双电子温度空间等离子体中任意振幅非线性结构的存在域。II. 高频电子声孤子

S. K. Maharaj，[1,3] R. Bharuthram、S. V. Singh 和 G. S. Lakhina[1,2,3,4]南非国家航天局（SANSA）空间科学部，邮政信箱32号，赫曼努斯7200，南非 [2]西开普大学，莫德达姆路，贝尔维尔7530，南非 [3]印度地磁研究所，新潘韦尔（西），新孟买410218，印度 [4]夸祖鲁-纳塔尔大学化学与物理学院，私人邮袋X54001，德班4000，南非

（收稿日期：2012年9月25日；接受日期：2012年11月13日；在线发表日期：2012年12月5日）

本文采用由离子、冷电子和热电子组成的三组分等离子体模型，研究大振幅电子声孤子的存在性；研究对象不仅包括保留所有等离子体组分的惯性和压力、并假设其均为绝热的模型，也包括忽略热电子惯性效应的情形。利用萨格迪夫势形式，给出了支持大振幅电子声孤子存在的马赫数范围。具有负势的电子声孤子可达到的振幅受到多种不同物理原因的限制，例如，马赫数超过上限后，冷电子或热电子的数密度不再为实数；或者出现负电势双层。研究发现，只有保留热电子的惯性效应时，才会支持具有正势的电子声孤子，而这类孤子仅受正电势双层的限制。©c 2012 美国物理联合会。[http://dx.doi.org/10.1063/1.4769174]

I. 引言

众所周知，在空间等离子体中，温度迥异的两个电子群体十分常见。这类等离子体能够支持线性电子声波的传播，其中恢复力由热电子提供，而维持振荡所需的惯性效应则由两个电子组分中温度较低的一方提供。

束流驱动的线性电子声波不稳定性对于解释频率低于当地电子等离子体频率的高频宽带静电噪声（BEN）在双电子温度等离子体中的产生，已被证实十分重要。[1–3] 日侧极光区 BEN 中频率高于当地电子等离子体频率的较高频部分，被认为源自电子声不稳定性的非线性阶段演化形成的电子声孤子。[4,5] Mace 等人[6]从理论上研究了小振幅和大振幅电子声孤子的存在性，所研究的等离子体由玻尔兹曼热电子、冷离子和冷电子组成，其中两种冷组分均假设为绝热流体。他们发现的只有负电势电子声孤子。

卫星开展了大量观测，例如 FAST 在中高度极光区的向下电流区进行的测量，[7]POLAR 在高纬度极区磁层进行的测量，[8] GEOTAIL 在磁尾区进行的测量，[9] Wind 在地球弓形激波处进行的测量，[10] 以及，最近，CLUSTER 在向日侧磁鞘进行的观测，[11] 揭示了沿磁场方向分量中存在传播的双极性电场结构。观测到的静电孤立波（ESW）具有正势，似乎与高频电子动力学有关。这显然排除了将 ESW 解释为电子声孤子或双层的可能性。基于伯恩斯坦–格林–克鲁斯卡尔理论，一种令人满意的理论解释是：观测到的 ESW 可被解释为与一团运动的俘获电子相关的局域静电势扰动。[12]

非线性电子声波理论的一项重要突破是：在由无惯性热电子和有惯性冷电子构成的双电子组分模型[4–6]经 Berthomier等人[13] 扩展为包含额外有惯性束电子组分的三电子组分模型后，能够产生具有正极性的大振幅电子声孤子。随后，Cattaert等人，[14]基于流体动力学范式方法（参考文献15–17）开展的理论研究表明，即使对于双电子（冷电子和热电子）模型，只要在分析中也考虑热电子的惯性，就可能出现正电势电子声孤子。对应于热电子多方指数取值$\gamma = 1$（玻尔兹曼情形）和$\gamma = 3$（绝热情形）的电子声孤子存在域

被发现与 c ＝2 情形在定性上十分相似。

回到采用传统萨格杰耶夫方法的非线性研究，Lakhina 等人考察了任意振幅离子声孤子和电子声孤子的存在性等[18]，研究对象是由离子、冷电子和热电子组成的三组分等离子体模型，其中所有组分均被视为绝热流体。研究确定了支持大振幅离子声孤子和电子声孤子产生的参数区域；然而，关键发现是，在模型中纳入热电子的惯性效应后，能够支持正势电子声孤子的存在，这与文献14的发现一致。文献18仅计算了支持离子声孤子和电子声孤子的马赫数范围下限。尽管文献18仅简要指出离子声孤子和电子声孤子存在马赫数上限，却未说明孤子为何会出现这些马赫数上限。

Danehkar等人[19] 和 Devanandhan等人[20] 研究了由有惯性的冷电子、具有 κ 速度分布的无惯性热电子以及离子组成的模型中，大振幅电子声孤立波的存在性。研究仅发现了负势结构，其马赫数上限如参考文献19 所述，是由冷电子数密度变为复数所导致的。最近，Singh等人[21] 讨论了四组分模型中的电子声孤子，该模型由离子、冷电子、束电子（这三种组分均具有惯性）以及非热[22] 无惯性热电子组成。研究发现，热电子的非热效应会降低具有负势的电子声孤子的振幅。对于服从玻尔兹曼分布的热电子，研究得到了负电势和正电势静电孤子及双层的存在域。大振幅电子声波孤立波的存在域模式不仅与 Cattaert等人[14] 发现的模式非常相似，也与 Verheest等人[23] 在尘埃等离子体模型中发现的尘埃声孤子存在模式非常相似。该模型由冷尘埃和绝热尘埃（两者均带负电），以及温度都很高的玻尔兹曼离子和玻尔兹曼电子组成。

本文是对我们此前由 Maharaj等人,[24] 发表的研究的延续，后文简称为 I。该研究讨论了由离子、冷电子和热电子组成的三组分等离子体模型中大振幅离子声孤子的存在性，涵盖了 Lakhina 等人[18]提出的模型（该模型假设所有组分均具有惯性且为绝热）以及 Mace 等人[6] 提出的模型（该模型未考虑热电子的惯性效应，但仍保留了离子和冷电子的惯性与压力）。本文聚焦于高频区，讨论大振幅电子声孤子的存在性。我们主要关注电子声孤子为何会出现马赫数上限，并明确计算这些马赫数上限值。与 Lakhina 等人[18] 讨论的范围相比，我们考察了参数空间中更广泛的区域，并在考虑马赫数下限和上限的基础上，给出支持电子声孤子存在的马赫数范围。

