arXiv:2603.08752v1 [cs.GT] 7 Mar 2026

选举制度模拟器：一个用于跨选民分布情景比较选举机制的开放框架

Sumit Mukherjee Oracle
sumitmukherjee2@gmail.com

2026年3月11日

摘要

本文介绍了`electoralsim`，这是一个开源 Python 框架，用于在多样化的选民偏好分布下模拟和比较选举制度。该框架将选民和候选人表示为二维意识形态空间中的点，根据欧几里得偏好距离推导真诚投票档案，并以共同的主要指标——选举结果与选民分布几何中位数之间的欧几里得距离——评估多种标准选举机制，包括相对多数制、排序选择投票制、认可投票制、评分制、孔多塞制以及两种比例代表制。我们在众多基于实证的情景中评估这些制度，范围从单峰共识型选民群体到明显极化的双峰构型，并报告每个情景进行 200 次试验所得的单次运行结果和蒙特卡洛稳定性结果。作为框架可扩展性的案例研究，我们实现并评估了一种新颖的假设机制：目前尚未在任何司法管辖区实施该机制，且每位选民的影响力通过玻尔兹曼 s oftmax 核分配给各候选人。该系统作为理论基准，用于刻画质心寻求表现的近似上限，而非政策提案。所有代码均已公开发布于`https://github.com/mukhes3/electoral_sim`。

1 引言

选举制度的设计是政治学和社会选择理论中一个研究充分的问题，但对不同制度及情境进行定量比较的方法仍然支离破碎。社会选择理论中的理论成果——阿罗不可能定理 [Arrow、 1951], 吉巴德–萨特思韦特定理 [Gibbard、1973年、Satterthwaite、 1975],以及中位选民定理 [Black，1948年、Downs、 1957]——刻画了各个选举制度本身，却难以直接对实践中观察到的各种选民群体构型进行比较排序。相比之下，实证研究则受到策略性投票、内生候选人定位，以及难以观察替代规则下反事实结果等因素的干扰 [Duverger、1954年，Lijphart， 2012]。

选举空间模型 [Hotelling, 1929年,Enelow和Hinich, 1984] 提供了一种折中方案：通过将选民和候选人表示为意识形态空间中的点，它们使结果“接近”选民偏好这一概念得以精确化，同时仍足够易于处理，从而能够进行大规模模拟。若干模拟研究已使用这一框架来比较特定的成对系统 [Merrill,1984年, Tideman, 2006年, Green-Armytage等人, 2016], 但可访问、可扩展的工具用于系统性

comp比较在更广泛的系统与情景类型上仍然有限 .

本文介绍了`electoral sim`，这是一个旨在弥补这一空白的 Python 软件包。本文的主要贡献在于软件框架本身：一种模块化架构，可轻松添加新的选举制度、选民分布和评估指标。我们在八种选民情景下评估了十种系统——九种标准机制和一种假设性基准——报告了一项基于稳健统计的主要指标（第3.3节），并通过分数选票案例研究（第7节）展示了该框架的可扩展性。

目标读者包括希望模拟某一拟议系统在特定选民总体条件下表现的政治学家和社会科学家，以及可能有兴趣了解不同选举制度的其他学科中具有定量研究倾向的读者。

2 相关工作

在意识形态空间中模拟选举。政治学中有一项悠久的传统，即将选民和候选人表示为意识形态空间中的点，并研究哪些选举规则产生的结果最接近选民偏好的中心 [Hotelling，1929年，Downs，1957]。这一传统中的模拟研究——其中最著名的是Merrill [1984] 和Tideman [2006]——比较了相对多数制、波达计数法、认可投票制和孔多塞方法在各种选民分布下的表现，通常发现，与简单的相对多数制相比，考虑完整偏好排序的方法在接近选民中心方面表现更优。近来，Green-Armytage等人 [2016] 将这类比较扩展到更多选举制度，并重点关注策略抵抗性。我们的框架延续了这一传统，但优先考虑可扩展性和可复现性：目标是提供一种工具，使研究人员能够以最小的努力适应新的选举制度和情景，而不是开展一项具有决定性的比较研究。

比例代表制与立法结果。 对于比例代表制系统，相关结果并非单一赢家，而是最终立法机构的构成。 Powell [2000] 通过中位选民与中位立法者之间的距离来衡量政策代表性——这是一种自然的比例性空间类比，我们直接将其用作比例代表制系统的结果指标。

选择福利基准。 任何模拟框架都需要一个用于衡量结果的参照点。我们采用选民分布的几何中位数：即到所有选民的总距离最小的点，也是中位选民在二维空间中的自然推广 [Weiszfeld， 1937]。在选民群体极化的情况下，它比均值更稳健，因为少数极端选民可能会把算术平均值拉离真正的质心。

将选民和政治人物置于意识形态空间中。 在我们的模拟中，选民和候选人位置是预先设定的。在实践中，根据可观察数据推断这些位置并非易事。NOMINATE 等方法 [Poole 和 Rosenthal，1997]通过唱名表决记录推断立法者的位置；Stemwijzer 等投票建议应用 [Holleman 等人， 2020] 则利用结构化政策问卷，将选民和政党置于同一尺度上。

