋露脊鲸声学行为、听觉能力及对声音的反应概述。海洋污染公报，173:113043。

Mei, H. 与 Eisner, J.（2017年）。神经霍克斯过程：一种神经自调制的多元点过程。神经信息处理系统进展，30。

Meyer, S.、Elias, J. 与 H¨ohle, M.（2012）。用于侵袭性脑膜炎球菌病发生的时空条件强度模型。生物统计学，68:607–616。

Miller, C. T.、Beck, K.、Meade, B.和Wang, X.（2009）。狨猴的应答式叫声时序具有行为学意义：交互式回放实验。比较生理学杂志*A*，195(8):783–789。

Miller, P. J. O.、Isojunno, S.、Siegal, E.、Lam, F.-P. A.、Kvadsheim, P. H.和Cur´e, C.（2022）。对捕食者声音的行为反应可预测鲸类在恐惧声景中对人为噪声的敏感性。美国国家科学院院刊，119(13):e2114932119。

Mohler, G. O., Short, M. B., Brantingham, P. J., Schoenberg, F. P., 和 Tita, G. E.（2011）。犯罪的自激点过程建模。《美国统计学会会刊》，106(493)：100–108。

Morisaka, T. 和 Connor, R. C.（2007）。虎鲸（Orcinus orca）捕食与齿鲸哨声丧失及窄带高频咔嗒声的演化。进化生物学杂志，20(4)：1439–1458。

Nicvert, L., Donnet, S., Keith, M., Peel, M., Somers, M. J., Swanepoel, L. H., Venter, J., Fritz, H. 和 Dray, S.（2024年）。利用多元霍克斯过程研究多个物种之间基于相机陷阱数据的相互作用。生态学，e4237。

Ogata, Y. (1998). 地震发生的时空点过程模型。《统计数理研究所纪事》，50:379–402。

Olinde, J. and Short, M. B. (2020). 一种自限霍克斯过程：解读、估计及其在犯罪建模中的应用。载于《2020年IEEE国际大数据会议论文集（Big Data 2020）》，第3212–3219页。电气与电子工程师学会。

Parks, S. E., Cusano, D. A., Stimpert, A. K., Weinrich, M. T., Friedlaender, A. S., and Wiley, D. N. (2014). 底层觅食座头鲸之间存在声学交流的证据。《科学报告》，4(1):7508。

Payne, R. S. and McVay, S. (1971). 座头鲸之歌。《科学》，173(3997):585– 597。

Rasmussen, J. G.（2013年）。霍克斯过程的贝叶斯推断。应用概率中的方法论与计算，15(3):623–642。

Rauber, R. 和 Manser, M.B.（2017年）。指示捕食风险的离散叫声类型提高了狐獴哨兵系统的效率。科学报告，7(1):44436。

Reber, S. A., Townsend, S.W., andManser, M.B. (2013年). 狐獴通过近距离叫声进行社会监测。《英国皇家学会学报B辑：生物科学》，280(1765)。

Reinhart, A. (2018年). 自激时空点过程及其应用综述。《统计科学》，33:299–318。

Rendall, D., Cheney, D. L., and Seyfarth, R. M. (2000年). 影响成年雌性狒狒（《黄狒狒》）及其幼崽“接触”叫声的近因因素。《比较心理学杂志》，114(1):36。

Reynaud-Bouret, P., Rivoirard, V., and Tuleau-Malot, C. (2013年). 利用霍克斯过程推断神经科学中的功能连接。载于《2013年IEEE全球信号与信息处理大会》，第317–320页。IEEE。

Rizoiu, M.-A.、Lee, Y.、Mishra, S. 与 Xie, L.（2017年）。社交媒体事件的霍克斯过程。载于《多媒体研究前沿》，第191–218页。计算机协会与 Morgan & Claypool。

Ross, G. J.（2021年）。地震发生的ETAS模型贝叶斯估计。《美国地震学会通报》，111:1473–1480。

Sepp¨anen, J.-T.、Forsman, J. T.、M¨onkk¨onen, M. 与 Thomson, R. L.（2007）。社会信息利用是一个跨越时间、空间与生态学并触及异种个体的过程。生态学，88(7):1622–1633。

Seyfarth, R. M. 与 Cheney, D. L.（2003年）。动物交流中的信号发送者与接收者。《心理学年度评论》，54（第54卷，2003年）:145–173。

Sorochan, K. A., Plourde, S., Baumgartner, M. F. 和 Johnson, C. L.（2021年）。北大西洋露脊鲸（北大西洋露脊鲸）觅食区内猎物（哲水蚤属）的可获得性、供应量与聚集情况。《*ICES*海洋科学期刊》，78(10):3498–3520。

Sulem, D., Rivoirard, V. 和 Rousseau, J.（2024年）。非线性霍克斯过程的贝叶斯估计。《伯努利》，30:1257–1286。

Townsend, S. W.、Rasmussen, M.、Clutton-Brock, T.与Manser, M. B.（2012）。狐獴灵活的警报鸣叫：社会环境与捕食紧迫性的作用。《行为生态学》，23(6):1360–1364。

Townsend, S. W.、Z¨ottl, M.与Manser, M. B.（2011）。一切安全？狐獴关注近距离叫声中的情境信息以协调警戒。《行为生态学与社会生物学》，65(10):1927–1934。

