arXiv:2603.10898v1 [physics.atom-ph] 11 Mar 2026

低频非共振里德伯接收器中的电场校准

Baran Kayim,* Michael A. Viray, David S. La Mantia, Daniel Richardson,†James Dee, Ryan S. Westafer, Brian C. Sawyer, and Robert Wyllie‡*Georgia Tech Research Institute, Atlanta, Georgia 30332, USA*(日期：2026年3月12日)

我们介绍了采用三光子里德伯激发方案，并利用横向电磁（TEM）传输线波导向原子池施加低频射频场，在 1 kHz 至 300 MHz 范围内进行基于里德伯原子的电场传感所得的结果。对石英和蓝宝石蒸气池低频屏蔽的测量结果，与基于 TEM 传输线电学双端口测量建立的蒸气池有效材料性质现象学模型高度吻合。在 300 MHz 时，我们实现了 106(4) $\mu_{\mathrm{V\ m\sqrt{Hz}}}$ 的最佳等效噪声场，并表征了超低频至甚低频（ULF-VLF）频段的等效噪声场。

I. 引言

里德伯原子 [1] 是一种很有前景的平台，可用于构建符合国际单位制溯源、自校准且宽带的无源射频（rf）接收器。由于里德伯流形 [1–3]中具有较大的跃迁偶极矩和动态极化率，因此其灵敏度很高。里德伯原子接收器还展现了相位敏感 [4, 5] 和偏振敏感 [6, 7]探测等能力，并可利用传感器阵列和单个蒸气池 [8–10]进行射频到达角测量。典型的探测实验包括利用奥特勒-汤斯（AT）分裂 [3] 或非共振交流斯塔克频移 [11, 12], 进行光谱探测；此外，借助额外的本地振荡器（LO）电场，采用零差 [13]和外差 [5, 14]方案，还可进一步提高这些方案的电场灵敏度。

里德伯态之间的共振跃迁通常可实现从数百吉赫兹到数十兆赫的探测 [15, 16]。然而，要对甚高频波段以下（<300兆赫）的频率进行共振探测已被证明颇具挑战，通常需要采用主量子数更高的态或角动量更高的态。此外，工作于超低频至甚高频（ULF to VHF）范围（300 Hz - 300 MHz）的共振和非共振里德伯接收器，都会受到吸附在蒸气池内表面的原子所产生的导电屏蔽影响（如图 1 所示）。这种导电屏蔽效应的大小及其频率依赖性会随蒸气池材料、壁温和蒸气压而变化 [17–20]。这些吸附物会增加蒸气池内表面的有效面电导率，从而产生高通滤波效应，使到达原子蒸气的电场受到频率相关的衰减 [18, 21, 22]。在蒸气池尺寸（ℓ）远小于波长（$\ell \ll \lambda$）的低频条件下，我们可以将这种效应建模为

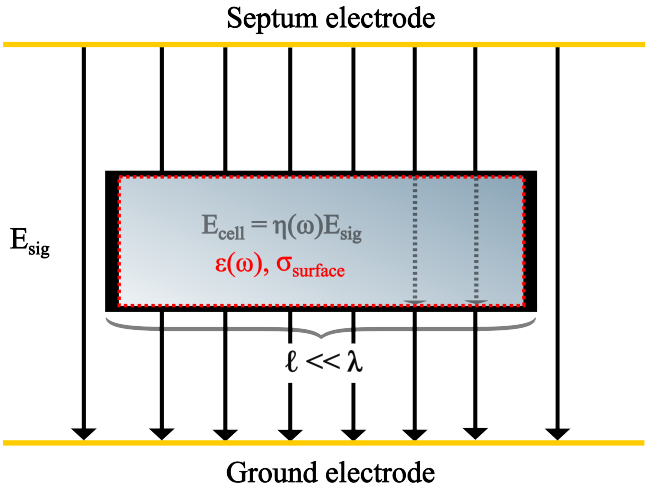


图 1：蒸气池屏蔽效应示意图，其中，频率相关的体介电常数$\epsilon(\omega)$以及由碱金属原子吸附所导致的内表面面电导率$\sigma_{surface}$，通过电导作用屏蔽一对外部电极施加的电场 E_{sig}，从而产生减小的场幅度$E_{cell} = \eta(\omega)E_{sig}$，适用于 $\eta(\omega) \leq 1$。在本文所涵盖的频率范围内，蒸气池长度 $\ell \ll \lambda$，对应于信号场波长 λ

