全月面覆盖的土星卫星低能量低推力探测之旅

Chiara Pozzi[a]、Mauro Pontani[b]、Alessandro Beolchi[a]、Hadi Susanto[c]、Elena Fantino*[d]

[a]哈利法科学与技术大学航空航天工程系，邮政信箱*127788*，阿布扎比，阿拉伯联合酋长国[b]罗马第一大学机械与航空航天工程系，意大利罗马[c]哈利法科学与技术大学数学系，邮政信箱*127788*，阿布扎比，阿拉伯联合酋长国[d]哈利法科学与技术大学航空航天工程与极地研究中心，邮政信箱*127788*，阿布扎比，阿拉伯联合酋长国，*elena.fantino@ku.ac.ae*

arXiv:2603.07085v1 [math.DS] 7 Mar 2026

摘要

本研究提出了一项探测土星内大卫星——土卫五、土卫四、土卫三、土卫二和土卫一——的任务轨迹设计方案。该方案旨在满足科学界和主要航天机构所规定的观测要求，包括实现完整的表面覆盖，同时确保燃料消耗低，并兼容现有的电源与推进技术（放射性同位素热电发生器和霍尔效应推力器）。任务从土卫五出发，以土卫一为终点，采用一种交替式轨迹方案：围绕每颗卫星进行长时间观测，然后沿以土星为中心的小推力螺旋弧高效转移至序列中的下一个目标。设计卫星周围探测路径时，采用受 J_2 摄动的圆型限制性三体问题作为动力学模型，并以晕轨道作为中转点，构建异宿连接和同宿环，从而确保对目标进行长时间、反复且全面的表面勘察（包括土卫二两极等关键区域；其地质活动通过强烈的物质羽流显现）。晕轨道的稳定和不稳定双曲不变流形充当有动力推进的卫星间转移轨迹的出发与到达门户。后者在基于星历的框架中建模，并纳入系统卫星、太阳以及土星扁率所产生的相关引力摄动。通过严格的摄动分析设定动力学模型，以最大限度提高计算效率，同时确保轨迹设计具有高保真度。采用局部最优制导律来最大限度降低推进剂消耗。所提出的探测路线可替代传统的飞越式任务，其总持续时间相近，但观测时间占比更高，燃料需求更低。本研究在先前工作的基础上，进一步实现了完整的卫星表面覆盖和高保真轨迹建模。

*通讯作者：elena.fantino@ku.ac.ae（Elena Fantino）

工作，通过实现完整的卫星表面覆盖和高保真轨迹建模，取得了进展。关键词： 晕轨道、双曲不变流形、同宿与异宿连接、低能量转移、低推力、摄动、高保真模型、土星系统

---

1. 引言

巨行星的卫星是太阳系中最多样、最具科学吸引力的天体之一。其中，土星凭借其非凡的主要卫星群（土卫一、土卫二、土卫三、土卫四、土卫五）脱颖而出，这些卫星被称为内侧大型卫星（ILM）。卡西尼-惠更斯任务标志着对环绕行星及其复杂卫星系统开展探测的转折点 [1, 2]。此外，该任务还揭示了若干尚未解决的科学问题。正如《行星科学与天体生物学十年战略2023-2032 [3], 要回答这些问题，需要对巨行星系统开展原位探测。这一观点与欧空局“航行2050”计划的目标一致；该计划优先考虑大型科学任务，旨在探测巨行星的卫星，尤其关注土星和土卫二[4]。外太阳系中的海洋世界尤其是极具吸引力的科学研究目标，因为它们是理解太阳系演化的关键，也是在搜寻生物特征时的首选候选天体。在内侧大型卫星中，土卫二凭借其地下活动以及两极的类间歇泉喷流脱颖而出，这些喷流为直接获取源自冰壳下方的物质提供了途径 [5, 6]。因此，欧空局“航行2050”报告 [4] 将土卫二轨道器任务确定为最紧迫的科学优先事项之一。土卫一和土卫四等其他内侧大型卫星同样具有重要的科学潜力。这些主要由冰组成的天体可能存在地下海洋，但目前仍缺乏确凿证据 [7, 8]。同样，土卫三上红色条纹的起源尚不清楚，这凸显了对其开展深入探测的价值。该报告还强调，需要采用高倾角和低高度轨道，以开展全面的重力和磁测量，并进行详细的表面地形测绘。这突显了针对土卫二以及整个内侧大型卫星系统开展专门任务的重要性。

卫星巡游（MT）的首个概念性研究是伽利略卫星的小型大巡游 [9, 10, 11],。该研究采用动力系统方法，设计了由木星与各个卫星构成的圆型限制性三体问题（CR3BP）中的平动点轨道（LPO）之间的转移轨迹。通过耦合不同的圆型限制性三体问题，该研究证明了在这些系统之间拼接弧段的可行性。轨迹设计中经常采用简化的二体模型（二体问题），其中 V∞借力转移（VILT）已成为一种特别有效的方法，可用于构建低保真卫星间

转移轨迹。VILT 是一种连接同一颗卫星处两次连续引力辅助的轨迹，其中包含一次 V无穷杠杆机动（VILM）。VILT 用于通过共振跳跃设计卫星巡游，即拼接与指定卫星处于平均运动共振的连续轨道。Campagnola 等人已发展出这种方法。 [12, 13] 以设计低ΔV 木星和土星卫星周围的入轨机动。Strange、Campagnola 和 Russell [14]发展了一种杠杆巡游方案，通过结合来自土卫六、土卫五、土卫四和土卫三的引力辅助与 VILM，高效地实现了在土卫二处的捕获。在假设采用化学推进系统的情况下，与从土卫六直接转移相比，该方案将推进剂消耗降至不到一半。共振跳跃还可扩展至圆型限制性三体问题框架。事实上，研究人员通过 Tisserand–Poincaré（T-P）图关联了不同的圆型限制性三体问题，并据此在共振跳跃巡游的背景下识别出周期轨道族。该方法由 [15] 针对木星系统提出。T-P 图方法可确定弹道终局，并关联不同的圆型限制性三体问题系统，从而构建卫星之间的高效转移轨迹。与脉冲机动相比，T-P 图方法借助共振轨道和高空飞越，显著降低了推进剂消耗。Lantoine 等人进一步 [16, 17] 研究了不稳定共振轨道，以识别木星系统中相邻卫星之间的间接转移。针对土星系统的类似研究也已开展 [18, 19, 20]。最近，Takubo 等人 [21]使用全星历模型，完成了一个经启发式优化的土卫六与土卫二之间 VILT 转移数据库。

卫星巡游的轨迹设计面临重大的动力学挑战。卡西尼任务依靠化学推进系统，在高度椭圆的以土星为中心的轨道上实施一系列快速飞越。在其13年的轨道巡游期间，约使用了700千克推进剂，对应总计 ΔV约800米/秒，但未能实现对任何ILM的轨道捕获。采用化学推进时，在ILM处直接进行轨道捕获需要大量推进剂消耗，使在轨运行不可行。通过 [14], 中设计的杠杆巡游实现了改进，该方案经由一系列VILM在土卫二实现捕获，所需总计 ΔV 为960米/秒、推进剂约1000千克，而从土卫六进行直接转移则需要2750千克。然而，该方法仍依赖快速飞越，可见窗口较短，无法进行长时间观测。 [22]中提出了一种克服这些挑战的重要策略。该方法利用三体问题的自然动力学与电推进，弥合阻碍在土星卫星周围进行常规入轨的能量缺口。该途径依靠低能轨迹实现弱卫星捕获，从而能够长时间驻留，进而开展天体生物学研究。在某些行星系统中，与圆型限制性三体问题中平动点轨道相关的双曲不变流形（HIMs）可充当

作为一种设计低成本卫星巡游的有力工具。传统上，月-月轨迹通过利用庞加莱截面寻找HIMs的交点来确定。然而，在土星系统中，由于流形近乎圆形的以土星为中心的轨道，此类交点在构型空间中并不存在。对于土星情形，采用CR3BP-2BP拼接法在二维中研究了该卫星巡游 [23, 22]。该方法以土星-卫星系统的平面李雅普诺夫轨道（PLOs）作为终端轨道。为连接相继卫星，使用了与PLOs相关的HIMs。其中概述的策略见 [22]基于二维低推力（LT）弧段，以极小的质量消耗连接不变流形的不稳定分支与稳定分支。具体而言，由此得到的1.7年巡游未包含最大的ILM（土卫五），所需总计 ΔV 约为3.1千米/秒，推进剂用量约125千克。对每颗卫星，探测依赖于圆型限制性三体问题中产生的低能轨迹，具体为PLOs之间的二维同宿与异宿连接 [24]。随后，通过以晕轨道替代平面李雅普诺夫轨道（PLOs），将科学轨道扩展至三维空间，从而得以计算三维低能连接 [25]。然而，月际转移阶段仍局限于平面近似。对于探测轨道，通过计入土星与土卫二极向扁率对航天器动力学的影响，实现了进一步细化 [26]。将土星及其卫星近似为球体可能引入误差，因为土星是太阳系中扁率最大的行星，其许多卫星也偏离球形。其他研究考察了圆型限制性三体问题中一个或两个主天体非球形的影响，表明其可改变未扰动框架中得到的周期轨道 [27]。在 [28, 29], 中，作者分析了平面圆型限制性三体问题里周期轨道族与拟周期轨道族在几何与能量上的变化，而 [30, 31] 考察了扁率如何影响平动点的稳定性。

本研究在 [22, 26], 的研究基础上，旨在克服其主要局限，并通过三维巡游推进土星 ILM 探测，制定高保真、燃料高效的策略。具体而言，早期研究 (i) 采用平面、未受摄的圆型限制性三体问题模型来设计科学轨道；(ii) 在二体问题框架下处理卫星间转移，而非采用集成的 N 体模型；(iii) 未提出能够在现实的低推力和功率限制下遍访全部五颗 ILM 的端到端巡游架构。本研究采用由放射性同位素热电发生器 (RTG) 供电的电推进系统，因为土星区域的太阳辐照度较低。这对推力水平施加了严格限制，因此航天器以低推力运行，以适应现有电推进能力。针对上述不足，本研究的目标如下：

- 扩展　通过从平面形式转为空间形式，同时采用

在每个 ILM 的作用球范围内使用 J_2 受摄三体问题模型，利用由此得到的晕轨道及相关 HIMs，围绕 L_1 和 L_2 平衡点构建低能量科学轨道，以实现长时间驻留并提升对极区的覆盖；

- 在基于星历的 N 体动力学框架中，结合低推力电推进与 HIMs，设计三维卫星间转移轨迹，以获得能量上有利的转移轨迹；

- 进行专门的摄动分析，仅保留超过规定精度阈值的效应，从而降低卫星间航段的计算成本，同时维持所需的保真度；

- 构建并评估具有代表性的端到端巡游架构，其中包含全部五个 ILM，尤其是土卫五；此前的研究尚未考虑土卫五。

本研究的总体目标是提出一种新的土星系统探测策略，通过结合弱捕获、低能轨迹和低推力转移弧段，最大限度地减少推进剂用量。图中展示了所提出的任务之旅（MT）概览。1。轨迹由一系列连续区段构成，从土卫五至土卫一；每个区段均包括围绕目标卫星的观测阶段，随后是卫星间的动力飞行段。

本文结构如下。第2 节介绍参考系和动力学模型。第3 节分析轨道摄动，识别并排列纳入动力学模型的相关影响因素。第4 节详细介绍卫星巡游设计方法，包括科学轨道构建和卫星间转移策略。第5 节给出两个任务之旅阶段的结果。第6 节和第7 节总结本文，概述主要发现并展望未来研究方向。本研究的初步版本曾在 76th 国际宇航大会 [32]上发表。表格和图中常用以下缩写：S = 土星，Ti = 土卫六，Rh = 土卫五，Di = 土卫四，Te = 土卫三，En =土卫二，Mi =土卫一。

2. 动力学模型

本节概述了本研究所采用的动力学框架。文中介绍了整个分析过程中使用的参考系。随后给出了 J_2受摄三体问题的公式，该问题构成了探测轨道设计的基础。最后，介绍了用于卫星间转移的动力学模型。

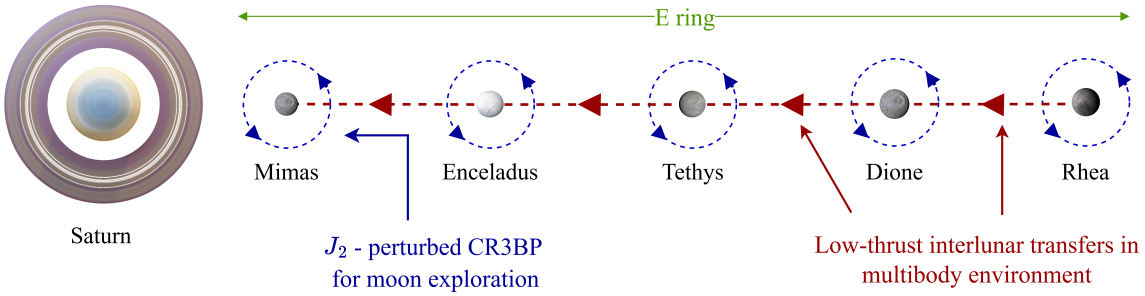


图 1：MT策略示意图，突出显示任务之旅不同阶段所采用的动力学模型。

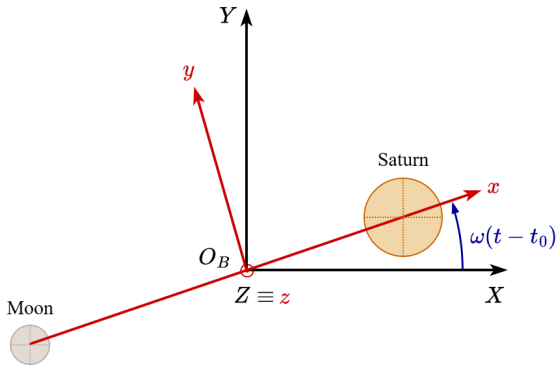
2.1. 参考系

本研究采用固定轴参考系（记为 N）和旋转参考系（记为 R）来描述航天器运动。固定轴参考系相对于恒星不发生旋转，因此在本分析中将其视为惯性参考系。土星中心惯性（SCI）参考系（N_S；O_S；X_S、Y_S、Z_S）原点位于 O_S 土星的质心，并与由三个相互正交的单位向量$\{\boldsymbol{c}_1{}^S$、$\boldsymbol{c}_2{}^S$、$\boldsymbol{c}_3{}^S\}$构成的右手序列相关联。具体而言，$\boldsymbol{c}_1^S$ 与J2000历元土卫二轨道平面和土星赤道面的交线重合，$\boldsymbol{c}_3^S$ 沿土星自转轴方向，$\boldsymbol{c}_2^S$ 则补足该右手三元组。