3 框架设计

3.1 意识形态空间与偏好表示

选民偏好和候选人位置以点的形式表示在 $[0,1]^2$中。第 1 维对应经济左—右轴；第 2 维对应社会自由意志—威权轴。选民 i 到候选人 k 的偏好距离为

$$d_{ik} = \|\mathbf{v}_i - \mathbf{x}_k\|_2, \tag{1}$$

其中 $\mathbf{v}_i \in [0,\ 1]^2$ 是选民的偏好向量，$\mathbf{x}_k \in [0,1]^2$ 是候选人的位置。

3.2 选票推导

选票配置在真诚投票下推导得出：每位选民严格按照其偏好距离对候选人进行排名、评分和赞成。具体而言：

- **相对多数制选票**：投票给距离最近的候选人。
- **排序**：候选人按 d_{ik}升序排列。
- **评分选票**：评分根据距离线性映射，并归一化至 $[0,1]$ ，距离最近的候选人获得评分1。
- **认可选票**：认可所有与选民最偏好候选人之间的距离处于固定距离阈值内的候选人。

所有选票类型均从偏好矩阵一次性推导得出，并存储在BallotProfile对象中，以确保所有系统基于相同的底层数据运行。

3.3 主要评估指标

对于给定的选举结果 $\hat{\mathbf{x}}$ 和选民分布 $\{\mathbf{v}_i\}_{i=1}^n$，主要指标是到几何中位数的距离：

$$\delta = \|\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}^*\|_2, \quad \text{where} \quad \boldsymbol{\mu}^* = \arg\min_{\mathbf{p}} \sum_{i=1}^{n} \|\mathbf{v}_i - \mathbf{p}\|_2. \tag{2}$$

几何中位数 $\boldsymbol{\mu}^*$ 通过 Weiszfeld 算法计算 [Weiszfeld, 1937]。我们选择几何中位数而非算术平均数作为参考点，因为它对离群值具有稳健性。

对于比例代表制，$\hat{\mathbf{x}}$ 取中位议员位置：按经济轴排序后，累积席位份额分布中第50百分位数对应候选人的位置。同时也将席位份额质心记录为补充指标。

每个系统还会计算其他指标，包括多数满意度（与其他任何候选人相比，更接近选举结果的选民比例）、选民与结果之间的均值距离和最坏情况下的选民与结果距离，以及以选民与结果距离为基础、衡量代表性不平等程度的基尼系数。

3.4 软件架构

每种选举制度都实现了一个通用的 ElectoralSystem 抽象基类，该基类包含一个 sin- gle run(ballots, candidates) -> ElectionResult 方法。每个系统都会返回统一的 ElectionResult，其中包含：

- 结果位置：主要空间结果（得票最高者当选制系统的获胜者位置；比例代表制的中位议员位置）。
- 质心位置：当选候选人按席位份额加权的质心（比例代表制的补充指标）。
- 席位份额：将候选人索引映射到其立法权份额的字典。
- 获胜者索引：当选候选人索引列表。
- 是否为比例代表制：指示是否采用比例代表制的标志。

情景通过 YAML 配置文件定义，其中指定选民人数、候选人位置和选民总体分布参数。这种设计使用户无需修改 Python 代码即可指定新的情景。示例配置见清单1。

清单 1：两极分化双峰情景 YAML 配置摘录。

```
名称：  “两极分化双峰”
现实_世界_类比：          “当代              美国，脱欧时代的英国”
n_选民 : 5000
选民总体 :
  类型 : 高斯_混合
  分量 :
    - 权重 :    0.55
      均值 :  [0.72 , 0.58]
      标准差:  [0.10 , 0.08]
    - 权重:    0.45
      均值:  [0.25 , 0.38]
      标准差:  [0.10 , 0.08]
候选人:
  - { label : " 极右翼 " , position :  [0.80 , 0.75]} - { label : " 右翼
```

本软件包的模块结构详见附录A。

4 个待评估系统

我们总共评估了十种选举制度。其中九种是标准机制，已有成熟的理论和实证研究。第十种——分数选票——是本文引入的一种假设性系统，作为理论基准。它目前尚未在任何司法管辖区实施，并且在实际采用方面面临重大障碍；本文中引入它，是为了描述选举机制所能达到的质心寻求表现的大致上限。其定义见第7节；它带来的实际挑战将在第8节讨论。

4.1 赢家通吃制度

令 n 表示选民人数， K 表示候选人人数， $r_{ik} \in \{1, \ldots, K\}$ 表示选民 i 赋予候选人 k 的排名（排名 $1 =$ 为最偏好）。令 $s_{ik} \in [0, 1]$ 表示选民 i 赋予候选人 k的评分， $a_{ik} \in \{0, 1\}$ 表示认可指标。

1. **相对多数制（单一选区相对多数制）**：每位选民为其排名最高的候选人投一票。获胜者为

$$k^* = \arg\max_k \sum_{i=1}^{n} \mathbf{1}[r_{ik} = 1]. \tag{3}$$

2. **两轮决选制**：令 $v_k = \sum_i \mathbf{1}[r_{ik} = 1]$ 表示首轮得票总数。如果 $_k\, v_k > n/2$则直接选出相对多数制的获胜者。否则，得票最高的两位候选人 v_k进入决选，由更多选民偏好的候选人获胜：

$$k^* = \arg\max_{k \in \{k_1, k_2\}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{1}[r_{ik} < r_{ik'}], \quad k' \neq k. \tag{4}$$

