具有放大的同时透射反射超对角可重构智能表面：建模与优化

Chandan Kumar Sheemar，*IEEE*会员，Giovanni Iacovelli，*IEEE*会员，Wali Ullah Khan，*IEEE*会员，George C. Alexandropoulos，*IEEE*高级会员，Stefano Tomasin，*IEEE*高级会员，以及 Symeon Chatzinotas，*IEEE*会士

arXiv:2603.06020v1 [cs.IT] 6 Mar 2026

摘要—**本文为具有逐单元放大和无损功率分割功能的同时透射反射超对角可重构智能表面（STAR BD-RIS）建立了一个符合物理规律且考虑硬件约束的信号模型。我们明确地将以下因素解耦：(i) 通过对角增益矩阵实现的放大，(ii) 逐单元反射/透射分割，以及 (iii) 各分支上的无源非对角耦合；同时，在工作协方差下通过逐单元发射功率上限和总可重构智能表面功率预算确保实际可行性。基于该模型，我们将下行和速率最大化表述为等价的加权最小均方误差（WMMSE）问题，并提出一种具有可证明单调下降性质的交替优化框架。该方法可通过闭式更新求得MMSE合并器和权重，通过单个对偶变量实现类注水波束成形器更新，进行满足发射约束的逐单元放大更新，并采用带全局接受检验的循环坐标下降来更新STAR功率分割。针对超对角耦合矩阵，我们在复Stiefel流形上推导了采用QR/极分解回缩的黎曼梯度步，从而在每次迭代中保持无源性。此外，所提方法将BD-RIS反射与透射响应的优化解耦，从而支持高效的分布式实现。数值结果表明，与传统无源BD-RIS相比，该方法可显著提升和速率。**

索引术语—**超对角可重构智能表面、STAR、多功能可重构智能表面、6G**

I 引言

可重构智能表面（RECONFIGURABLE intelligent surfaces，可重构智能表面）已成为一种变革性技术，能够从根本上重塑无线传播环境[1], [2]。可重构智能表面由大量超表面单元组成，其电磁响应可通过低功耗控制电路进行动态调节。通过智能地调整这些响应，可重构智能表面能够操控入射无线电波，实现反射、折射或波束聚焦等预期散射行为，从而使表面能够以建设性的方式重构有效无线信道 [3]。这项能力为在密集城市部署等复杂场景中扩大覆盖范围、减轻干扰和增强信号强度开辟了新的可能性，例如毫米波网络和室内非视距环境。与传统中继或有源天线阵列不同，可重构智能表面无需生成新信号或执行基带处理。其近乎无源的特性使其能够以极低的功耗显著提升性能，因此成为面向未来 6G 及后续通信系统的一种极具吸引力且可持续的解决方案[4]–[6]。

C. K. Sheemar、G. Iacovelli、W. U. Khan和Symeon Chatzinotas就职于SnT，卢森堡大学，1855卢森堡市，卢森堡（电子邮箱：{chandankumar.sheemar、giovanni.iacovelli、wali.ullah.khan、symeon.chatzinotas}@uni.lu）。G. C. Alexandropoulos就职于系国立卡波季斯特里安大学信息学与电信系
雅典校区，希腊雅典 16122；以及电气
与计算机工程系，伊利诺伊大学芝加哥分校，美国伊利诺伊州 60601 {电子邮箱：alexandg@di.uoa.gr}。S. Tomasin 任职于帕多瓦大学，意大利，{电子邮箱：tomasin@dei.unipd.it}

最简单且研究最广泛的可重构智能表面架构是对角可重构智能表面（D-RIS），其中每个 N 表面单元独立工作，并对入射场施加可控的复反射系数 [7], [8]。在这种情况下，整体反射操作由对角矩阵 $\mathbf{\Phi} = \text{diag}(e^{j\theta_1}, \ldots, e^{j\theta_N})$ 表示，其中 θ_n 表示单元施加的可调相移 n [9]。这种配置通过协调反射波前的相位对齐，使目标接收机能够实现相干信号合并。尽管对角可重构智能表面在概念上简单且易于实现，但其单元级独立性本质上限制了波操控的自由度 [10], [11]。具体而言，它们无法利用现实电磁环境中产生的互耦或单元间相关性，因而限制了对散射场的空间与极化域的可控程度。

为克服这些局限，近期提出了超越对角可重构智能表面（BD-RIS）的概念。在 BD-RIS 中，反射矩阵 $\mathbf{\Phi}$ 不再是对角矩阵，而是采用包含非对角元素的结构，以表征不同单元之间的电磁耦合 [12], [13]。这样一来，每个单元的激励都能影响表面的多个端口，从而有效实现具有分布式反射与透射路径的线性网络 [14], [15]。这种耦合可通过嵌入式模拟电路实现，例如阻抗网络、超材料互连或混合耦合器，从而支持更灵活、能效更高的波变换 [16]。因此，与 D-RIS 相比，BD-RIS 架构能够联合优化表面上的幅度、相位和耦合模式，实现更优的波束成形精度和更丰富的空间控制能力 [17]–[19]。

传统反射型可重构智能表面的固有限制，促使人们近期提出了同时透射与反射可重构智能表面（STAR-RIS）这一范式 [20]，该范式使每个表面单元能够同时控制入射

波的反射分量和透射分量 [21], [22]。这种结构属于双功能可重构智能表面。通过动态调节这两个分量的幅度和相位，同时透射与反射可重构智能表面能够为位于表面两侧的用户提供服务，从而实现全空间、可编程的无线环境 [20]。

A. 最新进展与研究动机

以下章节概述了现有文献，重点介绍推动同时透射与反射可重构智能表面技术迈向可持续无线生态系统的关键研究。

1）关于同时透射与反射双功能可重构智能表面：在 [22],中，作者分析了同时透射与反射可重构智能表面通过将入射信号分为反射分量和透射分量来扩大覆盖范围的潜力，并提出了三种实用运行协议：能量分割、模式切换和时间切换，以及联合波束成形优化框架。在 [23], 中，作者提出了同时透射与反射可重构智能表面的一般硬件模型，并针对近场和远场场景进行了信道建模。在 [24], 中，针对采用时间切换和能量分割协议的可重构智能表面辅助双用户系统，提出了高效的上行链路信道估计方案。在 [25],中，作者研究了可重构智能表面辅助多输入多输出系统，并在能量分割方案下最大化加权和速率。研究提出了一种次优块坐标下降（BCD）算法，将拉格朗日对偶优化与透射–反射系数设计相结合。在 [26], 中，研究了用于能效资源分配的可重构智能表面辅助多输入多输出非正交多址接入（NOMA）系统，并提出了一种新颖算法，以联合优化基站（BS）波束成形和可重构智能表面的相移。在 [27], 中，作者研究了考虑Nakagami$-m$ 衰落信道中残余硬件损伤的可重构智能表面辅助非正交多址接入网络的保密性能，并推导了保密中断概率的闭式表达式和渐近表达式，以刻画系统在高信噪比（SNR）下的性能。在 [28], 中，研究了可重构智能表面辅助无人机通信系统，并提出了一种新颖算法，通过联合优化可重构智能表面的波束成形、无人机轨迹和功率分配，最大化用户和速率。

有源同时透射与反射可重构智能表面在表面单元中配备了低功率放大器 [29], ，由于其能够补偿严重的路径损耗、增强信号覆盖范围，并以可控功率增益实现同时透射和反射，从而拓展传统无源同时透射与反射可重构智能表面架构的功能与效率，因此也得到了广泛研究 [30]。它们属于多功能RIS的范畴[1] [31]。研究 [32],分析了一种由有源同时透射与反射可重构智能表面辅助的全双工一体化感知与通信（ISAC）系统，并提出了一种新颖的基于交替优化的方法，以最大化通信和速率，同时满足雷达信干噪比、硬件和功率约束。在 [33],中，作者提出了面向大规模多输入多输出系统的有源 STAR，通过集成有源放大来克服双重衰落效应。作者提出了一种新颖的双时间尺度优化框架，用于在相关衰落条件下联合优化幅度、相位和增益。在 [34], 中，作者提出了一种结合交替优化与强化学习的新方法，用于优化有源同时透射与反射可重构智能表面辅助的无线信息与能量同传（SWIPT）系统的性能。

2）关于同时透射与反射块对角可重构智能表面：我们指出，关于同时透射与反射块对角可重构智能表面的文献仅涉及无源情形 [35]–[38]。研究表明 [35], 传统的同时透射与反射可重构智能表面是块对角可重构智能表面的一种特殊情形，可通过组连接可重构阻抗网络实现，其中每对端口均相互连接。研究 [36],提出了一种动态组连接块对角可重构智能表面架构，该架构根据信道状态信息（CSI）将可重构智能表面单元自适应地划分为若干子集，从而形成经置换的块对角散射矩阵。这种自适应设计在多用户多输入单输出系统中的表现显著优于固定组连接架构。此外，研究 [37] 提出了一种混合式同时透射与反射块对角可重构智能表面，可在共享孔径内对反射和透射分别进行独立且可调的波束赋形。该设计采用相位可重构天线阵列，并通过可调双端口功分器互连；对4×4 原型的实验验证表明，该原型能够实现精确的双波束控制，并将电磁建模与实际硬件实现相结合。最后，研究 [38]探讨了同时透射与反射块对角可重构智能表面在太赫兹频段联合支持室内外通信的潜力。

尽管近期研究已探讨无源 STAR BD-RIS 架构，但值得注意的是，关于无源 STAR BD-RIS 的研究仍然有限，而有源 STAR BD-RIS 尚未得到探索。现有关于无源 STAR BD-RIS 的研究已展示出令人瞩目的成果，例如自适应单元间耦合、基于信道状态信息（CSI）的动态分组，以及反射与透射路径上的独立波束赋形，凸显了其在实现精细空间控制和全空间覆盖方面的潜力。然而，这些设计仍受限于其无源特性，因而在信号放大和覆盖范围扩展方面存在固有限制，尤其是在大规模或严重路径损耗通信场景中。这一研究空白促使我们引入有源 STAR BD-RIS，将低功率放大集成到混合式透射与反射块对角可重构智能表面框架中。通过对反射和透射域中的振幅、相位及单元间耦合进行联合控制，有源 STAR BD-RIS 有望克服无源表面固有的双重衰落限制，显著提升能效，并实现自适应、功率可重构的全空间通信。这一进展不仅超越了现有的无源 STAR BD-RIS 设计，还开创了一类新型多功能 BD-RIS 架构，能够以完全可编程的方式同时调控、放大和重新分配电磁能量。

[1]无源同时透射与反射可重构智能表面属于双功能可重构智能表面，因为它同时支持反射和透射。相比之下，多功能可重构智能表面通过支持两种以上的工作模式拓展了这一概念。因此，集成了放大的有源同时透射与反射可重构智能表面被归类为多功能可重构智能表面。

B. 主要贡献

我们考虑一个由有源 STAR BD-RIS 辅助的多用户多输入单输出（MISO）通信系统。假设该 BD-RIS 的每个单元均配备极低功率放大器，且每个单元包含一个透射元件和一个反射元件 [35]。针对无源 BD-RIS 架构建立的传统建模方法和设计约束，无法直接应用于本文提出的有源 STAR BD-RIS 范式 [35]–[38]。在无源 STAR BD-RIS 系统中，表面仅在右酉耦合矩阵所强制执行的严格功率守恒律下重新分配入射电磁能量，从而确保对任意激励均能无损工作。然而，有源器件的引入改变了这一特性：守恒不再是无条件的，而是受硬件感知可行性约束支配，并取决于表面的工作协方差。在此背景下，我们首先建立一个准确且符合物理规律的系统模型，明确考虑逐单元放大、发射与反射模式之间的功率分割，以及反射与透射支路中的超对角耦合。由此得到一组新的有源可行性约束，综合刻画逐单元发射限制、总辐射功率预算以及无损能量分割条件。

随后，我们考虑在新引入的有源 STAR BD-RIS 可行性约束下的和速率最大化问题。这些约束以复杂的方式耦合了放大、功率分割和超对角耦合效应。为高效求解这一非凸问题，我们在加权最小均方误差（WMMSE）框架下对其进行重新表述，从而采用能够保证单调收敛的交替优化方法。每个系统变量均通过专门且具有理论依据的方法进行更新：MMSE合并器和权重以闭式形式求得；基站的波束成形器通过由单个对偶变量控制的注水型更新进行优化；逐元素放大因子则通过基于梯度的投影方法进行调整，该方法可确保满足逐元素发射功率约束和总发射功率约束；功率分割比采用配备全局接受检验的循环坐标下降方案进行优化，以确保性能单调提升。最后，位于复Stiefel流形上的超对角耦合矩阵通过结合 QR/极分解回缩方法的黎曼梯度下降进行更新。此外，所提出的方法将 BD-RIS 的反射响应和透射响应的优化解耦，从而支持高效的分布式实现。数值结果表明，所提出的有源 STAR BD-RIS 显著优于无源 STAR BD-RIS辅助系统。