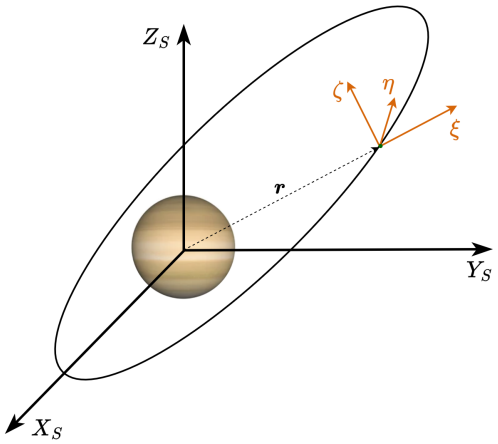
质心惯性系 $(\mathrm{N}_B;\ O_B;\ X,YZ)$ 的原点位于土星—卫星系统的质心 O_B。该坐标系对应由三个相互正交的单位向量 $\{\boldsymbol{c}_1{}^B,\ \boldsymbol{c}_2{}^B,\ \boldsymbol{c}_3{}^B\}$ 构成的右手序列，其中 $\boldsymbol{c}_1^B$ 在参考历元 t_0 与连接土星和卫星的直线上对齐，并指向土星；$\boldsymbol{c}_2^B$ 位于该系统的轨道平面内；$\boldsymbol{c}_3^B$ 则与轨道角动量矢量对齐。质心旋转坐标系 $(\mathrm{R}_{SYN};\ O_B;\ x,y,z)$ 是一个旋转坐标系，其原点与 N_B 重合，并由右手三元组 $\{\boldsymbol{i},\ \boldsymbol{j},\ \boldsymbol{k}\}$ 确定。单位向量 $\boldsymbol{i}$ 从质心指向土星，$\boldsymbol{k}$ 与系统的角动量矢量对齐。会合坐标系以角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 绕 $\boldsymbol{k} \equiv \boldsymbol{c}_3^B$ 旋转，其中 ω 表示土星—卫星系统的平均运动。从 N_B 到 R_{SYN} 的旋转矩阵表示为

$$\underset{\mathcal{R}_{SYN}\leftarrow\mathcal{N}_B}{\mathbf{R}} = \mathbf{R}_3\left(\omega\ (t-t_0)\right). \tag{1}$$

在历元 t_0时，两个参考系重合。图2a 展示了这两个参考系，它们以系统质心为共同原点。



(a) 土星的质心惯性（黑色）与会合（红色）参考系-卫星系统。



(b) SCI 和航天器中心RSW坐标系。

图 2：动力学模型中使用的参考系。

径向–横向–法向（RSW）参考系（$\mathcal{R}_{RSW}$ $O_{S/C}$; ξ, η, ζ）是一个以航天器为中心、相对于航天器瞬时轨道运动定义的旋转坐标系。它由一组按右手序列排列的单位向量 $\{\boldsymbol{u}_r,\ \boldsymbol{u}_\theta,\ \boldsymbol{u}_h\}$构成。具体而言，$\boldsymbol{u}_r$与航天器位置矢量方向一致，$\boldsymbol{u}_h$ 指向轨道角动量方向，而 $\boldsymbol{u}_\theta$ 则补全右手三向量组。图2b 展示了 SCI 坐标系$\mathcal{N}_S$ 以及旋转的 RSW 坐标系。若 Ω、 i和 θ_t 分别表示瞬时升交点经度、倾角和纬 argument of latitude，则从惯性参考系（即 SCI）到 RSW 的旋转矩阵为

$$\underset{\mathcal{R}_{\mathrm{RSW}}\leftarrow\mathcal{N}_{\mathrm{S}}}{\mathbf{R}} = \mathbf{R}_3\left(\theta_t\right)\mathbf{R}_1\left(i\right)\mathbf{R}_3\left(\Omega\right). \tag{2}$$

2.2. 晕轨道和科学轨道的动力学模型

月面观测的探测轨道是在圆型限制性三体问题（CR3BP）框架下建模的。该系统仅包含土星和一颗卫星这两个大质量天体，它们以圆轨道绕共同质心运行。由于 ILM 轨道的偏心率较低（见表 1），这一近似是合理的。为提高模型的保真度，引入第二带谐项（J_2），以考虑主天体的扁率。由此得到的 J_2–受摄三体问题将质量分别为 m_1 和 m_2的两个扁椭球体视为相距恒定距离 d （见图3），且二者的最大惯性轴彼此平行

表 1：土星主要卫星的质量、赤道半径 R、平均轨道半径 d、轨道周期 T和轨道根数，以及 J_2 系数（原始数据来自 [33]）。关于影响球半径的定义，请参阅第 4.2节。

Moon	Mass [10^{20} 千克]	R [km]	d [10^3 千米]	T [天]	倾角 [度]	偏心率 -	J_2 -	作用球半径 [10^3 千米]
S	$568.32 \cdot 10^4$	60268	-	-	-	-	$1.6291 \cdot 10^{-2}$	-
Mi	0.3799	207.4	185.52	0.9424	1.53	0.0202	$3.1089 \cdot 10^{-2}$	1.123
En	1.0805	256.6	238.02	1.3702	0.01	0.0045	$5.4352 \cdot 10^{-3}$	2.195
Te	6.1742	540.4	294.66	1.8878	1.86	0.0000	$9.4345 \cdot 10^{-3}$	5.463
Di	10.954	563.8	377.40	2.7369	0.02	0.0022	$1。4368 \cdot 10^{-3}$	8.791
Rh	23.066	767.2	527.04	4.5175	0.35	0.0010	$9.4961 \cdot 10^{-4}$	16.54
Ti	1345.5	2575	1221.9	15.945	0.33	0.0292	$3.3414 \cdot 10^{-5}$	-

，并与系统的轨道角动量方向平行。[1] 第三个质量可忽略的天体（即航天器）仅受主天体的引力作用。

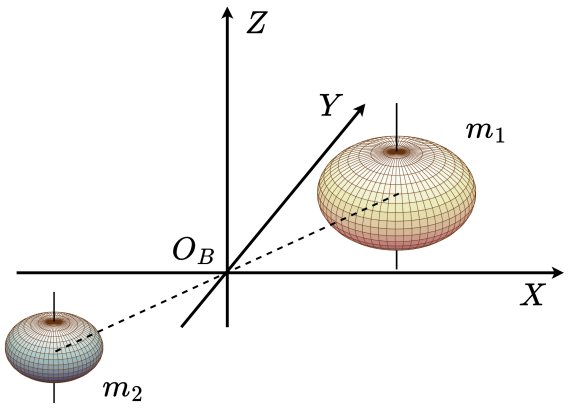


图3：由两个最大惯性轴彼此平行的扁椭球形均匀椭球体组成的系统示意图。

设 X、 Y和 Z表示航天器在$\mathcal{N}_B$坐标系中的坐标，该坐标系以系统质心为原点，主天体的赤道面位于 XY平面内（见图3）。系统的引力势可写为（见 [34]）

[1]这种对齐是潮汐锁定的结果。潮汐锁定会逐渐使天体的轴朝向同一方向，因此可以将它们视为彼此平行。

$$U = \frac{Gm_1}{r_1}\left\{1 - \frac{J_2^1}{2}\left(\frac{R_1}{r_1}\right)^2\left[3\left(\frac{Z}{r_1}\right)^2 - 1\right]\right\} + \frac{Gm_2}{r_2}\left\{1 - \frac{J_2^2}{2}\left(\frac{R_2}{r_2}\right)^2\left[3\left(\frac{Z}{r_2}\right)^2 - 1\right]\right\}, \tag{3}$$

其中， G 为万有引力常数， R_1 和 R_2 为主天体的赤道半径， r_1 和 r_2分别表示第三体到 m_1 和 m_2的距离，而 J_2^i $(i = 1,\ 2)$为各主天体的第二带谐系数。

按照 [26],的推导，若 m_1 和 m_2 围绕共同质心做圆周运动，该系统的角速度为常数，且等于其轨道平均运动（见 [34]）

$$n = \sqrt{\frac{G(m_1 + m_2)}{d^3}\left[1 + \frac{3}{2}\frac{(J_2^1 R_1^2 + J_2^2 R_2^2)}{d^2}\right]}, \tag{4}$$

转换为无量纲变量后，采用系统的总质量（$m_1 + m_2$）和主天体之间的距离 d 作为参考量，同时将时间按等于 $\sqrt{G}^{\,d^3/(m_1+m_2)}$ 的参考值进行缩放。经过此归一化，引力常数的值为 1。

在受 J_2 摄动的系统中，航天器的归一化引力势为

$$\tilde{U} = \frac{1-\mu}{\tilde{r}_1}\left\{1 - \frac{A_1}{2\tilde{r}_1^2}\left[3\left(\frac{\tilde{Z}}{\tilde{r}_1}\right)^2 - 1\right]\right\} + \frac{\mu}{\tilde{r}_2}\left\{1 - \frac{A_2}{2\tilde{r}_2^2}\left[3\left(\frac{\tilde{Z}}{\tilde{r}_2}\right)^2 - 1\right]\right\}. \tag{5}$$

其中 $\mu = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}$，带波浪号标记的变量为 $\tilde{r}_i = \dfrac{r_i}{d}$，$\tilde{Z} = \dfrac{Z}{d}$，$A_i = \dfrac{J_2^i R_i^2}{d}$。使用这些归一化量，式（4）中的平均运动可简化为

$$\tilde{n} = \sqrt{1 + \frac{3\,(A_1 + A_2)}{2}}. \tag{6}$$

以下均采用归一化单位，为简洁起见省略波浪号。现在考虑式（1）中定义的质心旋转参考系，该参考系以角速度 n 相对于质心惯性系旋转，其中 x轴上较大的主天体位于 $(\mu, 0, 0)$ 处，较小的主天体位于$(\mu - 1, 0, 0)$ 处（见图 4）。该参考系中的运动方程为

$$
\begin{cases}
\ddot{x} - 2n\dot{y} &= n^2 x - (1-\mu)\dfrac{(x-\mu)}{r_1^3}C_1 - \mu\dfrac{(x+1-\mu)}{r_2^3}C_2, \\
\ddot{y} + 2n\dot{x} &= y\left[n^2 - (1-\mu)\dfrac{C_1}{r_1^3} - \mu\dfrac{C_2}{r_2^3}\right], \\
\ddot{z} &= -z\left[(1-\mu)\dfrac{\tilde{C}_1}{r_1^3} + \mu\dfrac{\tilde{C}_2}{r_2^3}\right],
\end{cases} \tag{7}
$$

其中

$$
C_i = 1 - \frac{3A_i}{2r_i^2}\left[5\left(\frac{z}{r_i}\right)^2 - 1\right], \quad i = 1, 2, \tag{8}
$$

$$
\tilde{C}_i = C_i + \frac{3A_i}{r_i^2}, \quad i = 1, 2. \tag{9}
$$

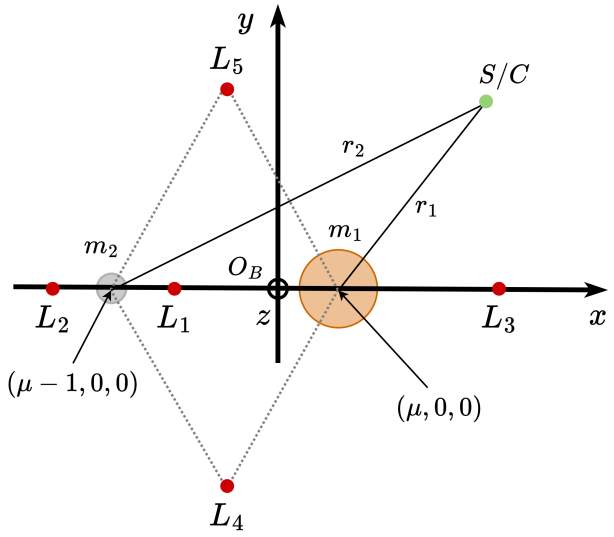


图4：圆型限制性三体问题的构型，显示主天体 m_1 和 m_2、航天器 S/C，以及共转质心参考系中的拉格朗日平衡点。

它们可以改写为紧凑形式

$$\begin{cases} \ddot{x} &= \dfrac{\partial \Omega}{\partial x} + 2n\dot{y}, \\ \ddot{y} &= \dfrac{\partial \Omega}{\partial y} - 2n\dot{x}, \\ \ddot{z} &= \dfrac{\partial \Omega}{\partial z}, \end{cases} \tag{10}$$

其中， Ω 为有效势，其定义如下：

$$\Omega = U + \frac{n^2}{2}\left[(1-\mu)\, r_1^2 + \mu\, r_2^2 - z^2\right] + \frac{\mu(1-\mu)}{2}. \tag{11}$$

该动力系统有一个运动积分，即雅可比常数在扁椭主星情况下的推广形式 C_J 。该 J_2摄动系统有五个平衡点（拉格朗日点）：沿 x轴分布的三个共线点，以及两个等边点（见 [26] 和图4）。

