arXiv:2603.07396v1 [physics.flu-dyn] 8 Mar 2026

多物理场仿真的一致界面重构与耦合方法

Ethan Huff[1] 和 Savio J. Poovathingal[1*]

[1]肯塔基大学机械与航空航天工程系，美国肯塔基州列克星敦市 Ralph G. Anderson 大楼 287 号，邮编 40506。

*通讯作者。电子邮箱：saviopoovathingal@uky.edu；共同作者：ethan.huff@uky.edu；

摘要

在广泛的应用领域中，准确表征界面和通量交换对于耦合多物理场模拟至关重要。目前，耦合方法受到底层离散化方式或特定物理问题的限制，因而通用性不足。为消除这些限制，我们开发了一种一致的界面重构与耦合方法，用于连接多物理场计算域。所提出的数值框架包含两个互补步骤。第一步采用加权插值和网格推进法，根据离散空间数据重构连续的包围表面，并在广泛的分辨率范围内保持几何保真度。第二步采用守恒通量映射算法，将气动力载荷、热通量或质量传递等表面物理量投影到附近的离散单元，同时确保通量量的全局守恒。这种新的数值 formulation 可整合不同的分区域，并确保它们之间的一致数据传递。我们在多种几何形状上对该框架进行了测试，表面包含误差低于 2.5%，通量传递误差低于 1%。均匀表面退蚀的瞬态模拟进一步验证了该方法在耦合演化中的准确性，预测的体积损失与解析解的偏差在 1% 以内。该方法为多物理场环境中的一致界面重构与耦合建立了通用且可扩展的框架，为广泛系统中的离散-连续相互作用提供了统一处理途径。

关键词：界面重构、多物理场耦合、通量映射、一致数据传递、耦合场模拟

文章亮点

- 一种用于连接基于网格的固体与基于表面的模拟的通用方法。
- 保留几何演化和表面通量，从而实现物理模型之间一致的数据交换。
- 在耦合模拟中准确捕捉形状演化和材料损失。

1 引言

现实工程系统——例如航空航天飞行器、能量转换装置和先进制造工艺——通常涉及多种物理现象之间紧密耦合的相互作用 [1–3]。通过多物理场模拟捕捉这些相互作用，对于预测系统性能、指导设计优化和降低实验成本至关重要。这类模拟整合不同的数值求解器，以表示可能在不同空间和时间尺度上运行的相互作用物理过程。然而，要实现这些求解器之间的精确耦合仍是一项重大挑战，尤其是在每种方法都采用各自的离散化和几何表示时 [3]。在许多计算框架中，固体或离散区域采用规则网格或点集表示，因而缺乏定义明确的界面 [4, 5], ；而连续体求解器则依赖边界贴合几何来计算表面通量 [6, 7]。这些表示之间的不匹配会导致几何保真度和通量传递方面的误差，尤其是在相互作用的求解器采用不同空间和时间分辨率时 [8]。现有的界面处理方法往往将表面描述限制在底层离散化上 [8, 9] ，或将耦合公式限制为单一类别的物理现象，从而降低了其普适性 [10]。为解决这些局限，需要构建一个框架，以实现离散固体域与基于表面的连续体域之间的精确界面重构和稳健数据交换。

在科学模拟中，通常使用规则的矩形单元网格来表示固体域。本文将用“体素”一词指代这些矩形单元，无论它们是二维还是三维的。通常，这些单元在二维中为正方形，在三维中为立方体，但也可以采用其他长宽比。体素被广泛用作构建较大几何形状的基本单元。本文将使用体素构建的几何形状称为体素化结构。在医学应用中，体素化结构常用于精确表示人体解剖结构 [11–13]。通过包含人体组织体素化近似模型的蒙特卡罗模拟来计算辐射剂量 [14–16]。体素化蒙特卡罗也已用于基于光子的医学成像研究 [17–19]。在制造领域，体素可用于对增材制造中的设计几何形状建模 [20–22]，以及规划减材制造中的刀具路径 [23–26]。

工程学科广泛采用基于体素化结构的模拟技术。例如，研究人员利用体素化几何形状模拟固体结构响应，采用的技术包括晶格粒子法（LPM） [27] 和近场动力学 [4, 28, 29]。这两种方法都是无网格结构仿真技术，其中材料点由体素或类似的离散单元表示。基于体素的方法也可用于模拟有人居住的建筑等系统中的热传递 [30–32]。格子玻尔兹曼方法（LBM） [33–35] 是一种基于体素的模拟技术，能够捕捉流体流动和热传递行为。流体区域被划分到正方形格子中，每个体素都为其中的粒子指定了一个分布函数。LBM 通过交替执行体素内粒子的碰撞和体素间粒子的迁移来模拟流体格子。LBM 技术也已用于固液相变模拟 [36]。在航空航天领域，体素化结构被用于生成

研究热防护系统(TPS)材料。高超声速飞行器需要一种可靠的温度调节方法，以应对其前缘所承受的高热载荷。具有多孔微结构的碳材料常被用作高超声速飞行器上的消耗型热防护系统材料 [37, 38]。X射线计算机断层扫描 (XRCT) 生成的图像堆栈可用于准确呈现碳微观结构的体素化表示 [37]。随后，这些体素化结构可纳入流体模拟 [39–41] 或热模拟 [42]。图 1展示了一个由碳复合材料样品的 XRCT 扫描生成的体素化结构示例。图 1a 显示了整个体素化样品，其中可见结构中的固体材料和孔隙。图 1b 展示了样品中放大的体素化部分。

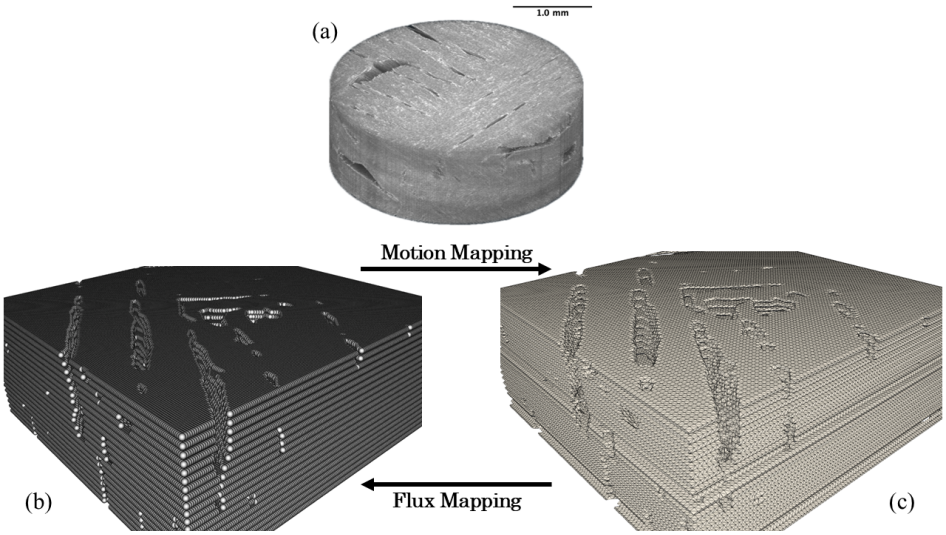


图 1：使用肯塔基大学获取的 XRCT 扫描数据生成的碳微观结构体素化模型。对碳复合材料样品进行扫描，并将其处理为 (a) 中的体素化结构。(b) 展示了该体素化样品材料的放大部分。(c) 展示了 (b) 中材料部分的边界表面。

无论是用于烧蚀还是其他应用，体素化结构的一项局限在于它们没有定义明确的包围界面。本文将这一包围界面称为表面。在多物理场仿真中，将传统的基于体素的方法与其他技术耦合时，需要对表面进行准确的定义。例如，流体流动对浸没表面几何形状的细微变化也很敏感。因此，计算流体力学 [43, 44]和直接模拟蒙特卡罗（DSMC） [45] 求解器通常需要精确的界面来计算表面通量。过去，人们常用移动立方体算法 [46] 及其二维对应算法行进正方形算法 [47] 从体素生成表面，但它们

已知会生成伪造的表面特征 [8]。在本研究中，表面生成的过程称为运动映射。

除表面生成外，如果模拟是耦合的，则还必须有一种方法，能够将生成表面上的数据准确地传回底层体素化结构。例如，完全耦合的流固耦合（FSI）模拟需要将流动所施加的表面力传递到体素化结构。这些被传递的力作为结构模拟所必需的边界条件。这一原理同样适用于其他完全耦合的多物理场仿真。热响应模拟需要传递表面热通量，以便通过体素进行热传导。模拟碳基热防护系统材料的氧化时，需要传递表面反应数据，以便体素质量能够被烧蚀。将表面数据传递到体素的过程在本文中称为通量映射。如图1所示，通量映射是一种将数据从边界表面传递到同一几何形状的体素化表示的方法。

过去已发展了近场动力学和光滑粒子流体动力学（SPH）等无网格方法的双向耦合 [48, 49]。Kim、Bhalla和Griffith [50] 利用浸入边界法将近场动力学与不可压缩纳维-斯托克斯方程进行了耦合。最近，Hong等人 [8]提出了一种同时包含运动和通量映射过程的方法。他们使用改进的移动立方体程序 [46] 为直接模拟蒙特卡罗模拟生成表面。这些表面是利用定义在底层静态网格上的体素化结构生成的。表示材料烧蚀的表面通量从该表面映射到邻近体素，使表面能够随着体素被烧蚀而退缩。在该方法中，体素化结构的分辨率被固定为表面网格的分辨率。这种对分辨率的固定限制了该方法对其他类型多物理场仿真的适用性。表面单元应具有足够的分辨率以捕捉几何特征，但该分辨率并不一定与模拟体素化域所需的分辨率相同。此外，参考文献 [8]中所述的通量映射仅适用于烧蚀问题。因此，希望有一种可用于广泛多物理场仿真问题的体素到表面耦合方法。

本文介绍了一种新的耦合方法，可将体素化结构与相应的边界表面关联起来。本文开发了新颖的运动映射和通量映射过程，使分区系统能够实现一致的耦合，从而支持复杂的多物理场模拟。该耦合方法的早期版本已用于文献 [51, 52] 中所述的流固耦合仿真。在此方法中，体素化结构的分辨率与表面网格的分辨率相互独立，通量映射过程可用于将各种表面物理量映射到体素上。在通量映射过程中，将边界表面上的标量值传输到底层体素化结构时，可确保守恒。我们将这种双向耦合方法称为移动窗口法。

2 行进窗口

移动窗口法由一对模块组成，旨在耦合两种不同的仿真类型：一种使用体素化结构，另一种则需要包围表面。运动映射模块由一组过程构成，用于获取体素化结构并生成相应的边界表面。通量映射模块将边界上的每个表面单元与邻近体素关联起来，以便将基于表面的数据转换为基于体素的数据。图 2 展示了一个采用移动窗口法的通用耦合多物理场仿真框架示意图。图示框架包含由体素构成的固体域，以及需要包围表面的流体域。尽管移动窗口法的概念并不严格局限于流固多物理场框架，为了表述清晰，本文采用的术语将以流固耦合框架为准。耦合框架中的一个完整系统循环由四个不同阶段组成，用于在一个系统时间步（Δt_{system}）内模拟耦合系统。其中两个阶段是流体域和固体域的时间推进阶段。另两个阶段则使用移动窗口模块，在两个域之间传输数据。