论文结构：本文其余部分安排如下。第二节介绍有源 STAR 可重构智能表面的新型约束集，给出系统模型并构建优化问题。第三节提出一种新颖的优化框架来求解该问题。最后，第四节和第五节分别给出仿真结果并总结全文。

符号说明：本文采用一套统一的符号：标量用小写或大写字母表示，向量和矩阵则分别用粗体小写字母和粗体大写字母表示。矩阵 $\mathbf{X}$ 的转置、厄米转置和逆矩阵分别表示为 $\mathbf{X}^{\mathrm{T}}$、$\mathbf{X}^{\mathrm{H}}$ 和 $\mathbf{X}^{-1}$。集合用花体字母（例如 $\mathcal{X}$）或 $\{\cdots\}$ 表示。

II. 系统模型

A. 带放大的*STAR BD-RIS*运行

设基站和BD-RIS分别配备 M 根发射天线和 N 个单元，每个单元包含一个发射元件和一个反射元件。我们从传统无源BD-RIS开始讨论，它仅将接收到的电磁能量重新分配至其 N 个端口。表面的入射场为：

$$\mathbf{r} = \mathbf{G}\mathbf{x}, \qquad \mathbf{\Sigma}_r \triangleq \mathbb{E}[\mathbf{r}\mathbf{r}^H], \tag{1}$$

其中$\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N\times M}$ 为基站–RIS信道，$\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{M}$为基站发射信号。无源STAR BD-RIS通过全连接耦合网络将该入射波前分离并混合为反射和透射分支$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}, \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{N\times N}$，得到：

$$\mathbf{y}_{\mathrm{R}}^{(\mathrm{pass})} = \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{r}, \qquad \mathbf{y}_{\mathrm{T}}^{(\mathrm{pass})} = \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{r}. \tag{2}$$

由于该网络无损，整体变换为右酉矩阵：

$$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} + \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} = \mathbf{I}_N, \tag{3}$$

这保证了任意激励下的功率守恒。因此，在无源情形下，$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}$ 和 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}$ 充当无损能量混合器。

为提升链路预算并扩大覆盖范围，我们将表面升级为在分路和耦合之前主动放大入射场。这从根本上改变了建模方式：守恒不再是无条件的；相反，系统运行必须满足与运行协方差和硬件功率预算相关的可行性约束。因此，我们将信号流分为三个模块：(i) 逐单元放大；(ii) 逐元件无损分路；以及 (iii) 每个分支上的无源超对角耦合。

我们假设每个单元均包含发射与反射单元，并配备独立集成的低成本放大器来放大信号。设逐元件幅度增益为 $\beta_i = \sqrt{a_i} \geq 1$ ，并定义：—

$$\mathbf{A} = \mathrm{diag}(\beta_1, \ldots, \beta_N). \tag{4}$$

假设逐元件无损分路，放大后的场将在反射和透射之间分配，其能量分割矩阵为 $\mathbf{E}_R$ 和 $\mathbf{E}_T$，表示为：

$$\mathbf{E}_{\mathrm{R}} = \mathrm{diag}(\varsigma_1, \ldots, \varsigma_N), \tag{5}$$

$$\mathbf{E}_{\mathrm{T}} = \mathrm{diag}\big(\sqrt{1-\varsigma_1^2}, \ldots, \sqrt{1-\varsigma_N^2}\big), \tag{6}$$

其中 $\varsigma_i \in [0,1]$，该条件确保分路器处放大后的功率满足逐元素能量守恒：

$$\mathbf{E}_{\mathrm{R}}^{H}\mathbf{E}_{\mathrm{R}} + \mathbf{E}_{\mathrm{T}}^{H}\mathbf{E}_{\mathrm{T}} = \mathbf{I}_N. \tag{7}$$

经过放大和能量分割后，各分支彼此解耦，信号由非对角网络进行空间混合。为避免产生超过 $\mathbf{A}$ 的额外功率，我们施加逐分支右酉条件，以守恒分割后的能量：

$$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}=\mathbf{I}_{N},\qquad \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}=\mathbf{I}_{N}. \tag{8}$$

因此，所有增益均归因于$\mathbf{A}$，分配过程是无损的（$\mathbf{E}_{\mathrm{R}}$，$\mathbf{E}_{\mathrm{T}}$），且每个耦合网络均为无源。

请注意，由于放大器是有源器件，因此放大级会同时转发信号和有源器件产生的内部噪声。设有源核心的输入为：

$$\mathbf{v}=\mathbf{r}+\mathbf{n},\qquad \mathbf{n}\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0},\mathbf{N}),\qquad \mathbf{\Sigma}_{v}\triangleq\mathbb{E}[\mathbf{v}\mathbf{v}^{H}], \tag{9}$$

其中，$\mathbf{N}=\mathrm{diag}(\sigma_1^2,\ldots,\sigma_N^2)$表示在可重构智能表面端口处引入的等效噪声。于是，散射场 [2]表示为：

$$\mathbf{y}_{\mathrm{R}}=\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{v},\quad \mathbf{y}_{\mathrm{T}}=\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{v}, \tag{10a}$$

协方差传播可得：

$$\mathbf{\Sigma}_{y,\mathrm{R}}=\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_{v}\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^{H}, \tag{11a}$$

$$\mathbf{\Sigma}_{y,\mathrm{T}}=\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_{v}\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^{H}. \tag{11b}$$

定义逐元素发射功率（反射发射功率与透射发射功率之和）为

$$\mathbf{P}_{\mathrm{out}}=\mathrm{diag}\Big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_{v}\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^{H}+\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_{v}\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^{H}\Big), \tag{12}$$

令$\mathbf{P}_{\max}=\mathrm{diag}(P_{\max,1},\ldots,P_{\max,N}$表示逐单元放大器额定功率和热限制，其中$P_{\max,i}$ 表示第 i个单元中放大器的最大功率限制，由此得到逐单元发射功率上限：

$$(C1)\quad \mathrm{diag}\Big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_{v}\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^{H}+\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_{v}\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^{H}\Big)\le\mathbf{P}_{\max}, \tag{13}$$

聚合供电／监管约束给出的总发射功率预算为

$$(C2)\quad \mathrm{Tr}\Big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_{v}\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^{H}+\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_{v}\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^{H}\Big)\le P_{\max}. \tag{14}$$

与此同时，施加反射与透射之间无损的内部功率分配，并满足以下约束：

$$(C3)\quad \mathbf{E}_{\mathrm{R}}^{H}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}+\mathbf{E}_{\mathrm{T}}^{H}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}=\mathbf{I}_{N},\quad (C4)\quad 0\le\varsigma_i\le 1, \tag{15}$$

各分支中的非对角耦合网络对放大信号保持无源，因此满足以下约束：

$$(C5)\quad \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}=\mathbf{I}_{N},\quad (C6)\quad \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}=\mathbf{I}_{N}, \tag{16}$$

[2]这里我们假设操作按放大、功率分配和空间混合的顺序级联。也可以采用这些操作的其他级联顺序，但留待未来研究。

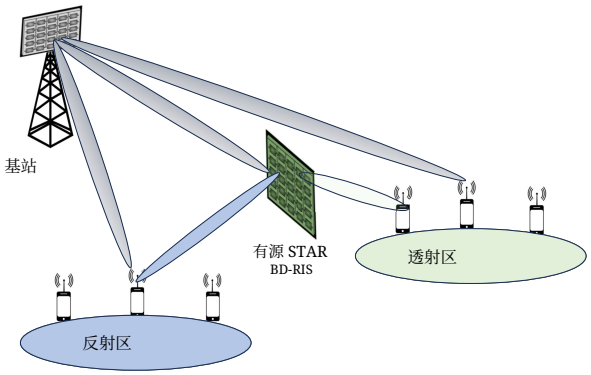


图 1：支持同时透射、接收和放大的多功能 BD-RIS 辅助通信系统。

总体而言，(13)–(16)构成了(3)的有源对应形式：在放大和分配之后强制满足守恒，并通过逐元素和总功率预算，相对于实际工作协方差 $\mathbf{\Sigma}_{v}$ 进行约束。

B. 信号模型

如图 1 所示，我们考虑一个由多功能 BD-RIS 辅助的下行多用户系统。配备 M 根发射天线的基站为 K 个单天线用户提供服务，这些用户在空间上分布于多功能 BD-RIS 的透射区和反射区中。该 BD-RIS 具有 N 个单元，每个单元均包含透射元件和反射元件。各区域中的用户索引分别归入以下两个互不相交的集合：

$$\mathcal{K}_{\mathrm{T}}=\{1,2,\ldots,K_{\mathrm{T}}\},\quad \mathcal{K}_{\mathrm{R}}=\{K_{\mathrm{T}}+1,K_{\mathrm{T}}+2,\ldots,K\}, \tag{17}$$

其中，K_{T} 和 K_{R} 分别表示透射区和反射区中的用户数量，且：

$$K_{\mathrm{T}}+K_{\mathrm{R}}=K,\qquad \mathcal{K}_{\mathrm{T}}\cap\mathcal{K}_{\mathrm{R}}=\emptyset. \tag{18}$$

设 $s_{k_t}\sim\mathcal{CN}(0,\,1)$ 和 $s_{k_r}\sim\mathcal{CN}(0,\,1)$ 分别表示发往透射区域用户 $k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}$ 和反射区域用户 $k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}$的信息承载符号。为传输这些符号，基站采用线性预编码，其中$\mathbf{w}_{k_t}\in\mathbb{C}^{M\times 1}$ 是与用户 k_t关联的波束成形向量，$\mathbf{w}_{k_r}\in\mathbb{C}^{M\times 1}$ 是与用户 k_r关联的波束成形向量。因此，基站的发射信号为

$$\mathbf{x}=\sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}}\mathbf{w}_{k_t}s_{k_t}+\sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}}\mathbf{w}_{k_r}s_{k_r}. \tag{19}$$

设 $\mathcal{K}\triangleq\mathcal{K}_{\mathrm{T}}\cup\mathcal{K}_{\mathrm{R}}=\{1,\ldots,K\}$。对于反射区域用户 $k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}$，其接收信号记为 y_{k_r}，如下所示：

$$\begin{aligned}y_{k_r}=&\Big(\mathbf{h}_{k_r}^{H}+\mathbf{g}_{k_r}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\mathbf{G}\Big)\mathbf{w}_{k_r}s_{k_r}\\&+\sum_{j\in\mathcal{K}\setminus\{k_r\}}\Big(\mathbf{h}_{k_r}^{H}+\mathbf{g}_{k_r}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\mathbf{G}\Big)\mathbf{w}_{j}s_{j}\\&+\mathbf{g}_{k_r}^{H}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\,\mathbf{n}+n_{k_r},\end{aligned} \tag{20}$$

其中 $\mathbf{h}_{k_r} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 为基站—用户信道，$\mathbf{g}_{k_r} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 为 RIS—用户信道（反射侧），，且 $n_{k_r} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{k_r}^2)$ 为接收噪声。对于透射区域用户 $k_t \in \mathcal{K}_{\mathrm{T}}$，其接收信号记为 y_{k_t}，由下式给出：

$$\begin{aligned} y_{k_t} = &\Big(\mathbf{h}_{k_t}^H + \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{G}\Big) \mathbf{w}_{k_t} s_{k_t} \\ &+ \sum_{j \in \mathcal{K}\setminus\{k_t\}} \Big(\mathbf{h}_{k_t}^H + \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{G}\Big) \mathbf{w}_j s_j \\ &+ \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A}\, \mathbf{n} + n_{k_t}, \end{aligned} \tag{21}$$

其中$\mathbf{h}_{k_t} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 表示基站到用户 $k_t \in \mathcal{K}_T$的直达信道，$\mathbf{g}_{k_t} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 表示从BD-RIS透射侧到用户 k_t的信道，而 $n_{k_t} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{k_t}^2)$为接收噪声。令 γ_{k_r} 和 γ_{k_t} 分别表示反射用户 k_r和透射用户 k_t的信号与干扰加噪声比（SINR），其表达式分别见下一页顶部的公式（22）和（23）。