2.3. 卫星间转移的动力学模型

对于巡游中的卫星间转移阶段，土星被建模为中心天体，航天器运动则在受摄土星—航天器框架内描述。运动方程为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{r}} &= \boldsymbol{v} \\ \dot{\boldsymbol{v}} &= -\dfrac{\mu_1}{r^3}\boldsymbol{r} + \dfrac{T}{m}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{a}_p, \\ \dot{m} &= -\dfrac{T}{g_0 I_{\mathrm{sp}}}, \end{cases} \tag{12}$$

其中 μ_1 是土星的引力参数， m 是航天器的质量， I_{sp} 是推力器的比冲（假设为常数）， $\boldsymbol{u}$ 是推力的瞬时方向，且 $g_0 = 9。81\mathrm{m/s}^2$。航天器的状态由位置 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$定义，并以 SCI坐标系表示。项 $\boldsymbol{a}_p$ 表示作用于航天器的非开普勒摄动加速度的合力。为确定 $\boldsymbol{a}_p$ 中应纳入的摄动，并确保式（12）能准确描述卫星间转移期间的航天器动力学，需要评估摄动效应。

3. 轨道摄动分析及其影响

摄动评估对于精简计算至关重要，以便仅纳入显著贡献而排除可忽略的贡献，从而确保高效且准确的轨迹设计过程。

本节旨在量化候选摄动对土星周围卫星间轨迹的影响，遵循 [35], 中所述的方法，并确定其中哪些必须保留在式（12）的动力学模型中。考虑两类主要摄动:

a) 来自 ILM、土卫六、木星和 Su 的第三体引力效应 n,

b) 与土星及其卫星的 J_2 项相关的扁率效应。

设天体 2 表示航天器，天体 1 表示主天体，天体 3 表示摄动天体。描述天体 2 相对于天体 1 的相对运动时，天体 3 引起的第三体引力摄动为

$$\boldsymbol{a}_{3B}=\mu_3\left\{\frac{\boldsymbol{r}_{13}-\boldsymbol{r}_{12}}{[(\boldsymbol{r}_{12}-\boldsymbol{r}_{13})\cdot(\boldsymbol{r}_{12}-\boldsymbol{r}_{13})]^{\frac{3}{2}}}-\frac{\boldsymbol{r}_{13}}{r_{13}^3}\right\}. \tag{13}$$

其中， μ_3是摄动天体的引力参数， $\boldsymbol{r}_{1j}(\ j=2,\ 3)$ 表示天体 j 相对于天体 1 的位置矢量。值得强调的是，卫星和行星的位置取自星历，因此已经考虑了它们之间的引力相互作用。此外，与其他天体相比，航天器的质量可以忽略不计。

对于由 J_2 系数引起的摄动加速度，令 μ_j 表示扁体的引力参数， R_j表示其赤道半径， J_{2j}表示其第二带谐项系数， r表示航天器到该天体的距离。该天体扁率引起的摄动加速度分量可用 RSW坐标系方便地表示（见 [36]）

$$\boldsymbol{a}_{J_2}^{RSW}=\frac{3\mu_j}{r^4}R_j^2J_{2_j}\begin{bmatrix}\dfrac{3\sin^2(\omega+\theta)\sin^2 i-1}{2}\\ -\sin^2 i\sin(\omega+\theta)\cos(\omega+\theta)\\ -\sin i\cos i\sin(\omega+\theta)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_r\\ \boldsymbol{u}_\theta\\ \boldsymbol{u}_h\end{bmatrix}. \tag{14}$$

此处， i、 ω和 θ 分别表示航天器轨道相对于摄动扁体的倾角、近地点幅角和真近点角。随后，所得加速度被变换到SCI坐标系，得到 $\boldsymbol{a}_{J_2}$。

总摄动加速度在式（12）中变为

$$\boldsymbol{a}_P=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{a}_{3B}^{(i)}+\sum_{j=1}^{M}\boldsymbol{a}_{J_2}^{(j)}, \tag{15}$$

其中， N 是用于考虑第三体效应的摄动天体总数， M 是纳入 J_2 摄动的扁率天体总数。

通过比较分析，量化各项摄动的贡献。对于卫星，在整个传播过程中均考虑其瞬时状态；而木星则假定固定在距土星最近的位置，以保守估计其影响。航天器的初始状态位于土星赤道面上，定义为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_0 &= [x_0 \;\; 0 \;\; 0]^T \quad \text{with} \quad x_0 = \frac{r_{mA} + r_{mB}}{2} \\ \boldsymbol{v}_0 &= [0 \;\; \dot{y}_0 \;\; 0]^T \quad \text{with} \quad \dot{y}_0 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\|\boldsymbol{r}_0\|}}, \end{aligned} \tag{16}$$

其中， r_{mA} 和 r_{mB} 分别表示出发卫星（A）和到达卫星（B）与土星的平均距离。运动方程的数值积分采用的相对容差和绝对容差为 $\epsilon_{rel} = \epsilon_{abs} = 10^{-13}$，该数值由收敛性研究确定，以确保达到所需的数值精度 [35]。传播时间跨度 ΔT_{syn} 设为航天器的无摄动轨道周期与两颗终端卫星（A 和 B）的瞬时轨道周期之间的最大会合周期。这样可以确保在传播过程中充分考虑两颗卫星的引力影响。

对每个卫星间飞行段（土卫五–土卫四、土卫四–土卫三、土卫三–土卫二和土卫二—土卫一）分别进行分析，具体步骤如下：

1）采用方程（($\boldsymbol{r}_0$, $\boldsymbol{v}_0$）中定义的初始状态（见式（16））， 使用式（12）在 ΔT_{syn}内进行传播，推力设为零（纯弹道运动），并纳入所有摄动，从而得到参考终态

$$\boldsymbol{X}_f^{(\text{ref})} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_f^{(\text{ref})} \\ \boldsymbol{v}_f^{(\text{ref})} \end{bmatrix}. \tag{17}$$

2) 从相同的初始状态出发，在 ΔT_{syn} 内传播轨迹，同时每次从动力学模型中省略一个摄动。对于每个被省略的摄动 i，计算最终状态

$$\boldsymbol{X}_f^{(i)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_f^{(i)} \\ \boldsymbol{v}_f^{(i)} \end{bmatrix}. \tag{18}$$

值得一提的是，当忽略某颗卫星的引力效应时，相关的 J_2 项也会被排除。

3) 对于每种情况，将最终状态 $\boldsymbol{X}_f^{(i)}$ 与 $\boldsymbol{X}$ (参考) $_f$ 进行比较。通过最终位置和速度误差量化所省略摄动的影响

$$e_r^{(i)} = \left\| \boldsymbol{r}_f^{(i)} - \boldsymbol{r}_f^{(\text{ref})} \right\|, \qquad e_v^{(i)} = \left\| \boldsymbol{v}_f^{(i)} - \boldsymbol{v}_f^{(\text{ref})} \right\|. \tag{19}$$

4) 根据已有文献， [26, 25], 为 $e_r^{(i)}$和 $e_v^{(i)}$分别设定 1 千米和 1 米/秒的阈值。这些数值的选择旨在满足保真度目标。如果任一误差超过其相应阈值，则将相关摄动归类为重要摄动，因此将其纳入卫星间转移的动力学模型中。

为进行本次分析，所需参数取自喷气推进实验室导航与辅助信息设施（NAIF）的档案 [33]。具体而言，本文使用了 SPICE 内核`cpck15Dec2017.tpc`，其中包含截至2017年12月15日土星系统最新的物理常数。SPICE 工具包与上述内核结合使用，可提取土星系统天体的引力常数、主半径及未归一化的 J_2 系数（见表1）。此外，摄动天体的瞬时状态向量取自 SPICE 提供的星历，并以SCI坐标系表示。尽管起始历元对摄动分析并非关键，为与先前工作保持一致，四种情景的传播起始历元设为2042年1月1日 [22]。

表2 汇总了四种情景的分析结果。超过所设阈值的贡献以红色标出。 J_2 土星的影响是主要摄动，位置误差约为 10^4 千米，速度误差最高可达 10^3 [m/s]。卫星的摄动效应也不容忽视，在轨迹设计中必须予以考虑。太阳的引力影响似乎仅在较外侧的转移轨迹中较为显著，即土卫五至土卫四以及土卫四至土卫三的转移轨迹；而木星的影响可以忽略不计。同样，卫星的 J_2 摄动所造成的误差远低于设定阈值。为求完整，也对太阳辐射压的贡献进行了估算。假设表面完全反射，在最外侧的路段（土卫五–土卫四）中，太阳辐射压的影响比木星已可忽略的引力摄动还小一个数量级。因此，动力学模型中未纳入太阳辐射压。请注意，土星光环的引力摄动也未予考虑。卡西尼任务数据为这一假设提供了依据；据估算，光环总质量为$(0.4 \pm 0.13)\ M_{\mathrm{Mi}}$ （见[37]），对卡西尼号造成的加速度可以忽略，因此对本研究所考虑的航天器也同样如此。

4. 巡游设计策略

本节概述了通过利用系统的自然动力学并结合低推力推进来设计卫星巡游所采用的方法。晕轨道及其相关的动力学结构被

表2：四次转移的摄动分析结果。数值以对数尺度呈现（例如，−1 对应于误差 10^{-1}）。

摄动	Rh ↔ Di		Di ↔Te		Te ↔En		En ↔Mi	
	e_r [千米]	e_v [m/s]	e_r [千米]	e_v [m/s]	e_r [千米]	e_v [m/s]	e_r [千米]	e_v [m/s]
土卫一 3B	1	−1	1	−1	0	−1	1	0
土卫二 3B	1	−1	1	−1	2	1	1	0
土卫三 3B	2	0	1	0	2	1	2	0
土卫四 3B	3	0	1	0	1	−1	2	0
土卫五 3B	3	1	2	1	1	−1	1	0
土卫六 3B	4	1	2	1	2	1	1	0
木星 3B	−1	−3	−1	−3	−3	−4	−2	−3
太阳 3B	1	0	0	0	−1	−2	−1	−2
土星 J_2	4	2	4	2	4	3	4	3
土卫一 J_2	−3	−5	−3	−5	−3	−5	−4	−5
土卫二 J_2	−3	−5	−4	−5	−3	−5	−5	−6
土卫三 J_2	−3	−5	−3	−4	−3	−5	−4	−5
土卫四 J_2	−3	−5	−3	−4	−4	−5	−4	−5
土卫五 J_2	−3	−5	−4	−5	−4	−5	−4	−5
土卫六 J_2	−4	−6	−3	−5	−3	−5	−4	−5

提出并用于构建围绕各颗卫星的探测轨道以及卫星间转移轨迹。总体设计策略分为两个主要组成部分：科学轨道定义和卫星间转移规划。

4.1. 科学轨道设计

未受摄动的晕轨道的动力学替代轨道存在于 J_2受摄模型中，并作为中转轨道和科学轨道，位于拉格朗日点 L_1 与 L_2 附近（土星-卫星系统，其 x坐标列于表3） [34]。这些轨道按轨道族组织，并以雅可比常数所表示的能级进行参数化。

表3：土星—卫星系统的质量比 μ 以及在受摄 J_2 圆型限制性三体问题的质心旋转坐标系中， L_1 和 L_2 平衡点对应的 x 坐标（采用各自的距离单位）。

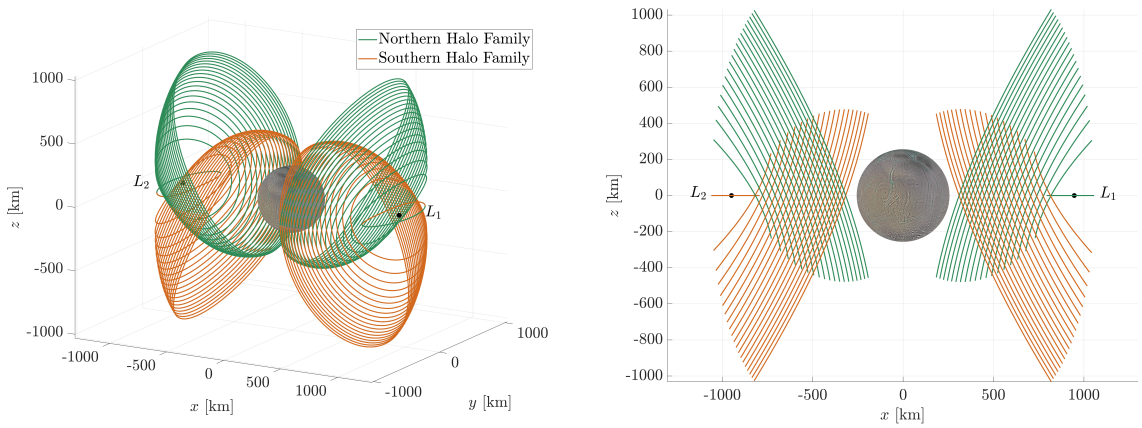
系统	μ	x_{L_1}	x_{L_2}
SMi	6.67×10^{-8}	−0.9971878	−1。0028172
SEn	1.89×10^{-7}	−0.9960222	−1.0039880
STe	1.09×10^{-6}	−0.9928877	−1。0071440
SDi	1.93×10^{-6}	−0。9913849	−1。0086609
SRh	4.06×10^{-6}	−0。9889734	−1。0111001

晕轨道是通过对未受摄模型的初始条件应用微分修正方案生成的，并强制满足 xz平面对称性与周期性。为此采用 [38]中所述的数值算法。每个平动点都有两个轨道族：北部晕轨道主要延伸到 xy平面上方（ z为正），南部晕轨道则主要位于其下方（ z为负）。这些轨道族采用延拓方法计算，在 C_J 上均匀离散，并沿初始状态的 x坐标取精细步长。图5 展示了土星–土卫二系统中绕 L_1 和 L_2 的北部和南部晕轨道族的一个示例。