3. **即时决选投票制 (IRV)** [Tideman, 1987]：候选人将依次被淘汰。每一轮中，剩余候选人里第一偏好票最少的候选人将被淘汰，其所得选票转移给排名次序中下一位仍未被淘汰的候选人。形式上，设$\mathcal{C}^{(t)}$ 为第 t 轮的候选人集合， $v_k^{(t)}$ 为相应的第一偏好票总数。被淘汰的候选人为

$$e^{(t)} = \arg\min_{k \in \mathcal{C}^{(t)}} v_k^{(t)}, \tag{5}$$

并重复此过程，直到 $|\mathcal{C}^{(t)}| = 1$。

5. **波达计分法** [de Borda, 1781]：每位候选人从选民 $K - r_{ik}$ 处获得 i分。波达分数总和最高者获胜：

$$k^* = \arg\max_k \sum_{i=1}^{n} (K - r_{ik}). \tag{6}$$

5. **近似　投票** [Brams 和 Fishburn, 1983]：获胜者为赞同票总数最高的候选人　　：

$$k^* = \arg\max_k \sum_{i=1}^{n} a_{ik}. \tag{7}$$

在我们的实现中，选民 i 会认可与其最偏好的候选人之间距离不超过距离阈值 τ 的所有候选人： $a_{ik} = \mathbf{1}[d_{ik} \leq \tau \cdot d_{i,\min}]$，其中 $d_{i,\ \min} =$ 最小值$_j\, d_{ij}$。

6. **评分投票制**：获胜者为选民平均分最高的候选人：

$$k^* = \arg\max_k \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} s_{ik}. \tag{8}$$

7. **孔多塞–舒尔策法** [Schulze, 2011]：该方法分两个阶段进行　　.

第一阶段——两两比较。对于每一对候选人（k， k'），统计有多少选民更偏好 k 而非 k'：

$$d(k, k') = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{1}[r_{ik} < r_{ik'}]. \tag{9}$$

候选人 k 直接击败 k'，条件是 $d(k,\ k') > n/2$。如果某位候选人直接击败所有其他候选人，该候选人就是孔多塞胜者，并立即当选。

阶段 *2* — 击败路径（*Schulze*）。如果不存在孔多塞胜者，该方法就会考虑间接支配。从 k 到 k' 的击败路径，是指候选人 $k \to c_1 \to c_2 \to \cdots \to k'$ 构成的任意序列，其中每一步都是直接胜出。击败路径的强度取路径上最弱的差距，而最强击败路径的强度为

$$p(k, k') = \max_{\text{paths } k \to k'} \min_{\text{edges on path}} d(\cdot, \cdot). \tag{10}$$

获胜者是候选人 k^*，其通往每一位其他候选人的击败路径都比他们通往该候选人的击败路径更强：

$$k^* : \quad p(k^*, k') \geq p(k', k^*) \quad \forall\, k' \neq k^*. \tag{11}$$

4.2 比例代表制

令 S 表示席位总数（全文均使用 $S = 100$ ）。

8. **政党名单比例代表制（德洪特法）** [德洪特法， 1882]：席位逐个分配。每一步中，每个政党 k 都会被分配一个商数 $v_k/(s_k + 1)$，其中 v_k 是其得票率，而 s_k 是其目前已获得的席位数（初始为零）。商数最高的政党获得下一个席位，重复这一过程，直到所有 S 席位分配完毕：

$$\text{award seat to } \arg\max_k \frac{v_k}{s_k + 1}. \tag{12}$$

9. **混合成员比例代表制（MMP）**：席位分配分两个阶段进行。首先，$\lfloor S/2 \rfloor$ 选区席位由单一议员选区中的相对多数制胜者获得，各政党因此取得s_k^{district}席。其次，将剩余的 $\lceil S/2 \rceil$ 名单席位分配给各政党，使其席位总数尽可能接近其比例应得席位 $v_k \cdot S$：

$$s_k^{\text{list}} = \max\Big(0,\ \lfloor v_k \cdot S \rfloor - s_k^{\text{district}}\Big). \tag{13}$$

赢得的选区席位超过其比例份额的政党保留超额席位（即超额席位）；其名单分配为零。

4.3 假设性基准

10. **分数选票**：每位选民的影响力通过以温度参数 σ为参数的玻尔兹曼 softmax 核分配给各候选人。我们在 $\sigma \in \{0.1, 0.3, 1.0\}$ 两种变体（单一胜者（离散）和加权立法机构（连续））中评估三个取值。完整定义见第 7节。

5 个情景

我们定义了八种情景，旨在代表不同的真实世界选民群体构型（表 1）。五种一般情景改变选民分布的形态；三种两党情景则在类似正式初选流程的条件下检验系统。

五种一般情景的选民分布图如图1所示。在单峰共识情景中，几何中位数与算术平均数几乎重合（$\Delta = 0.0006$），因此，任何能够识别众数候选人的系统都能表现良好。两极化双峰情景最具诊断性：几何中位数位于两个选民簇之间的低密度间隙中

表1：情景描述。选民从参数化高斯混合模型中抽样。几何中位数—均值差 $\|\boldsymbol{\mu}^* - \bar{\mathbf{v}}\|$ 反映了分布不对称性。

#	Name	现实世界对应案例	选民 / 候选人
1	单峰共识	北欧 / 共识民主制	5,000 / 7
2	两极分化双峰	当代美国，脱欧时期的英国	5,000 / 5
3	多峰碎片化	荷兰、以色列、意大利	5,000 / 8
4	优势党	日本（自民党）、匈牙利	5,000 / 6
5	非对称偏斜	拉丁美洲、后苏联国家	5,000 / 6
6	两党对称	程式化的美国两党制	6,000 / 6
7	两党中间派多数	许多欧洲两大阵营体系	6,000 / 6
8	两党制左翼主导	主导党初选制	6,000 / 7