C. 问题建模

现在，我们考虑和速率最大化问题的建模。目标是联合设计基站的数字波束成形器、放大矩阵$\mathbf{A}$、能量分割矩阵$\mathbf{E}_R$ 和$\mathbf{E}_T$，以及移相矩阵$\mathbf{\Phi}_R$ 和 $\mathbf{\Phi}_T$。形式上，该优化问题可表述为：

$$\max_{\substack{\{\mathbf{w}_k\},\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}},\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}},\\ \mathbf{A},\mathbf{E}_{\mathrm{R}},\mathbf{E}_{\mathrm{T}}}} \quad \sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}} \log_2\big(1+\gamma_{k_t}\big) + \sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}} \log_2\big(1+\gamma_{k_r}\big) \tag{24a}$$

$$\text{s.t.} \quad \text{(C1)} - \text{(C6)} \tag{24b}$$

$$\sum_{k\in\mathcal{K}} \mathrm{Tr}\big(\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^H\big) \;\le\; P_{\mathrm{BS}}, \tag{24c}$$

其中，(C1)– –(C6)表示有源BD-RIS运行的可行性约束，(24c)则对基站施加总发射功率约束 P_{BS} 。

III. 所提方案

A. 和速率最大化问题的*WMMSE*变换

式 (24) 中的和速率最大化问题高度非凸，这是因为其中包含耦合的分式SINR项 γ_{k_r} 和γ_{k_t}，它们与发射波束成形器、RIS参数和放大系数存在非线性依赖。为实现高效优化，该问题可通过WMMSE方法等价重构，将非凸速率表达式转化为一个易于处理的形式，从而能够进行交替优化。

对于每个反射区域用户 $k_r \in \mathcal{K}_{\mathrm{R}}$ 和透射区域用户 $k_t \in \mathcal{K}_{\mathrm{T}}$，令 u_{k_r} 和 u_{k_t} 表示标量接收均衡器。它们各自的均方误差（MSE）可写为：

$$\varepsilon_{k_r} = \mathbb{E}\big[|u_{k_r} y_{k_r} - s_{k_r}|^2\big], \qquad \varepsilon_{k_t} = \mathbb{E}\big[|u_{k_t} y_{k_t} - s_{k_t}|^2\big]. \tag{25}$$

其均方误差表达式如下：

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k_r} = |u_{k_r}|^2 \Bigg(&\sum_{j\in\mathcal{K}} \Big|\big(\mathbf{h}_{k_r}^H + \mathbf{g}_{k_r}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} \mathbf{E}_{\mathrm{R}} \mathbf{A} \mathbf{G}\big)\mathbf{w}_j\Big|^2 \\ &+ \sigma_{k_r}^2 + \mathbf{g}_{k_r}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} \mathbf{E}_{\mathrm{R}} \mathbf{A} \mathbf{N} \mathbf{A} \mathbf{E}_{\mathrm{R}}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H \mathbf{g}_{k_r} \Bigg) \\ &- 2\,\Re\big\{u_{k_r}\big(\mathbf{h}_{k_r}^H + \mathbf{g}_{k_r}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} \mathbf{E}_{\mathrm{R}} \mathbf{A} \mathbf{G}\big)\mathbf{w}_{k_r}\big\} + 1, \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k_t} = |u_{k_t}|^2 \Bigg(&\sum_{j\in\mathcal{K}} \Big|\big(\mathbf{h}_{k_t}^H + \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{G}\big)\mathbf{w}_j\Big|^2 \\ &+ \sigma_{k_t}^2 + \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{N} \mathbf{A} \mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H \mathbf{g}_{k_t} \Bigg) \\ &- 2\,\Re\big\{u_{k_t}\big(\mathbf{h}_{k_t}^H + \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{G}\big)\mathbf{w}_{k_t}\big\} + 1. \end{aligned} \tag{27}$$

WMMSE框架的一项关键性质是，可达速率 $\log_2(1+\gamma_k)$ 与加权均方误差最小化 $\forall k \in \mathcal{K}$ [39], [40] 之间存在精确等价关系：

$$\log_2(1+\gamma_k) = \max_{u_k,\, t_k>0} \log_2(e)\big(\ln t_k - t_k \varepsilon_k(u_k) + 1\big), \tag{28}$$

其中，$t_k > 0$ 是辅助均方误差权重。该恒等式使得和速率最大化问题可重构为以下WMMSE等价问题：

$$\begin{aligned} \min_{\substack{\mathbf{w}_k,u_k,t_k\\ \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}},\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}},\mathbf{A},\\ \mathbf{E}_{\mathrm{R}},\mathbf{E}_{\mathrm{T}}}} &\sum_{k\in\mathcal{K}} (t_k \varepsilon_k - \ln t_k) \\ \text{s.t.} \quad &\text{(C1)} - \text{(C5)} \\ &\text{(24c)}. \end{aligned} \tag{29}$$

其中，$k = k_r \in \mathcal{K}_R$ 或 $k = k_t \in \mathcal{K}_T$。问题 (29) 与原始和速率问题在最优性上等价。因此，该WMMSE重构为基于交替优化联合优化所有系统变量提供了一个结构化框架。接下来的小节将在WMMSE范式下推导所有变量的最优表达式。

B. 最优*MMSE*合并器和均方误差权重

对于固定的 $\{\mathbf{w}_k\}$、$(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}, \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}})$、$\mathbf{A}$ 和 $(\mathbf{E}_{\mathrm{R}}, \mathbf{E}_{\mathrm{T}})$，式（29）中的加权最小均方误差目标函数关于 (u_k, t_k) 是分块凸的。因此，对于每个用户，标量最小均方误差均衡器可通过最小化相应的均方误差获得，而最优均方误差权重则由最大化 $-\ln t_k + t_k \varepsilon_k$ 得到。

对均方误差表达式 (26)–(27) 关于 u_k 的共轭求导，可得用户 $k_r \in \mathcal{K}_{\mathrm{R}}$ 和 $k_t \in \mathcal{K}_{\mathrm{T}}$ 的闭式最小均方误差均衡器：

$$\begin{aligned} u_{k_r} = &\Big(\sum_{j\in\mathcal{K}} \Big|\big(\mathbf{h}_{k_r}^H + \mathbf{g}_{k_r}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} \mathbf{E}_{\mathrm{R}} \mathbf{A} \mathbf{G}\big)\mathbf{w}_j\Big|^2 \\ &+ \mathbf{g}_{k_r}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} \mathbf{E}_{\mathrm{R}} \mathbf{A} \mathbf{N} \mathbf{A}^H \mathbf{E}_{\mathrm{R}}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H \mathbf{g}_{k_r} + \sigma_{k_r}^2\Big)^{-1} \\ &\times \big(\mathbf{h}_{k_r}^H + \mathbf{g}_{k_r}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} \mathbf{E}_{\mathrm{R}} \mathbf{A} \mathbf{G}\big)\mathbf{w}_{k_r}. \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} u_{k_t} = &\sum_{j\in\mathcal{K}} \Big(\big(\mathbf{h}_{k_t}^H + \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{G}\big)\mathbf{w}_j\Big|^2 \\ &+ \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{N} \mathbf{A}^H \mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H \mathbf{g}_{k_t} + \sigma_{k_t}^2\Big)^{-1} \\ &\times \big(\mathbf{h}_{k_t}^H + \mathbf{g}_{k_t}^H \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{G}\big)\mathbf{w}_{k_t} \end{aligned} \tag{31}$$

$$\gamma_{k_r}=\frac{\left|\left(\mathbf{h}_{k_r}^H+\mathbf{g}_{k_r}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\mathbf{G}\right)\mathbf{w}_{k_r}\right|^2}{\sum\limits_{j\in\mathcal{K}\setminus\{k_r\}}\left|\left(\mathbf{h}_{k_r}^H+\mathbf{g}_{k_r}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\mathbf{G}\right)\mathbf{w}_j\right|^2+\sigma_{k_r}^2+\mathbf{g}_{k_r}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\,\mathbf{N}\,\mathbf{A}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{g}_{k_r}}. \tag{22}$$

$$\gamma_{k_t}=\frac{\left|\left(\mathbf{h}_{k_t}^H+\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{G}\right)\mathbf{w}_{k_t}\right|^2}{\sum\limits_{j\in\mathcal{K}\setminus\{k_t\}}\left|\left(\mathbf{h}_{k_t}^H+\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{G}\right)\mathbf{w}_j\right|^2+\sigma_{k_t}^2+\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\,\mathbf{N}\,\mathbf{A}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}}. \tag{23}$$

令 $\varepsilon_{k_r}^{\mathrm{MMSE}}$ 和 $\varepsilon_{k_t}^{\mathrm{MMSE}}$ 表示将最优合并器代入均方误差表达式后得到的相应最小均方误差。则，与这些最小误差对应的最优均方误差权重为 [39], [40]:

$$t_{k_r}=\frac{1}{\varepsilon_{k_r}^{\mathrm{MMSE}}},\qquad t_{k_t}=\frac{1}{\varepsilon_{k_t}^{\mathrm{MMSE}}}. \tag{32}$$

式（30）–（32）分别为反射用户和透射用户的标量最小均方误差合并器及均方误差权重提供了闭式更新。

C. 基于加权最小均方误差的数字波束成形

基站的数字波束成形阶段旨在联合设计位于BD-RIS辅助系统反射区和透射区内所有用户的发射波束成形器。给定最小均方误差接收器 $\{u_{k_r},u_{k_t}\}$ 和均方误差权重 $\{t_{k_r},t_{k_t}\}$，在其他变量固定的情况下，发射端子问题可表示为:

$$\begin{aligned}\min_{\{\mathbf{w}_{k_r}\},\{\mathbf{w}_{k_t}\}}\quad&\sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}}t_{k_r}\,\varepsilon_{k_r}(\mathbf{w}_{k_r})+\sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}}t_{k_t}\,\varepsilon_{k_t}(\mathbf{w}_{k_t})\\ \text{s.t.}\quad&\sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}}\mathrm{Tr}\big(\mathbf{w}_{k_r}\mathbf{w}_{k_r}^H\big)+\sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}}\mathrm{Tr}\big(\mathbf{w}_{k_t}\mathbf{w}_{k_t}^H\big)\le P_{\mathrm{BS}},\end{aligned} \tag{33}$$

其中， P_{BS} 表示基站的最大发射总功率。对于固定的 $\{u_k,t_k\}$，式（33）中的目标函数关于 $\{\mathbf{w}_{k_r}\}$ 和 $\{\mathbf{w}_{k_t}\}$ 是二次且凸的，从而确保存在唯一的全局极小值点。

利用采用最优最小均方误差均衡器计算得到的均方误差表达式以及式（26）–（27）中的均方误差权重，可将目标函数展开为

$$\begin{aligned}\mathcal{J}(\{\mathbf{w}_k\})=&\sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}}t_{k_r}\Big(|u_{k_r}|^2\sum_{j\in\mathcal{K}}\left|\left(\mathbf{h}_{k_r}^H+\mathbf{g}_{k_r}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\mathbf{G}\right)\mathbf{w}_j\right|^2\\&-2\Re\big\{u_{k_r}\big(\mathbf{h}_{k_r}^H+\mathbf{g}_{k_r}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\mathbf{G}\big)\mathbf{w}_{k_r}\big\}\\&+|u_{k_r}|^2\Big(\mathbf{g}_{k_r}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\mathbf{A}\mathbf{N}\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{g}_{k_r}+\sigma_{k_r}^2\Big)+1\Big)\\&+\sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}}t_{k_t}\Big(|u_{k_t}|^2\sum_{j\in\mathcal{K}}\left|\left(\mathbf{h}_{k_t}^H+\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{G}\right)\mathbf{w}_j\right|^2\\&-2\Re\big\{u_{k_t}\big(\mathbf{h}_{k_t}^H+\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{G}\big)\mathbf{w}_{k_t}\big\}\\&+|u_{k_t}|^2\Big(\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{N}\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}+\sigma_{k_t}^2\Big)+1\Big).\end{aligned} \tag{34}$$