圆型限制性三体问题的动力学结构在受 J_2摄动的框架中依然存在，其中包括与晕轨道相关的稳定和不稳定HIM。HIM采用成熟的方法进行计算和数值传播（参见 [39]）。在归一化单位下，将 10^{-6} 的小摄动施加到周期轨道上的各点，并沿单值矩阵稳定和不稳定特征向量的方向施加，以此定义相关流形的初始状态。每条晕轨道离散为有限个点，每个点均作为一条不变流形轨迹的起点。

HIMs 可用于设计低能量转移轨迹和燃料高效科学轨道，为卫星提供全球覆盖。本部分工作重点是设计同宿与异宿连接。对于周期轨道 Γ，同宿连接是一条在正向和反向时间上都渐近趋近于 Γ 的轨迹，由其不稳定流形与稳定流形的交点构成。两个周期轨道 Γ 和 Λ 之间的异宿连接，是一条在正向时间上趋近于 Λ 、在反向时间上趋近于 Γ 的轨迹，反之亦然。它由 Γ 的不稳定流形与 Λ 的稳定流形的交点确定。

通过传播 HIMs，直至其首次或第二次穿越庞加莱截面（取决于连接类型），即可获得流形连接。庞加莱截面是相空间中预先设定的平面 Σ （见 [25]）。对于同宿



(a) 三维侧视图。

(b) 在 xz平面上的投影。

图5： J_2摄动下的土星–土卫二圆型限制性三体问题中围绕 L_1 和 L_2 的晕轨道族（以土卫二为中心的会合参考系）。这些轨道族的特征为 $C_J \in [3.00252, 3.00257]$, , 相邻轨道之间的 C_J 间距为2.0×10^{-6} 。

以及同一平动点周围不同晕轨道族之间的异宿连接，采用两个庞加莱截面： Σ_1，定义为 $y = 0$ 和 $x < \mu - 1$，用于连接从 L_1周围轨道出发并返回该处轨道的情形； Σ_3，定义为 $y = 0$ 和 $x > \mu - 1$，用于连接从 L_2周围轨道出发并返回该处轨道的情形。对于不同平动点之间的异宿连接，平面 Σ_2 与 $x = \mu - 1$轴正交，并经过卫星中心。图6 展示了这三个庞加莱截面的几何构型。与卫星表面的最小安全距离保持为 20 千米。当稳定流形与不稳定流形在 Σ处的状态在大小和方向上重合时，即可实现零成本连接。因此，确定最佳连接需要在截面处找出位置差和速度差最小的一对不稳定轨迹与稳定轨迹。位置误差容差采用1千米，速度误差容差采用1米/秒，与第3节采用的阈值以及文献中使用的数值一致 [26, 25]。该方法的一项显著优势是，可以在任意持续时间内搜索异宿和同宿连接，同时推进剂消耗极少，甚至可忽略不计。其环绕特性有助于对卫星表面（包括极区）开展全面的观测活动，从而提升任务的科学成果。

为探索出发轨道和到达轨道的所有潜在组合，考虑以下异宿连接类型：

(A) 北 L_1 至北 L_2

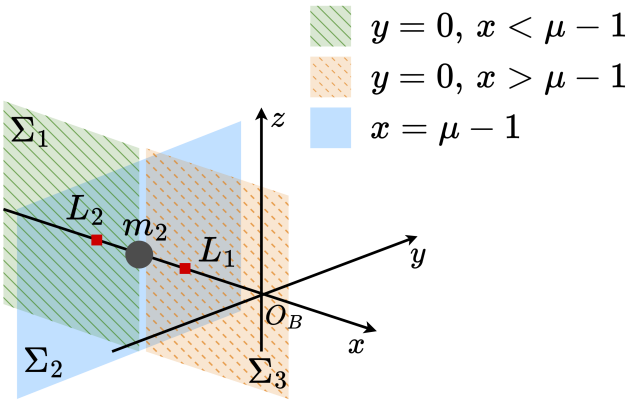


图6：分析中所用庞加莱截面的示意图。

（**B**）北部 L_1 至南部 L_2
（**C**）北部 L_1 至南部 L_1

(D) 南 L_2 至北 L_2

此外，还研究了以下同宿连接：

(E) 北 L_1 至北 L_1

(F) 南 L_2 至南 L_2

为完整起见，我们也计算了逆向转移，但基于对称性考虑，为简洁起见，此处省略。对于同一平衡点周围晕轨道之间的异宿连接，搜索仅限于具有相同 C_J 值的晕轨道对。对于涉及不同平衡点周围晕轨道的连接，则将每条周期轨道与另一族中 C_J值最接近的轨道相关联。随后，在这些最小ΔC_J配对之间搜索连接轨迹。由于HIMs的几何特征，A型轨迹在HIMs与 Σ_2的第二个交点处确定，而B型连接轨迹则在与同一平面的第一个交点处确定。如上所述，C、D、E和F型均由与 Σ_1 或 Σ_3的第一个交点确定。

4.2. 卫星间转移

与晕轨道相关的不变流形是设计卫星间低成本转移轨迹的有力工具。然而，正如 [23], 所详述的，由于以土星为中心的轨道近乎圆形，HIMs 在构型空间中不会相交

表4：假定的推进器性能参数。

$T_{\max}$	I_{sp}	P_{in}
36 mN	1600 s	640 W

因此，卫星间转移需要进行轨道机动。为解决这一问题，采用一种低推力控制律，通过电推进系统最大限度地减少推进剂消耗。对 HIMs 的空间向外分支进行数值传播，直至其与终端卫星的作用球相交。作用球半径定义为该卫星的拉普拉斯作用球半径乘以一个任意系数 f：

$$R_{SOI} = f\, d \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{\frac{2}{5}}. \tag{20}$$

其中 d 为两个主天体之间的距离。因子 f 被选取得足够大，以确保作用球包含两个轨道族的全部晕轨道，并与全局流形横向相交。在本研究中，f 对全部五个土星—卫星系统均取为4.5，所得影响球半径列于表1。每条转移轨迹均起始于外层卫星 L_1 点附近的一条晕轨道，并终止于内层卫星 L_2 附近的一条晕轨道。在各作用域内，对外层（出发）卫星利用不稳定流形，对内层（到达）卫星利用稳定流形。将HIMs在作用球处的状态向量变换到SCI坐标系中，并计算以土星为焦点的相应瞬时二体问题轨道的轨道要素。

连接两个作用域处状态的推进弧段被建模为连续低推力转移，如图7中的黑色螺旋曲线所示。推进系统特性（最大推力 $T_{\max}$、比冲 I_{sp}以及输入功率 P_{in}）汇总于表4。本研究假定恒定推力大小等于 $T_{\max}$，这与PPS®X00霍尔效应推力器的性能一致，其中 P_{in} 由RTG提供。所选参数与现有电推进系统兼容，并体现了功耗、推力水平与任务持续时间之间的权衡。

推力方向由制导律控制，该制导律在局部最大化误差函数 Q 的下降速率。该误差函数根据密切轨道根数 $\mathbf{o} = [a\ e\ i\ \omega]^T$（半长轴、偏心率、倾角和近地点幅角）定义如下：

$$\begin{aligned} Q =& w_1 \left(a - a^*\right)^2 + w_2 \left(e \cdot a - e^* \cdot a^*\right)^2 + \\ &+ w_3 \left(i - i^*\right)^2 + w_4 \left\{e \cdot \cos^{-1}\left[\cos(\omega - \omega^*)\right]\right\}^2, \end{aligned} \tag{21}$$

其中，上标 $*$ 表示目标轨道对应的轨道要素。系数 $w_i > 0$（$i = 1, \ldots\ldots, 4$）是标量权重，必须进行调节以确保收敛并提升性能。具体而言，它们

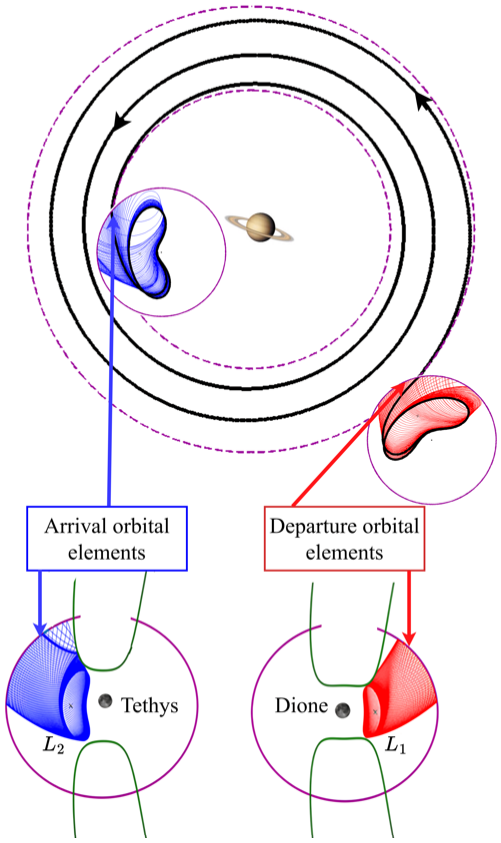


图 7：连续卫星间转移概念示意图。

经过优化，目标是在使轨道根数趋近于期望值并满足预设容差的同时，尽量缩短转移时间。研究表明，经过适当调节权重后，该制导律表述可得到接近最短时间的LT轨道转移 [40]。值得强调的是，时间最优转移在推进剂消耗方面也是最高效的选择，因为推力大小保持恒定，且等于 T_{max}。在式（21）中，偏心率乘以 a，以保持量纲齐次性。涉及 ω 的项用于度量圆上两个位置之间、限制在区间 $[0, \pi]$内的最短角距离。升交点经度 Ω未纳入目标根数集合，因为调整该参数相当于修正真近点角相位 θ，前提是到达卫星的轨道为圆形且位于赤道面内。土星系统符合这一假设，其卫星的偏心率和倾角都非常小。此外，LT转移的时间尺度通常至少比这些卫星的轨道周期大一个数量级

卫星，因此可以不考虑相位要求。事后可通过微调推力水平来引入相位修正。在这一阶段的分析中，只需对四个轨道要素 $(a,\ e,\ i,\ \omega)$ 进行定向，即足以证明任务可行性。误差函数（式（21））可视为邻近商引导律（Q律） [41]的一种具体应用。所采用的策略是最大化误差函数的瞬时减小率 Q。推力加速度矢量定义为

$$\mathbf{f} = \frac{T_{\max}}{m}\mathbf{u}, \qquad \|\mathbf{u}\| = 1, \tag{22}$$

其中，$\mathbf{u}$ 是RSW坐标系中的瞬时推力方向。由于$\mathbf{f}$ 的大小相较于土星引力较小，因此其影响可以线性化（即， Q 的变化率是推力分量的齐次函数）。假设推进系统始终以最大推力运行，则唯一的控制变量是$\mathbf{u}$。根据链式法则，误差函数 Q 的时间导数为:

$$\dot{Q} = \nabla Q^{\mathsf{T}}\frac{\mathrm{d}\mathbf{o}}{\mathrm{d}t} = \nabla Q^{\mathsf{T}}\mathbf{R}\mathbf{f}. \tag{23}$$

其中 ∇Q 是 Q 相对于四个目标轨道要素的梯度，而$\mathrm{d}\mathbf{o}/\mathrm{d}t = \mathbf{R}\mathbf{f}$ 是相应的矩阵形式高斯行星方程 [36]。此处$\mathbf{R}$ 为一个 4×3 矩阵，其元素是轨道要素变化率对推力加速度分量的偏导数

$$\mathbf{R} = \frac{\partial \dot{\mathbf{o}}}{\partial \mathbf{f}} = \left[\frac{\partial \dot{o}_k}{\partial f_j}\right]_{k=1,\ldots,4}^{j=r,\theta,h}. \tag{24}$$

将式（22）代入式（23）可得

$$\dot{Q} = \frac{T_{\max}}{m}\left(\mathbf{R}^{\mathsf{T}}\nabla Q\right)^{\mathsf{T}}\mathbf{u}. \tag{25}$$

由于推力大小固定，在最短时间内最小化 Q 等价于在每一时刻使 Q 尽可能为负。这可通过使推力方向与$\mathbf{R}^{\mathsf{T}}\nabla Q$相反来实现。因此，RSW坐标系中的最优控制律为

$$\mathbf{f}^{*} = -\frac{T_{\max}}{m}\frac{\mathbf{R}^{\mathsf{T}}\nabla Q}{\left\|\mathbf{R}^{\mathsf{T}}\nabla Q\right\|}. \tag{26}$$

随后将推力加速度矢量变换到SCI坐标系，并纳入式（12）以进行数值传播。

采用低推力推进可提高燃料效率，但与使用化学推进的直接脉冲转移相比，飞行时间会更长。根据第 3 节中的分析，每段轨迹的传播都纳入了所有已确定为相关的摄动。摄动天体的瞬时位置

和速度取自 SPICE 星历，从而确保较高的动力学保真度。

5. 结果

本节介绍研究工作的结果，分为两部分。第一部分聚焦于在受摄三体问题中获得的科学轨道，描述其特征和观测特性。第二部分讨论巡游任务中卫星间转移阶段的结果，报告相关轨迹及其性能指标。

5.1. 科学轨道

对于每颗卫星，均在较宽的雅可比常数范围内计算晕轨道轨道族， C_J，并采用能量离散化方式，使四个轨道族中的每个都包含25个成员。五个C_J 及轨道周期的相应范围 J_2–受摄土星–卫星圆型限制性三体问题已在表5中列出。

表5：土星-卫星系统中晕轨道的雅可比常数和周期范围。

系统	C_J 范围	周期 [小时]
SMi	[3.00423, 3.00425]	[10.01, 11.08]
SEn	[3。00252，3。00257]	[14.49, 16.07]
STe	[3.00137, 3.00157]	[17.14, 22.13]
SDi	[3.00054, 3.00086]	[21.72, 32.01]
SRh	[2.99975, 3.00022]	[31.73，52。75]
轨道指数	1 25	25 1