（$\Delta = 0.0096$ 中位数与均值之间），而遵循相对多数制逻辑的系统会被较大的选民簇所吸引，而非跨阵营中间立场。

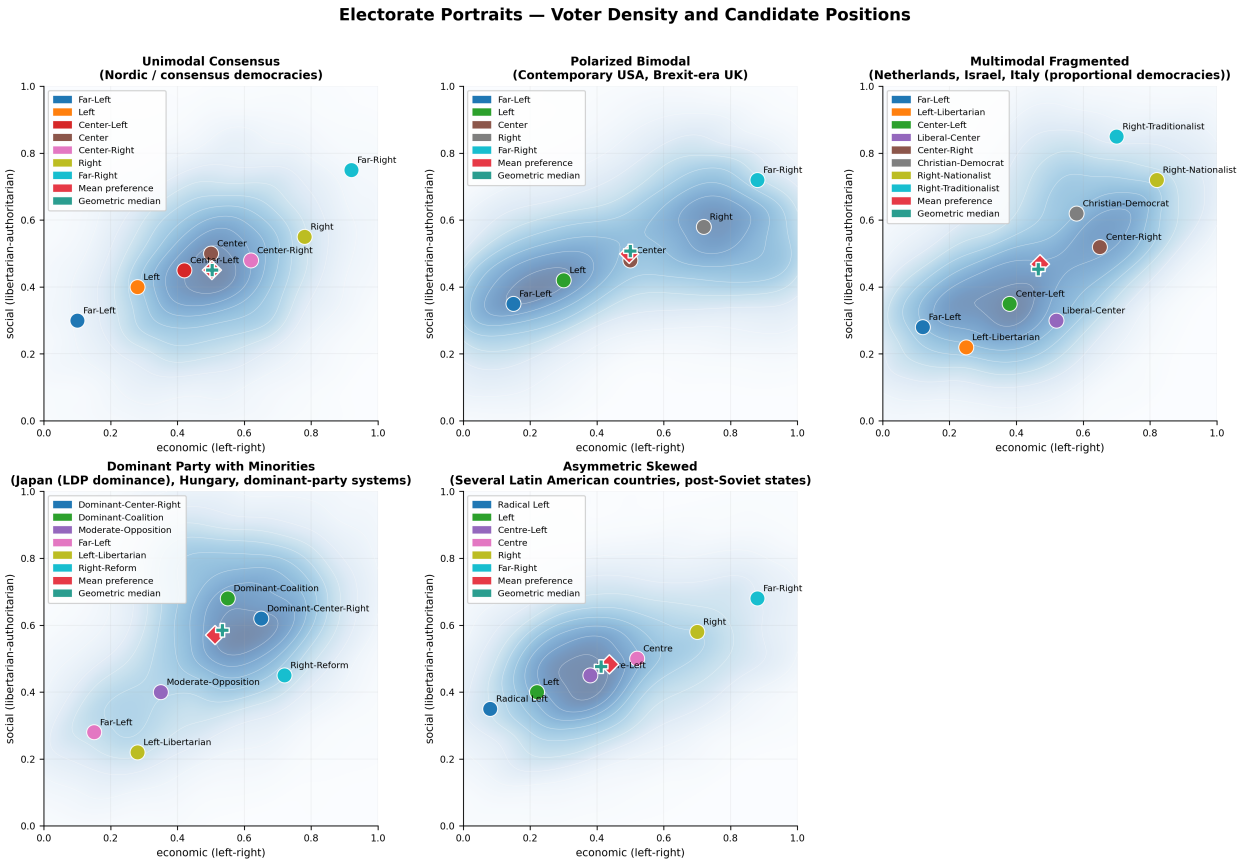

图1：五种一般情景的选民分布图。蓝色轮廓线表示选民偏好的核密度估计。青绿色十字（+）标示几何中位数；红色菱形（♦）标示算术平均数。图中标出了候选人位置。理想的选举结果是与青绿色标记距离最小的结果。