对与(33)相关联的拉格朗日函数关于$\mathbf{w}^{k_r}$ 和$\mathbf{w}^{k_t}$ 求导，并将梯度设为零，可得KKT驻点条件。令 $\lambda\ge0$ 表示对偶与基站功率约束相关联的变量。然后，对于反射用户和透射用户，我们有如下KKT条件:

$$\big(\mathbf{Q}+\lambda\mathbf{I}_M\big)\mathbf{w}_{k_r}=t_{k_r}u_{k_r}\Big(\mathbf{h}_{k_r}+\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{g}_{k_r}\Big), \tag{35}$$

$$\big(\mathbf{Q}+\lambda\mathbf{I}_M\big)\mathbf{w}_{k_t}=t_{k_t}u_{k_t}\Big(\mathbf{h}_{k_t}+\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}\Big), \tag{36}$$

其中，$\mathbf{Q}$表示加权最小均方误差目标函数的总曲率矩阵，涵盖所有多用户干扰项。其表示为$\mathbf{Q}=\mathbf{Q}_{\mathrm{R}}+\mathbf{Q}_{\mathrm{T}}$，其中

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_{\mathrm{R}}=&\sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}}t_{k_r}|u_{k_r}|^2\Big(\mathbf{h}_{k_r}+\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{g}_{k_r}\Big)\\&\times\Big(\mathbf{h}_{k_r}+\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{g}_{k_r}\Big)^H,\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_{\mathrm{T}}=&\sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}}t_{k_t}|u_{k_t}|^2\Big(\mathbf{h}_{k_t}+\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}\Big)\\&\times\Big(\mathbf{h}_{k_t}+\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}\Big)^H.\end{aligned} \tag{38}$$

每一项 $t_k|u_k|^2(\cdot)(\cdot)^H$ 均为厄米半正定矩阵，从而确保 $\mathbf{Q}\succeq\mathbf{0}$。因此，子问题（33）关于 $\{\mathbf{w}_k\}$，$\forall k$是凸的。随后，通过直接求解（35）–（36）即可得到闭式最优波束成形向量，进而得到如下闭式解:

$$\mathbf{w}_{k_r}=\big(\mathbf{Q}+\lambda\mathbf{I}_M\big)^{-1}t_{k_r}u_{k_r}^*\Big(\mathbf{h}_{k_r}+\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{g}_{k_r}\Big), \tag{39}$$

$$\mathbf{w}_{k_t}=\big(\mathbf{Q}+\lambda\mathbf{I}_M\big)^{-1}t_{k_t}u_{k_t}^*\Big(\mathbf{h}_{k_t}+\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H\mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}\Big). \tag{40}$$

最后，对偶变量 λ用于调节基站发射功率总量，并选择使其满足

$$\sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}}\mathrm{Tr}\big(\mathbf{w}_{k_r}\mathbf{w}_{k_r}^H\big)+\sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}}\mathrm{Tr}\big(\mathbf{w}_{k_t}\mathbf{w}_{k_t}^H\big)=P_{\mathrm{BS}}, \tag{41}$$

由于总发射功率与 λ之间存在单调关系，因此可以通过一维二分搜索高效求解。

D. 基于加权最小均方误差的放大矩阵优化

我们考虑优化对角放大矩阵$\mathbf{A}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{\beta})$，其中 $\boldsymbol{\beta}=[\beta_1,\ldots,\beta_N]^T\in\mathbb{R}_{\ge0}^N$和$\beta_i=\sqrt{a_i}$ 表示元素 i的振幅增益。对于

固定的数字预编码器 $\{\mathbf{w}_k\}$、MMSE合并器 $\{u_k\}$、权重$\{t_k\}$、耦合 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}, \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}$和分路器 $\mathbf{E}_{\mathrm{R}}$,$\mathbf{E}_{\mathrm{T}}$，$\mathbf{A}$ 中的加权最小均方误差子问题为

$$\min_{\boldsymbol{\beta}\geq 1} \quad \sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}} t_{k_r}\,\varepsilon_{k_r}(\boldsymbol{\beta}) + \sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}} t_{k_t}\,\varepsilon_{k_t}(\boldsymbol{\beta}), \tag{42a}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathrm{diag}\Big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_v\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H + \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_v\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\Big) \;\leq\; \mathbf{P}_{\max}, \tag{42b}$$

$$\mathrm{Tr}\Big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_v\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{R}}\,\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H + \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{\Sigma}_v\,\mathbf{A}\,\mathbf{E}_{\mathrm{T}}\,\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\Big) \leq\; P_{\max}, \tag{42c}$$

其中，$\mathbf{\Sigma}_v = \mathbf{G}(\sum_{k\in\mathcal{K}}\mathbf{w}_k\mathbf{w}_k^H)\mathbf{G}^H + \mathbf{N}$ 是基站–可重构智能表面转发信号协方差，$\mathbf{P}_{\max}\in\mathbb{R}_+^N$ 对可重构智能表面两侧的逐元素发射功率进行联合限制，而 $P_{\max}$ 是总发射功率预算。这是一个二次优化问题，可使用任意凸优化求解器求解，例如 CVX。

*E. WMMSE*驱动的最优功率分割

回顾一下，$\mathbf{E}_{\mathrm{R}} \triangleq \mathrm{diag}(\varsigma_1,\ldots,\varsigma_N)$ 表示反射区功率分割矩阵，其中 $\varsigma_i = \sqrt{\alpha_i}\in[0,1]$ 表示第 i不元素的振幅反射系数。相应的透射区矩阵定义为$\mathbf{E}_{\mathrm{T}} \triangleq \mathrm{diag}\left(\sqrt{1-\varsigma_1^2},\ldots,\sqrt{1-\varsigma_N^2}\right)$。对于固定的 $\{\overline{u_k,t_k}\}$、$\{\mathbf{w}_k\}$、$\mathbf{A}$ 和 $(\mathbf{\Phi}_R, \mathbf{\Phi}_T)$，联合优化 $\mathbf{E}_{\mathrm{R}}$ 和$\mathbf{E}_{\mathrm{T}}$ 的 WMMSE 子问题可表述为

$$\min_{\mathbf{E}_{\mathrm{R}},\mathbf{E}_{\mathrm{T}}} \quad \sum_{k\in\mathcal{K}} t_k\,\varepsilon_k(\mathbf{E}_{\mathrm{R}},\mathbf{E}_{\mathrm{T}}) \tag{43a}$$

$$\text{s.t.} \quad 0\leq\varsigma_i\leq 1, \quad i=1,\ldots,N, \tag{43b}$$

$$\mathbf{E}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{E}_{\mathrm{R}} + \mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{E}_{\mathrm{T}} = \mathbf{I}_N. \tag{43c}$$

为高效求解该约束优化问题并确保单调收敛，我们提出了一种带有全局接受准则的循环坐标下降算法。加权均方误差目标函数可根据$\mathbf{E}_{\mathrm{R}}$ 和$\mathbf{E}_{\mathrm{T}}$的对角单元进行二次分解。令 $\mathbf{e}_{\mathrm{R}} = \mathrm{diag}(\mathbf{E}_{\mathrm{R}}) = \boldsymbol{\varsigma}$ 和$\mathbf{e}_{\mathrm{T}} = \mathrm{diag}(\mathbf{E}_{\mathrm{T}}) = \sqrt{\mathbf{1}-\boldsymbol{\varsigma}\odot\boldsymbol{\varsigma}}$。目标函数可表示为:

$$\sum_{k\in\mathcal{K}} t_k\,\varepsilon_k(\boldsymbol{\varsigma}) = \boldsymbol{\varsigma}^H\mathbf{S}_{\mathrm{R}}\boldsymbol{\varsigma} - 2\,\Re\{\mathbf{p}_{\mathrm{R}}^H\boldsymbol{\varsigma}\} + (\sqrt{\mathbf{1}-\boldsymbol{\varsigma}\odot\boldsymbol{\varsigma}})^H\mathbf{S}_{\mathrm{T}} \times(\sqrt{\mathbf{1}-\boldsymbol{\varsigma}\odot\boldsymbol{\varsigma}}) - 2\,\Re\{\mathbf{p}_{\mathrm{T}}^H(\sqrt{\mathbf{1}-\boldsymbol{\varsigma}\odot\boldsymbol{\varsigma}})\} + c, \tag{44}$$

其中 c 表示与 $\boldsymbol{\varsigma}$无关的常数项，系数矩阵定义为:

$$\mathbf{S}_{\mathrm{R}} = \sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}} t_{k_r}|u_{k_r}|^2\Big[\left(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{g}_{k_r}\mathbf{g}_{k_r}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\right)\odot\Big(\mathbf{AGWW}^H \times\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H + \mathbf{ANA}^H\Big)\Big], \tag{45}$$

$$\mathbf{S}_{\mathrm{T}} = \sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}} t_{k_t}|u_{k_t}|^2\Big[\left(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\right)\odot\Big(\mathbf{AGWW}^H \times\mathbf{G}^H\mathbf{A}^H + \mathbf{ANA}^H\Big)\Big], \tag{46}$$

线性系数向量由下式给出:

$$\mathbf{p}_{\mathrm{R}} = \sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\mathrm{R}}} t_{k_r}u_{k_r}\left[\left(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{g}_{k_r}\right)\odot\left(\mathbf{AGw}_{k_r}\right)\right], \tag{47}$$

$$\mathbf{p}_{\mathrm{T}} = \sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}} t_{k_t}u_{k_t}\left[\left(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}\right)\odot\left(\mathbf{AGw}_{k_t}\right)\right]. \tag{48}$$

所提出的算法采用循环坐标下降，其中依次优化每个单元 ς_m，同时保持其他所有单元不变。对于每个单元 m，可将目标函数对 ς_m 的依赖关系单独提取为:

$$f_m(\varsigma_m) = s_{r,m}\,\varsigma_m^2 + r_m\,\varsigma_m + s_{t,m}\,(1-\varsigma_m^2) + t_m\,\sqrt{1-\varsigma_m^2}, \tag{49}$$

其中，系数根据完整矩阵计算如下:

$$s_{r,m} = [\mathbf{S}_{\mathrm{R}}]_{mm}, \tag{50a}$$

$$s_{t,m} = [\mathbf{S}_{\mathrm{T}}]_{mm}, \tag{50b}$$

$$r_m = 2\,\Re\left\{\sum_{n\neq m}[\mathbf{S}_{\mathrm{R}}]_{mn}\,\varsigma_n - [\mathbf{p}_{\mathrm{R}}]_m\right\}, \tag{50c}$$

$$t_m = 2\,\Re\left\{\sum_{n\neq m}[\mathbf{S}_{\mathrm{T}}]_{mn}\,\sqrt{1-\varsigma_n^2} - [\mathbf{p}_{\mathrm{T}}]_m\right\}. \tag{50d}$$

为确保单调收敛，同时探索远离平凡边界的连续解，我们为每次单元更新生成一组全面的候选值。单元 m 对应的候选集 $\mathcal{S}_m$ 构造如下:

$$\mathcal{S}_m = \{0,1,\varsigma_m^{(k)}\}\cup\mathcal{S}_m^{\mathrm{int}}, \tag{51}$$

其中，$\varsigma_m^{(k)}$表示迭代 k时的当前值，$\mathcal{S}_m^{\mathrm{int}}$表示包含精心选取点的内部候选集。$\mathcal{S}_m^{\mathrm{int}}$ 的构造详述如下:

$$\mathcal{S}_m^{\mathrm{quad}} = \left\{-\frac{r_m}{2(s_{r,m}-s_{t,m})}\right\} \quad \text{if } s_{r,m}\neq s_{t,m} \text{ and} \in(0.1,0.9), \tag{52a}$$

$$\mathcal{S}_m^{\mathrm{bal}} = \left\{1-\frac{s_{t,m}}{s_{r,m}+s_{t,m}}\right\} \quad \text{if } s_{r,m},s_{t,m}>0, \tag{52b}$$

$$\mathcal{S}_m^{\mathrm{local}} = \left\{\varsigma_m^{(k)}+\delta:\delta\in\{-0.2,-0.1,0.1,0.2\}\right\}\cap(0.1,0.9). \tag{52c}$$

$\mathcal{S}_m^{\mathrm{int}}$中的每个子集在优化策略中都有其独特的用途:

- 二次驻点（$\mathcal{S}_{quadm}$）: 该候选点表示忽略式（49）中的平方根项后，得到的目标函数二次近似的驻点。表达式 $-_2$ $^{r_m}_{(s_{r,m}-s_{t,m})}$ 是