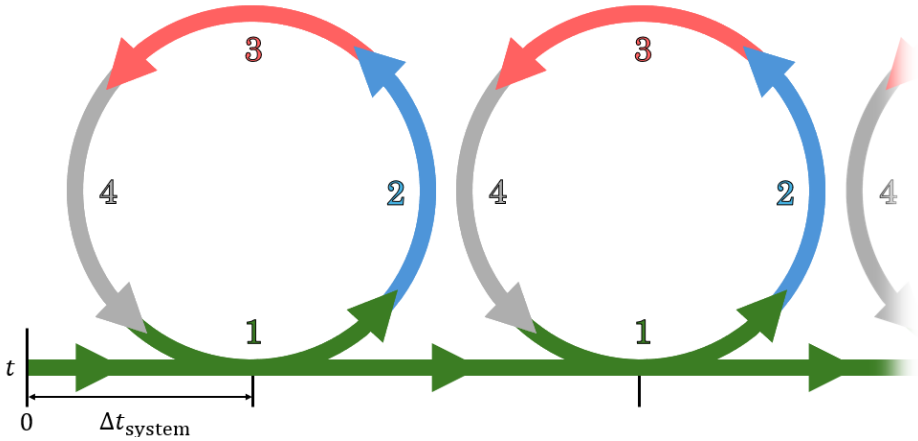


图 2：采用行进窗口的耦合框架。该框架由四个阶段组成，并以时间间隔 Δt_{system} 为周期重复进行模拟。(1) 使用行进正方形算法从体素生成表面。(2) 对流体阶段进行模拟，模拟时长为 Δt_{system}。(3) 将通量从表面单元传递至体素。(4) 对固体阶段进行模拟，模拟时长为 Δt_{system}。在强耦合框架中，可重复这些周期，直至收敛。一个周期完成后，即从新的体素结构生成表面，并开始新的周期。

系统循环以体素化固体结构为起点。该初始结构可以是热防护系统（TPS）中的碳微观结构、热量在其中传导的金属块，或任何其他可用空间中的一组体素表示的系统。图 2 中的第一阶段是运动映射，从时间 $t = 0$开始。运动映射会生成

结构的外边界表面，并将该边界置于流体域中。运动映射过程的详细说明见第 3节。第二阶段是流体时间推进。利用第一阶段生成的边界，对流体进行模拟，持续时间为一个系统时间步。第三阶段是通量映射。通量映射将第二阶段生成的相关表面数据转换为体素量，作为固体模拟的边界条件。此类表面数据的物理意义因模拟类型而异。表面数据可能包括气动力、热量传递以及烧蚀产生的质量通量。通量映射模块的详细说明见第 4节。第四阶段是固体时间推进。利用第三阶段计算出的边界条件对固体进行模拟，持续时间为一个系统时间步。

在第四阶段完成固体模拟后，接下来的流程取决于该框架是强耦合还是松耦合，如图中分支路径所示。2 在第四阶段之后的路径。在松耦合框架中，沿着通往下一个循环的路径继续，新的系统时间步随即从第一阶段开始。在这个新循环中，运动映射模块使用新的体素化结构重新生成边界表面。体素化几何形状的变化可能由机械变形、烧蚀或其他与固体模拟相关的原因造成。无论如何，都会使用结构的新几何形状更新前一个系统循环中的边界。随后，循环按照之前的方式继续进行，依次经过第二、第三和第四阶段，后续系统时间步也以类似方式推进。

在强耦合框架中，可以重复同一个循环以达到收敛，然后再开始下一个系统循环。在图2所示的模型中，耦合模拟从时间 $t = 0$开始，第一个循环从第一阶段开始。第一阶段会生成边界表面，其余循环流程如上所述。循环结束后，可以使用第四阶段产生的新体素配置重新模拟该循环。这种重复对应于沿图2中第四阶段之后返回循环的路径继续。重复过程会持续进行，直到结果收敛至稳定值。达到收敛后，即可沿图2中通往下一个循环的路径继续，并模拟下一个系统时间步。后续每个系统时间步也会以类似方式重复，直至收敛。

运动窗口模块使两个不同的模拟域能够彼此一致地共享数据。运动映射为流体域提供一个表面，该表面充当界面，可将流体数据传递到体素化固体。

3 运动映射

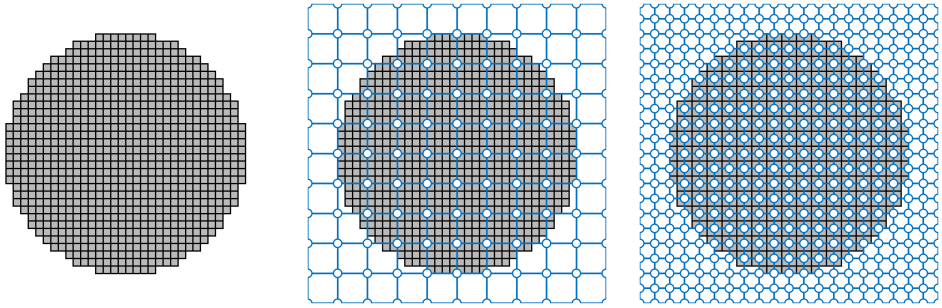
3.1 运动映射方法

移动窗口法的运动映射模块以体素化结构为输入，并输出与该结构对应的包围表面。运动映射过程由四个步骤组成。第一步是生成一个笛卡尔网格，即覆盖在体素化结构上的行进窗口网格。行进窗口网格中的每个角点（或节点）都包含一个标量，表示该节点附近的体积填充率。体积填充率的计算

在运动映射过程的步骤二和步骤三中进行。步骤二是根据每个体素相对于体素化结构边缘的位置，对其应用加权函数。每个体素的权重用于加权其计算所得的体积（单位深度下的面积）。第三步是利用这些加权体素体积，计算行进窗口网格中每个节点的体积填充率。第四步也是最后一步，是对体积填充率标量场应用行进正方形算法 [47] 。行进正方形算法通过线性插值估算行进窗口网格中填充率为 50% 的等值面，该等值面即为体素化结构的估计包围表面。下面将依次详细介绍运动映射的四个步骤。当前研究聚焦于二维结构，但运动映射也可以扩展为三维版本。以下各步骤的说明均包含相应的三维过程细节，可用于三维运动映射模块。

3.1.1 行进窗口网格

运动映射过程的第一步是将行进窗口网格叠加到已有的体素化结构上。行进窗口网格是均匀的正方形笛卡尔网格。图 3 展示了这类网格的两个示例。图 3a 展示了一个由灰色体素组成的圆形结构，它将作为运动映射过程的示例几何形状。图 3b 和图 3c 展示了两个行进窗口网格示例。由四条蓝色边围成的每个正方形都是网格中的一个单元。网格角点以白色圆圈表示，这些节点将存储体积分数标量，以供运动映射过程后续的行进正方形算法使用。



（a）体素化圆。　　（b）粗网格。　　（c）精细网格。

图 3：将行进窗口网格叠加到体素化圆上。初始体素化结构（a）覆盖有粗行进窗口网格（b）和更精细的网格（c）。网格单元以蓝色轮廓标出，网格节点以白色圆圈表示。

为了定义行进窗口网格，所需参数为包围盒界限和单元的边长。这些界限是最小值和最大值

网格节点坐标的。这些界限的选择应使体素不靠近网格边界。选择网格界限的细节见第3.1.2节。图3b的网格所用单元尺寸等于四个体素宽度，而图3c 中更精细的网格所用单元尺寸为两个体素宽度。在行进窗口的三维版本中，扩展这一网格叠加步骤仅需使用立方单元，并对包围盒界限使用三维坐标。

为使行进窗口的讨论保持无量纲，本文后续将以待研究几何形状的尺寸为基准，描述体素尺寸（L_v）和单元尺寸（L_c）。所有待研究几何形状均为多边形或圆，因此采用各几何形状的外接圆半径（R_{circ}）作为特征长度。体素尺寸通过体素比（v_r）定义，

$$v_r = \frac{R_{\text{circ}}}{L_v} \tag{1}$$

单元尺寸则通过网格比（g_r）定义，

$$g_r = \frac{R_{\text{circ}}}{L_c} \tag{2}$$

例如，若 $v_r = g_r$，则体素尺寸等于单元尺寸，每个单元中可容纳一个体素。若 $v_r = 2g_r$，则每个单元中可容纳四个体素。

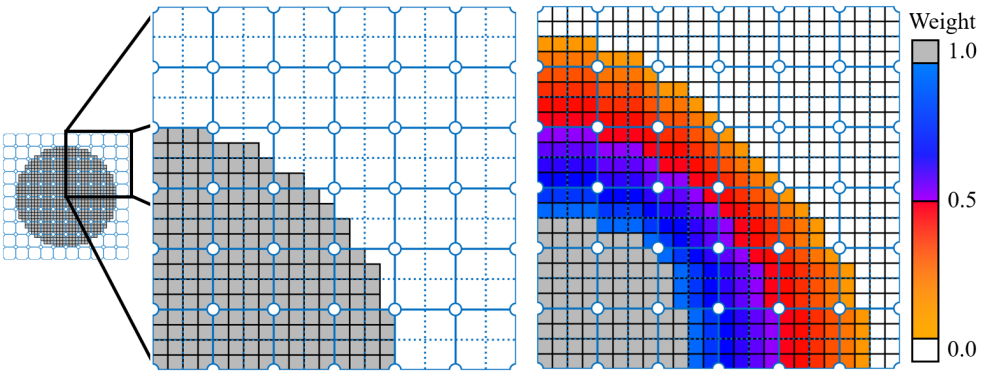
本文对所用网格施加了若干限制。首先，每个网格均与对应的体素化结构对齐。网格节点与体素角点重合，如图 3b 和图 3c所示。其次，单元尺寸设为体素尺寸的整数倍。这些网格限制并非本节所述运动映射过程的必要条件，但用于第 3.2 节讨论的误差分析。此外，仅考虑大于或等于体素尺寸的单元尺寸（$g_r \leq v_r$）。随着体素尺寸接近并超过单元尺寸（$g_r > v_r$），由体素尖锐的矩形几何形状造成的表面粗糙度会更加明显。第 3.2 节将讨论这种粗糙度的一个示例。

3.1.2 幽灵体素与加权

运动映射的第二步是在将体素体积分配给网格节点之前对其进行加权。体素加权如图4所示。图4a 展示了图3b中网格的右上象限。蓝色虚线表示水平方向或垂直方向上两个节点之间的中线。每个节点拥有由其周围四条虚线边围成的正方形所包含的体积，即每个节点拥有以自身为中心、体积为 L_c^2 的节点体积。每个节点的体积填充率按其节点体积中由体素体积填充的部分计算。