本文结构安排如下。在第II节，我们介绍 Lakhina 等人[18] 提出的模型，该模型由离子、冷电子和热电子组成，并保留了所有组分的惯性和压力。第III节介绍 Mace 等人[6] 提出的模型。该模型未考虑热电子的惯性效应，但纳入了离子和冷电子的惯性与压力。第III节。第II 和III 节省略了理论细节，因为这些内容已在论文 I（参考文献24）的相关章节中介绍。为求完整，我们在第II 节和III节中分别给出萨格迪夫势的最终表达式，以及用于推导该表达式的各组分数密度相关表达式。第IV节介绍数值结果并进行讨论。我们的研究结果总结于第V节。

II. 纳入热电子惯性的模型

由离子、冷电子和热电子组分构成，且所有组分均视为绝热流体的模型[18]已在论文 I 的第II 节中讨论。论文 I 中给出的离子、冷电子和热电子数密度表达式依次为

$$n_i = \frac{1}{2\sqrt{3}}\{[(M+\sqrt{3})^2 - 2\Phi]^{1/2} - [(M-\sqrt{3})^2 - 2\Phi]^{1/2}\}, \tag{1}$$

$$n_{ce} = \frac{n_{ce}^0}{2\sqrt{3T_{ce}/\mu_e}}\{[(M+\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^2 + (2\Phi/\mu_e)]^{1/2} - [(M-\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^2 + (2\Phi/\mu_e)]^{1/2}\}, \tag{2}$$

and

$$n_{he} = \frac{n_{he}^0}{2\sqrt{3T_{he}/\mu_e}}\{[(M+\sqrt{3T_{he}/\mu_e})^2 + (2\Phi/\mu_e)]^{1/2} - [(M-\sqrt{3T_{he}/\mu_e})^2 + (2\Phi/\mu_e)]^{1/2}\}, \tag{3}$$

将其代入泊松方程后，可得到萨格迪夫势的表达式：

$$V(\Phi,M)=\frac{1}{6\sqrt{3}}\left\{(M+\sqrt{3})^3-\left(\sqrt{(M+\sqrt{3})^2-2\Phi}\right)^3\right\}-\frac{1}{6\sqrt{3}}\left\{(M-\sqrt{3})^3-\left(\sqrt{(M-\sqrt{3})^2-2\Phi}\right)^3\right\}$$
$$+\frac{n_{ce}^0}{6\sqrt{3T_{ce}/\mu_e}}\mu_e\left\{(M+\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^3-\left(\sqrt{(M+\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^2+\frac{2\Phi}{\mu_e}}\right)^3\right\}$$
$$-\frac{n_{ce}^0}{6\sqrt{3T_{ce}/\mu_e}}\mu_e\left\{(M-\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^3-\left(\sqrt{(M-\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^2+\frac{2\Phi}{\mu_e}}\right)^3\right\}$$
$$+\frac{n_{he}^0}{6\sqrt{3T_{he}/\mu_e}}\mu_e\left\{(M+\sqrt{3T_{he}/\mu_e})^3-\left(\sqrt{(M+\sqrt{3T_{he}/\mu_e})^2+\frac{2\Phi}{\mu_e}}\right)^3\right\}$$
$$-\frac{n_{he}^0}{6\sqrt{3T_{he}/\mu_e}}\mu_e\left\{(M-\sqrt{3T_{he}/\mu_e})^3-\left(\sqrt{(M-\sqrt{3T_{he}/\mu_e})^2+\frac{2\Phi}{\mu_e}}\right)^3\right\}. \quad (4)$$

在此方程中，所有符号的含义均与 I 中相同，即：n_{i0}；n_{ce0}；n_{he0}分别表示离子、冷电子和热电子的数密度，T_{ce}(T_{he}) 分别表示冷电子（热电子）的温度，M表示马赫数，Φ 表示静电波势，而μ_e 表示电子与离子质量比。未近似形式的萨格迪夫势(4) 在$\Phi=0$处的二阶和三阶导数表达式分别为

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2V(\Phi)}{\mathrm{d}\Phi^2}\right)_{\Phi=0}=\frac{1}{[M^2-3]}+\frac{n_{ce}^0}{\mu_e[M^2-(3T_{ce}/\mu_e)]}+\frac{n_{he}^0}{\mu_e[M^2-(3T_{he}/\mu_e)]} \quad (5)$$

and

$$\left(\frac{\mathrm{d}^3V(\Phi)}{\mathrm{d}\Phi^3}\right)_{\Phi=0}=\frac{3[M^2+1]}{[M^2-3]^3}-\frac{3n_{ce}^0[M^2+(T_{ce}/\mu_e)]}{\mu_e^2[M^2-(3T_{ce}/\mu_e)]^3}-\frac{3n_{he}^0[M^2+(T_{he}/\mu_e)]}{\mu_e^2[M^2-(3T_{he}/\mu_e)]^3}. \quad (6)$$

如第一部分所述，电子声孤子能够存在的马赫数$M=M_{\mathrm{crit}}$ 的临界值由方程 (5)的较大正根给出，而方程(5) 的较小正根则对应于离子声波孤子较低的马赫数限制。负电势电子声孤子的振幅受到限制，这是因为冷电子或热电子的数密度不能变为复数。若 (2) 中的冷电子数密度在 $\Phi<\Phi_{\mathrm{min/cool}}$ 时将不再为实数，其中 $\Phi_{\mathrm{min/cool}}=-\mu_e(M-\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^2/2$ 是电子声孤子势（负值）的极限值，而其存在又会对马赫数施加一个上限，即 M_{max}。