通过令二次部分的导数为零推导得出。平方根项影响最小时，该候选点可捕捉最优解，因此提供了一个有数学依据的探索点。

- 平衡点（$\mathcal{S}_{balm}$）：该候选值采用基于比值的方法，平衡反射系数与透射系数的相对强度。表达式$\frac{s_{t,\,m}}{s_{r,\,m}+s_{t,\,m}}$确保当$s_{r,\,m} \gg s_{t,\,m}$时，候选值趋近于1（优先考虑反射）；当$s_{t,\,m} \gg s_{r,\,m}$时，候选值趋近于0（优先考虑透射）。这种启发式方法有助于找到能够适应各个域相对重要性的解。

- 局部探索（$\mathcal{S}_{localm}$）：该集合通过扰动 $\delta \in \{-0.2, -0.1, 0.1, 0.2\}$，围绕当前值 $\varsigma_{(k)m}$ 执行局部搜索。选定的步长既能进行粗粒度探索（± 0.2），也能进行细粒度探索（± 0.1），从而使算法能够跳出较浅的局部极小值，同时不断细化搜索。

$\mathcal{S}_m^{\text{quad}}$和 $\mathcal{S}_m^{\text{bal}}$ 的条件纳入准则确保了数值稳定性和可行性。将 $\mathcal{S}_m^{\text{quad}}$限制在 (0.1,0.9) 范围内可避免边界占主导，而 $\mathcal{S}_m^{\text{bal}}$ 中的正值条件则确保比值计算有意义。保证单调收敛的关键在于全局接受准则。对于每个候选值 $\varsigma_m^{\text{cand}} \in \mathcal{S}_m$，我们计算其假设的全局目标函数：

$$f^{\text{test}} = \sum_{k\in\mathcal{K}} t_k\, \varepsilon_k(\boldsymbol{\varsigma}^{\text{test}}), \tag{53}$$

其中 $\boldsymbol{\varsigma}^{\text{test}}$ 是除 ς_m 被设为 $\varsigma_m^{\text{cand}}$外，所有单元均固定为其当前值的向量。由于互耦，必须考虑全局目标函数。仅当满足以下条件时才接受该更新：

$$f^{\text{test}} < f(\boldsymbol{\varsigma}^{(k)}), \tag{54}$$

其中 $f(\boldsymbol{\varsigma}^{(k)})$为当前全局目标值。整体最优能量分配算法正式表述于算法1中，该算法生成目标值序列 $\{f(\boldsymbol{\varsigma}^{(k)})\}$，该序列非递增且以零为下界。全面的候选集构建确保对解空间的高效探索，而全局接受准则在整个优化过程中保持严格单调性，从而保证收敛。

算法1 有源 STAR BD-RIS的最优能量分割

Initialize $\boldsymbol{\varsigma}^{(0)} \in [0.3, 0.7]^N$
Precompute $\mathbf{S}_{\text{R}}, \mathbf{S}_{\text{T}}, \mathbf{p}_{\text{R}}, \mathbf{p}_{\text{T}}$
for $k = 0, 1, \ldots$ until convergence **do**
  $f_{\text{curr}} \leftarrow \sum_k t_k \varepsilon_k(\boldsymbol{\varsigma}^{(k)})$
  for $m = 1$ to N **do**
    Compute $s_{r,m}, s_{t,m}, r_m, t_m$
    $\mathcal{S}_m \leftarrow \{0, 1, \varsigma_m^{(k)}\} \cup \mathcal{S}_m^{\text{int}}$
    $\varsigma_m^{\text{best}} \leftarrow \varsigma_m^{(k)}$, $f_{\text{best}} \leftarrow f_{\text{curr}}$
    for $\varsigma_m^{\text{cand}} \in \mathcal{S}_m$ **do**
      $\boldsymbol{\varsigma}^{\text{test}} \leftarrow \boldsymbol{\varsigma}^{(k)}$ with $\varsigma_m = \varsigma_m^{\text{cand}}$
      $f^{\text{test}} \leftarrow \sum_k t_k \varepsilon_k(\boldsymbol{\varsigma}^{\text{test}})$
      if $f^{\text{test}} < f_{\text{best}}$ **then**
        $\varsigma_m^{\text{best}} \leftarrow \varsigma_m^{\text{cand}}$, $f_{\text{best}} \leftarrow f^{\text{test}}$
      end if
    end for
    $\varsigma_m^{(k+1)} \leftarrow \varsigma_m^{\text{best}}$
  end for
  if converged **then break**
  end if
end for
return $\mathbf{E}_{\text{R}}^*, \mathbf{E}_{\text{T}}^*$, with $\boldsymbol{\varsigma}^*$.

F. 加权最小均方误差驱动的*BD-RIS*优化

本小节在WMMSE框架下推导最优BD-RIS响应，由反射耦合矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}$ 和透射耦合矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{\text{T}}$表示。这些矩阵决定BD-RIS的电磁行为，共同塑造反射场与透射场，以最小化系统范围内的加权均方误差之和。对于给定的最小均方误差均衡器 $\{u_k\}$、用户权重 $\{t_k\}$、数字预编码器$\{\mathbf{w}_k\}$、放大矩阵$\mathbf{A}$以及功率分配矩阵（$\mathbf{E}_{\text{R}}$，$\mathbf{E}_{\text{T}}$），优化子问题可表述为：

$$\min_{\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}},\,\boldsymbol{\Phi}_{\text{T}}} \sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\text{R}}} t_{k_r}\, \varepsilon_{k_r}(\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}, \boldsymbol{\Phi}_{\text{T}}) + \sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\text{T}}} t_{k_t}\, \varepsilon_{k_t}(\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}, \boldsymbol{\Phi}_{\text{T}}), \tag{55a}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{\Phi}_{\text{T}}^H \boldsymbol{\Phi}_{\text{R}} = \mathbf{I}, \& \quad \boldsymbol{\Phi}_{\text{T}}^H \boldsymbol{\Phi}_{\text{R}} = \mathbf{I} \tag{55b}$$

式（55）中的优化问题可以分解为两个独立子问题，每个子问题均受单独的约束，以确保放大总能量与分配总能量守恒。值得注意的是，由于 $\boldsymbol{\Phi}_T$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_R$ 之间的耦合已被消除，因此在固定其他变量的情况下，可以采用分布式并行方式对二者进行优化。[3]

1）对 $\boldsymbol{\Phi}_R$的优化：我们通过考虑以下子问题来优化反射响应

$$\min_{\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}} \sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\text{R}}} t_{k_r}\, \varepsilon_{k_r}(\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}, \boldsymbol{\Phi}_{\text{T}}) \tag{56a}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}^H \boldsymbol{\Phi}_{\text{R}} = \mathbf{I}, \tag{56b}$$

该式将 $\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}$ 约束到复Stiefel流形 [14],[15]上。令$\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \ldots\ldots, \mathbf{w}_K]$，并定义（在本块内）固定的矩阵

$$\mathbf{S}_{\text{R}} \triangleq \mathbf{E}_{\text{R}}\mathbf{A}\mathbf{G}\mathbf{W}, \quad \mathbf{C}_{\text{R}} \triangleq \mathbf{E}_{\text{R}}\mathbf{A}\mathbf{N}\mathbf{A}\mathbf{E}_{\text{R}}^H, \tag{57a}$$

$$\mathbf{Q}_{\text{R}} \triangleq \mathbf{S}_{\text{R}}\mathbf{S}_{\text{R}}^H + \mathbf{C}_{\text{R}}. \tag{57b}$$

对于每个 $k_r \in \mathcal{K}_{\text{R}}$，令 $d_{k_r,j} \triangleq \mathbf{h}_{k_r}^H \mathbf{w}_j$，令 $\mathbf{s}_{\text{R},j}$表示$\mathbf{S}_{\text{R}}$的第 j 列，并定义 $v_{k_r,\text{R}}$ 为

$$\mathbf{v}_{k_r,\text{R}} \triangleq |u_{k_r}|^2 \sum_{j\in\mathcal{K}} \mathbf{s}_{\text{R},j}\, d_{k_r,j}^* \;-\; u_{k_r}\, \mathbf{s}_{\text{R},k_r}. \tag{58}$$

去除与 $\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}$ 无关的项后，目标函数可改写为

$$f_{\text{R}}(\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}) = \sum_{k_r\in\mathcal{K}_{\text{R}}} t_{k_r}\Big(|u_{k_r}|^2\, \text{tr}\big(\boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}^H \mathbf{g}_{k_r}\mathbf{g}_{k_r}^H \boldsymbol{\Phi}_{\text{R}}\mathbf{Q}_{\text{R}}\big) + 2\,\Re\{\text{tr}(\mathbf{v}_{k_r,\text{R}}\mathbf{g}_{k_r}^H \boldsymbol{\Phi}_{\text{R}})\}\Big). \tag{59}$$

[3]值得注意的是，由于整体算法复杂度主要由 $\boldsymbol{\Phi}_R$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_T$的更新决定，因此分布式实现具有显著优势，因为它能够并行优化透射响应和反射响应。

欧几里得梯度为：使用 $\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}}\mathrm{tr}(\mathbf{X}^H\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}) = \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}$ 和 $\nabla_{\mathbf{X}}\, 2\Re\{\mathrm{tr}(\mathbf{C}^H\mathbf{X})\} = 2\mathbf{C}$，可得

$$\nabla f_{\mathrm{R}}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}) = \sum_{k_r} t_{k_r}\left(|u_{k_r}|^2\, \mathbf{g}_{k_r}\mathbf{g}_{k_r}^H\, \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\, \mathbf{Q}_{\mathrm{R}} + 2\, \mathbf{g}_{k_r}\mathbf{v}_{k_r,\mathrm{R}}^H\right). \tag{60}$$

为简化记号，我们将常数项合并为

$$\mathbf{M}_{\mathrm{R}} \triangleq \sum_{k_r} t_{k_r}|u_{k_r}|^2\, \mathbf{g}_{k_r}\mathbf{g}_{k_r}^H, \qquad \mathbf{B}_{\mathrm{R}} \triangleq \sum_{k_r} 2t_{k_r}\, \mathbf{g}_{k_r}\mathbf{v}_{k_r,\mathrm{R}}^H, \tag{61a}$$

梯度可紧凑地表示为

$$\nabla f_{\mathrm{R}}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}) = \mathbf{M}_{\mathrm{R}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{Q}_{\mathrm{R}} + \mathbf{B}_{\mathrm{R}} \tag{61b}$$

投影到切空间 $\mathcal{T}_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}}\mathrm{St} = \{\mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}} :\ \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}} + \mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} = \mathbf{0}\}$，得到黎曼梯度

$$\begin{aligned}\mathrm{grad}\, f_{\mathrm{R}}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}) =& \big(\mathbf{M}_{\mathrm{R}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{Q}_{\mathrm{R}} + \mathbf{B}_{\mathrm{R}}\big) \\ &- \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\,\mathrm{sym}\Big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\big(\mathbf{M}_{\mathrm{R}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}\mathbf{Q}_{\mathrm{R}} + \mathbf{B}_{\mathrm{R}}\big)\Big),\end{aligned} \tag{62}$$

其中 $\mathrm{sym}(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}(\mathbf{X} + \mathbf{X}^H)$。我们采用 QR（或等价的极分解）回缩，以确保更新后的矩阵$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}$ 在每次迭代后始终位于复 Stiefel 流形上。具体而言，对于流形上的给定点 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}$ 和切向步方向 $\mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}} \in \mathcal{T}_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}}\mathrm{St}$，回缩定义为

$$R_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}}(\mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}}) = \mathrm{qf}\big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} + \mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}}\big), \tag{63}$$

其中，算子 qf(·)从其参数的极分解或经济型 QR 分解中提取正交归一（或酉）因子。也就是说，若我们计算分解

$$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} + \mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{R}}\mathbf{R}_{\mathrm{R}}, \tag{64}$$

其中 $\mathbf{Q}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{Q}_{\mathrm{R}} = \mathbf{I}$，且 $\mathbf{R}_{\mathrm{R}}$ 为上三角矩阵（在极分解的情况下为厄米正定矩阵），则回缩后的点为

$$R_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}}(\mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}}) = \mathbf{Q}_{\mathrm{R}}. \tag{65}$$

此操作通过寻找 Frobenius 范数意义下最近的、列正交归一的矩阵，将 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} + \mathbf{\Xi}_{\mathrm{R}}$ 投影回斯蒂费尔流形。实际中，可以通过标准复数 QR 分解，或通过计算得到的极分解来实现。