节点体积占比的计算所采用的体素权重如图所示。4b。权重为 1.0（灰色）表示将该体素的全部体积纳入计算，而权重为 0.0（白色）表示在节点填充率中不计入该体素的任何体积。介于这两个极端之间的权重表示，体素体积的一部分会计入填充节点体积。例如，圆心处或附近被灰色体素完全填充的节点

填充率为 100%。边缘体素（亮紫色）附近的节点填充率介于 0% 和 100% 之间。对体素体积进行加权，是为了处理将体积填充分数线性插值以生成表面时产生的伪影。第3.1.4节详细介绍了这种表面伪影。



(a) 圆的右上象限。　　(b) 圆象限的体素权重。

图 4：节点体积划分和体素加权。

用于每个体素的加权函数（w_v）是其在结构中深度的函数。表示为

$$w_v = \frac{1}{2} + \frac{(\frac{1}{2} + d_v)L_v}{3L_c} \tag{3}$$

其中 d_v 是体素的整数深度。边缘体素的深度为 $d_v = 0$，定义为任何有一个面暴露于空白空间的体素。内部体素的深度由其原始位置到边缘体素的最短路径上的步数决定，其中有效步是从当前位置移动到与其共享一个面的相邻位置。计算深度类似于计算国际象棋车从当前位置移动到最近边缘体素所需 traversed 的正方形数量。深度计数方法示于图 4b的底部。底部的亮紫色体素是深度为 $d_v = 0$的边缘体素，其位置与图 4a中的相同。其正内侧的体素（左侧）深度为 $d_v = 1$。再向左的体素深度为 $d_v = 2$，依此类推。

公式 3 中的函数经过选择，使得体素平壁外边缘处的权重为 50%。出于第 3.1.4 节所讨论的原因，这种加权使生成的边界表面能够与体素墙的外边缘完全重合。为确保边界表面与体素墙边缘重合，边缘体素附近的空白空间也必须作为低权重体素处理。因此，会从体素化结构周围的空白空间生成幽灵体素。这些幽灵体素仅用于运动映射中的体积加权，其权重按照公式 3 设置，与常规体素相同。深度计数方案也与常规体素采用相同的方式。边缘处的真实体素仍具有深度

$d_v = 0$。从边缘向外的第一层幽灵体素的深度为 $d_v = -1$，第二层的深度为 $d_v = -2$，依此类推。请注意，对于真实体素和幽灵体素，体素权重都无需大于 1 或小于 0。因此，任何超出这些范围的体素权重都会被截断，

$$0 \leq w_v \leq 1 \tag{4}$$

在图 4b中，展示了从深层内部体素，经由加权体素和幽灵体素，直至空白空间的过渡。深层内部体素的权重上限为 1。从深层内部向固体边缘移动时，权重开始从 1 逐渐减小。图 4b中以冷色渐变展示了这一初始递减。第一层幽灵体素表现为紫色边缘体素外侧的第一层红色体素。幽灵体素的权重随其与边缘距离的增加而降低。这种递减体现在暖色渐变中。在暖色渐变的末端，体素权重降为零，空体素空间以白色标示。为了使行进窗口网格节点能够涵盖所有真实体素和幽灵体素的体积，网格的包围盒界限应与任何真实体素保持足够远的距离，以防止幽灵体素延伸到包围盒之外。根据式 3，幽灵体素权重降为零处的深度（$d_{v,\ \min}$）为

$$d_{v,\min} = -\frac{3}{2}\frac{L_c}{L_v} - \frac{1}{2} \tag{5}$$

其中，$d_{v,\ \min}$ 不一定是整数。该深度为非零加权幽灵体素超出边缘体素所能到达的距离提供了一个保守估计。由于 $d_{v,\ \min}$ 是从真实体素边缘沿直线向外可到达的体素数量的负值，因此幽灵体素可到达的最远距离（$l_{\max}$）为

$$l_{\max} = \frac{3}{2}L_c + \frac{1}{2}L_v \tag{6}$$

因此，可以使用 $l_{\max}$ 根据体素化结构的包围盒来设定行进窗口网格的最小尺寸。为使幽灵体素位于行进窗口网格内，结构的包围盒应完全包含在网格的包围盒内，并且两者之间在所有位置的最小缓冲距离为 $l_{\max}$。

运动映射过程中的体素加权步骤可以在三维框架中进行，并采用相同的深度和权重计算逻辑。对于边缘体素，可外露的面不再是四个，而是六个。深度的计算方式与二维情况相同，即通过面来计数每个体素到达最近边缘体素所需经过的步数。幽灵体素也将采用与真实体素相同的深度遍历过程生成。

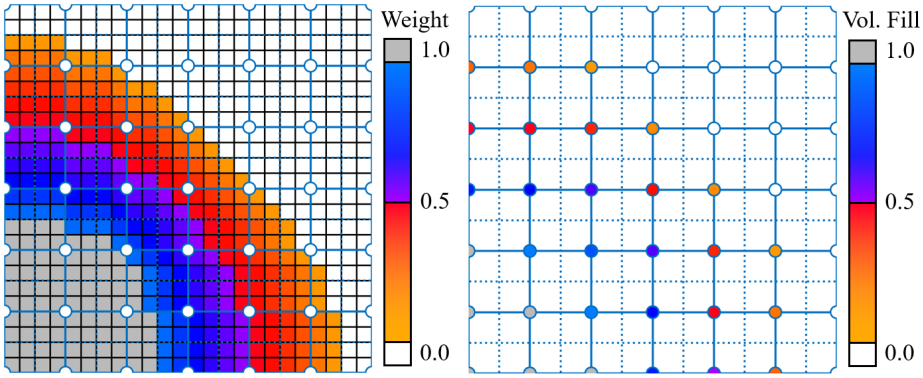
3.1.3 体素体积分布

运动映射的第三步是将每个体素体积分配给行进窗口网格中对应的节点。此步骤如图 5所示。图 5a

为便于理解，此处重印图 4b。图 5a中加权体素的体积根据位置分配给各节点。由于图5a中的所有体素都分别唯一地包含在一个节点体积内，因此每个节点 (ν) 从所有由其拥有的 $n_{\text{vox},\nu}$ 体素体积中获得的总体积填充率 ($V_{\text{fill},\nu}/V_{\text{node}}$) 为

$$\frac{V_{\text{fill},\nu}}{V_{\text{node}}} = \frac{\sum_i^{n_{\text{vox},\nu}} w_{v,i} L_v^2}{L_c^2} \tag{7}$$

其中 $w_{v,\ i}$ 是体素 i的权重。体积分布到节点的结果如图 5b所示。节点体积填充率的配色方案与体素加权的配色方案相同。在三维版本的行进窗口中，分布过程也相同。唯一的区别是，节点体积和体素为立方体，而不是具有单位深度的正方形。



（a）加权体素。　　（b）节点体积填充率。

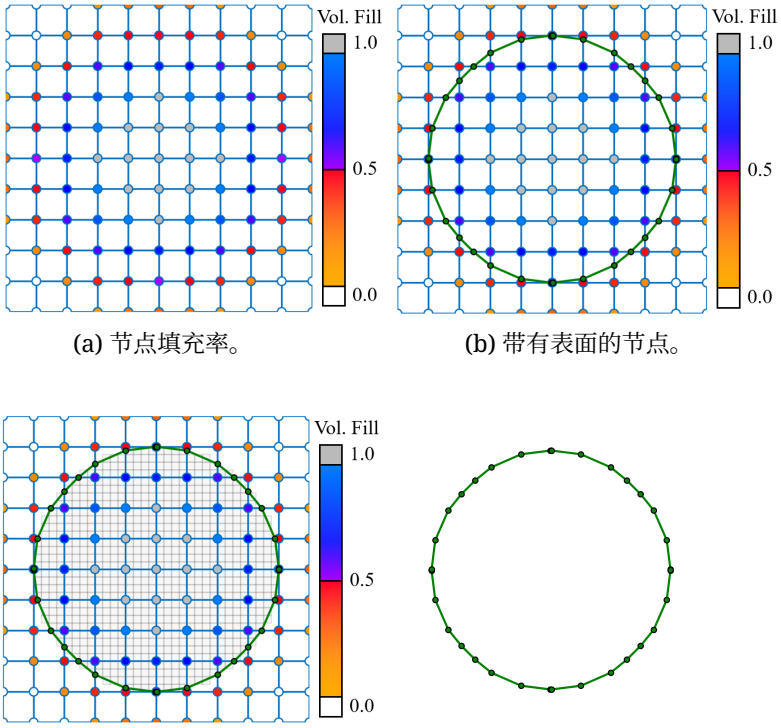
图 5：体素体积分布到行进窗口网格节点。

在当前分析中，我们仅考虑完全包含在一个节点体积内的体素。对于图 5所示的情况，每个体素体积都完全落在一个节点体积内，即图5a中没有体素跨越蓝色虚线。在体素可能跨越节点体积边界的情况下，应根据体素位于各节点体积内的比例，将体素体积分配给相应节点。例如，假设一个权重为 0.7 的体素位于两个节点体积的边界上，其中 40% 的体素位于一侧，60% 位于另一侧。在这种情况下，40% 的体素体积分配给第一个节点，60% 分配给第二个节点。分配给节点体积的两部分体积均采用原始体素权重 0.7 进行加权。

3.1.4 行进正方形

运动映射的第四步也是最后一步，是对体积填充率网格应用行进正方形算法。此步骤会生成一个线段连通集

，用于估算网格中体积填充率为 50% 的等值线。本文采用行进正方形算法原有的 16 种单元拓扑 [47] 。例外情况是鞍点拓扑（索引 5 和 10），为保持原本可能彼此分离的几何形状之间的连接，对其进行了反转。图6 展示了使用行进正方形算法生成表面的过程。



(a) 节点填充率。 (b) 带有表面的节点。

(c) 带有体素的节点和表面。(d) 行进正方形算法表面。

图 6：将行进正方形算法应用于节点体积填充率网格。

图 6a 展示了完整的行进窗口网格，并按第三步计算得到的节点体积填充率进行了颜色编码。行进正方形算法遍历行进窗口网格中的每个单元，估算表示 50% 体积填充等值面的线（或多条线）。首先，根据单元角点处哪些节点的体积填充率大于 50%、哪些小于 50%，确定基本拓扑。然后在单元的一条边与另一条边之间绘制一条线，将填充率低于 50%（即外部）的节点与高于 50%（即内部）的节点分隔开来。图 6b展示了内外节点的分隔情况。在具有表面单元（绿色）的每个单元中，该单元将外部节点（橙色和红色）与内部节点（紫色和蓝色）分隔开来。确定基本拓扑后，