同样，负势孤子的存在也可能受到马赫数上限的限制；这是因为当 $U<U_{\mathrm{min/hot}}=-\mu_e(M-\sqrt{3T_{he}/\mu_e})^2/2$ 时，热电子数密度 (3) 将不再为实数，其中 $U=l_e(M-\sqrt{3T_{he}/\mu_e})^2/2$ 此时是负势电子声孤子结构的势极限值。负势电子声孤子结构的马赫数上限和振幅上限究竟是由冷电子还是热电子数密度变为复数所导致，只能通过对 V(U) 进行数值分析来确定。电子声孤子结构允许的势（无论正负）还可能受到双层的限制；这种限制与任何带电粒子组分的数密度变为复数无关。当 V(U) 的一个正（负）根，即 U_{root}，与 $U=U_{\mathrm{root}}$ 时的 $(\mathrm{d}V(U)/\mathrm{d}U)=0$ 重合，便会出现正（负）双层。从萨格迪夫势的表达式形式无法明显判断是否会出现双层，只能如第四节所述，通过对 V(U) 进行数值分析来确定。

III. 玻尔兹曼热电子模型

对于 I 中第III 节所述的模型，该模型未考虑热电子的惯性，[6] 假定热电子服从玻尔兹曼分布，其数密度由下式给出

$$n_{he}=n_{he}^0\exp\left(\frac{\Phi}{T_{he}}\right). \quad (7)$$

绝热离子和绝热冷电子的数密度表达式保持不变，分别由以下公式给出(1) 和 (2) 见第 II节。泊松方程中的表达式 (1)、(2) 和 (7) 给出了萨格迪夫势，其表达式为

$$V(\Phi,M)=\frac{1}{6\sqrt{3}}\{(M+\sqrt{3})^3-\left(\sqrt{(M+\sqrt{3})^2-2\Phi}\right)^3\}-\frac{1}{6\sqrt{3}}\{(M-\sqrt{3})^3-\left(\sqrt{(M-\sqrt{3})^2-2\Phi}\right)^3\}$$
$$+\frac{n_{ce}^0}{6\sqrt{3T_{ce}/\mu_e}}\mu_e\left\{(M+\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^3-\left(\sqrt{(M+\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^2+\frac{2\Phi}{\mu_e}}\right)^3\right\}$$
$$-\frac{n_{ce}^0}{6\sqrt{3T_{ce}/\mu_e}}\mu_e\left\{(M-\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^3-\left(\sqrt{(M-\sqrt{3T_{ce}/\mu_e})^2+\frac{2\Phi}{\mu_e}}\right)^3\right\}+n_{he}^0T_{he}\left[1-\exp\left(\frac{\Phi}{T_{he}}\right)\right]. \quad (8)$$

萨格迪夫势表达式的二阶和三阶导数 $V(\Phi)$ (8) 在 $\Phi=0$处的值分别为

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2V(\Phi)}{\mathrm{d}\Phi^2}\right)_{\Phi=0}=\frac{1}{[M^2-3]}+\frac{n_{ce}^0}{\mu_e[M^2-(3T_{ce}/\mu_e)]}-\frac{n_{he}^0}{T_{he}} \quad (9)$$

and

$$\left(\frac{\mathrm{d}^3V(\Phi)}{\mathrm{d}\Phi^3}\right)_{\Phi=0}=\frac{3[M^2+1]}{[M^2-3]^3}-\frac{3n_{ce}^0[M^2+(T_{ce}/\mu_e)]}{\mu_e^2[M^2-(3T_{ce}/\mu_e)]^3}-\frac{n_{he}^0}{T_{he}^2}. \quad (10)$$

负势电子声波孤子结构的振幅仍可能受到以下约束的限制：冷电子数密度(2) 必须为实数；然而，热电子不会施加此类限制，因为从方程(7)可以看出，其数密度始终为实数。根据我们的数值结果可以明显看出，当热电子服从玻尔兹曼分布时，不支持具有正势的电子声孤子。只有在第II 节模型包含热电子的惯性效应时，才发现该模型支持电子声波型的正势孤子；稍后将看到，这些孤子仅受正势双层的限制。

IV. 数值结果与讨论

我们首先考虑第II 节中的模型，该模型将所有三种组分——离子、冷电子和热电子——的惯性效应都纳入考量[18]，并研究大振幅电子声孤子的存在性。对于图1（I 部分）中支持大振幅离子声波孤子产生的同一组固定参数，这里图1(a) 描绘了支持大振幅电子声孤子的马赫数范围随n_{ce0}/n_{i0} 的变化。我们根据各区域中特有的马赫数上限成因，将图1(a) 划分为四个不同区域，即区域 I、II、III 和 IV。对于大振幅电子声孤子，临界值 M 现在对应于方程[18] （5）的两个正数值根中较大的一个(5)。选定一个n_{ce0}/n_{i0}值后，电子声孤子从略高于临界值的M 值开始存在；该临界值在每个区域都与（—）上的某一点重合。然而，具体取决于冷电子的数密度（$\mathrm{n}_{ceo}/\mathrm{n}_{i0}$），其存在会在略低于以下某条曲线的 M 值处终止：定义区域 I 的（· · ·）、定义区域 II 的（- - -）、定义区域 III 的（– · –），或定义区域 IV 的（– · · · –）。

区域 I 包含马赫数介于下限（M_{crit}）和上限（M_{max}）马赫数限制曲线之间的取值，两条曲线分别以（–）和（· · ·）表示，见图1(a)，其中 0：05 $\leq n_{ce0}/n_{i0}\leq$ 0：174。该区域对应于参数空间中的一部分，在此区域内，能够存在具有负势的电子声孤子；但马赫数存在上限，即 M_{max}，这是由冷电子数密度必须保持为实数这一约束所决定的。