QR/极分解回缩在计算上高效且数值稳定。它能够将正交性保持到机器精度，并保证始终处于由 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}} = \mathbf{I}$ 定义的可行集中。因此，在黎曼优化过程的每次迭代中，更新后的点 $\mathbf{\Phi}^{(t+1)}{}_{\mathrm{R}} = R_{\mathbf{\Phi}^{(t)}{}_{\mathrm{R}}}(\alpha_t\mathbf{\Xi}^{(t)}{}_{\mathrm{R}})$ 都仍是斯蒂费尔流形上的有效元素。

2) $\mathbf{\Phi}_T$的优化：沿用反射情形的类似方法，现在在固定 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}$ 的情况下优化透射响应。优化子问题如下：

$$\min_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}} \sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}} t_{k_t}\, \varepsilon_{k_t}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}, \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}) \tag{66a}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} = \mathbf{I}, \tag{66b}$$

Algorithm 2 Optimization of $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{z}}$ with $z = R$ or $z = T$

Input: $\{\mathbf{w}_j\}$, $\{u_{k_r}\}$, $\{t_{k_r}\}$, $\{\mathbf{g}_{k_r}\}$, $(\mathbf{E}_{\mathrm{z}}, \mathbf{A}, \mathbf{G}, \mathbf{N})$; tolerance ε, max iter T.
Build $\mathbf{S}_{\mathrm{z}}$, $\mathbf{C}_{\mathrm{z}}$, $\mathbf{Q}_{\mathrm{z}}$.
For each k_r: compute $\mathbf{v}_{k_r,\mathrm{z}}$, $\mathbf{M}_{\mathrm{z}}$ and $\mathbf{B}_{\mathrm{z}}$.
Initialize $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{z}}^{(0)}$
for $t = 0, 1, \ldots, T-1$ **do**
  $\mathbf{G}_{\mathrm{z}} = \mathbf{M}_{\mathrm{z}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{z}}^{(t)}\mathbf{Q}_{\mathrm{z}} + \mathbf{B}_{\mathrm{z}}$
  $\mathbf{H}_{\mathrm{z}} = \mathbf{G}_{\mathrm{z}} - \mathbf{\Phi}_{\mathrm{z}}^{(t)}\mathrm{sym}\big((\mathbf{\Phi}_{\mathrm{z}}^{(t)})^H\mathbf{G}_{\mathrm{z}}\big)$
  if $\|\mathbf{H}_{\mathrm{z}}\|_F \le \varepsilon$ **then break**
  end if
  Set search direction $\mathbf{\Xi}_{\mathrm{z}} = -\mathbf{H}_{\mathrm{z}}$; select step α_t by backtracking Armijo.
  $\mathbf{Z} = \mathbf{\Phi}_{\mathrm{z}}^{(t)} + \alpha_t\mathbf{\Xi}_{\mathrm{z}}$; compute economy QR/polar: $\mathbf{Z} = \mathbf{Q}\mathbf{z}$.
  $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{z}}^{(t+1)} \leftarrow \mathbf{Q}$.
end for
Output: $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{z}}$.

这将 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}$ 限制在复Stiefel流形上。给定**矩阵** $= [\mathbf{w}_1、\ldots\ldots、\mathbf{w}_K]$，并定义固定矩阵：

$$\mathbf{S}_{\mathrm{T}} \triangleq \mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{G}\mathbf{W}, \quad \mathbf{C}_{\mathrm{T}} \triangleq \mathbf{E}_{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{N}\mathbf{A}\mathbf{E}_{\mathrm{T}}^H, \tag{67a}$$

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{T}} \triangleq \mathbf{S}_{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{\mathrm{T}}^H + \mathbf{C}_{\mathrm{T}}. \tag{67b}$$

对于每个 $k_t \in \mathcal{K}_{\mathrm{T}}$，令 $d_{k_t,\,j} \triangleq \mathbf{h}_{k_t}^H\mathbf{w}j$，令 $\mathbf{s}_{\mathrm{T},\,j}$ 表示$\mathbf{S}_{\mathrm{T}}$ 的第 j 列，并定义：

$$\mathbf{v}_{k_t,\mathrm{T}} \triangleq |u_{k_t}|^2 \sum_{j\in\mathcal{K}} \mathbf{s}_{\mathrm{T},j}\, d_{k_t,j}^* \;-\; u_{k_t}\, \mathbf{s}_{\mathrm{T},k_t} \in \mathbb{C}^{n_{\mathrm{T}}}. \tag{68}$$

舍去与 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}$ 无关的项后，目标函数可写为：

$$\begin{aligned}f_{\mathrm{T}}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}) = \sum_{k_t\in\mathcal{K}_{\mathrm{T}}} t_{k_t}\Big(&|u_{k_t}|^2\,\mathrm{tr}\big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{g}_{k_t}\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathrm{T}}\big) \\ &+ 2\,\Re\{\mathrm{tr}(\mathbf{v}_{k_t,\mathrm{T}}\mathbf{g}_{k_t}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}})\}\Big).\end{aligned} \tag{69}$$

欧几里得梯度为：

$$\nabla f_{\mathrm{T}}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}) = \sum_{k_t} t_{k_t}\left(|u_{k_t}|^2\, \mathbf{g}_{k_t}\mathbf{g}_{k_t}^H\, \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\, \mathbf{Q}_{\mathrm{T}} + 2\, \mathbf{g}_{k_t}\mathbf{v}_{k_t,\mathrm{T}}^H\right). \tag{70}$$

合并常数项后得到：

$$\mathbf{M}_{\mathrm{T}} \triangleq \sum_{k_t} t_{k_t}|u_{k_t}|^2\, \mathbf{g}_{k_t}\mathbf{g}_{k_t}^H, \qquad \mathbf{B}_{\mathrm{T}} \triangleq \sum_{k_t} 2t_{k_t}\, \mathbf{g}_{k_t}\mathbf{v}_{k_t,\mathrm{T}}^H, \tag{71a}$$

$$\nabla f_{\mathrm{T}}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}) = \mathbf{M}_{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathrm{T}} + \mathbf{B}_{\mathrm{T}}. \tag{71b}$$

投影到切空间 $\mathcal{T}_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}}\mathrm{St} = \{\mathbf{\Xi}_{\mathrm{T}} :\ \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{\Xi}_{\mathrm{T}} + \mathbf{\Xi}_{\mathrm{T}}^H\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} = \mathbf{0}\}$ 即可得到黎曼梯度：

$$\begin{aligned}\mathrm{grad}\, f_{\mathrm{T}}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}) =& \big(\mathbf{M}_{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathrm{T}} + \mathbf{B}_{\mathrm{T}}\big) \\ &- \mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\,\mathrm{sym}\Big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}^H\big(\mathbf{M}_{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathrm{T}} + \mathbf{B}_{\mathrm{T}}\big)\Big),\end{aligned} \tag{72}$$

其中 $= \frac{1}{2}(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}(\mathbf{X} + \mathbf{X}^H)$。我们采用相同的 QR（或极分解）回缩，以维持斯蒂费尔流形约束。

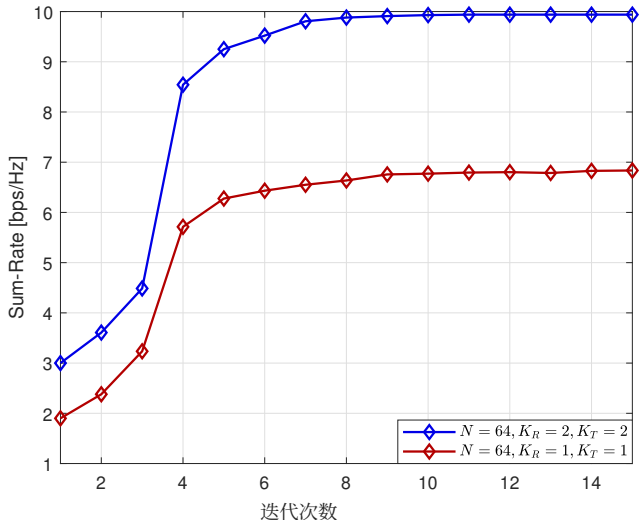


图2：所提方法在 P_{BS} =20 dBm 下的收敛情况。

对于给定点 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}$ 和切向步方向 $\mathbf{\Xi}_{\mathrm{T}} \in \mathcal{T}_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}}\mathrm{St}$，回缩为：

$$R_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}}(\mathbf{\Xi}_{\mathrm{T}}) = \mathrm{qf}\big(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} + \mathbf{\Xi}_{\mathrm{T}}\big), \tag{73}$$

其中，qf(·) 从经济型 QR 分解中提取正交归一因子。也就是说，如果：

$$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}} + \mathbf{\Xi}_{\mathrm{T}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{T}}\mathbf{R}_{\mathrm{T}}, \tag{74}$$

其中 $\mathbf{Q}_{\mathrm{T}}$ 满足 $\mathbf{Q}_{\mathrm{T}}^{H}\mathbf{Q}_{\mathrm{T}} = \mathbf{I}$，且 $\mathbf{R}_{\mathrm{T}}$ 为上三角矩阵，则回缩后的点为：

$$R_{\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}}(\mathbf{\Xi}_{\mathrm{T}}) = \mathbf{Q}_{\mathrm{T}}. \tag{75}$$

在算法2中给出了优化矩阵 $\mathbf{\Phi}_z$响应的完整优化流程，其中 $z = T$ 或 $z = R$。

最后，算法3正式给出了求解联合问题的整体算法。图2展示了所提方法在发射功率为 20 dBm、每区域有 2 个或 1 个用户时的典型收敛行为。

G. 收敛性分析

所提出的算法遵循式（29）中WMMSE重构下的交替优化（AO）结构。在每次外层迭代中，接收均衡器和权重以闭式形式更新为其MMSE最优值，这会使相应模块得到精确最小化，因此不会增加全局目标函数。给定这些更新后，数字波束成形模块是凸的，并通过式（39）–（40）中的KKT系统，结合对对偶变量进行一维二分法以满足基站功率约束，从而求得最优解；这同样会使目标函数保持非增。放大矩阵子问题（42）是带有线性/凸功率约束的凸二次规划；使用标准凸优化求解器对其求解可得到全局极小值点，因此会进一步降低（或保持）代价。对于能量分割变量，循环坐标下降

算法3 有源 STAR BD-RIS 和速率最大化的 WMMSE–AO

1：输入：$\{\mathbf{h}_k、\mathbf{g}_k\}$、G、N、$P_{\mathrm{BS}}$；初始化 $\{\mathbf{w}_k^{(0)}\}$、$\mathbf{\Phi}^{(0)}\mathrm{R}$、$\mathbf{\Phi}^{(0)}\mathrm{T}$、$\mathrm{A}^{(0)}$、$(\mathrm{E}^{(0)}\mathrm{R}\ ,\mathrm{E}^{(0)}\mathrm{T})$；容差 ε，最大迭代次数 T。2：对于 $t = 0、1、\ldots、T-1$，执行 3：更新均衡器：对于所有 $k \in \mathcal{K}$：根据式（30）–（31）计算 $u_k^{(t+1)}$ 4：更新均方误差权重：根据式（32）设置 $t_k^{(t+1)} = 1/\varepsilon_k^{\mathrm{MMSE}}$。5：更新波束成形器：通过式（37）–（38）构造Q；求得满足基站功率约束的$\lambda \geq 0$；根据式（39）–（40）更新 $\{\mathbf{w}_k^{(t+1)}\}$。6：更新放大矩阵：求解凸问题（42）以获得$\mathrm{A}^{(t+1)}$。7：更新能量分割：使用当前变量调用算法1，得到（$\mathrm{E}^{(t+1)}\mathrm{R}$,$\mathrm{E}^{(t+1)}\mathrm{T}$）。8：更新BD-RIS响应：（a）固定 $\mathbf{\Phi}^{(t)}\mathrm{T}$，调用算法2并使用 $z{=}R$ 得到 $\mathbf{\Phi}^{(t+1)}\mathrm{R}$。（b）固定 $\mathbf{\Phi}^{(t+1)}\mathrm{R}$，调用算法2并使用 $z{=}T$ 得到 $\mathbf{\Phi}^{(t+1)}\mathrm{T}$。9：检查收敛性 10：结束循环 11：输出：$\{\mathbf{w}_k\}$、A、（$\mathrm{E_R}$、$\mathrm{E_T}$）、（$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}$、$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}$）。