6 结果

6.1 跨情景比较

图2 展示了全部 15 种制度配置（九种标准制度加上六种分数选票变体）在全部八个情景下的主要指标——与几何中位数的距离。

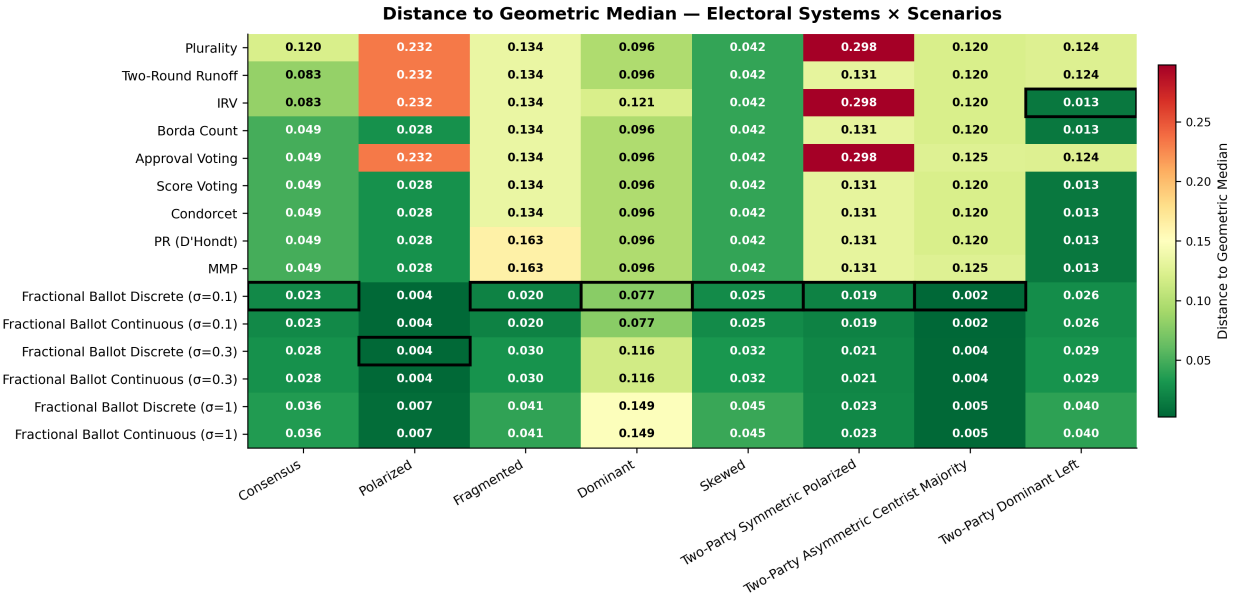

图2：所有选举制度在各情景下与几何中位数的距离。数值越低（颜色越绿）的单元格表示结果越接近总体几何中位数。黑色边框突出显示每个情景列中表现最佳的制度。分数选票行标记为 FB 离散/连续；其定义见第 7 节。

6.1.1 标准制度

各情景中始终呈现出若干规律。

相对多数制在两极分化的情境中表现最差或接近最差。在两极分化双峰情景中，相对多数制的结果为 $\delta = 0.2321$，比表现最佳的制度高出 53.8 倍。两轮决选制和即时决选投票制产生了相同的结果（$\delta = 0.2321$）：两者最终都选出了最大簇的候选人，因为在计票转移的任何一轮中，跨阵营中间立场都无法获得足够权重。认可投票制在此也无济于事——多数派群体的候选人获得了足够多选民的认可，直接胜出。

孔多塞制、评分投票制和波达计数法在非极化情景下竞争力相当。在单峰共识、非对称偏斜和主导党情景中，波达计分法、评分投票制和孔多塞–舒尔茨法得出的结果相同（$\delta = 0.049$，0。042 和 0。096），且均优于相对多数制。这种趋同与一项公认结论相符：当存在孔多塞胜者且偏好大致呈单峰时，这些方法会得出相同结果[Merrill， 1984]。

比例代表制系统在碎片化情景中存在中位立法者伪影。在多峰碎片化情景中，德洪特法和混合成员比例代表制的席位占比质心接近几何中位数（$\delta_{\text{centroid}} = 0.0148$ 分别为 0。0099），但中位立法者位置则相差甚远（两者均为 $\delta = 0.1632$ ），形成了 $+0.148$ 和 $+0.153$的伪影差距。这反映了比例代表制在碎片化立法机构中的一个结构性特征：当席位分散于许多意识形态立场相距甚远的政党时，第50百分位立法者未必接近选民分布中心。我们同时报告这两项指标，并建议在碎片化环境下，将质心作为比例代表制系统更具参考价值的结果代理指标。

主导党情景中的表现具有异质性。 这是唯一的情景，其中标准多数制系统（$\delta \approx 0.096$）与分数选票在较低的 σ （$\delta = 0.078$）下大致相当。我们将在第7节回到这一点。

6.1.2 分数选票

各分数选票变体始终取得最低的 δ ，在大多数情景中均是如此。在 $\sigma = 0.1$时，该系统于八个情景中的六个取得最佳结果；在 $\sigma = 0.3$ 时，它在两极化双峰情景中胜出。与最佳标准系统相比，改进在两极分化双峰（0.0043对0.0278，降至约1/6.5）和多峰碎片化情形（0.0197对0.1344，降至约1/6.8）中最为显著。这些结果将在第7节中详细讨论。