通过线性插值调整表面单元端点的位置，以便更准确地逼近 50% 体积填充率处的等值线。例如，如果表面单元端点位于一条边上，而该边两端节点的填充率分别为 0% 和 75%，那么端点将设置在从 0% 节点到 75% 节点距离的三分之二处。图 6b 所示表面最上、最下、最左和最右处的表面单元，均非常接近或正好位于节点上，因为该节点的填充率接近或恰好为 50%。图 6b 中的节点和表面与原始体素化结构一同展示于图 6c 中。表面围成的空间呈现了体素化结构的大致形状，且表面曲率相对平滑。为清晰起见，图 6d 单独展示了该表面。行进窗口的三维版本可以采用类似的移动立方体算法 [46] 来替代行进正方形算法。移动立方体算法根据角点处带有体积填充节点的立方单元生成三角形表面单元。

行进正方形算法的线性插值是在步骤二中采用体素加权的原因，因为在某些情况下，非加权体素会引入表面缺陷。图7 比较了将体素体积分配到节点的加权方法与非加权方法。一面体素墙向上、向下和向右延伸，以灰色表示。该墙朝左面向灰白色的开放空间。所比较的加权函数由图7上半部分的虚线表示。红色虚线表示空白空间的二元加权为零、每个体素为一，绿色虚线表示式3的加权函数。在该墙体示例中使用二元加权时，所得节点填充率（17%和100%）会使表面单元相对于体素化结构的边略有偏移。该偏移的表面单元由图7下半部分的红色实线表示。理想情况下，在这种平直墙体几何结构中，表面单元应与体素化结构的实际边重合。当使用式3的加权函数时，生成的表面单元与墙边缘之间的偏差消失。由加权体素得到的节点填充率（39%和72%）将线性插值的50%等值线直接置于墙边缘上。

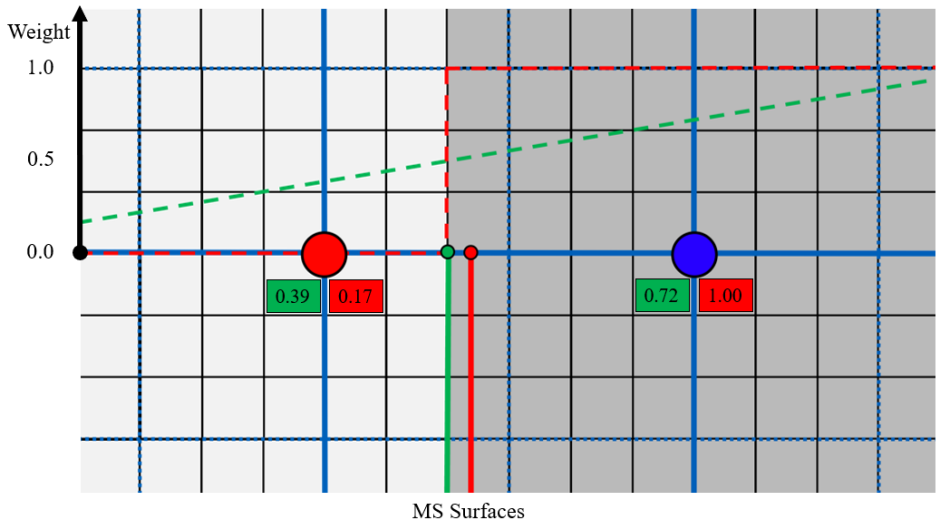
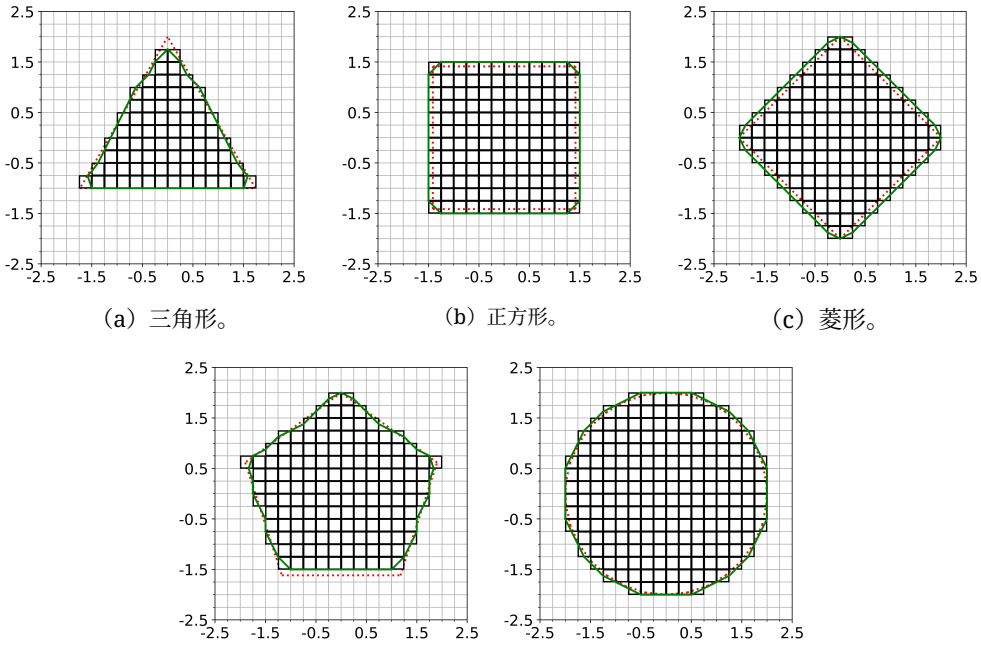


图 7：未加权行进窗口中的线性插值伪影。图中标出了两个节点及其加权（绿色）和未加权（红色）体积填充分数。绿色和红色虚线表示体素加权函数，实线表示由此得到的表面单元。

3.2 误差分析

为评估行进窗口的运动映射模块中所生成表面的质量，用体素化结构近似若干形状，并由这些结构生成表面。本分析所用的五个凸多边形如图8所示：三角形、正方形、菱形、五边形和三十边形（三十边形）。分析这五种形状，是为了了解行进窗口对较大结构中可能出现的各种几何特征的有效性。例如，在表示机械零件时，滚动部件上可能存在弯曲的几何特征，可用圆形几何的一部分来近似。几何形状的其他部分（如轮齿）可能具有尖角。本节给出的形状旨在评估行进窗口处理这些不同几何结构的能力。对三角形、正方形和五边形进行分析，以估计在具有不同内角的尖角几何形状中产生的误差。菱形用于评估行进窗口捕捉相对于体素边呈一定角度的形状边的能力。三十边形用作圆的数值估计。所有形状均为外接圆半径为二的正多边形，单位为任意单位。理想形状的边在图8中以红色显示。

这些形状用于生成图中以灰色显示的体素化结构。该结构中生成的每个体素的质心都位于理想形状的边界内或边界上。体素边长为 0.25，对应的体素比为 $v_r = 8$。随后对这些体素进行加权，并将其体积分配到行进窗口



（a）三角形。 （b）正方形。 （c）菱形。

（d）五边形。 （e）三十边形。

图8：运动映射生成的表面示例。黑色方块为体素，绿色线条为生成的边界表面。红色点线为用于生成体素化结构的理想正多边形。体素比和网格比均为八。

网格节点，具体步骤如上所述。行进窗口网格中的单元尺寸同样为 0.25，对应的网格比为 $g_r = 8$。行进窗口网格、体素化结构和理想形状均以原点为中心。将加权体素体积分配给节点后，行进正方形算法生成图 8中所示的绿色边界表面。一般而言，每个体素化结构的几何特征都能由相应的表面体现出来。例如，生成的圆形表面的曲率与理想圆形十分接近。生成的表面也能体现其他四种形状各边之间的角度。

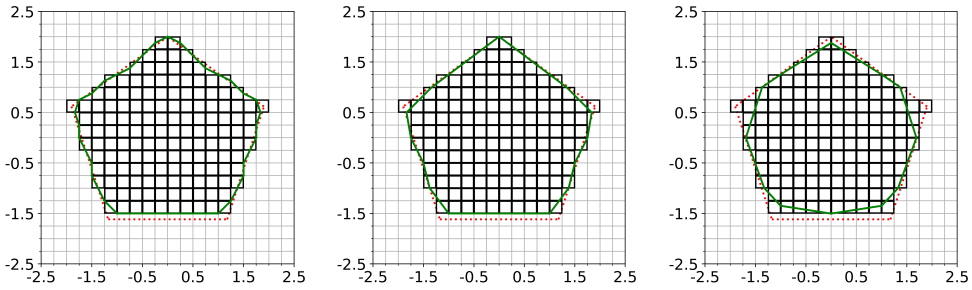
这些边界表面有一个显著特点：它们倾向于将体素化几何形状中的尖角圆角化并向内收缩。这一现象体现在三角形的底部角点、正方形的所有角点，以及五边形的左右角点上。行进正方形算法虽然是一种生成闭合且互不相交表面的稳健方法，却无法可靠地解析尖角等特征。几何形状上任何与网格单元大小相近或更小的特征，在使用行进正方形算法生成表面时都可能被圆角化。图中的圆8e由行进正方形算法生成的边界表面近似得很好。该表面

在边缘体素排列成直线的地方确实呈现直线，但总体而言，表面的曲率紧贴着体素化结构的边缘和理想圆形几何体。该圆形几何没有相对于网格单元尺寸较小的特征，因此，与尖角几何体相比，舍入效应不那么令人担忧。

除了特征圆角化外，也可能出现一些表面锯齿。虽然图中的正方形和菱形几何形状 8 远离角点的边界表面较为平滑，但五边形和三角形的边更为锯齿状。请注意，三角形和五边形的底边都像正方形的边一样平滑。对于这两条底边以及正方形的所有边，都存在一层平坦的边缘体素，体素加权和行进正方形算法能够完美地表示它们。菱形的边也很平滑，尽管其体素化边并非平坦。由于菱形的边相对于 x 轴始终以 45° 倾斜，体素化结构能够以一致的方式表示这些边。例如，菱形的左上边升高-水平距离斜率为 $1/1$，因此体素化结构中的边缘体素可以通过让每个体素相较于前一个体素向上、向右各移动一个位置来表示该斜率。这种一致性使行进正方形算法能够生成斜率一致的表面单元。另一方面，五边形和三角形的斜率相对于 x 轴的角度并非 45° 的整数倍。因此，体素化结构的斜率并不一致。例如，理想五边形的右下边相对于 x 轴以 72° 的角度上升。体素化结构由大小和形状固定的元素构成，因此，角度不是 45° 整数倍的斜边只能在大于一个体素的长度尺度上表示。五边形的右下边由这样的体素表示：每向右延伸一个体素，就升高三个体素；而理想的 72° 斜率的升高-水平距离比约为 $3.1/1$ 。简言之，体素化五边形的这条边由一系列平直的墙面组成，每面高三体素。这种斜率不一致的结果是，行进正方形算法生成的表面在不同单元之间的斜率变化相对剧烈。