该过程针对每个坐标评估一个有限候选集，并且仅接受能够严格降低全局加权最小均方误差目标函数的更新；如果没有找到这样的更新，则保留当前值。此全局接受规则可保证单调下降，同时允许采用避免边界陷阱的内部步骤。最后，利用带有 Armijo回溯和 QR/极分解回缩的黎曼投影梯度步骤，在复Stiefel流形上更新反射和透射 BD-RIS响应矩阵。每个被接受的步骤都满足充分下降条件并保持可行性，因此这些块在目标函数上也具有非扩张性。

由于每个块更新要么是全局最优的（凸块），要么保证充分下降（流形块和坐标块），因此在外层迭代过程中，整体加权最小均方误差目标函数单调不增。目标函数有下界，因为在最优 t_k处，每一项 $t_k\varepsilon_k - \ln t_k$ 均为非负数，因此目标值序列收敛。标准的 AO 和黎曼优化论证进而表明，迭代序列的每个聚点都满足块级一阶最优性（即其余块固定时，每个子问题的 KKT条件）。由于 WMMSE–速率等价性严格成立，这类块驻点对应于原始和速率最大化问题 (24) 的一阶驻点解。在实践中，当加权最小均方误差目标函数的相对下降量低于一个较小阈值时，我们便终止算法；经验上，这与原始变量接近驻点的状态相吻合。

H. 复杂度分析

所提出的 WMMSE–AO算法每次外层迭代的计算复杂度总结如下。更新最小均方误差均衡器和权重需要$\mathcal{O}(K^2M + KN^2)$次运算，而数字波束成形步骤则需要构造并分解曲率矩阵

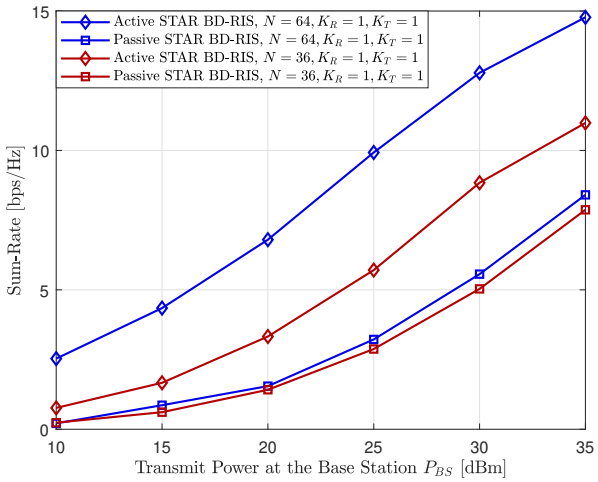


图 3：有 1 个透射用户和 1 个反射用户时，和速率随 P_{BS} 的变化。

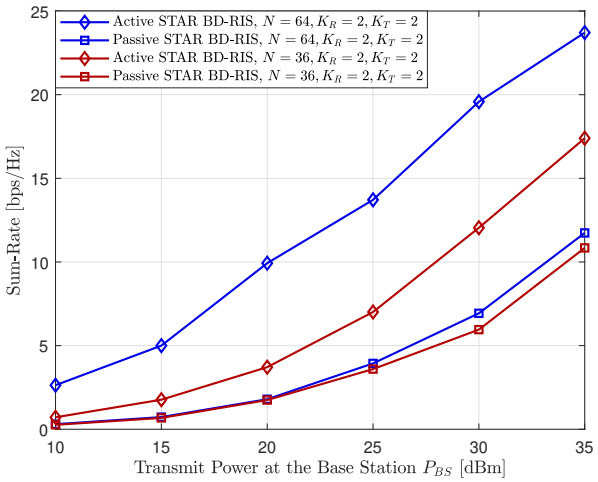


图 4：有 1 个透射用户和 1 个反射用户时，和速率随 P_{BS} 的变化。

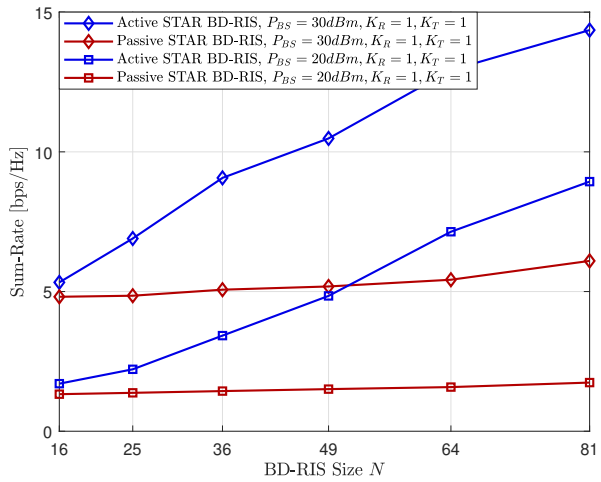
$\mathbf{Q}$ ，其计算量为 $\mathcal{O}(M^3)$。更新放大矩阵时，由于$\mathbf{A}$ 为对角矩阵，因此可得到一个包含 N 个变量的凸二次规划；由于矩阵具有对角结构，其求解复杂度为 $\widetilde{\mathcal{O}}(N^2)$。通过循环坐标下降进行能量分割优化的复杂度为 $\mathcal{O}(NSK)$，其中 S 表示每个元素的候选值数量；对 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}$ 和 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{T}}$ 进行黎曼更新各需要 $\mathcal{O}(I_\Phi N^3)$次运算，且可并行执行。因此，每次迭代的总复杂度为 $\mathcal{O}(M^3+N^2+I_\Phi N^3+K^2M+KN^2)$，主要由有源 STAR BD-RIS优化决定。

IV. 仿真结果

本节提供了大量仿真结果，以展示所提多功能 BD-RIS 架构的优势，并说明所提算法的有效性。我们假设可重构智能表面和用户处的噪声水平相同，分别为 $\sigma_k = \sigma_i = -90\mathrm{dBm}\ \forall k \in \mathcal{K}$和 $1 \le i \le N$。系统载波频率设为 $f = 3.5$ GHz。基站发射天线阵列假设为均匀线性阵列，天线间距为 $\lambda/2$，其中 λ 表示波长。信道采用莱斯衰落信道模型，即$\mathbf{h} = \sqrt{\frac{\kappa}{1+\kappa}}\mathbf{h}_{LoS} + \sqrt{\frac{1}{1+\kappa}}\mathbf{h}_{NLoS}$，其中$\mathbf{h}_{LoS}$、$\mathbf{h}_{NLoS}$和 κ分别表示视距（LoS）分量、非视距分量和莱斯因子。对于直达信道$\mathbf{h}_k, \forall k$，路径损耗指数设为 2.9；对于基站经 BD-RIS 到用户的信道，路径损耗指数设为 2，且 $\kappa = 3\mathrm{dB}$。基站和 BD-RIS 的三维坐标分别设为 $p_{BS} = (0,0,10)$ 和 $p_{RIS} = (180,0,5)$，用户在反射区和透射区内的位置假设为随机分布在以可重构智能表面位置为圆心、半径为 40m 的圆周上。BD-RIS 的最大发射功率固定为 $P_{\max} = 10\mathrm{dBm}$，单个放大器限值设为 $P_{\max,i} = P_{\max}/N, \forall i$。发射天线数设为 10，并考虑不同尺寸的 BD-RIS。下文将所提方法称为有源 *STAR BD-RIS*，并以无源*STAR BD-RIS*这一传统方案作为基准进行比较。

图3展示了 $K_R = 1$,$K_T = 1$时的性能，可以看出，在基站不同发射功率水平下，所提方法在所有可重构智能表面尺寸下均持续优于被动对照方案。对于 $N = 64$，在低发射功率（$P_{\mathrm{BS}} = 10$ dBm）下，有源方法的和速率约高出 $\sim$ 1100%；而在高功率（$P_{\mathrm{BS}} = 35\mathrm{dBm}$）下，增益缩小至约 $\sim$ 75.9%。类似地，对于 $N = 36$，有源方案在低功率下的增益约为$\sim$ 225%，在高功率下约为 $\sim$ 40 %，这凸显了即使单元数较少，该方案仍然有效。图4展示了 $K_R = 2$, $K_T = 2$时的性能。对于 $N = 64$，所提方法在低功率（$P_{\mathrm{BS}} = 10$ dBm）下的和速率约高出$\sim$ 770%，在高功率（$P_{\mathrm{BS}} = 35$ dBm）下约高出 $\sim$ 102%；而对于 $N = 36$，低功率和高功率下的增益分别约为 $\sim$ 170%和 $\sim$ 60%。这些结果凸显了有源 BD-RIS 带来的显著性能提升，尤其是在低功率区间以及不同可重构智能表面规模下。

图5展示了两个用户情况下和速率随 BD-RIS 尺寸 N 的变化，其中 $K_R = 1$, K_T =1。显然，在所考虑的两种发射功率水平下，所提方法在所有可重构智能表面尺寸下均持续优于无源基准方案。对于较小的可重构智能表面尺寸 $N = 16$，在发射功率为 30dBm 和 20dBm 时，所提方法分别仅获得 $\sim$ 10% 和 $\sim$ 28% 的额外增益。然而，随着 BD-RIS 尺寸增大，性能增益显著提升。具体而言，当 BD-RIS 尺寸为 81 时，在发射功率水平为 30 dBm 和 20 dBm 时，所提方法分别获得 $\sim$135% 和 $\sim$412% 的额外增益。图6展示了 $K_R = 2$, $K_T = 2$ 时 4个用户的情况。可以看到，当可重构智能表面尺寸较小 $N = 16$ 时，所提方法在发射功率为 30 dBm 和 20 dBm 时分别获得 $\sim$ 18% 和 $\sim$ 10% 的额外增益。随着 BD-RIS 尺寸增大，增益显著提升；在发射功率为 30dBm 和 20dBm 时，所提方法分别获得 $\sim$ 185% 和 $\sim$ 340% 的额外增益。请注意，在两幅图中，每



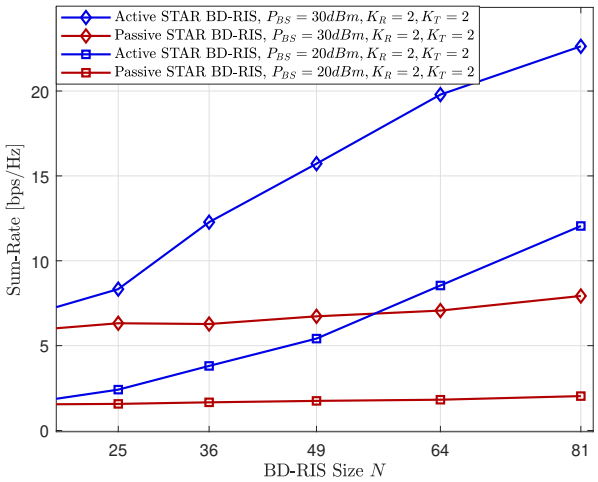


图 5：每个区域有 1 个用户时，和速率随 BD-RIS 尺寸的变化。图 6：每个区域有 2 个用户时，和速率随 BD-RIS 尺寸的变化。

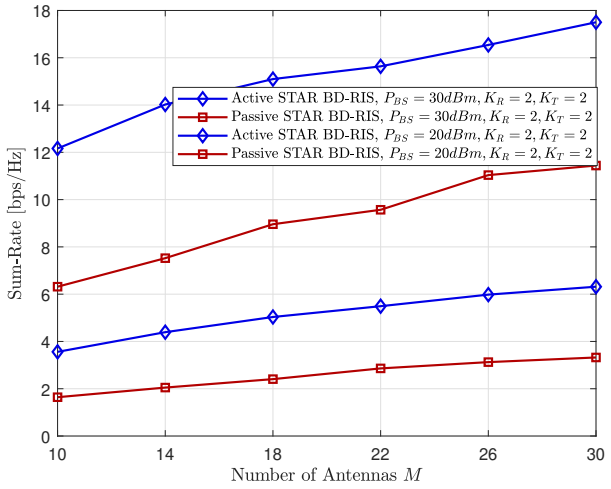


图 7：BD-RIS 尺寸为 $N = 36$ 时，和速率随天线数量的变化。

无源超对角可重构智能表面的性能变化都非常缓慢，这凸显了所提方法在各种 BD-RIS 尺寸下的潜力。

在以下分析中，我们固定 BD-RIS 尺寸为 $M = 36$，并评估有源和无源 BD-RIS 架构的性能随基站发射天线数量的变化情况，如图 7 所示。结果表明，将发射天线数量从 $M = 10$ 增加到 $M = 30$，虽然能显著提高两种方案的和速率，但在不同天线配置和功率水平下，有源与无源 BD-RIS 之间的相对性能差距始终维持在约 $\sim 93\%$ 至 $\sim 116\%$。这种稳定的增益表明，增加基站天线数量对两种架构的改善程度相近，不会改变它们的相对性能。因此，若要在无源 BD-RIS 的基础上进一步提升性能，更有效的做法是增加有源 BD-RIS 单元的数量，而不是单纯扩大基站天线阵列。