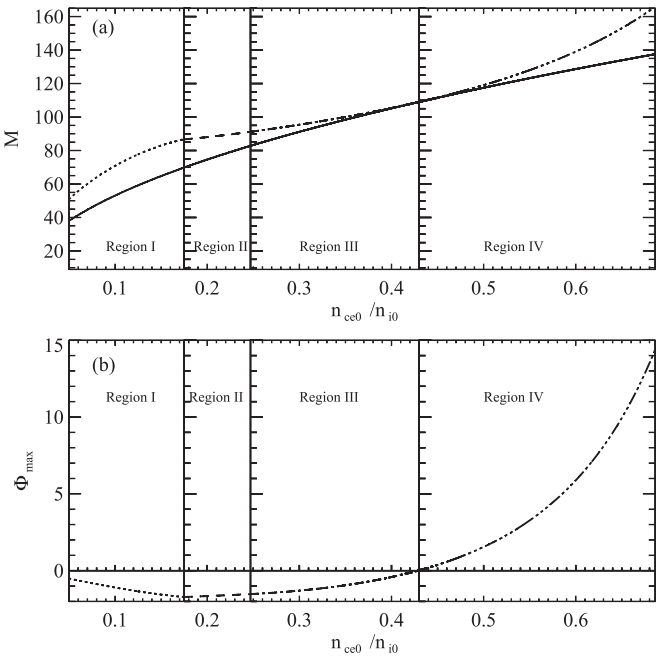

图 1. (a) 负势和正势电子声波孤子的存在域随归一化冷电子数密度的变化。曲线（–）表示 $\mathrm{M}_{\mathrm{crit}}(\mathrm{n}_{ce0}/\mathrm{n}_{i0})$；（· · ·）表示超过此值后冷电子数密度 (2) 不再是实数的最大 M 值，(- -) 表示超过此值后热电子数密度 (3) 不再是实数的最大 M 值，(- · -) 表示出现负双层时的马赫数，(- · · · -) 表示支持正双层的马赫数。(b) 与 (a) 中孤子的 M 上限相对应的电势极限。区域 I（区域 II）表示超过此范围后冷电子数密度 (2)（热电子数密度 (3)）变为复数的电势极限。在区域 III（区域 IV）中，分别给出了负（正）双层电势。固定参数为 $\mathrm{l}_e=1/1836$；$\mathrm{T}_{ce}/\mathrm{T}_i=0{:}01$，以及 $\mathrm{T}_{he}/\mathrm{T}_i=5$。

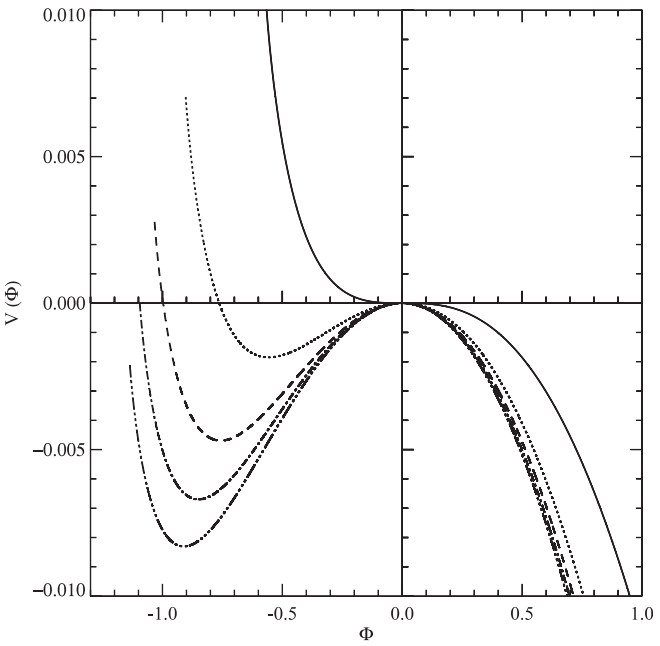

图 2. M $=53.07343$（–）、65（· · ·）、69（– –）、70.81841（– · –）和 72（– · · · –）的 Sagdeev 势剖面。固定参数为 $l_e = 1/1836$；$T_{ce}/T_i = 0{:}01$；$T_{he}/T_i = 5$，以及 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}1$。

（2）必须保持为实数，即 U $\geq$ U $_{\text{min/cool}}$ = – – l_e(M ffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffi3T_{ce}/l_ep $)^2/2$，如第 II 节所述。随着 M 增大，具有负势的电子声孤子会变得更强，如图2所示。图中给出了 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}1$ 时 Sagdeev 势 V(U) 随 U 变化的曲线。随着 M 增大，孤子振幅不会无限增大，因为当达到 $U_{\text{min/cool}}$ 时，电子声孤子将不再存在。马赫数的上限出现在 V($U_{\text{min/cool}}$) $= 0$之处。这对应于图2中以（– · –）表示的曲线；此时，马赫数上限 M $=M_{\max} = 70{:}81841$ 与 U 的允许最小值，即 U $=U_{\text{min/cool}}= -1{:}09454$，重合。图2中 M $= M_{\max}$ 时 Sagdeev 势的上限曲线不能给出有效的孤子解。从图2还可以清楚地看出，当 M 取更高值，即 M $=72$ (– · · · –)且超过 $M_{\max}$时，不会出现孤子；此时冷电子数密度（2）变为复数。类似的论证也适用于区域 II 中的孤子；当 M $\geq M_{\max}$ 时，它们也将不复存在，因为热电子的数密度（3）会变为复数。

遵循参考文献23中的思路，图 · · ·1(a) 中以 (1(a) 所示的马赫数上限曲线，是通过数值求解 $V(\Phi_{\text{min/cool}}) = 0$ 关于 M的方程得到的。区域 I 中出现的负电势电子声孤子，其 $\Phi_{\text{min/cool}}$ 随n_{ce0}/n_{i0} 变化的曲线记为图 · · ·1(b) 中的 (1(b))。图 $\Phi_{\text{min/cool}}$ 1(b) 中的值，是利用图 1(b) 所示的上限 M，针对区域 I 中出现的孤子计算得到的。

我们再次参见图2，由此可以推断，对于电子声孤子，马赫数存在下限值和上限值；这一点从不同取值下萨格迪夫势（4）的曲线中可以清楚地看出，其中M 对于 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}1$：固定值 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}1$ 位于区域 I 内，该区域的上界由图 1(a) 中的 (· · ·) 给出。图2中的下限曲线（–）对应于 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}1$ 时马赫数 M $= 53.07343$ 的临界值。图2中由 (– · –) 表示的上限曲线对应于上限值 M $= 70.81841$，此时该曲线与 $U_{\text{min/cool}}$ 的值重合；$U_{\text{min/cool}}$ 是势（负值）的最小允许值，在此值下冷电子数密度（2）仍为实数。对于 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}1$，所对应的 $U_{\text{min/cool}}$ 值可通过图2中 M 取值直至上限值 M $= 70.81841$ 时的萨格迪夫势曲线清楚地确定，而 $U_{\text{min/cool}}$ 正是 V(U) 的负根的极限值。我们发现该值为 -1.09454，这与图2中 V(U) 上限曲线（由曲线 (– · –) 表示）的负根相重合。$U_{\text{min/cool}}$ 的值 -1.09454 与图1(b)中区域 I 内由曲线 (· · ·) 表示的曲线上对应于 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}1$ 的点相重合。