增大行进窗口网格单元的尺寸，即减小网格比，可以减轻表面锯齿。图 8d 中的同一体素化五边形，其采用不同网格比生成的表面如图 9所示。图 9a 中的表面与图 8d 中的相同，网格比为 $g_r = 8$。将网格比减半至 $g_r = 4$ 后，网格单元的尺寸会增大一倍。生成的边界表面如图 9b所示。左下边和右下边仍可见一些锯齿，但顶部两条边比图 9a中的平滑得多。另一方面，使用较小的网格比也可能加剧上述角部舍入现象。网格比为 $g_r = 2$ 时生成的表面如图 9c所示。与图 9b中的表面相比，五边形的所有角点都明显向内缩进，尤其是左侧和右侧的角点。

行进窗口算法能够灵活地采用不同分辨率的体素和网格单元，因此适合耦合具有不同分辨率要求的模拟方法。体素分辨率独立于网格分辨率，因此网格分辨率可以根据流体模拟的需求来选择，而不必迁就固体模拟的需求。



(a) $g_r = 8_\circ$ (b) $g_r = 4_\circ$ (c) $g_r = 2_\circ$

图 9：不同网格比下体素化五边形的运动映射。所有情况下体素比均为八。

如上所述，体素化结构没有明确定义的表面。缺少精确的参考表面，使得难以为行进窗口表面的质量指定误差指标。本文采用的误差指标基于以下假设：任何可为体素化结构定义的理想表面，都应将所有体素质心包含在内。同样，理想表面不应包含大量没有体素的空体积。例如，图8 中的空体素空间，即体素空隙，是指体素化几何形状之外、边缘呈浅灰色的正方形。边界表面可能会在某些位置穿入这些体素空隙，但理想表面不应包含它们的质心。简而言之，体素化结构的理想边界表面应包含所有体素质心，且不包含任何空隙质心。如果行进正方形算法生成的表面满足这两个质心包含条件，那么体素化几何体的所有特征都应由该表面表示。理论上，即使满足这些包含条件，生成的表面仍可能包含在体素质心或空隙质心之间蜿蜒穿行的细小伪特征。然而，如上所述，行进正方形算法往往会裁剪非常小的特征，而不是伪造这些特征。

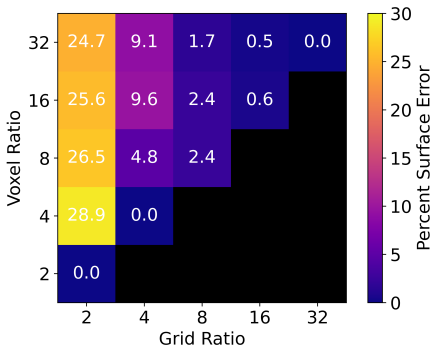
图8 中的每个理想形状都用于生成体素化结构，并在不同体素比和网格比下创建边界表面。采用了大范围的体素尺寸和单元尺寸，以确定为每种形状生成准确表面所需的体素比和网格比。根据违反质心包含条件的体素和体素空隙数量，对这些映射的表面质量进行了评估，结果如图10所示。违反条件的体素总数（$n_{\text{vox, err}}$）和违反条件的体素空隙总数（$n_{\text{void, err}}$）用于计算包含误差（E_{mm}）。这些违反条件的体素和空隙的面积表示为理想多边形面积（A_{poly}）的百分比，

$$E_{\text{mm}} = \frac{(n_{\text{vox,err}} + n_{\text{void,err}})A_{\text{vox}}}{A_{\text{poly}}} \cdot 100\% \tag{8}$$

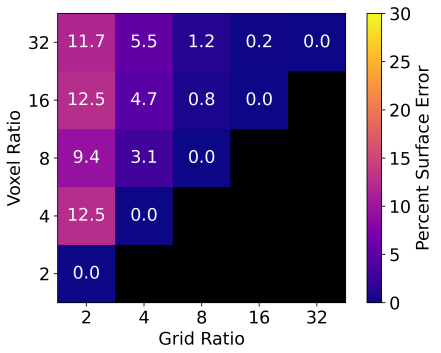
其中 A_{vox} 是单个体素的面积。图 10 中以百分比形式表示了每种网格比和体素比组合的包含误差。热力图中被涂黑的组合的网格比大于体素比，因此不会为这些组合生成表面。

图10 中的结果在不同形状之间既有相似之处，也存在差异。对于所有形状，当网格比为 $g_r \geq 8$ 时，所有组合的质心包含误差均小于 2.5%。当$g_r = v_r$时，所有形状的包含误差也都很小甚至为零，即使在较低的网格比下也是如此。然而，组合 $g_r = v_r = 2$ 对所有形状产生 $E_{\mathrm{mm}} = 0.0\%$ 的误差，这可能部分是由于体素数量很少且尺寸很大，即使表面质量较差也容易将其包含在内。���分析的所有形状中，圆对不同体素和网格比的变化最为稳健。运动映射无需捕捉尖锐特征，并且在网格比为 $g_r \geq 4$ 时，所有结果的包含误差均小于 2%。三角形是对体素和网格比选择最敏感的形状，因为在所分析的几何形状中，它具有数量最多且最为极端的锐角。然而，即使是三角形，在网格比为 $g_r \geq 8$时，其误差也小于 2.5%。菱形、正方形和五边形的结果处于三角形和圆这两个极端之间。尽管菱形的边与体素对齐方向成 45° 角，其包含误差通常与相应正方形的包含误差相当，或优于后者。尽管前文描述了五边形的锯齿状特征，但在相应的网格比组合下，其包含误差与正方形和菱形相近。

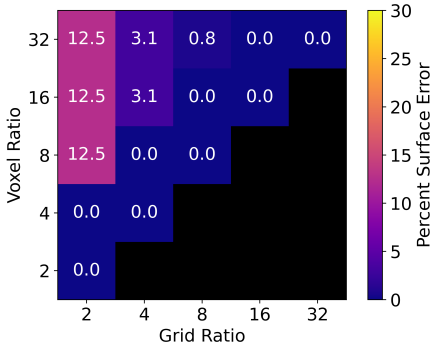
根据图 10 的结果，对于本文所述网格比为 $g_r \geq 8$ 的运动映射过程，可以捕捉与所测试多边形相似的几何特征。



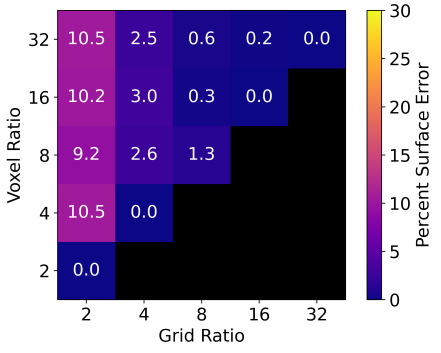
(a) 三角形。



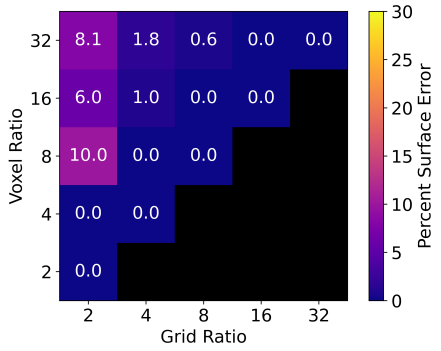
(b) 正方形。



(c) 菱形。



(d) 五边形。



(e) 三十边形。

图 10：不同体素比和网格比下正多边形运动映射中的质心包含误差。形状与图 8 相同。误差以质心位于生成的边界表面之外的体素总面积，加上质心位于该表面内的体素空隙面积来量化。该面积总和表示为理想多边形面积的百分比。

4 通量映射

4.1 通量映射方法

行进窗口的通量映射模块将运动映射模块中生成的表面单元与原始结构中的体素相关联。体素与表面之间的关系使得表面物理量能够转换为体素量。根据具体应用，可能的表面物理量包括热载荷、表面反作用力和机械力。这些物理量一般统称为表面标量。通量映射分两步进行。下文将逐步说明每一步，并给出通量映射的三维实现细节。第一步是确定边缘体素相对于表面单元的可见性。将这些边缘体素的外露面投影到附近的表面单元上，以计算重叠的投影面积。该面积等于表面单元与投影面的重叠长度乘以单位深度。第二步是将表面标量分配到体素。对于每个表面单元，根据第一步计算得到的重叠投影面积，将该标量按比例分配给各体素。

4.1.1 面投影

在二维结构中，每个体素有四条边作为其面。任何外露面都可能投影到表面单元上。每个边缘体素（v）的每个外露面（f）都会投影到附近的表面单元上。如果该面的投影与表面单元（t）重叠，则在第二步通量映射中使用重叠长度（$L_{\text{clip},\ f,\ t}$），计算体素面 f 从表面单元 t 接收的标量量份额。

图 11展示了将外露体素面投影到表面单元上的过程。长度为 L_t 的表面单元（绿色）具有一个必须分配给附近体素的表面标量。通量映射过程将这种从表面到体素的传递模拟为沿表面法线方向施加的均匀通量。这种传递类似于一扇窗户将光线从外部传入内部表面。如图 11 所示，投影到表面单元上时，与表面单元部分或完全重叠的所有体素面均以从面延伸至表面单元的紫色线条标出。投影后，体素 β 的两个外露面中，顶面和左面的投影长度分别为 $L_{\beta,\ 1}$ 和 $L_{\beta,\ 2}$。体素 α 与体素 γ 之间边缘体素的其余外露面在此投影步骤中的表现与体素 β 类似。体素 α 的左面投影长度也为 $L_{\alpha,\ 2}$。体素 α 的顶面和体素 γ 的左面仅部分投影到表面单元上，但其投影超出了表面单元的边界。在将表面标量分配给体素时，只考虑投影长度与表面单元相交的部分（$L_{\alpha,\ 1}$ 和 L_{γ}）。在三维版本的通量映射中，表面单元将是三角形，体素面将是正方形；而不是像二维情况那样，表面单元和体素面都是线段。正方形面向表面三角形的投影方式与二维情况相同，但重叠面积将通过多边形交集而非带单位深度的线段交集来计算。

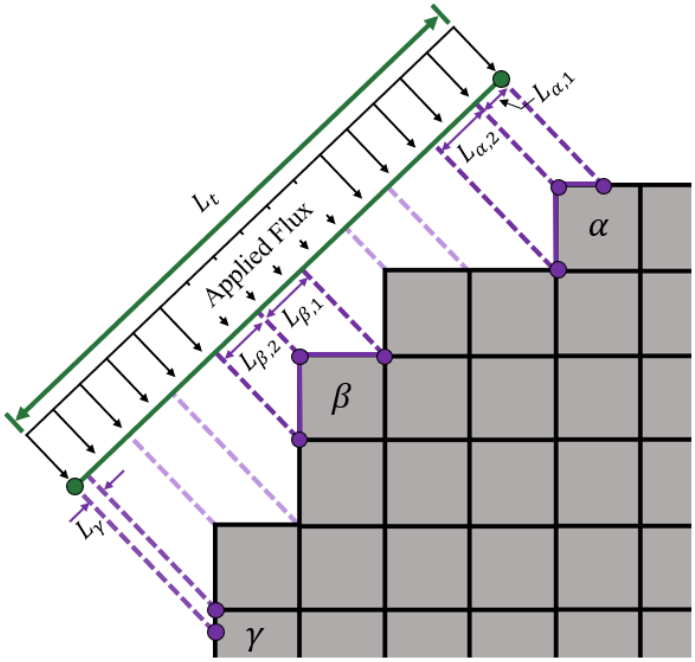


图11：一个表面单元（绿色）通过面投影，将其施加的标量通量分配给体素（灰色）。

4.1.2 标量传递

每个表面单元的标量（F_t）会分配给所有重叠长度非零的体素面。每个面（$F_{v,\ f,\ t}$）所接收的 F_t 份额按第一步计算的重叠长度加权，

$$F_{v,f,t} = F_t \frac{L_{\text{clip},f,t}}{\sum_i^{n_{f,t}} L_{\text{clip},i,t}} \tag{9}$$