6.2 各情景空间结果

图 3 展示了两极分化双峰情景下各选举制度的空间结果图，这是八种配置中区分度最高的一种。

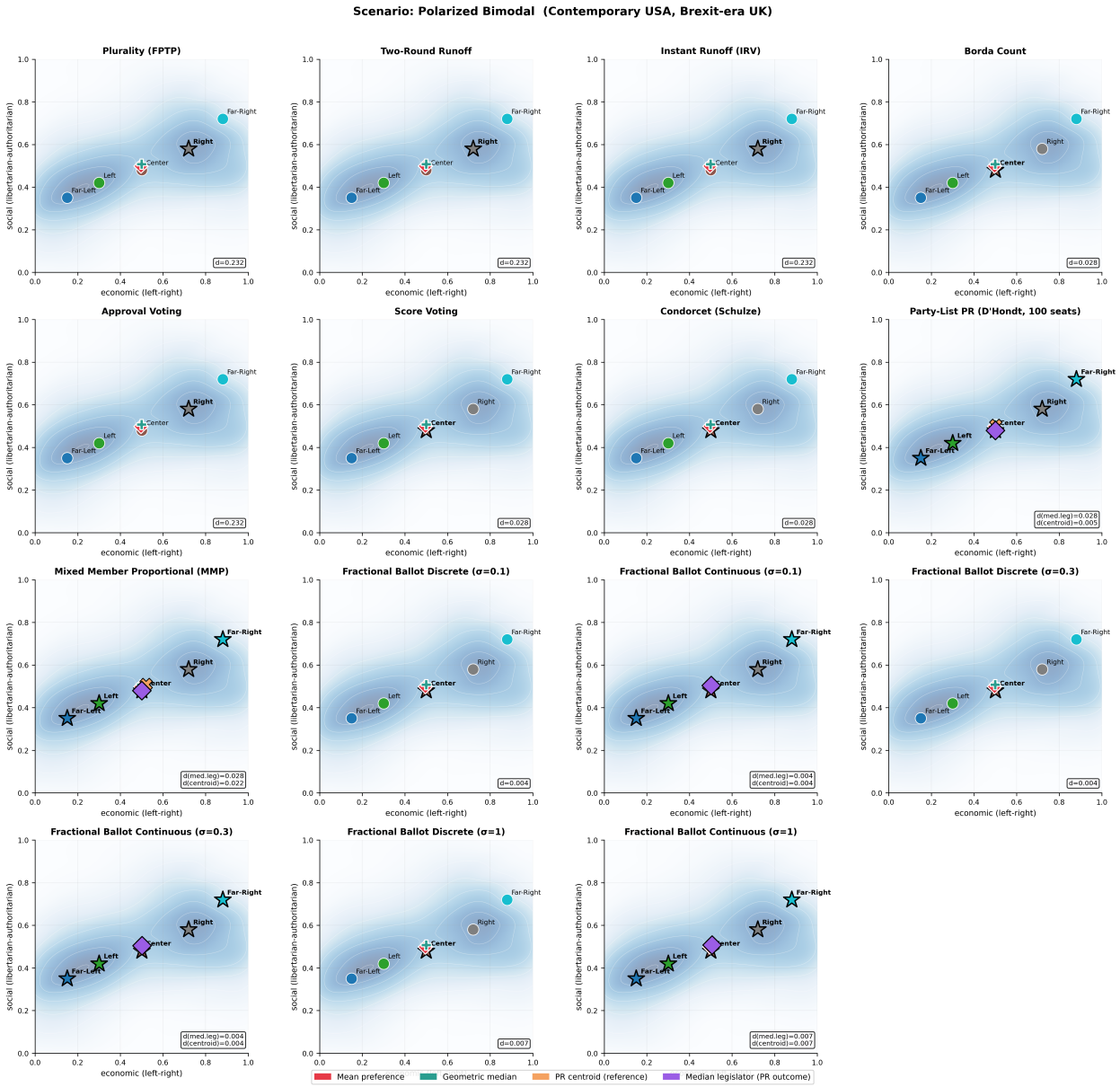

图3：两极化双峰情景下各系统的空间结果图。青绿色十字标记几何中位数；星号（★）标记当选候选人。对于比例代表制，十字（×）标记席位份额质心，紫色菱形标记中位立法者。每个面板均标注了与几何中位数（δ）的距离。

6.3 蒙特卡洛稳定性

为评估选民总体的具体随机抽样对结果的敏感性，我们针对每种情景进行了 200 次试验，每次都从同一分布中重新抽取 $n = 2,000$ 名选民。图 4 展示了两极分化双峰情景下各次试验中 δ 的分布；所有情景的结果均可在补充笔记本中查看。

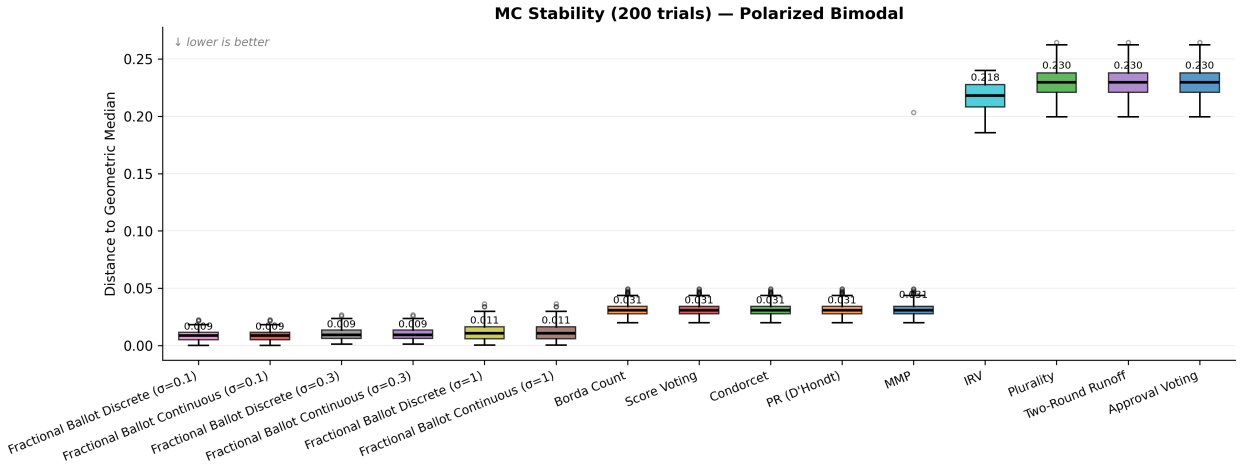

图4：蒙特卡洛稳定性：两极化双峰情景下，200次试验中与几何中位数距离的分布。箱体表示四分位距；须线延伸至第5和第95百分位数。系统按中位数从左到右排序 δ。

在每种情景下，系统的排名在全部200次试验中都保持稳定。基于质心的方法（包括分数选票）的 δ 方差显著低于基于相对多数的方法；这一差异在两极化双峰情景中尤为明显，因为相对多数制结果会受到每次抽样中某个簇的选民人数略多于另一个簇的影响。

7 分数选票：定义与分析

7.1 定义

每位选民 i 通过玻尔兹曼（softmax）核，为 K 位候选人分配一个权重向量$\mathbf{w}_i \in \Delta^{K-1}$：

$$w_{ik} = \frac{\exp(-d_{ik}/\sigma)}{\sum_{j=1}^{K} \exp(-d_{ij}/\sigma)}, \tag{14}$$

其中 $\sigma > 0$ 是控制权重集中度的温度参数。总体平均权重向量为

$$\bar{\mathbf{w}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{w}_i, \tag{15}$$