对于冷电子浓度较高、且现位于范围 $0{:}175 \leq n_{ce0}/n_{i0} \leq 0{:}246$ 内的等离子体，该范围对应图1(a)中的区域 II。此时，限制负电势电子声孤子存在的马赫数上限，与负电势的极限值重合；该极限值由热电子数密度 (3) 必须为实数这一约束所决定，即 U $\geq$ U $_{\text{min/hot}}$ = – – l_e(M ffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffiffi3T_{he}/l_ep $)^2/2$。负电势的极限值，即当 U $<$ $U_{\text{min/hot}}$ 时，热电子数密度 (3) 不再为实数的 $U_{\text{min/hot}}$，对应于图1(b)中以 (- - -) 标示的曲线上的点。区域 II 的马赫数上限位于图1(a)中以 (- - -) 标示的曲线上，其数值通过对 n_{ce0}/n_{i0} 求解 V($U_{\text{min/hot}}$) $= 0$ 得到。图1(b)中区域 II 所示的 $U_{\text{min/hot}}$ 值，是利用图1(a)中该区域对应的马赫数上限计算得到的。

对于位于区域 II 的固定值 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}2$（区域 II 的上界由图 1(a) 中的 (- - -) 表示），在图 3 中由 (– · –) 表示的萨格迪夫势上限曲线的负根，对应于 M $= 87.99353$，与势 $U_{\text{min/hot}}$ 的极限值重合。图 3 清楚地显示了 $U_{\text{min/hot}}$ 的值为 -1.65509，其中 $U_{\text{min/hot}}$ 是图中所示萨格迪夫势负根的极限值。这个 U 的极限值 -1.65509 与图 1(b) 中区域 II 的 (- - -) 上对应 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}2$ 的点重合。

现在考虑冷电子浓度较高的情况，使得 $0{:}247 \leq n_{ce0}/n_{i0} < 0{:}43$，此时参数空间会转入一个区域，在该区域中，负势双层将限制具有负势的电子声孤子的出现。这在图1(a) 中显示为区域 III，其中包括马赫数略高于曲线（–）的取值，但终止于略低于标记为（– · –）的曲线处。对于固定值 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}3$，该值与图 1(a) 中的孤子区域 III 重合；该区域的上界由（– · –）限定，见图 1(a)，负势电子声孤子的存在终止于

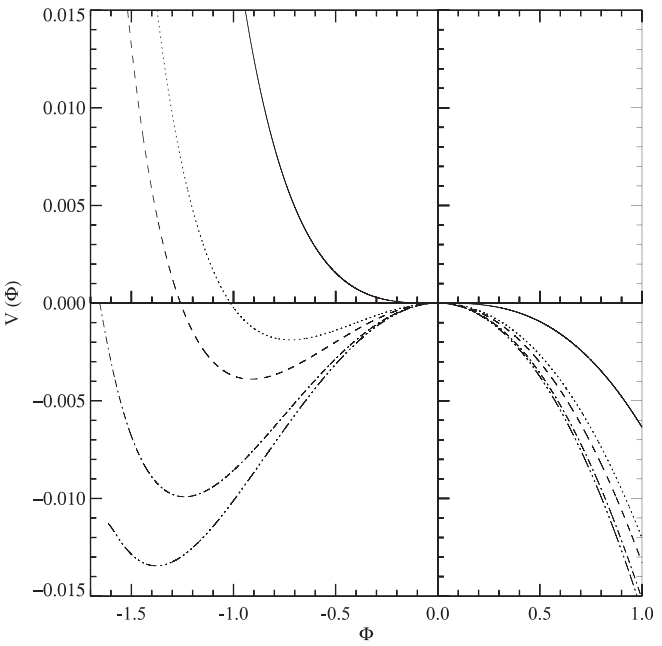

图 3. M = 74.59170（实线）、83（· · ·）、85（虚线）、87.99353（– · –）和 89（– · · · –）时的萨格迪夫势剖面。固定参数为 $l_e = 1/1836$；$T_{ce}/T_i = 0.01$；$T_{he}/T_i = 5$，以及 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.2$。

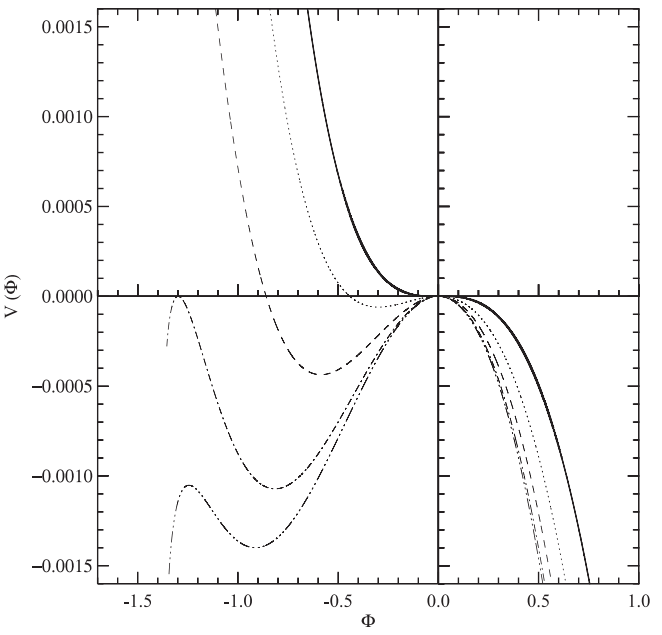

图 4. M = 91.16449（–）、93（· · ·）、94.5（– –）、95.417998（– · –）和 95.7（– · · · –）对应的 Sagdeev 势剖面。固定参数为 $l_e = 1/1836$；$T_{ce}/T_i = 0.01$；$T_{he}/T_i = 5$，以及 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.3$。