其中 $L_{\text{clip},\ i,\ t}$ 是 i 的第 $n_{f\text{ 个体素面与 }t}$ 的重叠长度，t 表示投影到该单元上的体素面总数。根据公式 9，分配到体素面时，总标量值 F_t 得以守恒。只有当表面单元与任何体素面都没有投影重叠时，总标量值才会不守恒。理论上，表面单元可能不存在投影面重叠，但对于由运动映射模块生成的准确表面，这种情况应当很少发生，甚至不会发生。

体素面可以投影到多个表面单元上。每个体素面的标量总量（$F_{v,\ f}$）是所有 n_{tri} 表面

单元，

$$F_{v,f} = \sum_{t}^{n_{\text{tri}}} F_{v,f,t} \tag{10}$$

同样，每个体素的总标量量（F_v）是其所有外露面标量之和。对于具有$n_{\text{exp},v}$ 个外露面的体素 v ，其总标量为

$$F_v = \sum_{f}^{n_{\text{exp},v}} F_{v,f} \tag{11}$$

上述标量传递过程可通过将所有矢量分量视为独立的标量而扩展到矢量。每个表面矢量分量独立地分配到各体素，并使用相同的外露面投影来完成这一分配。

在图11的示例几何形状中，体素 β 的顶面根据式9 接收标量载荷，为

$$F_{\beta,1,t} = F_t \frac{L_{\beta,1}}{L_t} \tag{12}$$

体素 β 左面的标量载荷以类似方式计算，因此体素 β 上的总标量载荷为

$$F_\beta = F_t \left(\frac{L_{\beta,1} + L_{\beta,2}}{L_t} \right) \tag{13}$$

若体素 β 的面投影到任何其他表面单元上，则这些单元对体素 β 的贡献将加到 F_β。体素 α 和 γ 以及它们之间其余的边缘体素以相同方式接收其表面标量份额。超出 α 和 γ 的体素在该表面单元上的投影面积为零，因此不接收其标量量的任何份额。在三维通量映射中，标量分配过程唯一必要的改动是在式9 中使用投影重叠面积，而不是重叠长度。

4.2 误差分析

对第 3 节中的多边形几何体进行分析，以评估滑动窗口通量映射模块的误差。针对每个表面单元，根据角位置施加解析测试通量函数，并通过通量映射将所得表面标量传递到体素。随后将体素标量转换为等效通量。将每个体素通量与该体素位置处的解析通量进行比较，以确定通量映射过程中产生的误差。

对图 8所示的同一组五种几何体进行运动映射，以生成边界表面。体素比和网格比均为八。创建表面后，对每个表面单元（γ_t）施加虚拟通量（t），

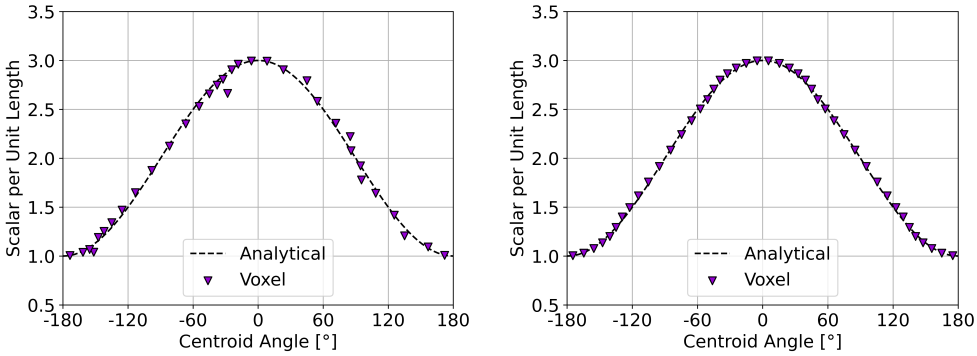
$$\gamma_t = \cos\theta_{c,t} + 2 \tag{14}$$

其中，$\theta_{c,\ t}$ 表示表面单元中点相对于正向 x 轴的角度。选择正弦函数，以便在图形上清晰显示通量随角位置的变化

情况。通量 γ_t 对应于长度为 L_t 的表面单元的表面标量 $\gamma_t L_t$ 。随后，通量映射过程将各表面单元的表面标量分配给体素，并将所得体素标量除以特征体素长度，以获得等效通量。每个体素所用的特征长度为其所有外露面的投影长度之和。然后，将体素通量与在体素质心的角坐标处计算得到的解析通量进行比较。

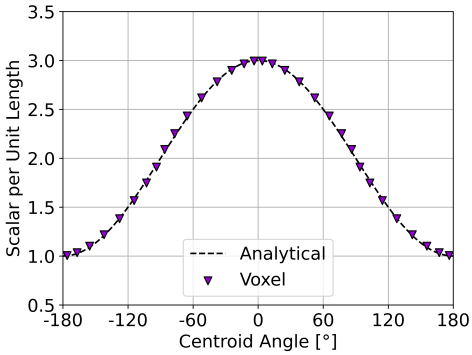
结果见图12 ，其中同时展示了由公式14 得到的解析通量和体素通量。每幅图中的紫色符号根据体素质心的角坐标标示体素通量。对于所有形状，大多数体素通量都接近解析值。对于每种形状，表面上体素通量相对于解析通量的平均绝对误差均小于2.5%。尤其是正方形、菱形和圆的体素通量，平均误差不超过1.0%。如图8所示，在运动映射中，这三种几何形状也产生了最平滑的边界表面。三角形和五边形的体素通量偏差比其他三种形状更为明显。三角形的较大偏差出现在较宽的角度范围内，而五边形的偏差则更集中在最右侧和最左侧的顶点附近。这些顶点所在区域也正是体素穿出边界表面最多的区域（图8d）。此外，图 $v_r = 8$、 $g_r = 8$ 中10 的质心包含误差显示，正方形、菱形和圆的误差均为0%。相比之下，五边形的包含误差为1.3%，三角形为2.4%。这些结果似乎表明，通量映射误差主要源于运动映射误差，而非通量映射本身。

根据图12的结果可知，通量映射模块能够将空间变化的表面物理量从表面单元准确传递到附近的体素。

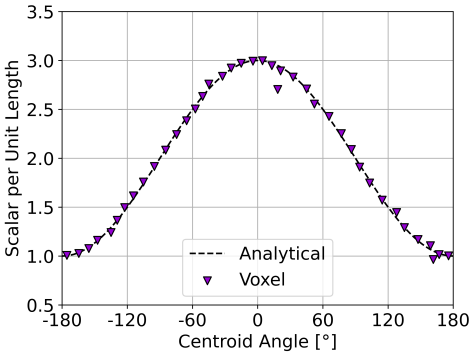


(a) 三角形。

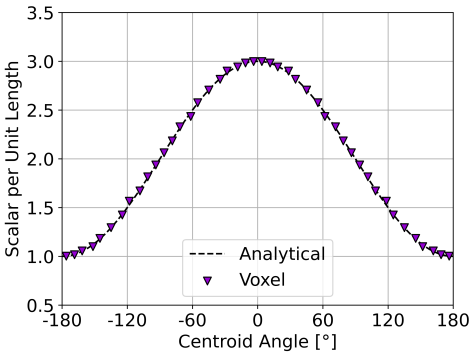
(b) 正方形。



(c) 菱形。



(d) 五边形。



(e) 三十边形。

图 12：将通量映射应用于图 8中的凸几何。使用正弦通量函数（虚线）将标量值应用于运动映射表面单元。随后执行通量映射，将标量分配到各体素（紫色符号）中。

5 表面后退

为检验两个行进窗口模块在单次模拟中协同工作的有效性，我们进行了两次完全耦合的烧蚀模拟。模拟了第3 节中的正方形几何体和菱形几何体，如图13所示。两次模拟的体素比和网格比均为 16。沿每个表面单元的内法线方向施加恒定、均匀的表面后退。

为了在给定后退速率下以松散耦合的方式模拟烧蚀，模拟的每次迭代都模拟了图2所示的四个阶段的循环。首先，通过运动映射从体素化结构生成表面，如第3节所述。第二阶段是计算后退速率（d），其定义为每次时间迭代的烧蚀深度。在更复杂的烧蚀模拟中，每个表面的后退速率将借助热化学流体模拟技术计算。为检验通量映射的准确性，本研究将恒定后退速率设定为

$$\dot{d} = \frac{L_v}{4} \tag{15}$$

其中 L_v 为体素的边长。由于这些模拟是二维的，后退速率等价于单位表面积的体积损失率，亦即体积通量。每次迭代的第三阶段是通量映射。体素通过第4节所述的通量映射过程被分配到表面，并且体积损失从表面单元分配到体素。第四个亦即最后阶段是根据各体素所分配的体积损失对其进行烧蚀。由于使用离散时间步长，边缘体素可能烧蚀超过零体积而达到负体积。为帮助防止边缘体素的过度烧蚀，式15 中的后退速率被设定为使表面在每个时间步的后退小于一个体素长度。此外，对于任何确实发生过度烧蚀的边缘体素，多余的体积损失被转移到相邻体素。多余的体积损失从负体积边缘体素均等地分配给深度为 $d_v = 1$ 且共享一个面的相邻体素。

使用上述设置，两种模拟大约经过 40 次迭代即可运行至完成，此时不再有剩余体素。在图 13中，展示了每种几何形状在烧蚀前、第 20 次迭代期间以及第 40 次迭代期间的状态。每幅图均显示当前剩余的体素，以及由这些体素生成的行进正方形表面。体素按照其完整度着色，完整度定义为尚未烧蚀掉的剩余体积分数。需要指出的是，完整度值不会影响运动映射阶段的加权过程。如果完整度降至零，该体素便会消失，并在加权时视为体素空洞。相反，完整度大于零的任何体素在运动映射阶段都会被视为真实体素。

正方形和菱形体素化几何形状的初始表面都与体素紧密贴合（图13a、13d）。行进正方形算法所特有的角点圆角化现象可以在图13a中的正方形表面上看到，但这种圆角化仅切去了很小的体素区域。正方形和菱形的边都很平滑，就像图8中的相应表面一样。在每次模拟的第二幅图像中（图13b、13e），表面仍然与体素紧密贴合，但烧蚀在一定程度上使体素化结构的角点变圆。在图13b中，为防止边缘体素出现负体积而对内部