Tyack, P. L.与Clark, C. W.（2000年）。海豚与鲸的交流和声学行为。见Au, W. W. L.、Fay, R. R.与Popper, A. N.编，鲸与海豚的听觉，第156–224页。施普林格，纽约，NY。

Urazghildiiev, I. R.（2014）。2012年春季科德角湾北大西洋露脊鲸（Eubalaena glacialis）信号序列的统计分析。《美国声学学会杂志》，136(5):2851–2860。

Veen, A. 和 Schoenberg, F.P.（2008年）。使用 EM 型算法估计地震学中的时空分枝过程模型。《美国统计学会杂志》，103：614–624。

Watanabe, S.（2013年）。一种广泛适用的贝叶斯信息准则。《机器学习研究杂志》，14(1)：867–897。

White, P. A. 和 Gelfand, A. E.（2021年）。广义演化点过程：模型设定与模型比较。《应用概率方法与计算》，23：1001–1021。

Zhou, K.、Zha, H. 和 Song, L.（2013年）。利用多维霍克斯过程学习稀疏低秩网络中的社会传染性。载于人工智能与统计学，第 641–649 页。PMLR。

《使用具有加性激励和乘性抑制的多元 Hawkes 过程对动物交流建模》的补充材料

Bokgyeong Kang、Erin M. Schliep、Alan E. Gelfand、
Ariana Strandburg-Peshkin 和 RobertS. Schick

2026年3月9日

S1 自限霍克斯过程的可识别性

本节考察在两种效应都很显著的情况下，Olinde 和 Short（2020）提出的自限霍克斯过程中的激发与抑制参数 α 和γ 的可识别性。对于 $t \in$ （使用参数值从模型生成 $0, 1000]$, 个点过程实现

$$\mu = e^{\beta} = 0.65, \quad \alpha = 0.65, \quad \gamma = 0.3, \quad \eta = 5, \quad \phi = 3.$$

这些数值经过选择，可产生显著的激发和抑制。随后，使用与生成数据时相同的模型对每次实现进行拟合，因此生成模型与拟合模型一致。

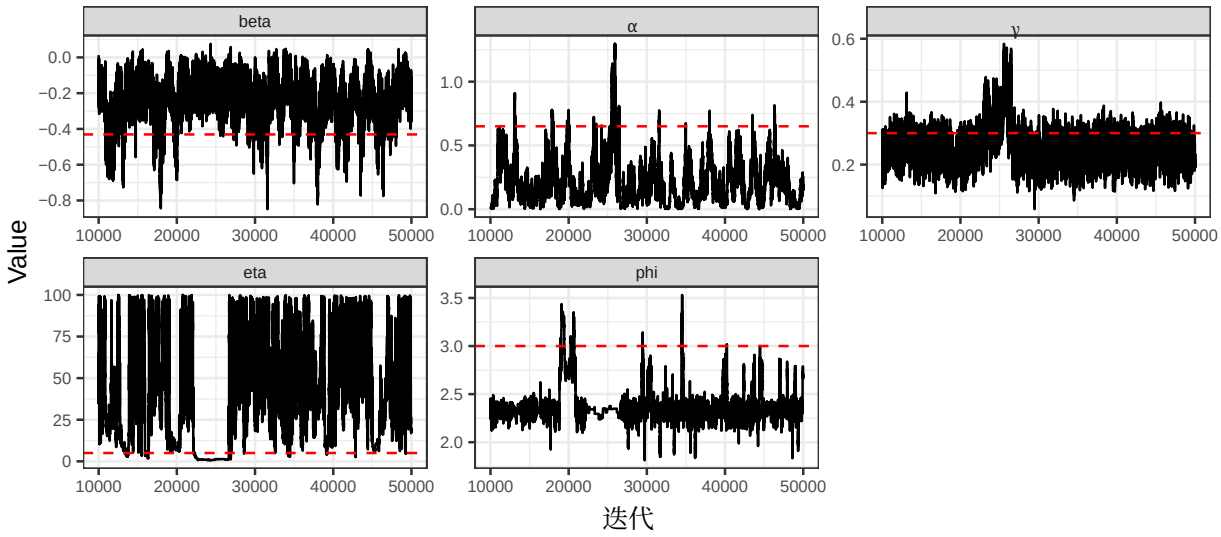


图 S1：Olinde 和 Short（2020）提出的自限霍克斯过程参数的后验样本轨迹图。红色虚线表示真实参数值。

图 S1 展示了模型参数后验样本的轨迹图。结果表明，在这种情况下可能存在可识别性挑战。具体而言，后验样本并未集中于激发参数的真实值附近，这表明激发效应被系统性低估。这似乎在一定程度上被推断出的抑制效应减弱所抵消，尤其体现为 ϕ的取值较小，从而有效限制了参与抑制作用的过去事件数量。

我们注意到，Olinde 和 Short（2020）关注的是存在抑制但抑制相对较弱的情形，并在其模拟研究中考虑了 γ 取值范围为 $\gamma \in [0.005, 0.05]$ 的情况。当前结果表明，当抑制效应更强时，自限制 Hawkes 模型中的激发与抑制参数可能难以区分。

参考文献

Olinde, J. 和 Short, M. B.（2020）。自限霍克斯过程：在犯罪建模中的解释、估计与应用。载于 论文集——*2020 IEEE*国际大数据会议，*Big Data 2020*，第 3212–3219 页。电气与电子工程师学会。