每条晕轨道均离散为 100 个点，每个点都作为一条 HIM轨迹的起点。根据第4.1节所述方法，获得同宿与异宿连接。在每个 ILM 的 J_2摄动动力学模型中，均成功识别出所有连接类型及其对应的逆向转移，但土卫星–土卫一系统中的 B型、E 型和 F 型连接除外。在这些情况下， Σ 处的位置和速度不连续性显著超过本研究采用的状态误差阈值（见第4.1节），因此相应轨迹不纳入适用连接集合。结果凸显了扁率的显著影响，尤其是它对连接数量的限制

表6：五个土星-卫星系统中晕轨道之间异宿连接的特征。

		SMi	SEn	STe	SDi	SRh
Type A	C_J	3.004255	3.002566	3.001562	3.000832	3.000166
	ΔT [小时]	32.83	49.64	69.41	102.6	178.6
	Δr [千米]	0.51	0.37	0.13	0.35	0.51
	Δv [米/秒]	5.22	1.95	12.1	11.3	9.84
Type B	C_J	-	3.002566	3.001553	3.000821	3.000173
	ΔT [小时]	-	39.32	57.72	85.34	144.7
	Δr [千米]	-	0.27	0.62	0.53	0.73
	Δv [米/秒]	-	0.61	5.42	6.42	12.01
Type C	C_J	3.004242	3.002540	3.001467	3.000694	3.000225
	ΔT [小时]	38.56	58.36	83.96	123.6	146.9
	Δr [千米]	0.49	0.93	0.86	0.92	0.81
	Δv [米/秒]	0.47	6.62	1.53	2.79	14.5
Type D	C_J	3.004243	3.002539	3.001485	3.000694	2.999972
	ΔT [小时]	36.47	56.92	81.24	125.8	147.1
	Δr [千米]	0.27	0.88	0.58	0.24	2.55
	Δv [米/秒]	0.42	0.13	3.15	8.95	0.67

——速度误差低于 1 米/秒的连接数量。主天体的扁率会使流形产生不对称性，从而增加识别可行低能量转移轨迹的难度。尽管如此，所有已识别的连接轨迹的位置误差均低于 1 千米，速度误差均小于 15 米/秒，这表明它们在庞加莱截面处的位置和速度都近乎连续。严格来说，这些转移轨迹不能视为完全无需燃料；不过，偏差幅度表明只需消耗少量推进剂。

本文仅报告成本最高效的连接轨迹。具体而言，表6展示了五个系统在四种异宿连接（A–D型）下的结果和特征，而表7 总结了两种同宿类型的结果。在这两张表中， ΔT 表示从出发晕轨道到到达晕轨道的转移时间（完整绕行一周）， Δp 表示在 Σ处的位置误差， Δv 表示相应的速度误差。为简洁起见，针对每个土星—卫星系统各展示一种具有代表性的连接类型：SMi采用A型，SEn采用B型，STe采用C型，SDi采用D型，SRh采用E型，如图8 和9所示。由于F型连接的动力学和几何特征与E型相近，无法提供额外的洞见，因此不予报告。每条轨迹均绘制于相应的

表7：五个土星-卫星系统中晕轨道之间同宿连接的特征。

		SMi	SEn	STe	SDi	SRh
Type E	C_J	-	3.002573	3.001575	3.000853	3.000223
	ΔT [小时]	-	48.85	71.87	105.9	146.9
	Δr [千米]	-	0.14	0.69	0.95	0.81
	Δv [米/秒]	-	0.23	1.27	3.10	13.6
Type F	C_J	-	3.002573	3.001577	3.000856	3.000223
	ΔT [小时]	-	49.31	72.83	107.6	147.5
	Δr [千米]	-	0.11	0.83	0.27	0.38
	Δv [米/秒]	-	0.13	1.32	2.42	6.17

月心会合坐标系。

轨道的几何和运动学特征决定了其是否适用于观测用途。关键参数包括高度、速度、飞行时间、瞬时表面覆盖范围以及可见窗口的长度。Salazar 等人此前仅针对土卫二系统开展了低能轨迹观测性能分析。 [26] 在本研究中，该研究扩展至全部五个ILM以及多种连接轨迹，从而能够更全面地评估这些轨迹的观测能力。图10 展示了航天器高度和惯性速度大小随时间的变化 V 以及所选科学轨道上的相关变化。

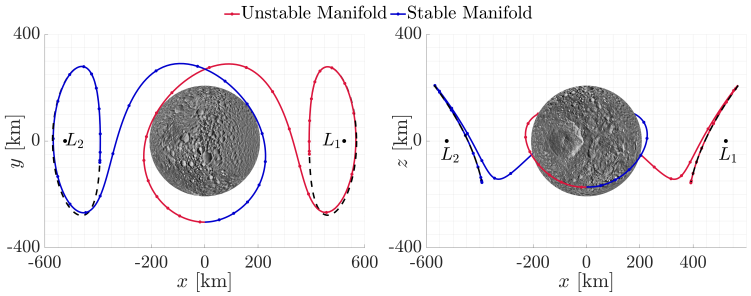
为评估其观测性能，使用参数 Λ_1 和 Λ_2评估每颗卫星的瞬时表面覆盖范围，这些参数定义了覆盖中心角（2α）的边界，该角度以赤道为基准向北取正进行测量。这些参数如图 11所示，表示为

$$\Lambda_1 = \phi - \alpha, \quad \Lambda_2 = \phi + \alpha, \tag{27}$$

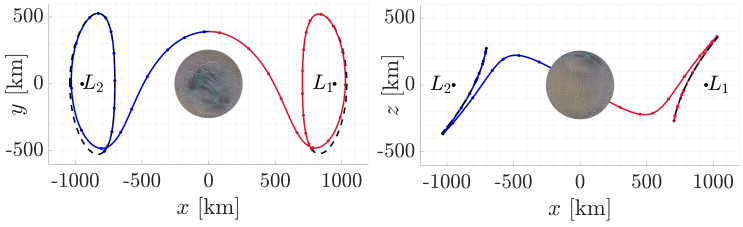
$$\text{with } \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{R}{R+h}\right), \tag{28}$$

其中，h 为高度， ϕ 为航天器的纬度，以卫星的赤道面为基准并向北取正进行测量。图 12 展示了 Λ_1 和 Λ_2的时间演化，其中绿色区域突出显示了覆盖幅度，水平虚线表示两极。

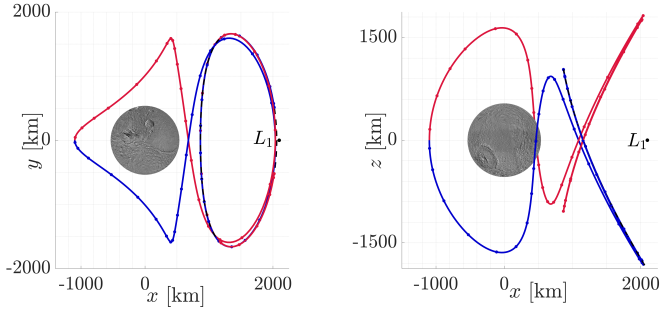
总飞越时间 τ定义为特定表面点的累积可见时间，并针对每条转移轨迹计算整个卫星表面的该参数。该参数由可见性条件 $\theta_e \geq 0$确定，其中 θ_e 表示航天器相对于当地地平线的仰角。为计算 τ，将飞行时间划分为 K 个固定持续时间为 δt的时段，并为每个时段分配一个基本飞越时间 $\delta\tau_i$



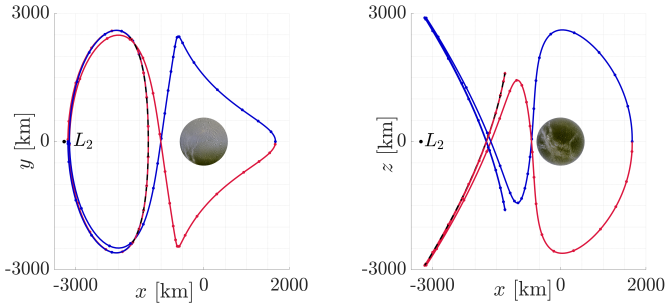
(a) A型——土星-土卫一系统。



(b) B型——土星-土卫二系统。



(c) C型——土星-土卫三系统。



(d) D型——土星-土卫四系统。

图8： J_2受摄三体问题中具有代表性的异宿连接（A型至D型）的平面投影（以卫星为中心的会合参考系）。

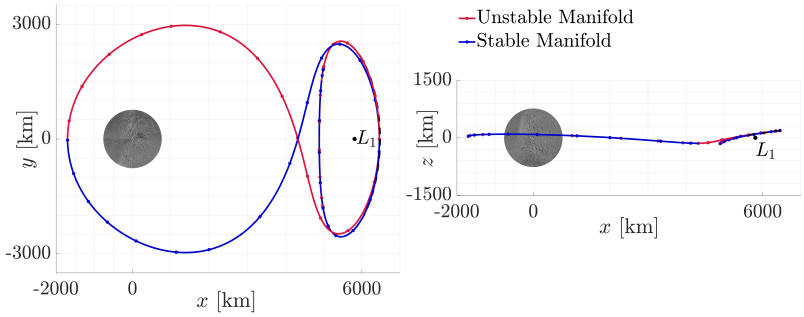


图 9：土星–瑞亚系统中代表性同宿连接（E 型）的平面投影。

$(i = 1,2,\ldots,K)$ 如下：

$$\delta\tau_i = \begin{cases} \delta t & \text{if } \theta_{e_i} \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \longrightarrow \tau = \sum_{i=1}^{K} \delta\tau_i, \tag{29}$$

对于给定的表面位置，总飞越时间通过累加所有轨段的贡献得到。 τ 的计算在以卫星为中心的会合参考系中进行。该参考系由于卫星受土星潮汐锁定而绕其自转轴以与卫星相同的速率旋转。因此，所得地图量化了轨道持续时间内每个固定表面点$(\lambda,\ \beta)$ 的累积可见时间。图 τ中的地理地图见图 13，这些地图通过将卫星表面按经度和纬度均为 1 度的间隔进行离散化生成 λ 。 β。

对于本文所研究的科学轨道，基于 Λ_1 和 Λ_2的瞬时覆盖分析表明，B、C 和 D 型连接可到达相应卫星的整个表面。不同连接类型的极区表现差异显著。例如，如图12所示，图中展示的 B 型连接可长时间观测极区——这些区域具有最重要的科学价值；在总飞行时间近 40 小时中，对土卫二南极的覆盖时间最长可达 6 小时。对于 C 型和 D 型连接，土卫三和土卫四的两极在约一半的总飞行时间内保持可见，分布在不同高度的多个观测时段中。相比之下，对于同宿连接（E 型），例如图12所示的连接，以及在所有土星–ILM系统中均观察到的此类连接，其表面覆盖范围随时间保持广泛。然而，由于轨迹的面外分量有限，两极无法到达，因此这类连接不太适合对土星系统进行详细探测。图13中相应的飞越时间地图证实，B、C 和 D 型连接对极区的局部可见时间超过 6 小时，而所有连接类型均能在广阔的赤道带提供较长的观测机会。

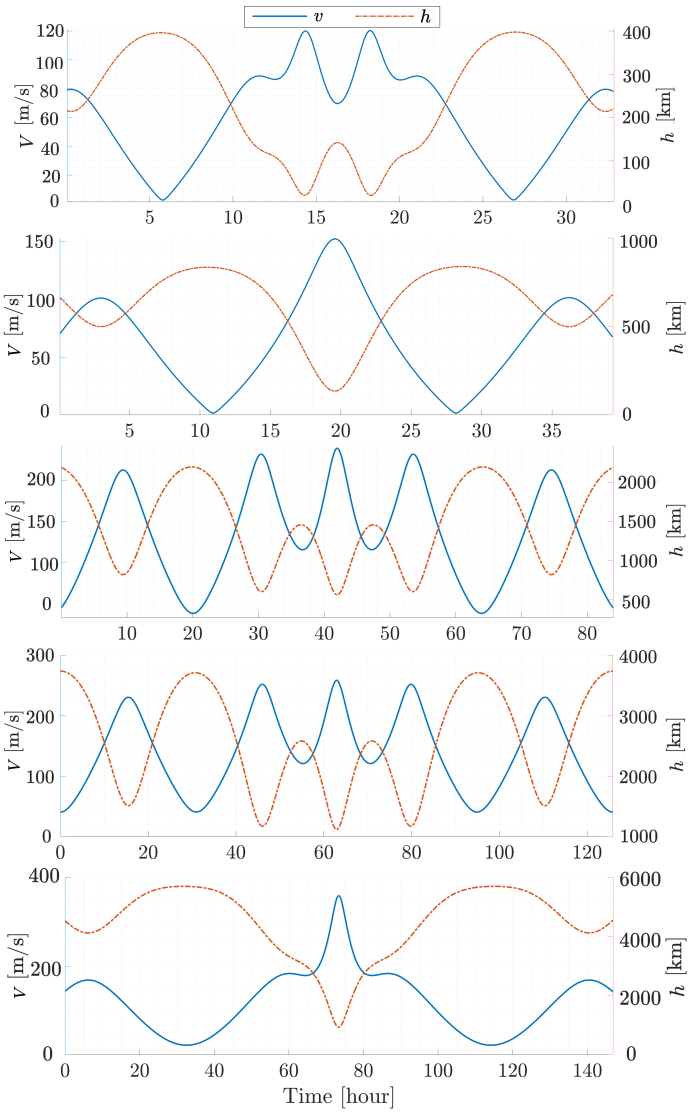


图10：所选连接轨迹相对于卫星的高度和惯性速度随时间的变化。从上到下依次为：SMi（A型）、SEn（B型）、STe（C型）、SDi（D型）和SRhe（E型）系统。