体素进行的烧蚀可以在角点处看到。角点处的浅蓝色体素是部分烧蚀的内部体素。

表面偏差仅在瞬态演化的最后阶段出现。在两种情况下的后期模拟图像（图 13c、13f）展示了当整体结构尺寸接近单个行进窗口单元的尺寸时，表面几何形状如何偏离体素化结构。在图 13c中，剩余的体素化结构为正方形，但表面呈菱形。在图 13f中，体素化结构同样为正方形，但表面呈八边形。尽管图 13c 和13f 中的表面偏差与剩余体素结构相比可能显得较大，但其大小与模拟早期出现的表面偏差相近。

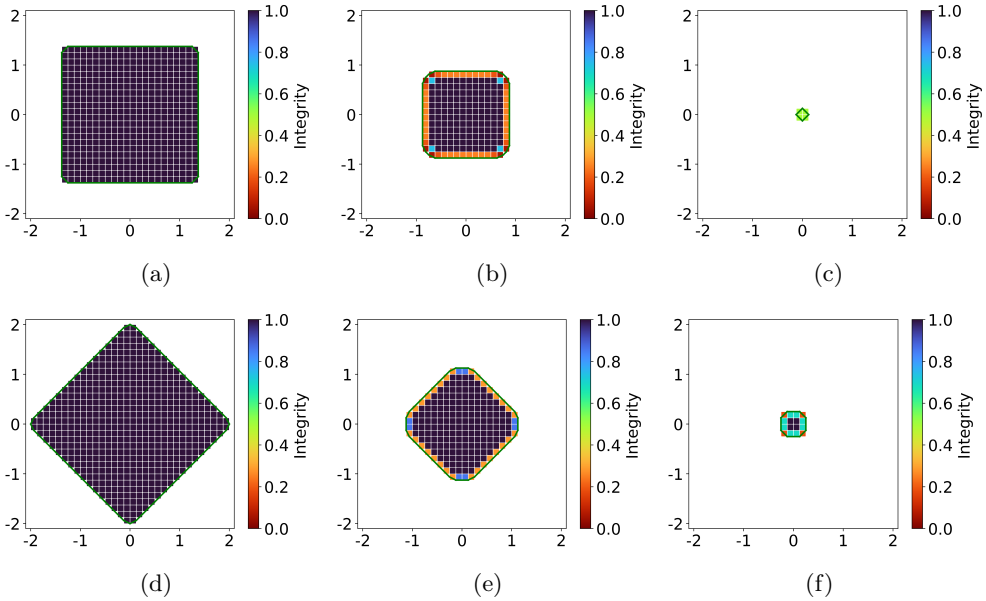


图 13：经历均匀恒定的表面后退的两个多边形几何体。第一个几何体为正方形，分别展示了尚未发生任何后退时（a）、模拟进行到中途时（b）以及模拟接近结束时（c）的情况。菱形几何体也展示了相同的三个时刻（d–f）。每个体素均根据其中剩余材料的比例进行着色。绿色线条表示通过运动映射生成的表面。

各几何形状的体积分数随时间的变化如图 14所示。由于正方形与菱形彼此全等，它们的真实体积分数演化可以用同一函数表示。在每一次时间迭代（τ）烧蚀开始后，一条边的真实半长（d_{true}（τ））可表示为

$$d_{\text{true}}(\tau) = d(0) - \tau \dot{d} \tag{16}$$

其中， $d(0)$为固体的初始半长。当前具有单位深度的真实体积（$V_{\text{true}}(\tau)$）为

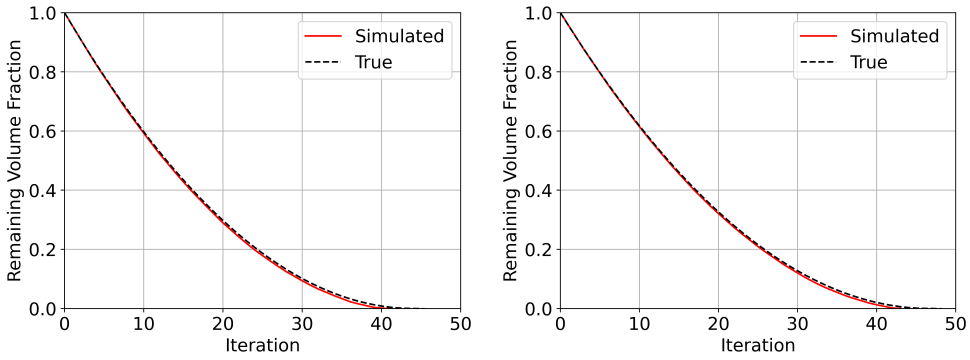
$$V_{\text{true}}(\tau) = (2d_{\text{true}})^2 \tag{17}$$

两种模拟中的模拟体积，均为所有剩余体素的体积之和，并按其完整度加权。在图14中，模拟体积和理想体积均以原始模拟体积（$V_{\text{sim}}(0)$）归一化。式17 中使用的原始半长度根据原始模拟体积确定，

$$d(0) = \frac{\sqrt{V_{\text{sim}}(0)}}{2} \tag{18}$$

在图14所示的正方形和菱形模拟中，模拟体积损失与解析解几乎完全吻合。两种模拟中的烧蚀完成时间都比真实均匀烧蚀情况更短：正方形短6.8%，菱形短7.8%。然而，模拟完成时，剩余待烧蚀的解析体积不到1%（正方形为0.5%，菱形为0.6%）；在两种模拟的整个过程中，模拟体积分数都与解析解非常接近。

解析解与模拟解之间烧蚀速度的细微差异，很可能是离散时间步长造成的。在这些模拟中，通过施加体积损失通量只能近似实现恒定的深度退缩速率。使用离散时间步长进行体积损失近似时，固体几何形状的角点会同时从两个侧面损失体积，导致重叠退缩，使烧蚀速度高于解析解。采用更小的时间步长可以减轻这种离散化效应。



(a) 正方形。　　(b) 菱形。

图14：正方形（a）和菱形（b）烧蚀模拟中的总体积随时间的变化。对于每种几何形状，均给出了恒定后退速率下的解析解，并列出各次迭代的模拟结果。体积表示为初始体素化结构体积的分数。

图13 和图14 所示结果表明，行进窗口能够耦合表面与体素化结构。图13中不断后退的几何形状展示了运动映射模块生成高质量边界表面的能力。图14 中模拟得到的退蚀结果同样表明，通量映射模块能够准确地将表面数据传递至下方的体素。

6 结论

体素化表示常用于模拟材料烧蚀和力学响应等应用中的固体结构。然而，对于需要与固体结构发生外部相互作用的多物理场仿真，体素离散化无法提供定义明确的表面。本研究介绍了一种名为行进窗口法的双向耦合方案。行进窗口法连接了由体素定义的模拟域与需要边界表面的模拟域。该方案由两个相关模块组成，分别用于运动映射和通量映射。运动映射模块以体素化结构和行进正方形网格参数为输入，生成由相连线段组成的表面，以近似体素化结构的边界。通量映射模块获取针对这些表面单元计算的量，并通过几何投影将其传递到附近的体素中。本文使用运动映射模块处理了多种几何形状，并改变体素分辨率和网格单元分辨率，以评估生成表面与原始体素化结构的吻合度。在中等和较小的单元尺寸下，所有情况下的表面质量均表现良好，体素包含误差低于 2.5%。此外，还分析了示例几何形状，以评估通量映射模块的准确性。所有情况下，相对于原始施加的表面通量，平均通量传递误差均低于 2.5%。为评估两个模块在耦合框架中协同工作时的性能，使用行进窗口法对两个多边形几何体进行了恒定速率的表面退蚀模拟。在两次模拟的全过程中，剩余模拟体积分数均紧密追踪解析退蚀解。行进窗口法未来的工作主要包括分析三维误差，类似于本研究针对二维行进窗口法所进行的计算。对于一般形状，还可能需要考虑体素面被其他体素面遮挡的情况。对于本文考察的凸形状，假定遮挡的影响极小或不存在。

数据可用性

数据可应要求提供。

致谢

本材料基于国防部研究与工程副部长办公室通过编号为 FA9550-22-1-0342 的拨款所支持的工作。本文所载观点和结论仅代表作者的意见，不应被解读为代表

美国政府的官方政策，无论是明示还是暗示。尽管本文附有任何版权声明，美国政府仍获授权为政府用途复制和分发再版材料。

参考文献

[1] Dede, E.M., Nomura, T., Lee, J.：《多物理场仿真》。载于《仿真的基础、方法与应用》，Springer London，伦敦（2014）[2] Lani, A., Villedie, N., Bensassi, K., Koloszar, L., Vymazal, M., Yalim, S.M., Panesi, M.：Coolfluid：用于多物理场仿真与研究的开放计算平台。载于：第21届AIAA计算流体动力学会议，第2589页（2013）。https://doi.org/10.2514/6.2013-2589[3]Keyes, D.E., McInnes, L.C., Woodward, C., Gropp, W., Myra, E., Pernice, M., Bell, J., Brown, J., Clo, A., Connors, J., 等：多物理场仿真：挑战与机遇。《高性能计算应用国际期刊》27(1)，4–83（2013）https://doi.org/10.1177/1094342012468181[4] Silling, S.A.：利用无网格近场动力学代码进行动态断裂建模。载于：Bathe, K.J.（编）《2003计算流体与固体力学》，第641–644页。爱思唯尔科学有限公司，牛津（2003）。https://doi.org/10.1016/B978-008044046-0.50157-3[5] Eshraghi, M., Felicelli, S.D.：一种用于相变热传导的隐式格子玻尔兹曼模型。《International Journal of Heat and Mass Transfer》55(9-10)，2420–2428（2012）https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.01.018[6] Verzicco, R.：浸入边界方法：历史回顾与未来展望。《Annual Review of Fluid Mechanics》55(1)，129–155（2023）https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-120720-022129[7] Candler, G.V.：高超声速流动中的速率效应。《Annual Review of Fluid Mechanics》51(1)，379–402（2019）https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010518-040258[8] Hong, A.Y.K., Gallis, M.A., Moore, S.G., Plimpton, S.J.：迈向直接模拟蒙特卡罗中更符合物理实际的烧蚀建模。《流体物理学》36(12)，126132（2024）https://doi.org/10.1063/5.0245713[9] Hong, A.Y., Gallis, M.A.：一种基于直接模拟蒙特卡罗与质量一致的行进立方体方法耦合的复合材料通用烧蚀模型。《流体物理学》37(9)（2025）https://doi.org/10.1063/5.0284168[10] McQuaid, J.A., Brehm, C., Zibitsker, A.L., Martin, A.：用于石墨烧蚀仿真的重叠近体笛卡尔求解器的开发。AIAA期刊，1–23（2025）https://doi.org/10.2514/1.J064674