总体而言，仿真结果清楚地展示了所提出架构相较于传统被动对照方案的显著性能优势。有源设计在不同发射功率水平、用户配置和可重构智能表面尺寸下，均能持续获得更高的和速率。尤其是在低功率范围内，性能增益最为显著；有源放大能够有效补偿被动结构固有的信号衰减，在某些情况下带来超过一个数量级的提升。此外，随着 BD-RIS 尺寸增大，性能差距显著扩大，证实了有源架构的可扩展性和有效性。基站天线数量变化时的结果进一步表明，尽管两种系统都能从更大的天线阵列中受益，有源方案的相对优势仍保持稳定，这凸显了通过有源单元增强 BD-RIS 所带来的性能提升，远胜于仅仅增加发射天线。综上，这些发现验证了所提出的有源设计在提升下一代无线系统的频谱效率和覆盖范围方面的优越性。

V. 结论

本文提出了一种新型 STAR BD-RIS 架构，具备逐单元放大和无损功率分 splitting 功能，并基于实际硬件和功率约束，建立了物理一致的信号模型。本文还开发了一种具有可证明单调收敛性的基于WMMSE的交替优化算法，为所有变量块提供了闭式且低复杂度的更新。仿真结果表明，与传统无源STAR BD-RIS相比，该方案显著提升了和速率，尤其是在低功率区间和 RIS 尺寸较大时；同时，在不同基站天线配置下，其性能优势始终稳定。总体而言，所提出的有源架构为提升频谱效率提供了一种可扩展且高效的途径，有助于弥合无源 RIS 与全有源中继系统之间的差距，服务于下一代无线网络。

参考文献

[1] C. Huang, A. Zappone, G. C. Alexandropoulos, M. Debbah, and C. Yuen, 《用于提升无线通信能效的可重构智能表面》，*IEEE*无线通信汇刊，第18卷，第8期，第4157–4170页，2019年。

[2] M. Di Renzo 等，《由可重构人工智能超表面赋能的智能无线电环境：恰逢其时的构想》，*EURASIP*无线通信与网络期刊，第2019卷，第1期，第1–20页，2019年。 [3] M. Jian, G. C. Alexandropoulos, E. Basar, C. Huang, R. Liu, Y. Liu, and C. Yuen，《面向无线通信的可重构智能表面：硬件设计、信道模型与估计技术概述》，智能与融合网络，第3卷，32，2022 1，1第期，第–页。[4] E. Basar, G. C. Alexandropoulos, Y. Liu, Q. Wu, S. Jin, C. Yuen, O. A. Dobre, and R. Schober，《面向6G的可重构智能表面：新兴硬件架构、应用与开放挑战》，*IEEE*车辆技术杂志，第19卷，第3期，第27–47页，2024年。[5] R. K. Fotock, A. Zappone, and M. Di Renzo，《RIS辅助无线网络中的能效优化：具有全局反射约束的有源与近无源RIS》，*IEEE*通信汇刊，第72卷，第1期，第257–272页，2023年。 [6] W. U. Khan, A. Mahmood, C. K. Sheemar, E. Lagunas, S. Chatzinotas, and B. Ottersten，《面向6G非地面网络的可重构智能表面：助力空中连接》，*IEEE*物联网杂志，第7卷，第1期，第34–39页，2024年。 [7] M. Jian, G. C. Alexandropoulos, E. Basar, C. Huang, R. Liu, Y. Liu, and C. Yuen，《面向无线通信的可重构智能表面：硬件设计、信道模型与估计技术概述》，智能与融合网络，第3卷，第1期，第1–32页，2022年。[8] S. Lin, B. Zheng, G. C. Alexandropoulos, M. Wen, M. Di Renzo, and F. Chen，《具有反射模式调制的可重构智能表面：波束成形设计与性能分析》，*IEEE*无线通信汇刊，第20卷，754，2020 2，741第期，第–页。[9] Y. Liu, X. Liu, X. Mu, T. Hou, J. Xu, M. Di Renzo, and N. Al-Dhahir，《可重构智能表面：原理与机遇》，*IEEE*通信调查与教程，第23卷，1577，2021 3，1546第期，第–页。[10] T. Hou, Y. Liu, Z. Song, X. Sun, Y. Chen, and L. Hanzo，《可重构智能表面辅助的非正交多址接入网络》，*IEEE*通信领域精选期刊，第38卷，第11期，第2575–2588页，2020年。 [11] E. Basar, G. C. Alexandropoulos, Y. Liu, Q. Wu, S. Jin, C. Yuen, O. A. Dobre, and R. Schober，《面向6G的可重构智能表面：新兴硬件架构、应用与开放挑战》，*IEEE*车辆技术杂志，2024年。 [12] W. U. Khan, M. Ahmed, C. K. Sheemar, M. Di Renzo, E. La- gunas, A. Mahmood, S. T. Shah, O. A. Dobre, J. Querol, and S. Chatzinotas，《超对角RIS赋能的6G无线网络综述：基础、最新进展与挑战》，*arXiv*预印本 *arXiv:2503.08423*，2025年。 [13] T. Fang and Y. Mao，《面向超对角RIS辅助多用户网络的低复杂度波束成形设计》，*IEEE*通信快报，第28卷，第1期，第203–207页，2023年。 [14] M. Nerini, S. Shen, and B. Clerckx，《超对角可重构智能表面的闭式全局优化》，*IEEE*无线通信汇刊，第23卷，第2期，第1037–1051页，2023年。 [15] H. Li, S. Shen, and B. Clerckx，《超对角可重构智能表面：实现高度定向全空间无线覆盖的多扇区模式》，*IEEE*通信领域精选期刊，第41卷，第8期，第2446–2460页，2023年。 [16] M. Nerini, S. Shen, H. Li, and B. Clerckx，《利用图论的超对角可重构智能表面：建模、架构设计与优化》，*IEEE*无线通信汇刊，第23卷，第8期，第9972–9985页，2024年。 [17] H. Li, S. Shen, M. Nerini, M. Di Renzo, and B. Clerckx，《具有互耦的超对角可重构智能表面：建模与优化》，*IEEE*通信快报，第28卷，第4期，第937–941页，2024年。 [18] Y. Zhou, Y. Liu, H. Li, Q. Wu, S. Shen, and B. Clerckx，《利用超对角RIS优化功耗、能效和和速率——一种统一方法》，*IEEE*无线通信汇刊，第23卷，第7期，第7423–7438页，2023年。 [19] Z. Wu and B. Clerckx，《多用户MIMO中的超对角RIS：图论建模与低复杂度最优架构》，*arXiv*预印本 *arXiv:2502.16509*，2025年。[20] Y. Liu, X. Mu, J. Xu, R. Schober, Y. Hao, H. V. Poor, and L. Hanzo，《STAR：利用智能表面实现360°覆盖的同时透射与反射》，*IEEE*无线通信，第28卷，第6期，第102–109页，2022年。 [21] M. Ahmed, A. Wahid, S. S. Laique, W. U. Khan, A. Ihsan, F. Xu, S. Chatzinotas, and Z. Han，《STAR-RIS综述：应用场景、最新进展与未来研究挑战”，*IEEE*物联网期刊，第10卷，第16期，第14 689–14 711页，2023年。[22] X. Mu、Y. Liu、L. Guo、J. Lin和R. Schober，“同时透射与反射（STAR）可重构智能表面辅助无线通信”，*IEEE*无线通信汇刊，第21卷，第5期，第3083–3098页，2021年。[23] J. Xu、Y. Liu、X. Mu和O. A. Dobre，“STAR可重构智能表面：同时透射与反射可重构智能表面”，*IEEE*通信快报，第25卷，第9期，第3134–3138页，2021年。[24] C. Wu、C. You、Y. Liu、X. Gu和Y. Cai，“STAR-RIS辅助无线通信的信道估计”，*IEEE*通信快报，第26卷，第3期，第652–656页，2021年。[25] H. Niu、Z. Chu、F. Zhou、P. Xiao和N. Al-Dhahir，“STAR-RIS辅助多输入多输出系统的加权和速率优化”，*IEEE*车辆技术汇刊，第71卷，第2期，第2122–2127页，2021年。[26] F. Fang、B. Wu、S. Fu、Z. Ding和X. Wang，“STAR-RIS辅助多输入多输出非正交多址网络的能效设计”，*IEEE Transactions on Communications*，第71卷，第1期，第498–511页，2022年。[27] X. Li、Y. Zheng、M. Zeng、Y. Liu和O. A. Dobre，“提升STAR-RIS非正交多址网络的保密性能”，*IEEE*车辆技术汇刊，第72卷，第2期，第2684–2688页，2022年。[28] Q. Zhang、Y. Zhao、H. Li、S. Hou和Z. Song，“STAR-RIS辅助无人机通信系统的联合优化”，*IEEE Wireless Communi- cations Letters*，第11卷，第11期，第2390–2394页，2022年。[29] Y. Ma、M. Li、Y. Liu、Q. Wu和Q. Liu，“面向反射与透射双功能有源RIS辅助系统的优化”，*IEEE Transactions on Communications*，第71卷，第9期，第5534–5548页，2023年。[30] X. Ma、X. Lei、P. T. Mathiopoulos和D. B. da Costa，“有源STAR-RIS辅助无小区大规模多输入多输出：性能研究”，*IEEE*车辆技术汇刊，第73卷，第2期，第2936–2941页，2023年。[31] W. Ni、A. Zheng、W. Wang、D. Niyato、N. Al-Dhahir和M. Debbah，“从单功能到多功能可重构智能表面：架构、关键技术、挑战与应用”，*IEEE*网络，2024年。[32] S. Zhang、W. Hao、G. Sun、C. Huang、Z. Zhu、X. Li和C. Yuen，“有源STAR-RIS辅助通感一体化系统的联合波束成形优化”，*IEEE*无线通信汇刊，2024年。[33] A. Papazafeiropoulos、H. Ge、P. Kourtessis、T. Ratnarajah、S. Chatzino- tas和S. Papavassiliou，“有源STAR-RIS辅助大规模多输入多输出系统的双时间尺度设计”，*IEEE*车辆技术汇刊，第73卷，第7期，第10 118–10 134页，2024年。[34] S. Faramarzi、H. Zarini、S. Javadi、M. R. Mili、R. Zhang、G. K. Karagian- nidis和N. Al-Dhahir，“有源STAR-RIS辅助无线信息与能量同传系统的能效设计”，*IEEE*无线通信汇刊，2025年。[35] H. Li、S. Shen和B. Clerckx，“超越对角RIS：从透射与反射模式到单连接、分组连接和全连接架构”，*IEEE Trans. Wireless Commun.*，第22卷，第4期，第2311–2324页，2022年。[36] ——，“具有混合透射与反射模式的超越对角可重构智能表面动态分组策略”，*IEEE*车辆技术汇刊，第72卷，第12期，第16 748–16 753页，2023年。[37] Z. Ming、S. Shen、J. Rao、Z. Li、J. Zhang、C. Y. Chiu和R. Murch，“一种具备独立波束控制与功率分割功能的混合透射与反射超越对角可重构智能表面”，*arXiv*预印本 *arXiv:2504.09618*，2025年。[38] A. Mahmood、T. X. Vu、S. Chatzinotas和B. Ottersten，“利用超越对角RIS增强室内外太赫兹通信：优化与性能分析”，载于*2024*年*IEEE*第*35*届个人、室内和移动无线电通信国际研讨会（*PIMRC*）。IEEE，2024年，第1–6页。[39] C. K. Sheemar、W. Ullah Khan、G. C. Alexandropoulos、M. Ahmed和S. Chatzinotas，“用于和速率最大化的最小均方误差全息波束成形”，*IEEEWireless CommunicationsLetters*，第14卷，第10期，第3039–3043页，2025年。[40] S. S. Christensen、R. Agarwal、E. De Carvalho和J. M. Cioffi，“采用加权最小均方误差实现多输入多输出广播信道波束成形设计的加权和速率最大化”，*IEEE*无线通信汇刊，第7卷，第12期，第4792–4799页，2008年。