位于（M）上的值– · –，此处支持负势双层的出现。这在图 4中清晰可见；当 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.3$ 时，萨格迪夫势的上限曲线现在与负势双层的出现相吻合，如曲线（– · –）的行为所示，其中$M = 95.417998$。图 4 显示，当超过双层的马赫数限制后，电子声孤子将不再可能出现，如 $M = 95.7$（– · · · –）所示。

回到图 1(a)，但现在聚焦于对应 $n_{ce0}/n_{i0} > 0.43$ 的区域 IV：图 1(a) 中曲线（– · · · –）上的 M 上限值，此时与正电势双层的出现相对应，这限制了参数空间中能够支持正势电子声孤子的区域。从图 1(b) 可以清楚地看出，电子声孤子的极性会发生转换：当 $n_{ce0}/n_{i0} < 0.43$ 时为负极性，而当 $n_{ce0}/n_{i0} > 0.43$ 时为正极性。图 1(b) 描绘了图 1(a) 所示负势孤子区域和正势孤子区域（区域III和IV）所对应的负电势双层和正电势双层的最大势。我们观察到的电子声孤子极性转换，与 $C_3(M_{crit})$（I 中的公式（17））的符号变化一致：当 $n_{ce0}/n_{i0} < 0.43$ 时为负，而当 $n_{ce0}/n_{i0} > 0.43$ 时为正（小振幅孤子解在 I 中作为公式（15）给出）。

从图1(b) 可以清楚看出$n_{ce0}/n_{i0} = 0.43$ 对应于一个中性点（$\Phi = 0$），此处区域 III（受负双层限制的负势孤子）与区域 IV（受正双层限制的正势孤子）之间发生分界。观察到非线性电子声结构（孤子和双层）极性发生转换时对应的特定$n_{ce0}/n_{i0} = 0.43$，与 Lakhina 等人关于电子声孤子的研究结果中，[18]电子声孤子极性的转换也被报道为发生在 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.43$ 处，但这一结果是在热电子温度取较低固定值 $T_{he}/T_i = 1$ 时计算得到的，而我们用于生成图1的温度值为 $T_{he}/T_i = 5$。此外，$n_{ce0}/n_{i0} = 0.43$ 也对应于 Cattaert等人[14] 研究中 $c = 3$ 情形下从负电势电子声孤子区域向正电势电子声孤子区域的交叉点，这些区域受到双层的限制；该研究采用了流体动力学范式方法。在这里，我们确定了正电势双层限制正电势电子声孤子的存在，这显著拓展了参考文献18中的研究结果，因为参考文献18并未提及双层。我们将图1截断于 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.686$ 处，这是因为我们的研究结果表明，当冷电子数密度超过 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.686$ 时，正双层将不再存在。对于 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.6$，图5中对应于 V(U)、由曲线（– · –）表示且 $M = 139.04997$ 的正双层，被观察到限制了具有正电势的电子声孤子的出现。图 1(a)所示的大振幅电子声孤子的存在区域中，振幅限制先后由涉及带负电的冷组分、继而带负电的热组分的数密度约束，以及随后出现的负双层和最后出现的正双层所决定；这一情形与 Cattaert等人[14] 关于大振幅电子声孤子的研究结果以及 Verheest等人[23] 关于尘埃声孤子的研究结果非常相似。最后，在结束对图1的讨论时，我们很高兴指出，图1以及后文图6中大振幅电子声孤子出现时所对应的参数范围，均完全处于允许范围内，即 $f = n_{ce0}/n_{i0} < 0.8$

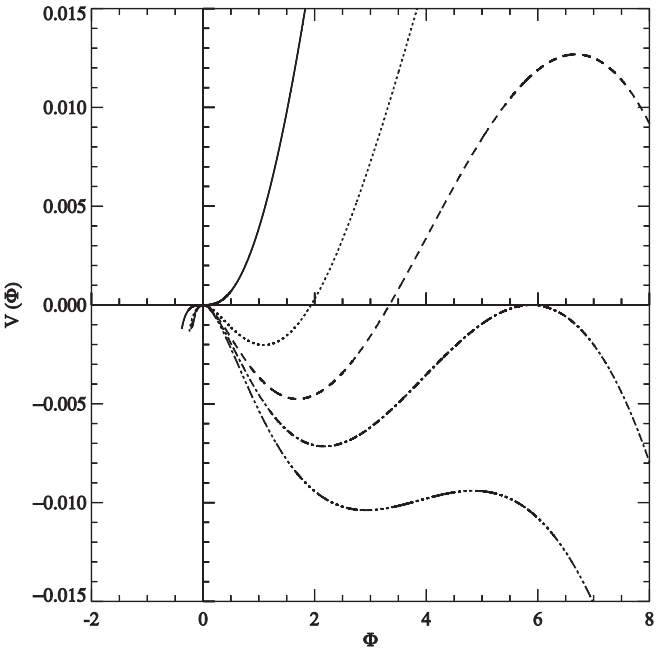

图 5. M = 128.65457（–）、136（· · ·）、138（– –）、139.04997（– · –）和 140（– · · · –）对应的 Sagdeev 势剖面。固定参数为 $l_e = 1/1836$；$T_{ce}/T_i = 0.01$；$T_{he}/T_i = 5$，以及 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.6$。