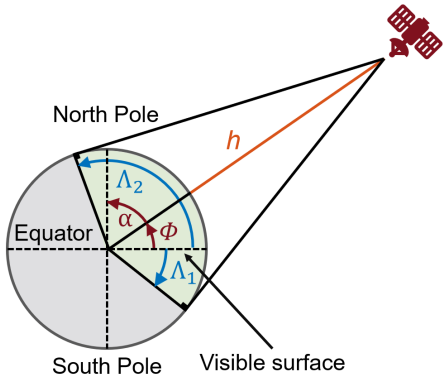
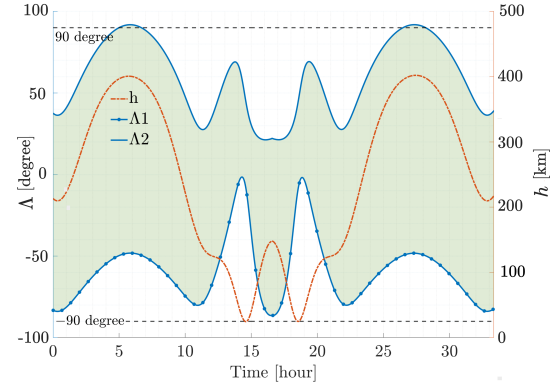


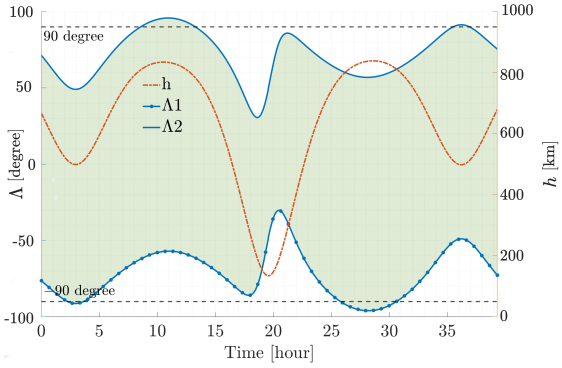
图 11：瞬时覆盖参数，Λ_1 和 Λ_2。阴影区域（绿色）表示航天器瞬时可见的表面部分。

代表性科学轨道的定量覆盖指标汇总于表 8中。对于每个连接，表面覆盖度是满足 $\tau > 0$的月球表面所占的比例。极冠可见性指标分别给出了北极（NP）和南极（SP）在相应极冠内至少有一个点处于可见范围内的总持续时间。NP 和 SP 的最大重访间隔分别表示相应极冠连续可见窗口之间最长的时间间隔。

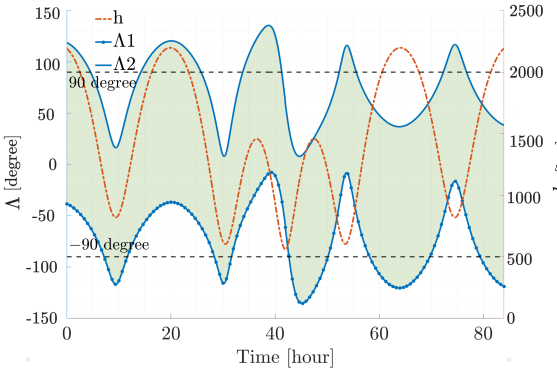
值得强调的是，正如表 6 和 7中已经清楚显示的那样，对于每个土星–ILM 系统，都存在广泛多样的科学轨道几何构型。在图 10、12 和13中，为每颗卫星展示了一个代表性连接，其选择与图 8和 9中所示的轨迹相匹配。然而，通过选择不同的晕轨道和连接类型，可以获得覆盖度指标不同于表 8中所报告结果的方案，以满足所需的科学成果。特别是，不同的天平动轨道选择可以在需要时扩大表面覆盖范围。该特性适用于所有卫星，包括土卫五；通过选择不同类型的连接（例如用 B 型代替 E 型），其表面甚至可以实现完全覆盖。本文采用的弱捕获策略为任务之旅设计提供了显著的灵活性，并且通过为每个 ILM 适当选择探测轨道，可以实现完整的表面覆盖。



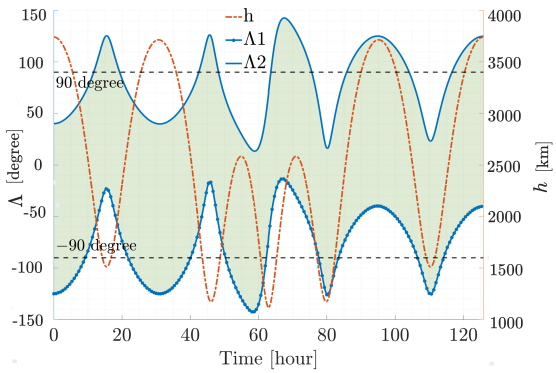
(a) A型 - 土星-土卫一系统。



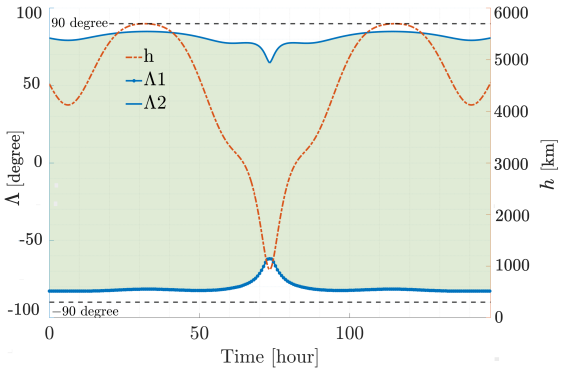
(b) B型 - 土星-土卫二系统。



(c) C型 - 土星-土卫三系统。



(d) D型 - 土星-土卫四系统。



(e) E型 -土星-土卫五系统。

图12： J_2受摄三体问题中A型至E型代表性连接轨迹的 Λ_1、 Λ_2和h 时间历程。A型至D型对应异宿连接，而E型为同宿连接。

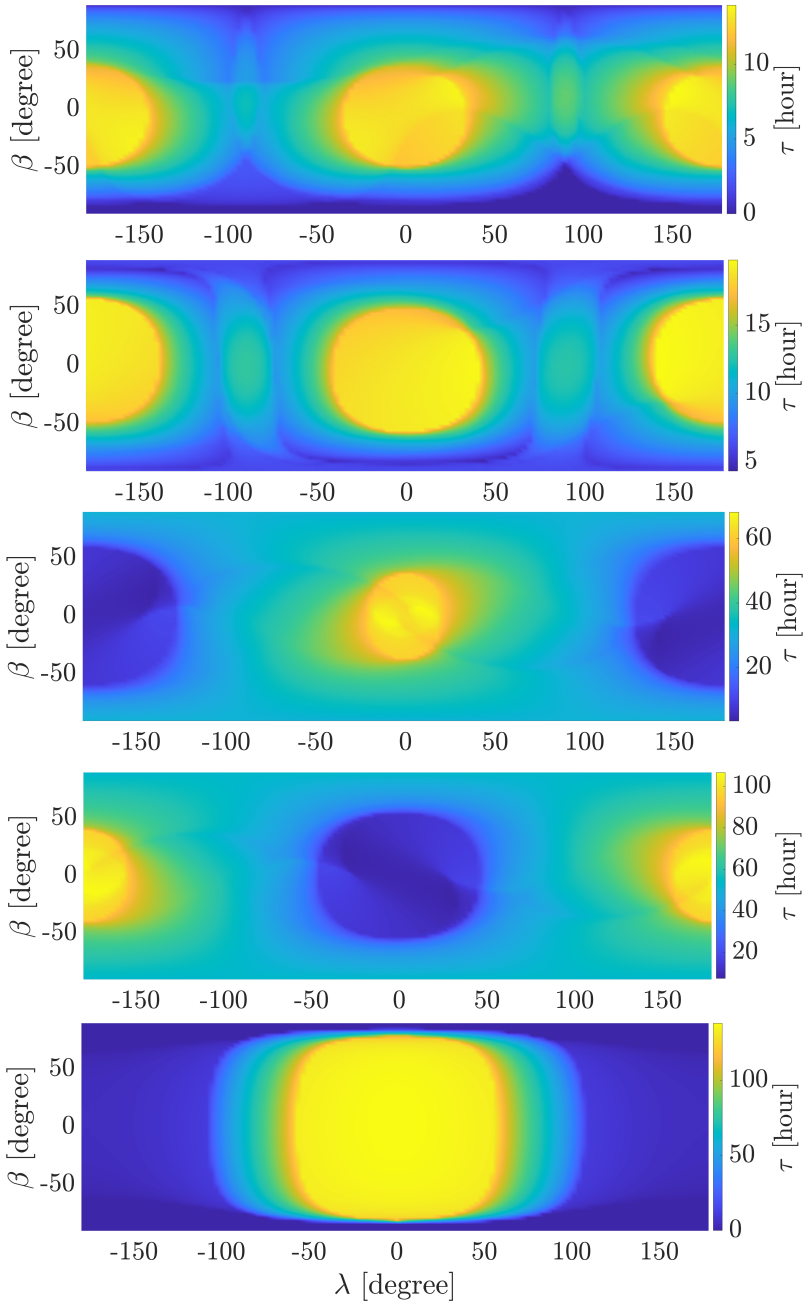


图13：五条选定连接的总飞越时间 τ 地理地图。从上到下依次为：SMi（A型）、SEn（B型）、STe（C型）、SDi（D型）和SRh（E型）系统。

表 8：代表性科学轨道的覆盖度指标。

连接	表面	时间	NP	SP	最大 NP	最大 SP
	覆盖范围 [%]	飞行 [小时]	可见性 [小时]	可见性 [小时]	重访时间 [小时]	重访时间 [小时]
A型（SMi）	93.3	32.83	4.0	0	19.0	–
B型（SEn）	100.0	39.32	6.1	6.2	22.3	22.2
C型（STe）	100.0	83.96	32.8	33.2	16.4	16.3
D型（SDi）	100.0	125.8	58.3	59.1	23.6	25.6
E型（SRh）	82.4	147.5	0	0	–	–

5.2. 卫星间转移

卫星间转移利用低推力推进，在用于卫星探测的周期轨道的稳定和不稳定HIM中拼接最有利的条件。对于每条转移轨迹，在两端各有100（每条晕轨道的点数）× 25 （每个族的晕轨道数）× 2（族数）个可用条件，因此每个端点共有$2.5 \cdot 10^7$ 条候选轨迹。每个作用球间段均假设，与土星出发卫星系统相关联的会合坐标系的 x轴与SCI坐标系的 X轴对齐，用于计算出发时的密切轨道根数。在土卫五处，航天器初始质量设为1000 kg。巡游于2042年1月1日历元开始，与文中分析的行星际阶段结束时刻一致 [22], ；该阶段通过12.34年转移轨迹（2028年1月21日至2040年5月24日）以及随后借助土卫六飞掠在土星处进行的无动力捕获，将航天器送入土星系统。在每条推进弧段的传播过程中，均计入第3 节所述的所有相关摄动，以提高结果的保真度。具体而言，动力学模型包括土星扁率、土卫六和ILM的第三体引力摄动，以及仅针对最外侧转移（土卫五–土卫四和土卫四–土卫三）的太阳引力摄动。

公式（21）中的Q律应用于四个低推力弧段。权重向量的各个元素$\boldsymbol{w} = [w_1, w_2, w_3, w_4]^T$ 最初设为单位值，随后通过数值调优加以优化。具体而言，使用Nelder–Mead算法（MATLAB中的 fminsearch ）对权重进行优化。该算法能够高效地探索参数空间，以找出满足规定终端容差且使转移时间（从而使推进剂消耗）最小的取值。表9 列出了各分段专用权重向量，以便复现结果。

在所有可行解中，每个转移段均选择推进剂用量最少（以速度变化量表示）的轨迹。最优推力弧段的性能参数

表9：四个月际低推力弧段的 Q 律权重向量。

转移轨迹	$\boldsymbol{w}$
Rh–Di	[2.651, 0.442, 0.045, 0.356]
Di–Te	[2。458，0。409，0。042，0。306]
Te–En	[2.403, 0.401, 0.041, 0.293]
En–Mi	[2.521, 0.421, 0.043, 0.322]

汇总于表 10。值得注意的是，这四次转移依次执行，每个飞行段的初始质量对应于前一飞行段的最终质量。

表10：作用球之间最优低推力卫星间转移的总冲量大小 ΔV、飞行时间 Δt、质量消耗 Δm。

转移轨迹	ΔV [米/秒]	Δt [天]	Δm [千克]
土卫五—土卫四	1084	336	66.8
土卫四—土卫三	876	246	48.9
土星—土卫二	958	254	50.3
土卫二—土卫一	1438	331	65.5
总计	**4356**	**1167**	**231.5**

尽管大部分飞行时间都耗费在土星卫星间空间中，但每次转移还包括一段短暂的阶段，发生在出发卫星和到达卫星的作用球内。这些弧段对应于连接晕轨道与各自作用域边界的流形轨迹。表 11 总结了相应的转移持续时间，列出该族中的最短和最长飞行时间（第 4 和第 5 列）、与最优解相关的数值（即推进弧段 ΔV 最低的转移轨迹，第 6 列），以及相应的晕轨道指标和族类型（第 7 和第 8 列）。结果突显了作用域内转移持续时间随所采用的特定晕轨道而变化。图 14和 15 展示了土卫四–土卫三转移中，土卫各自作用域内全局稳定流形和不稳定流形的代表性示例。

由于在每个作用球内采用了受 J_2摄动的圆型限制性三体问题的自然动力学，因此卫星间转移的成本仅对应于动力弧段。任务之旅的低推力部分总计需要 ΔV 4356 [米/秒], 的推力增量，持续时间为1167天（≈ 3.2年），推进剂消耗为231.5千克，最终航天器质量为768.5千克。在这四个飞行段中，航天器绕土星分别公转约100、110、160和290圈，为研究E环提供了机会