且选举质心为 $\hat{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{w}}^{\top}\mathbf{X}$，其中$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{K\times 2}$ 是候选人位置矩阵。我们实现了两种变体：

- **离散分数选票（FBD）**：一位候选人直接胜出——即距离 $\hat{\mathbf{x}}$最近的候选人——但用于指标计算的结果位置就是质心 $\hat{\mathbf{x}}$ 本身。适用于单一胜者情境，例如行政首长选举。

- **连续分数选票（FBC）**：每位候选人 k 拥有分数立法权$\bar{w}_k$；结果位置直接采用 $\hat{\mathbf{x}}$ 。适用于加权立法机构或政策投票情境。

由于这两种变体都使用 $\hat{\mathbf{x}}$ 作为指标计算的主要结果位置，因此在所有情景中，它们产生的 δ 数值都相同。因此，表2 仅报告离散变体的结果

；连续制的结果在每个单元格中都完全相同。这两种变体的区别在于制度层面的解释，而非空间表现：FBD 适用于单一胜者情境，分数选票连续制适用于加权立法机构情境。

极限行为。当 $\sigma \to 0$ 时，权重集中于最近的候选人，系统趋于相对多数制。当 $\sigma \to \infty$ 时，权重变得均匀（$\bar{w}_k \to 1/K$），质心趋近于候选人位置的等权均值。在 σ 的中间情况下，质心近似于选民分布的几何中位数。

7.2 分数选票结果

表2 总结了 δ 所有分数选票变体在各情景下的表现，并与每种情景中表现最佳的标准制度并列比较。

表2：与几何中位数的距离：分数选票离散制（FBD）与各情景下表现最佳的标准制度对比。数值越低越好。粗体条目表示各列中的最佳结果。分数选票连续制的结果在所有单元格中均与 FBD 相同；参见第7节。

制度	共识	两极分化	碎片化	主导	偏斜	对称两极分化
FBD (σ=0.1)	**0.0235**	0.0044	**0.0197**	**0.0775**	**0.0247**	**0.0187**
FBD (σ=0.3)	0.0281	**0.0043**	0.0301	0.1158	0.0321	0.0213
FBD (σ=1.0)	0.0357	0.0069	0.0409	0.1486	0.0446	0.0228
最佳标准系统	0.0492	0.0278	0.1344	0.0962	0.0417	0.1309

主导党例外。主导党情景是分数选票的主要失效模式。主导联盟位于威权象限内，远离几何中位数；在 $\sigma \geq 0.3$ 处进行的玻尔兹曼加权受到这个大型簇的显著牵引，使得 δ 远高于标准制度的结果。$\sigma = 0.1$ 变体在一定程度上缓解了这一问题，得出 $\delta = 0.0775$，但仍不及最佳标准制度。当最大的选民簇在空间上远离几何中位数时，基于质心的方法存在这种固有局限：总体质心会被较大的群体拉向自身。

两党主导左派例外。在这一情景中，即时决选投票制达到 $\delta = 0.0134$，而 FBD 在 $\sigma = 0.1$ 时得出 $\delta = 0.0257$。查看空间分布图可见，主导左派政党的候选人位置紧密分布在几何中位数两侧，因此即时决选投票制的逐轮淘汰会收敛到其中一个位置。这是候选人位置巧合，而非即时决选投票制的结构性优势。

8 讨论

8.1 模拟的局限性

选民始终诚实投票。在我们的模拟中，每位选民都会投票给最符合自身偏好的候选人。但在实际情况下，选民有时会进行策略性投票——例如，他们可能支持自己认为能够获胜的第二选择候选人，而不是自己认为无法获胜的第一选择候选人。在简单多数投票制度下，这种情况很常见，因为选民往往会感到有压力，避免“浪费”自己的

选票 [Duverger， 1954]。因此，我们的结果反映了每种制度的最佳情形；在策略性投票下，现实世界中的结果可能有所不同。

这里的政治是二维的。我们用两个轴来表示选民和候选人的偏好：经济左翼—右翼，以及社会自由意志主义—威权主义。现实中的选民总体还涉及更多维度，例如医疗保健、外交政策、移民等。我们的研究结果未必能充分推广到其他议题维度也会产生影响的情境。

衡量比例代表制的结果并不完美。对于比例代表制系统，我们将结果衡量为最终议会中位立法者的位置。在政党众多、碎片化的议会中，这可能无法准确概括政策最终会走向何处，因为掌握权力的政党取决于政府组建和联盟谈判。更现实的模型应纳入联盟动态，这留待未来研究。

8.2 分数选票的实际实施

分数选票要求先将选民和候选人置于同一意识形态量表上，才能计算权重——任何标准制度都没有这项前提，因为在标准制度中，偏好会通过选票本身隐含地显现出来。Stemwijzer 等投票建议应用（VAAs） [Holleman 等人， 2020], 已经能够根据结构化政策问卷计算选民与候选人之间的距离，因此是最自然的近似方案：候选人和选民填写相同的问卷，根据回答 d_{ik} 得出距离，再根据公式（14）计算权重。NOMINATE 等成熟的量表构建方法 [Poole 和 Rosenthal， 1997]以及基于竞选纲领的方法 [Budge 等人， 2001] 则提供了互补工具，可用于追溯定位现任议员。仍待解决的问题包括如何选择降维方法、受访者对偏好 elicitation 问卷可能作出的策略性回应，以及如何校准 σ。因此，与其说分数选票是一套可立即部署的制度，不如将其视为理论基准，用以推动对偏好 elicitation 机制的进一步研究。