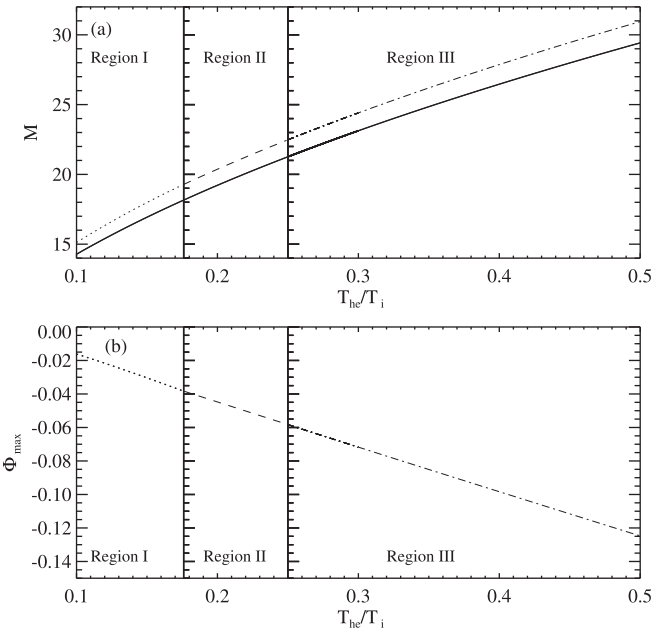

图 6. (a) 负势电子声孤子的存在域随归一化热电子温度 T_{he}/T_i 的变化。曲线（–）表示 $M_{crit}(T_{he}/T_i)$，（· · ·）表示超过该值后冷电子数密度 (2) 不再为实数的最大 M 值，（- -）表示超过该值后热电子数密度 (3) 不再为实数的最大 M 值，而（– · –）表示出现负双层的马赫数。(b) 与 (a) 中孤子的 M 上限相对应的负势极限值。区域 I 和区域 II 分别表示超过该值后冷电子的数密度 (2) 和热电子的数密度 (3) 不再为实数的电势极限，而区域 III 中所示的电势为负双层电势。固定参数为 $l_e = 1/1836$；$T_{ce}/T_i = 0.01$，以及 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.3$。

以及 $T_h/T_c > 1$，仅适用于弱阻尼线性电子声波。[25,26]

固定冷电子的数密度，即 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.3$ 后，我们接着研究大振幅电子声孤子存在域随热电子归一化温度变化的情况，即 T_{he}/T_i。在图 6(a) 的区域 I（$0.1 \le T_{he}/T_i \le 0.175$）中，存在负电势电子声孤子；马赫数 M_{max} 和孤子电势 U 的上限受如下条件约束：冷电子的数密度 (2) 必须保持为实数。图 6(a) 中，区域 I 内孤子的 M 上限以 (· · ·) 表示。$U^{min/cool}$ 随 T_{he}/T_i 的变化由图 6(b) 中的曲线 (· · ·)（区域 I）表示。图 6(a) 中参数空间内跨越 $0.176 \le T_{he}/T_i \le 0.249$ 的中间区域（区域 II）也支持负电势电子声孤子的存在，但在此区域，势（负值）的极限值以及马赫数上限的存在（- - -）受如下条件约束：热电子的数密度 (3) 必须保持为实数。对于区域 II 内的电子声孤子，负电势的极限值，即 $U^{min/hot}$，位于图 6(b) 中以（- - -）标示的曲线上。图 6(a) 所示的区域 III（$0.25 \le T_{he}/T_i \le 0.5$）中，具有负势的大振幅电子声孤子受到负电势双层的限制。区域 III 中位于图 6(a) 所示曲线 (– · –) 上的 M 上限会产生负电势双层。可以看出，图 6(a) 所示的允许孤子马赫数范围随比值 T_{he}/T_i 增大而扩大，但幅度很小。此外，图 6(b) 中区域 III 所示的负双层电势大小 (– · –) 表明，双层会变得更强

随着冷、热电子组分温度差异增大（在T_{ce}/T_i固定时，T_{he}/T_i 增大）。

最后，我们着重比较第 II 节模型的结果（该模型考虑热电子的惯性效应）[18]与 Mace 等人[6] 提出的模型的结果（如第 III 节所述，该模型忽略热电子的惯性效应）。为避免本文内容过于冗长，这里不列出第 III 节模型的任何结果，仅简要概述我们的发现。忽略热电子的惯性效应时，我们的结果与文献 6 中的发现一致，即只可能存在负电势电子声孤子。此外，我们发现，势（负值）和马赫数 M_{max} 的极限值受一项约束所决定：冷电子的数密度必须保持为实数，即 $\Phi \ge \Phi^{min/cool}$。热电子的数密度在任意势值下都保持为实数，因此它们不会对势或马赫数施加限制。正如预期，我们没有发现任何负电势双层或正电势电子声孤子（其受到正电势双层的限制），因为至少需要两个惯性电子组分。[14,18,21]

此外，对于忽略热电子惯性的模型，我们在参数空间中确定了一个对应于 $n_{ce0}/n_{i0} > 0.56$ 的区域，其中大振幅

电子声孤子具有负电势，且不存在马赫数上限。

有趣的是，通过在模型中纳入热电子的惯性，电子声孤子的极性如何从负变为正，以及这些出现在参数空间相邻区域中的孤子如何受到双层的限制（两种极性均可存在）。[18] 这与忽略热电子惯性的做法相反[6]。

V. 结论

我们研究了由离子、冷电子和热电子组成的三组分等离子体中大振幅电子声孤子的存在性。我们考察了两种模型：一种将所有组分都视为可动的[18]；另一种则考虑离子和冷电子的惯性与压力，但忽略热电子的惯性。[6]我们确定了支持大振幅电子声孤子存在的参数空间区域，并在此给出了适用于三组分模型的结果；该模型纳入了所有组分的惯性效应，并假设这些组分均为绝热，这与 Lakhina 等人的模型一致。[18]

我们的首要目标是先弄清为何大振幅电子声孤子的马赫数上限会存在，然后明确计算参数空间中远比参考文献 18. 所考察范围更广的区域内的这些马赫数上限。为此，我们不仅找到了负电势双层限制负电势孤子出现的参数区域，还发现了其他区域：正电势双层构成马赫数范围的上限，而这些范围支持具有正电势的电子声孤子。