[11] Caon, M.：真实人体解剖结构的基于体素的计算模型：综述。辐射与环境生物物理学42(4)，229–235（2004）https://doi.org/10.1007/s00411-003-0221-8[12] McQueen, D.M., Peskin, C.S.：用于研究心脏流体动力学的人类心脏三维计算机模型。SIGGRAPH计算机图形学34(1)，56–60（2000）https://doi.org/10.1145/563788.604453[13]Wang, D.D., Qian, Z., Vukicevic, M., Engelhardt, S., Kheradvar, A., Zhang, C., Little, S.H., Verjans, J., Comaniciu, D., O'Neill, W.W., Vannan, M.A.：用于结构性心脏病的3D打印、计算建模与人工智能。JACC心血管影像14(1)，41–60（2021）https://doi.org/10.1016/j.jcmg.2019.12.022[14] Price, G.M.G., Sarigul, N.：体素化对蒙特卡罗模拟的影响：验证笔形质子束的布拉格峰特性。《实用肿瘤学与放射治疗报告》28(1)，102–113（2023）https://doi.org/10.5603/RPOR.a2023.0007[15] Kramer, R., Vieira, J.W., Khoury, H.J., Andrade Lima, F.：MAX与ADAM：基于体素的模型与用于光子外照射的数学模型之间的剂量学比较。《医学与生物学物理学》49(6)，887（2004）https://doi.org/10.1088/0031-9155/49/6/002[16] Cordeiro, L.P., S´a, L.V., Kitamikado, R.A., Sapienza, M.T., B Bonifacio, D.A.：用于基于体素的内照射剂量学的优化蒙特卡罗模拟。《医学与生物学物理学》68(11)，115004（2023）https://doi.org/10.1088/1361-6560/acd2a1[17] Periyasamy, V., Pramanik, M.：组织内光传播蒙特卡罗模拟的进展。IEEE生物医学工程评论10，122–135（2017）https://doi.org/10.1109/RBME.2017.2739801[18] Yan, S., Fang, Q.：用于复杂生物组织中精确、高效光子传输建模的混合网格与体素蒙特卡罗算法。《生物医学光学快报》11(11)，6262–6270（2020）https://doi.org/10.1364/BOE.409468[19] Leino, A.A., Pulkkinen, A., Tarvainen, T.：ValoMC：用于模拟生物组织中光传输的蒙特卡罗软件和MATLAB工具箱。OSA Continuum 2(3)，957–972（2019）https://doi.org/10.1364/OSAC.2.000957[20] Ueng, S.-K., Chen, L.-G., Jen, S.-Y.：用于三维打印的基于体素的虚拟制造仿真。《机械工程进展》10(6)，1687814018781632（2018）https://doi.org/10.1177/1687814018781632[21] Aremu, A.O., Brennan-Craddock, J.P.J., Panesar, A., Ashcroft, I.A., Hague, R.J.M., Wildman, R.D., Tuck, C.：一种用于构建和

适用于增材制造的共形蒙皮与功能梯度晶格结构。《Additive Manufacturing》13，1–13（2017）https://doi.org/10.1016/j.addma.2016.10.006[22] Tedia, S., Williams, C.B.：采用基于体素的几何建模技术进行增材制造的可制造性分析工具。载于：2016年国际固体自由成形制造研讨会。德克萨斯大学奥斯汀分校，得克萨斯州奥斯汀（2016）。访问日期：2025年9月8日。https://hdl.handle.net/2152/89536[23] Lynn, R., Contis, D., Hossain, M., Huang, N., Tucker, T., Kurfess, T.：利用虚拟化高性能计算，通过体素模型表面偏置实现计算机辅助制造。《Journal of Manufacturing Systems》43，296–304（2017）https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2016.12.005[24] Zhang, X., Cui, W., Liou, F.：通过增材制造，基于几何重建修复和再制造金属构件。《International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology》8(6)，1663–1686（2021）https://doi.org/10.1007/s40684-020-00291-7[25] Lynn, R., Dinar, M., Huang, N., Collins, J., Yu, J., Greer, C., Tucker, T., Kurfess, T.：使用基于体素的模型直接数字减材制造功能组件。《Journal of Manufacturing Science and Engineering》140(2)，021006（2017）https://doi.org/10.1115/1.4037631[26] Yu, J., Lynn, R., Tucker, T., Saldana, C., Kurfess, T.：基于计算机断层扫描数据的无模型减材制造。《制造快报》13，44–47（2017）https://doi.org/10.1016/j.mfglet.2017.06.004[27]Chen, H., Meng, L., Chen, S., Jiao, Y., Liu, Y.：微观结构对双连续相与颗粒增强复合材料力学性能影响的数值研究。《计算材料科学》122，288–294（2016）https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2016.05.037[28] Silling, S.A.：针对不连续性和长程力的弹性理论重新表述。《固体力学与物理学杂志》48(1)，175–209（2000）https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00029-0[29] Silling, S.A., Epton, M., Weckner, O., Xu, J., Askari, E.：近场动力学状态与本构建模。《弹性学杂志》88，151–184（2007）https://doi.org/ 10.1007/s10659-007-9125-1[30] Goldstein, R., Breslav, S., Khan, A.：迈向用于建筑性能模拟的基于体素的算法。载于：eSim 2014会议论文集：加拿大国际建筑性能模拟协会第八届会议，第887–900页。国际建筑性能模拟协会，渥太华，安大略省，加拿大（2014）。访问日期：2025年9月8日。https://publications.ibpsa.org/conference/paper/?id=esim2014 1B 1

[31]Xu, Y., Tong, X., Stilla, U.：三维点云的基于体素的表示：方法、应用及其在建筑业中的潜在用途。《Automation in Construction》126，103675（2021）https://doi.org/10.1016/j.autcon.2021. 103675[32] Tyc, J., Selami, T., Hensel, D.S., Hensel, M.：体素模型应用于建筑设计和城市规划、以实现多领域数据集成的范围综述。《Architecture》3(2)，137–174（2023）https://doi.org/10.3390/architecture3020010[33] Arumuga Perumal, D., Dass, A.K.：格子玻尔兹曼方法在宏观流动与热传递计算中的发展综述。《Alexandria Engineering Journal》54(4)，955–971（2015）https://doi.org/10.1016/j.aej.2015.07.015[34] Aidun, C.K., Clausen, J.R.：用于复杂流动的格子玻尔兹曼方法。《Annual Review of Fluid Mechanics》42（第42卷，2010），439–472（2010）https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-121108-145519[35] Huang, H., Sukop, M.C., Lu, X.-Y.：《多相格子玻尔兹曼方法：理论与应用》。John Wiley & Sons, Ltd，新泽西州霍博肯（2015）。https://doi.org/10.1002/9781118971451[36] Li, X., Ma, T., Liu, J., Zhang, H., Wang, Q.：利用格子玻尔兹曼方法，在孔隙尺度研究重力对相变传热特性的影响。《Applied Energy》222，92–103（2018）https://doi.org/10.1016/j.apenergy. 2018.03.184[37] Mansour, N.N., Panerai, F., Lachaud, J., Magin, T.：烧蚀热防护系统中的流动机理。《Annual Review of Fluid Mechanics》56（第56卷，2024），549–575（2024）https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-030322-010557[38]Panerai, F., Ferguson, J.C., Lachaud, J., Martin, A., Gasch, M.J., Mansour, N.N.：基于显微断层成像的刚性和柔性纤维绝热材料热导率、扩散率及氧化行为分析。《International Journal of Heat and Mass Transfer》108，801–811（2017）https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.12.048[39]Chacon, L.A., Deaton, B., Bessire, B.K., Poovathingal, S.J.：室温硫化（RTV）硅酮在高温下的化学和结构降解。《Polymer Degradation and Stability》220，110661（2024）https: //doi.org/10.1016/j.polymdegradstab.2024.110661[40] Mohan Ramu, V.B., Chacon, L., Brewer, C., Poovathingal, S.J.：开发用于预测多孔碳复合材料渗透率的监督学习模型。《AIAA期刊》61(2)，843–858（2023）https://doi.org/10.2514/1.J062265[41]Poovathingal, S.J., Soto, B.M., Brewer, C.：碳的有效渗透率

再入条件下的复合材料。《AIAA期刊》60(3), 1293–1302 (2022) https://doi.org/10.2514/1.J060630[42] Liu, D., Chen, H., Chacon, L.A., Ramu, V.M., Poovathingal, S.J.：基于微型计算机断层扫描图像计算纤维多孔材料的有效热学和力学性能。《复合材料B：工程》281, 111502 (2024) https: // doi.org/10.1016/j.compositesb.2024.111502[43] A. Mark, F.E. R. Rundqvist：不同浸入边界条件在复杂流体流动模拟中的比较。《流体动力学与材料加工》7(3), 241–258 (2011) https://doi.org/10.3970/fdmp.2011.007.241[44] Kong, B., Chen, S.：粗糙壁面裂缝中流体流动与敏感性分析的数值模拟。《石油科学与工程杂志》168, 546–561 (2018) https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.04.070[45] Zhang, C., Schwartzentruber, T.E.：采用多层笛卡尔网格的直接模拟蒙特卡罗实现中稳健的切割单元算法。《计算机与流体》69, 122–135 (2012) https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2012.08.013[46] Lorensen, W.E., Cline, H.E.：移动立方体：一种高分辨率三维表面构建算法。载于：第14届计算机图形学与交互技术年度会议论文集。SIGGRAPH '87，第163–169页。美国计算机协会，纽约州纽约市，美国 (1987)。https://doi.org/10.1145/ 37401.37422[47]Maple, C.：使用行进正方形和移动立方体算法进行几何设计与空间规划。载于：2003年国际几何建模与图形学会议，2003年。论文集，第90–95页 (2003)。https://doi.org/10. 1109/GMAG.2003.1219671[48]Sun, W.-K., Zhang, L.-W., Liew, K.M.：用于模拟流固耦合问题的光滑粒子流体动力学–近场动力学耦合策略。《计算机方法在应用力学与工程中的应用》371, 113298 (2020) https://doi.org/10.1016/j.c ma.2020.113298[49] Ren, B., Fan, H., Bergel, G.L., Regueiro, R.A., Lai, X., Li, S.：近场动力学–光滑粒子流体动力学耦合方法，用于模拟冲击波诱发的土体破碎。《计算力学》55(2), 287–302 (2015) https://doi.org/10.1007/ s00466-014-1101-6[50] Kim, K.H., Bhalla, A.P.S., Griffith, B.E.：一种考虑材料损伤与失效的流固耦合浸入式近场动力学模型。《计算物理学杂志》493, 112466 (2023) https://doi.org/10.1016/j.jcp.2023. 112466

[51] Huff, E.H., Chen, H., Poovathingal, S.J.：高超声速环境中大气冰的流固耦合计算框架。载于：AIAA SciTech 2024 论坛 (2024)。https://doi.org/10.2514/6.2024-1561[52] Huff, E.H., Belair, M.W., Americo, C.E., Chen, H., Poovathingal, S.J.：用于高层大气应用中断裂固体的流固耦合模拟框架。载于：AIAA SciTech 2025 论坛 (2025)。https://doi.org/10.2514/6.2025-1684