表11：所有卫星间转移中，出发或到达晕轨道与作用球之间的转移时间。

系统	L_i	稳定性	$\Delta t^{\min}$	$\Delta t^{\max}$	Δt^{opt}	最优	最优
	-	-	[天]	[天]	[天]	轨道指数	轨道族
SRh	L_1	不稳定	3.36	22.23	3.56	23	南
SDi	L_2	稳定	1.99	13.68	2.55	19	南
SDi	L_1	不稳定	1.98	13.52	2.08	24	北
STe	L_2	稳定	1.33	8.16	1.51	20	北
STe	L_1	不稳定	1.34	6.88	4.95	1	南
SEn	L_2	稳定	0.88	1.59	1.02	19	南
SEn	L_1	不稳定	0.89	2.03	1.15	12	北
SMi	L_2	稳定	0.57	1.06	1.04	2	北

及其周围环境。

5.3. 端到端任务预算与时间线

第5.2 节所报告的任务之旅持续时间 Δt 仅指动力转移轨迹的累计。要获得完整任务之旅的持续时间，必须加上第5.1 节所报告的晕轨道至影响球段以及科学轨道的飞行时间。表12列出了所提出任务之旅的一个代表性实现方案的端到端任务预算和时间表，该方案从土星-土卫五系统中的科学轨道前往土卫一周围的科学轨道。表中包括日期、 ΔV、推力持续时间和航天器质量演化。推进成本仅与低推力卫星间转移有关。得益于自然动力学以及所需 ΔV 极小，同宿与异宿连接对整体任务预算的影响可忽略不计。此外，晕轨道至影响球阶段完全采用弹道飞行，因为它们遵循受 J_2摄的圆型限制性三体问题的自然动力学。在制定任务之旅时间表时，假定航天器到达抵达晕轨道后，立即沿着通往下一卫星间飞行段出发晕轨道的异宿/同宿连接轨迹离开。在此假设下，任务之旅于2042-01-01开始，于2045年4月18日结束，总持续时间为1203天（≈ 3.3年），最终质量为768.5千克。对于所采用的推进系统（见表4），1167天的累计推力持续时间意味着低推力弧段期间持续功率需求为640瓦，这与现有用于深空任务的RTG供电电推进技术相兼容。

在某些 在这些情况下，为卫星间转移提供最有利门户的晕轨道，并不 ot

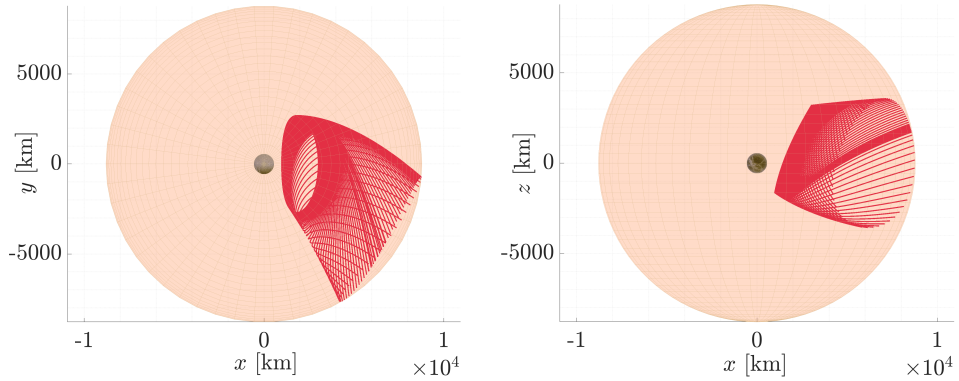


图14：土星–土卫四系统中围绕 L_1 的晕轨道的全局不稳定流形（向外分支）及其与作用球表面的交点。左： xy 投影；右： xz 投影。

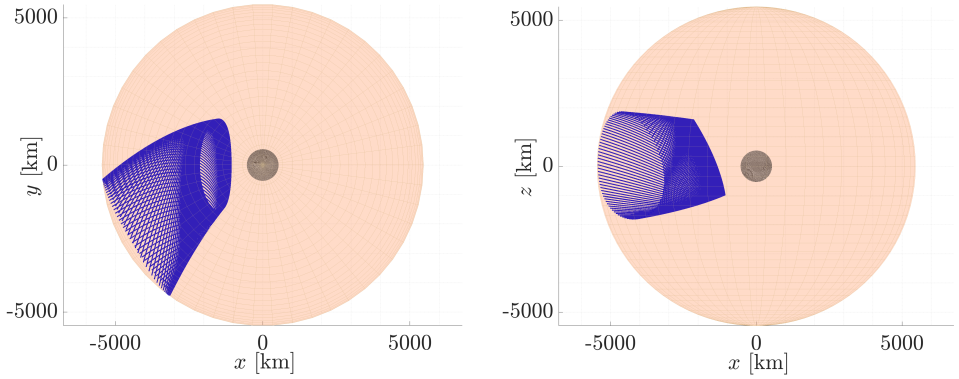


图15：土星–土卫三系统中围绕 L_2 的晕轨道的全局稳定流形（向内分支）及其与作用球表面的交点。左： xy 投影；右： xz 投影。

与观测阶段所选的轨道重合。出现这种情况时，需要在同一族的晕轨道之间进行适当的转移。这些转移的推进剂成本很低，飞行时间也很短，因此几乎不会影响任务的总体 ΔV 预算和总持续时间 [42, 43]。在此背景下，也忽略了相邻连接轨迹之间的定相机动，因为它们不会影响表12中报告的数值。

利用低能量转移执行卫星内部阶段任务的一个主要优势，是能够灵活调整任务时间线，从而以极少的推进剂消耗重复执行科学轨道。例如，若每条科学轨道重复执行 100 次，任务总持续时间将增加至约 5 年。这种灵活性使任务时间线能够根据所需的科学

表12：具有相关成本、持续时间和质量演化的代表性端到端MT阶段。

阶段	开始日期 [年 月 日]	Δt [天]	ΔV [米/秒]	推力时间 [天]	Δm [kg]	最终质量 [kg]
SRh E型	2042-01-01	6.13	≈ 0	≈ 0	≈ 0	1000.0
Rh SOI 离开	2042年1月7日	3.56	0	0	0	1000.0
Rh–Di	2042年1月10日	336	1084	336	66.8	933.2
Di SOI 进入	2042年12月12日	2.55	0	0	0	933.2
SDi D型	2042年12月15日	5.25	≈ 0	≈ 0	≈ 0	933.2
Di SOI 离开	2042年12月20日	2.08	0	0	0	933.2
Di–Te	2042年12月22日	246	876	246	48.9	884.3
Te SOI 进入	2043年8月25日	1.51	0	0	0	884.3
STe C型	2043年8月27日	3.50	≈ 0	≈ 0	≈ 0	884.3
Te SOI退出	2043年8月30日	4.95	0	0	0	884.3
Te–En	2043年9月4日	254	958	254	50.3	834.0
En SOI进入	2044年5月15日	1.02	0	0	0	834.0
SEn B型	2044年5月16日	1.64	≈ 0	≈ 0	≈ 0	834.0
En SOI退出	2044年5月18日	1.15	0	0	0	834.0
En–Mi	2044年5月19日	331	1438	331	65.5	768.5
进入土卫三影响球	2045年4月15日	1.04	0	0	0	768.5
土卫六–土卫三 A 型	2045年4月16日	1.36	≈ 0	≈ 0	≈ 0	768.5
总计	**2045年4月18日**	**1203**	**4356**	**1167**	**231.5**	**768.5**

成果进行定制，从而实现对卫星的多历元观测，并长期监测地下活动或土卫二类间歇泉喷流等动力学现象。传统的脉冲式转移或高能转移策略无法实现如此程度的适应性。因此，应将此处概述的任务之旅视为由所提出策略支持的端到端示例；更令人感兴趣的是，还可以根据具体的任务规格和目标调整并优化各个阶段。

6. 比较分析与结果讨论

本研究提出了一种巡游设计策略，在受扰动力学环境中结合运用低能动力学与低推力推进。这是对 Fantino 等人在 [22]中提出的任务概念的重要扩展与改进。具体而言，本研究改进了先前提出的无摄动二维巡游方案：该方案在平面圆型限制性三体问题中设计科学轨道，并在二体问题框架下计算卫星间转移轨迹。在本研究中，由.....引起的摄动

土星及各目标 ILM 的扁率被纳入作用球内的圆型限制性三体问题动力学，而作用球之间的飞行段则采用 N体模型进行传播，该模型还纳入了土星的 J_2。完整巡游完全采用三维设计，从而在科学轨道阶段实现对卫星表面的全面覆盖。所提出的三维巡游性能与平面二维方案相当（后者三个卫星间飞行段的总 ΔV 为 3.1 千米/秒，持续时间约 1.7 年，推进剂用量为 125 千克），同时具有更佳的观测性能，并将土卫五纳入任务范围，这是以往研究未曾涉及的。本研究提出的四次卫星间转移在约 3.2 年内总计需要 ΔV 4356 米/秒，对应的推进剂消耗为 231.5 千克。为凸显所得结果的意义，我们计算了参考转移轨迹：一类是在共面卫星之间采用霍曼脉冲机动（比冲为 300 秒），另一类是假设始终沿切向施加低推力的平面二体问题圆轨道间转移。相应数值列于表 13中。比较结果清楚地表明，利用 HIMs 退出和进入各终端卫星的作用球具有优势。与平面无摄动低推力参考方案相比，基于 HIMs 的飞行段始终能够降低 ΔV，由此证明了所提策略的有效性。

表13：参考未受扰动平面转移轨迹：低推力圆轨道间轨迹和霍曼脉冲机动，按初始质量为 1000 kg 计算。

转移轨迹	低推力圆轨道间			霍曼		
	ΔV [米/秒]	Δt [天]	Δm [kg]	ΔV [米/秒]	Δt [天]	Δm [kg]
土卫五—土卫四	1542	472	93.5	1531	1.79	405
土卫四—土卫三	1320	407	73.2	1315	1.15	214
土星—土卫二	1278	395	65.2	1274	0.81	134
土卫二—土卫一	1675	510	77.8	1668	0.57	107
总计	**5815**	**1784**	**309.7**	**5788**	**4.32**	**860**

本研究提出的巡游架构与文献中此前实施或提出的方案存在根本性差异。卡西尼号采用化学推进系统，在高度椭圆的以土星为中心的轨道上运行，并通过一系列对土星卫星的定向飞掠开展任务。在为期13年的任务期间，卡西尼号完成了166次定向飞掠，其中117次飞掠土星六，49次飞掠ILM（其中23次飞掠土星二）[44]。尽管该巡游任务旨在最大限度地提高科学成果，但每条轨道中只有很小一部分时间是在卫星附近度过的，并且从未规划过轨道捕获。在轨道

巡游任务中，约使用了700千克推进剂，对应的总 ΔV 约为800米/秒，且I_{sp} 为323秒。类似地，Strange 等人提出的策略 [14] 采用了与卡西尼号等效的推进系统，并实现了 ΔV 为960米/秒，使用约1000千克推进剂。该巡游任务可实现对土星五14次、土星四8次、土星三11次和土星二9次飞掠，但不会飞掠土星一，总持续时间为2.5年。此外，根据此前关于 [22] 行星际转移的研究，可以在土星六处实现无动力捕获。相比之下，卡西尼任务和 [14] 中的巡游任务都需要进行土星轨道插入机动，其 ΔV 分别约为600米/秒和750米/秒。

与此相反，本研究采用了截然不同的任务策略。巡游分为五个观测区块，每个 ILM 对应一个区块，从土星五开始，以土星一结束。在每个区块内，航天器沿低能轨道飞行任意时长，从而能够持续进行长时间观测并实现全面的表面覆盖。相对速度约为 10–100 米/秒，而卡西尼号和 VILT 型巡游的速度约为 1 千米/秒，因此更便于开展详细的科学探测。这些弱捕获轨迹具有较高倾角、广泛的表面覆盖、反复近距离接近以及可忽略不计的推进剂成本，证明了基于流形的动力学在持续卫星观测中的有效性。每个科学探测阶段结束后，航天器通过低推力螺旋轨迹转移至下一颗卫星，因此卫星间转移时间较长。这些飞行段采用基于星历的动力学进行传播，这是以往多卫星巡游文献中未曾涉及的要素。用于影响球内阶段的 J_2 受摄三体问题自然包含了主要摄动（土星扁率）；这一摄动的影响超过了其他卫星和太阳产生的累积第三体效应，而后者的影响始终低于所采用的阈值（1 千米和 1 米/秒）。由此，对土星动力学环境形成了连贯且逼真的描述，使文献中此前尚未实现的弱捕获与低推力巡游架构成为可能。要实现完整、高保真且可实施的任务设计，尚需在影响球内动力学中纳入每颗卫星的轨道偏心率和倾角，从而统一动力学模型，并制定更完善的端到端任务方案。

与卡西尼号及现有文献相比，另一项根本差异在于采用了电推进。这一选择具有较高的燃料效率，并且能够满足土星距太阳如此遥远时严格的功率限制。尽管可用推力有限，必然会延长卫星间转移时间，但任务总持续时间仍与卡西尼号的主任务及两次扩展任务相当。同时，推进剂需求大幅降低。因此，与化学推进和基于飞掠的任务概念所需的更高燃料

需求相比，所提出的架构能够以适中的成本实现对多颗卫星的全面探测。

7. 结论

本文提出了一种任务设计策略，结合自然动力学与低推力推进，探测土星的五颗内侧大型卫星（ILM）：土卫五、土卫四、土卫三、土卫二和土卫一。鉴于人们对这些天体日益增长的科学兴趣，所提出的方案兼顾延长任务持续时间的需求，同时显著提高推进剂效率和科学成果。