对于包含热电子惯性的模型，[18] 从冷电子浓度最低的情况（$0{:}05 \le n_{ce0}/n_{i0} \le 0{:}174$）开始，我们首先得到负电势电子声孤子。对势的约束以及马赫数上限的存在，即 M_{max}，源于冷电子数密度必须保持为实数这一约束。随着冷电子浓度增大，参数空间转入另一区域：热电子数密度必须保持为实数，这一条件决定了马赫数上限 M_{max}的存在，并限制了在 $0{:}174 < n_{ce0}/n_{i0} \le 0{:}246$ 范围内出现的负电势电子声孤子的振幅。进一步增加冷电子数密度，使其满足 $0{:}246 < n_{ce0}/n_{i0} < 0{:}43$ 后，我们得到受负电势双层限制的负电势电子声孤子。最后，冷电子浓度最高的范围 $0{:}43 < n_{ce0}/n_{i0} \le 0{:}686$ 也支持电子声孤子的出现，但此时其势为正，且仅受正电势双层限制。对于我们选定的固定值 $T_{he}/T_i = 5$，我们观察到电子声孤子极性发生转换的特定值 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}43$——从负极性（$n_{ce0}/n_{i0} < 0{:}43$）转为正极性（$n_{ce0}/n_{i0} > 0{:}43$）——不仅与 Lakhina 等人[18] 针对较低的 $T_{he}/T_i = 1$ 所得的发现一致，也与 Cattaert等人[14] 针对 $c = 3$ 情形的结果一致。我们发现，当 $n_{ce0}/n_{i0} = 0{:}686$ 后，正电势双层不再存在。

回到 Mace 等人[6]提出的模型：该模型保留了离子和冷电子的惯性与压力，但假设无惯性热电子呈玻尔兹曼分布。我们的结果表明，只有负电势电子声孤子能够存在，这与参考文献 6中关于小振幅和大振幅电子声孤子的研究结果一致。对于 n_{ce0}/n_{i0} 的宽广取值范围，限制负电势电子声结构出现的马赫数上限，仅与冷电子数密度仍为实数时势（负值）的极限值相吻合，而不会与双层（负电势）的出现相吻合。我们已证实，当冷电子浓度超过 $n_{ce0}/n_{i0} = 0.56$ 时，若热电子呈玻尔兹曼分布，支持负电势电子声孤子存在的马赫数范围似乎没有上限。

致谢

S.V.S.和R.B.分别感谢印度新德里科学技术部与南非国家研究基金会提供的经费支持。本工作是在印度—南非双边项目“空间与天体物理等离子体中涨落现象的线性与非线性研究”下完成的。G.S.L.感谢印度新德里印度国家科学院在资深科学家计划下提供的支持。

[1]D. Schriver和M. Ashour-Abdalla，《地球物理研究杂志》92，5807，doi:10.1029/JA092iA06p05807（1987）。[2]R. Bharuthram，《等离子体物理学杂志》46，1（1991）。[3]S. V. Singh和G. S. Lakhina，《行星与空间科学》49，107（2001）。[4]N. Dubouloz、R. Pottelette、M. Malingre和R. A. Treumann，《地球物理研究快报》18，155，doi:10.1029/90GL02677（1991）。[5]N. Dubouloz、R. A. Treumann、R. Pottelette和M. Malingre，《地球物理研究杂志》98，17415，doi:10.1029/93JA01611（1993）。[6]R. L. Mace、S. Baboolal、R. Bharuthram和M. A. Hellberg，《等离子体物理学杂志》45，323（1991）。[7]R. E. Ergun、C. W. Carlson、J. P. McFadden、F. S. Mozer、G. T. Delory、W. Peria、C. C. Chaston、M. Temerin、I. Roth、L. Muschietti、R. Elphic、R. Strangeway、R. Pfaff、C. A. Cattell、D. Klumpar、E. Shelley、W. Peterson、E. Moebius和L. Kistler，《地球物理研究快报》25，2041，doi:10.1029/ 98GL00636（1998）。[8]J. R. Franz、P. M. Kintner和J. S. Pickett，《地球物理研究快报》25，1277，doi:10.1029/98GL50870（1998）。[9]H. Matsumoto、H. Kojima、T. Miyatake、Y. Omura、M. Okada、I. Nagano和M. Tsutsui，《地球物理研究快报》21，2915，doi:10.1029/94GL01284（1994）。[10]S. D. Bale、P. J. Kellogg、D. E. Larsen、R. P. Lin、K. Goetz和R. P. Lepping，《地球物理研究快报》25，2929，doi:10.1029/98GL02111（1998）。[11]J. S. Pickett、J. D. Menietti、D. A. Gurnett、B. Tsurutani、P. M. Kintner、E. Klatt和A. Balogh，《地球物理学非线性过程》10，3（2003）。[12]V. L. Krasovsky、H. Matsumoto和Y. Omura，《地球物理研究杂志》102，22131，10 1029 97 02033 1997 doi: . / JA（）。[13]M. Berthomier、R. Pottelette、M. Malingre和Y. Khotyaintsev，《等离子体物理学》7，2987（2000）。[14]T. Cattaert、F. Verheest和M. A. Hellberg，《等离子体物理学》12，042901（2005）。[15]J. F. McKenzie，《等离子体物理学》9，800（2002）。[16]J. F. McKenzie，《等离子体物理学杂志》69，199（2003）。

[17]J. F. McKenzie和T. B. Doyle，《新物理学杂志》**5**，26（2003）。[18]G. S. Lakhina、A. P. Kakad、S. V. Singh和F. Verheest，《等离子体物理学》**15**，062903（2008）。[19]A. Danehkar、N. S. Saini、M. A. Hellberg和I. Kourakis，《等离子体物理学》**18**，072902（2011）。[20]S. Devanandhan、S. V. Singh和G. S. Lakhina，《物理学文摘》**84**，025507（2011）。[21]S. V. Singh、G. S. Lakhina、R. Bharuthram和S. R. Pillay，《等离子体物理学》**18**，122306（2011）。[22]R. A. Cairns、A. A. Mamun、R. Bingham、R. Bostr¨om、R. O. Dendy、C. M. C. Nairn 和 P. K. Shukla，《地球物理研究快报》**22**，2709，doi:10.1029/ 95GL02781（1995）。[23]F. Verheest、M. A. Hellberg 和 I. Kourakis，《等离子体物理学》**15**，112309（2008）。[24]S. K. Maharaj、R. Bharuthram、S. V. Singh 和 G. S. Lakhina，《等离子体物理学》**19**，072320（2012）。[25]S. P. Gary 和 R. L. Tokar，《流体物理学》**28**，2439（1985）。[26]R. L. Mace 和 M. A. Hellberg，《等离子体物理学杂志》**43**，239（1990）。