8.3 框架的可扩展性

新增选举制度时，只需继承 ElectoralSystem 并实现 run 方法（通常需要 20–40 行 Python 代码）。新增情景只需一个 YAML 配置文件。新增指标则添加到 ElectionMetrics 数据类中。这种模块化是框架的首要设计目标，旨在让缺乏深厚软件工程背景的研究人员也能轻松开展“假设情景”探索。

9 结论

本文介绍了 electoral sim，这是一个开源 Python 框架，用于模拟和比较不同选民偏好分布下的选举制度。该框架实现了九种标准选举机制和一个假设性基准，在八种基于实证的情景中，以选民分布的几何中位数为参照评估结果，并支持便捷地扩展新的系统、情景和指标。

模拟结果证实了若干理论预测——在两极分化情况下，相对多数制表现很差；在偏好大致符合单峰偏好的情况下，孔多塞方法具有竞争力；而在碎片化

的情境中，比例代表制的中位立法者位置会偏离选民分布中心——同时，模拟还提供了跨情境的定量排名，而这仅凭理论难以得出。

分数选票案例研究展示了该框架的可扩展性，并为质心寻求表现提供了一个近似上界。在大多数情景中，其接近最优的表现，以及其在主导党情景中的可解释失效模式，确立了选民分布的几何中位数这一有价值的基准，用于评估实用系统在多大程度上逼近空间最优。分数选票与现有偏好引出基础设施之间的联系，为其实用近似方案提出了具体的研究议程。

我们希望，该框架能为有兴趣探索选举制度设计选择如何与选民总体结构相互作用的研究人员和实践者提供帮助，并欢迎通过公共代码库贡献新的系统和情景。

参考文献

Kenneth J. Arrow。《社会选择与个人价值》。威利出版社，纽约，1951年。

Duncan Black。论群体决策的依据。《政治经济学杂志》，56(1)：23–34，1948年。

Steven J. Brams 和 Peter C. Fishburn。《认可投票制》。Birkh¨auser，波士顿，1983年。

Ian Budge、Hans-Dieter Klingemann、Andrea Volkens、Judith Bara 和 Eric Tanenbaum。《绘制政策偏好图谱：1945–1998年政党、选民与政府估值》。牛津大学出版社，牛津，2001年。

Jean-Charles de Borda。关于选举投票的回忆录。《皇家科学院回忆录》，1781年。重印并译载于 Iain McLean 和 Arnold B. Urken（编），《社会选择经典著作》，密歇根大学出版社，1995年。

Victor d’Hondt。比例代表制的实用而合理的方法。Muquardt，布鲁塞尔，1882年。

Anthony Downs。《民主的经济理论》。Harper & Row，纽约，1957年。Maurice Duverger。《政党》：其在现代国家中的组织与活动。威利出版社，纽约，1954年。由Barbara与Robert North翻译。James M. Enelow与Melvin J. Hinich。《投票的空间理论》：导论。剑桥大学出版社，剑桥，1984年。Allan Gibbard。投票方案的操纵：一个一般性结果。《计量经济学》，41(4):587–601，1973年。James Green-Armytage、T Nicolaus Tideman与Rafael Cosman。投票规则的统计评估。《社会选择与福利》，46(1):183–212，2016年。Bouwe Holleman、Naomi Kamoen、Andr´e Krouwel、Claes de Vreese与Jante van de Pol。投票建议应用与选举结果。《政治传播》，37(3):394–413，2020年。Harold Hotelling。竞争中的稳定性。《经济学杂志》，39(153):41–57，1929年。

Arend Lijphart。《民主的模式：三十六国的政府形式与绩效》。耶鲁大学出版社，纽黑文，第2版，2012。Samuel Merrill。多候选人选举制度效率的比较。美国政治学杂志，28(1):23–48，1984年。Keith T. Poole与Howard Rosenthal。《国会：点名投票的政治经济学史》。牛津大学出版社，纽约，1997年。G. Bingham Powell。《作为民主工具的选举：多数决与比例代表愿景》。耶鲁大学出版社，纽黑文，2000。

Mark A. Satterthwaite。防策略性与阿罗条件：投票程序和社会福利函数的存在性与对应定理。经济理论杂志，10(2): 187–217，1975。

Markus Schulze。一种新的单胜者选举方法，具有单调性、克隆独立性、逆转对称性且孔多塞一致。《社会选择与福利》，36(2):267–303，2011。

Nicolaus Tideman。集体决策与投票：公共选择的潜力。Ashgate，奥尔德肖特，2006年。

T. Nicolaus Tideman。克隆独立性作为投票规则的判据。《社会选择与福利》，4(3):185–206，1987。

Endre Weiszfeld。关于使 n 个给定点到其距离之和最小的点。东北数学杂志，43:355–386，1937。

软件架构

列表 2：electoral sim 的模块结构。

```
electoral_sim /
    types . py                  # ElectionResult 数据类
    scenario . py               # YAML 加载器：加载_情景，加载_全部_情景
    fractional.py               # 分数选票变体
    选民总体 /                  # 选民总体类，分布生成器
    候选人 /                    # 候选人集合类
    选票 /                      # 选票档案，真实选票推导
    系统 /                      # 选举制度 ABC + 9 实现
    指标 /                      # ElectionMetrics，run_模拟，run_蒙特-卡洛
    初选 /                      # 两党初选流程
    工具 /
        viz_选民总体 . py
        viz_指标 . py
```

B 可复现性

本文的所有结果均由代码仓库中包含的 Jupyter 笔记本 notebooks/01 electoral systems comparison.ipynb 生成。该笔记本在所有随机操作中均使用固定的随机种子（SEED=42）。