在本研究中，探测巡游从土卫五开始，以土卫一结束。地球至土星的行星际转移轨迹已在 [22]，中进行了分析，其总转移持续时间为12.34年，起始于2028年1月21日，结束于2040年5月24日；该轨迹还通过在土卫六进行一系列无动力引力辅助，实现了土星轨道插入。此行星际阶段可与所提出的三维巡游衔接，从而将当前工作纳入一个端到端框架，涵盖从离开地球到在土卫一附近开展观测的全过程。

本研究分析了土星–卫星–航天器三体系统中围绕平动点的晕轨道之间的转移轨迹。出发轨道和到达轨道的周期性使其成为连续科学轨道与卫星间转移之间的有效门户。通过利用与周期轨道相关的双曲不变流形（HIMs），获得了同宿与异宿连接，从而实现了航天器在每个目标附近的长期弱捕获。不同卫星的晕轨道之间通过低推力弧段建立连接，这些弧段弥合了连续卫星的双曲不变流形之间的距离和能量差。这一策略展现了用于观测ILM的巨大科学潜力。弱捕获的三维轨道具有较高倾角，能够观测极区，并以可忽略的成本实现重复近距离接近。值得注意的是，在B型、C型和D型异宿连接中，两极上空的可见窗口可持续数小时，确切持续时间取决于高度。相比之下，同宿连接由于面外分量有限，被证明不太适合极区探测。在 J_2–摄动圆型限制性三体问题（CR3BP）中对每个作用球（SOI）内的动力学进行建模，而SOI之间的航段则在完整的N体框架中传播，该框架还包括土星扁率。 N体模型中所考虑的天体通过专门的摄动分析进行选取，其星历则从SPICE中提取，在保持计算效率的同时确保动力学保真度。

就性能而言，四个月球间航段在约 3.2 年内总共需要 ΔV 4.4 千米/秒，对应于初始质量为 1000 千克时 231.5 千克的推进剂消耗。

通过在每颗卫星周围的科学轨道上驻留，任务持续时间还可进一步延长；驻留时长可任意设定，且只需付出极少的推进剂成本。结果清楚地表明，将基于圆型限制性三体问题的动力学结构与低推力推进相结合具有显著优势，可为多卫星环境下高保真、燃料高效的转移轨迹设计提供强有力的框架。所提出的设计策略与现有推进与电力技术兼容，并支持未来 ILM 探测任务的科学与运行目标。本文提出的方法并不局限于土星系统，还可扩展至其他巨行星的多卫星系统；这些系统是未来科学探测极具吸引力的目标。

未来的工作将着重于将每个 ILM 的轨道偏心率和倾角纳入 SOI 内动力学，这是实现任务所有阶段高保真设计的一步。鉴于本研究确定的科学轨道在覆盖范围和成本方面的优势，下一步改进是将这些轨道过渡到更精确、且保留相同流形结构的动力学框架中。因此，未来的研究将过渡到受 J_2 摄动的椭圆限制性三体问题（ ER3BP ），该模型在更加真实的模型中保留了当前工作所利用的动力学特征。生成基于 ER3BP 的轨道后，将通过修正机动补偿卫星轨道倾角和额外第三体摄动的影响，使轨迹能够沿着其名义的流形驱动轨迹运行。预计这些调整所需的推进剂消耗极少，从而使本研究提出的弱捕获与低推力架构能够进一步发展为完全真实、适用于未来任务实施的设计。

致谢

本研究由哈利法科学与技术大学极地研究中心（哈利法科学技术大学极地研究中心）资助。作者感谢罗伯托·弗洛雷斯博士就摄动分析所进行的深入讨论。

参考文献

[1] D. L. Matson, L. J. Spilker, J.-P. Lebreton，卡西尼-惠更斯任务前往土星系统，《Space ScienceReviews》104 (1) (2002年) 1–58. doi:https://doi.org/10.1023/A:1023609211620.

[2] L. Spilker，卡西尼-惠更斯探测任务对土星系统的探测：13年的发现，《科学》364（6445）（2019）1046–1051。doi:10.1126/science.aat3760。

[3] 美国国家科学、工程和医学院，《起源、世界与生命：2023—2032年行星科学与天体生物学十年战略》，美国国家科学院出版社，华盛顿哥伦比亚特区，2022年。doi:10.17226/26522。

[4] 欧洲空间局，欧洲空间局“航行2050”计划：巨行星的卫星，访问日期：2025年2月13日（2024年）。网址：https://www.cosmos.esa.int/documents/1866264/1866292/ESA_L4_Expert_Committee_report_Moons_of_the_Giant_Planets.pdf/52c5bee8-c0b8-8195-2ded-f175b6165d4a?t=1711372342807

[5] S. M. MacKenzie、T. E. Caswell、C. M. Phillips-Lander、E. N. Stavros、J. D. Hofgartner、V. Z. Sun、K. E. Powell、C. J. Steuer、J. G. O’Rourke、J. K. Dhaliwal 等，《THEO概念任务：检验土卫二海洋的宜居性》，《空间研究进展》58(6)（2016年）1117–1137。doi:10.1016/j.asr.2016.05.037。

[6] G. Miles, C. J. A. Howett, F. Nimmo, D. J. Hemingway，土卫二北极的内生热，《科学进展》11 (45)(2025年) eadx4338。 doi:10.1126/sciadv.adx4338。

[7] B. Buratti, R. Clark, F. Crary, C. Hansen, A. Hendrix, C. Howett, J. Lunine, C. Paranicas，未解之谜：我们对土星的卫星尚不了解的内容，《行星与空间科学》155 (2018年) 41–49。doi:10.1016/j.pss.2017.11.017。

[8] M. K. Dougherty, L. J. Spilker，卡西尼任务之后对土星冰卫星的综述，《物理学进展报告》81 (6) (2018年) 065901。 doi:10.1088/1361-6633/aabdfb。

[9] W. S. Koon、M. W. Lo、J. E. Marsden、S. D. Ross，《木星卫星之间低能量转移轨迹的构建》，《当代数学》292 (1) (2002年)129–145。doi:10.1090/conm/292/04919。

[10] G. Gómez、J. J. MASDEMONT、J. M. MONDELO，《平动点轨道：动力学视角下的综述》，载于：《平动点轨道及其应用》，世界科学出版社，2003年，第311–372页。doi:10.1142/9789812704849_0016。

[11] W. S. Koon、M. W. Lo、J. E. Marsden、S. D. Ross，天体力学中周期轨道之间的异宿连接与共振转变，Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science 10 (2) (2000) 427–469. doi:10.1063/1.166509。

[12] S. Campagnola、R. P. Russell，终局问题第一部分：V∞借力技术与借力图，《制导、控制与动力学杂志》33 (2) (2010) 463–475. doi:doi.org/10.2514/1.44258。

[13] S. Campagnola、N. J. Strange、R. P. Russell，采用非切向V∞借力转移的快速巡游设计方法，《天体力学与动力天文学》108 (2010) 165–186。 doi:10.1007/s10569-010-9295-1。

[14] N. J. Strange、S. Campagnola、R. P. Russell，利用低质量卫星的借力飞掠实现土卫二轨道器，《宇航科学进展》135 (3) (2009) 2207–2225。

[15] S. Campagnola、R. P. Russell，终局问题第二部分：多体技术与蒂塞朗-庞加莱图，《制导、控制与动力学杂志》33 (2) (2010) 476–486。 doi:10.2514/1.44290。

[16] G. Lantoine, R. P. Russell，行星卫星之间的近弹道晕轨道间转移，《航天科学杂志》58 (3) (2011) 335–363。 doi:10.1007/BF03321174。

[17] G. Lantoine, R. P. Russell, S. Campagnola，行星卫星之间低能共振跳跃转移的优化，《宇航学报》68(7-8)(2011)1361–1378。 doi:10.1016/j.actaastro.2010.09.021。

[18] T. S. Brown，土星系统中的多体任务设计，重点研究土卫二的可达性，硕士论文，普渡大学（2008）。

[19] R. P. Russell, N. J. Strange，行星卫星系统中的循环轨迹，《制导、控制与动力学杂志》32 (1) (2009) 143–157。 doi:10.2514/1.36610。

[20] M. Lara, J. F. Palacián, R. P. Russell，通过对受摄开普勒系统应用平均法进行任务设计：土卫二轨道器的典范案例，《天体力学与动力天文学》108 (2010) 1–22。
doi:10.1007/s10569-010-9286-2。

[21] Y. Takubo, D. Landau, B. Anderson，土星系统中的自动化巡游设计，《天体力学与动力天文学》136 (1) (2024年) 8。 doi:10.1007/s10569-023-10179-8。

[22] E. Fantino、B. M. Burhani、R. Flores、E. M. Alessi、F. Solano、M. Sanjurjo-Rivo，《土星内侧大型卫星近距离探测的端到端轨迹概念》，《非线性科学与数值模拟通讯》126（2023）107458。 doi:10.1016/j.cnsns.2023.107458。

[23] E. Fantino、E. M. Alessi、J. Pelaez Alvarez，《连接土星系统中的低能轨道》，载于：第27届国际航天飞行动力学研讨会论文集，墨尔本，澳大利亚，2019年2月24日至28日。

[24] F. Salazar，E. Fantino，E. M. Alessi，冰卫星周围低能轨道的观测特性，《宇航学报》178（2021年）743–756。 doi:10.1016/j.actaastro.2020.09.051。

[25] E. Fantino，F. Salazar，E. M. Alessi，用于土卫二探测的低能轨道设计与性能，《非线性科学与数值模拟通讯》90（2020年）105393。doi:10.1016/j.cnsns.2020.105393。

[26] F. Salazar，A. Alkhaja，E. Fantino，E. M. Alessi，具有扁椭主天体的土星–土卫二圆形限制性三体问题中的科学轨道，《宇航学报》180（2021年）398–416。
doi:10.1016/j.actaastro.2020.12.045。

[27] L. Bury, J. McMahon，带谐波对次天体附近圆型限制性三体问题中动力学结构的影响，《天体力学与动力天文学》132 (9) (2020) 45. doi:10.1007/s10569-020-09983-3。

[28] A. Mittal, M. S. Suraj, R. Aggarwal，非球形主天体的限制性三体问题中由拉格朗日解产生的周期轨道分析，《新天文学》74 (2020年) 101287.doi:10.1016/j.newast.2019.101287。

[29] A. Safiya Beevi, R. Sharma，土星—土卫六限制性三体问题中土星扁率对周期轨道的影响，《天体物理与空间科学》340 (2) (2012) 245–261. doi:10.1007/s10509-012-1052-3。

[30] E. I. Abouelmagd、M. Alhothuali、J. L.Guirao、H. Malaikah，受限三体问题框架中带谐系数的影响，《空间研究进展》55（6）（2015）1660–1672。
doi:10.1016/j.asr.2014.12.030。

[31] E. I. Abouelmagd，《受限三体问题中三角点的存在性与稳定性：数值应用》，《天体物理学与空间科学》342 (1) (2012) 45–53。 doi:10.1007/s10509-012-1162-y。

[32] C. Pozzi, M. Pontani, E. Fantino, A. Beolchi, 《利用流形动力学对土星卫星进行高保真探测巡游》，载于：第76届国际宇航大会，悉尼（澳大利亚），2025，论文 IAC-25-C1.9.4。[33] NASA喷气推进实验室，导航与辅助信息设施（NAIF），航天器行星仪器 C 矩阵事件（SPICE）工具包（版本 N0067，2022年1月3日发布），https://naif.jpl.nasa.gov/naif/toolkit（最后访问日期：(5/01/2025）。[34] J. M. A. Danby, 《天体力学基础》，ISBN：0-943396-20-4。[35] R. Flores, B. M. Burhani, E. Fantino, 《卫星轨道精确高效传播方法：闪电轨道案例研究》，《亚历山大工程学报》60 (2) (2021) 2661–2676。doi:10.1016/j.aej.2020.12.056。[36] M. Pontani, 《高级航天器动力学》，Edizioni Efesto，意大利罗马，2023。[37] L. Iess, B. Militzer, Y. Kaspi, P. Nicholson, D. Durante, P. Racioppa, A. Anabtawi, E. Galanti, W. Hubbard, M. Mariani 等, 《土星引力场和光环质量的测量及其意义》，《科学》364 (6445) (2019) eaat2965。doi:10.1126/science.aat296。[38] K. Connor Howell, 《三维周期性“晕”轨道》，《天体力学》32 (1) (1984) 53–71。doi:10.1007/BF01358403。[39] T. S. Parker, L. Chua, 《混沌系统的实用数值算法》，施普林格科学与商业媒体，2012。doi:10.1007/978-1-4612-3486-9。[40] A. E. Petropoulos, S. Lee, 《使用Q律进行低推力轨道转移优化：初始猜测》，载于：AAS/AIAA天体动力学专家会议，2005。[41] A. Petropoulos, 《利用候选李雅普诺夫函数进行低推力轨道转移并采用滑行机制》，载于：AIAA/AAS天体动力学专家会议暨展览，2004，第5089页。doi:10.2514/6.2004-5089。[42] L. Hiday-Johnston, K. Howell, 《晕轨道之间的脉冲式无时间约束转移》，《天体力学与动力天文学》64 (4) (1996) 281–303。 doi:10.1007/BF00054549。[43] G. Gomez, A. Jorba, A. Masdemont, C. Simo, 《晕轨道之间转移的研究》，《宇航学报》43 (9-10) (1998) 493–520。doi:10.1016/S0094-5765(98)00177-5。

[44] J. Bellerose, D. Roth, Z. Tarzi, S. Wagner, 《卡西尼任务：重构迄今为止飞行过的最复杂引力辅助轨迹的十三年》，载于：《太空行动：启迪人类未来》，施普林格，2019，第 575–588 页。doi:10.1007/978-3-030-11536-4_22。