其表现出具有频率相关屏蔽因子 $\eta(\omega)$ 的行为（如图 1 所示）：

$$E_{cell} = \eta(\omega)E_{sig} \tag{1}$$

其中，E_{cell} 是蒸气池内部的电场幅度，E_{sig} 是入射到蒸气池上的外部信号电场，且 $\eta(\omega) \leq 1$。这不同于在 $\ell \gg \lambda$ 的蒸气池中所产生的效应，在后者中，射频电场幅度的空间变化是由蒸气池内部形成的部分驻波引起的 [23]。

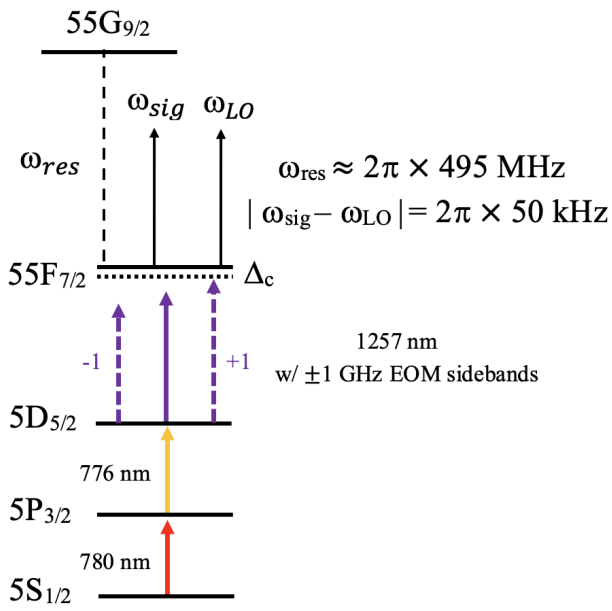
本文介绍了一种经过校准的里德伯原子测量方法，用于测量屏蔽效应；其结果与近期开发的蒸气池色散效应材料提取模型高度吻合 [19]。该模型基于完全独立的电磁

* baran.kayim@gtri.gatech.edu
† 现地址：美国科罗拉多州科罗拉多大学博尔德分校，博尔德市，邮编 80301
‡ robert.wyllie@gtri.gatech.edu

测量蒸气池的双端口参数。为了将里德堡接收器作为可部署的电场传感器进行基准测试，测量并建模因子 $\eta(\omega)$ 至关重要，因为了解这一屏蔽因子对于准确报告相对于入射场幅度的低频等效噪声电场至关重要；若采用忽略屏蔽效应的原子自校准测量，则无法做到这一点。

为表征屏蔽效应，我们在铷蒸气 [15]，中采用三光子里德伯接收方案，利用横电磁（TEM）波导向室温蒸气池内的里德伯原子 [19]施加均匀的 1 kHz–300 MHz 射频电场。为实现甚高频波段的连续可调电场探测，我们测量电磁感应透明（EIT） [24, 25]透射峰对施加于波导的非共振信号场的斯塔克位移。使用 $55F_{7/2}$ 态，我们在 300 MHz 下实现了最佳等效噪声场 106(4) $\mu V\ m\sqrt{Hz}$。本文报告的等效噪声场均包含相关的蒸气池屏蔽效应。

本文结构如下：第二节介绍实验装置及对 TEM 波导的表征。第三节介绍测得的低频屏蔽系数和等效噪声场结果，并简要概述德拜材料模型，以及提取德拜材料性质的方法；这些内容我们已在其他文献中作了更全面的介绍 [19]。最后，第四节将我们的等效噪声场结果与文献中相近频率范围内的结果进行比较，并展望未来工作。



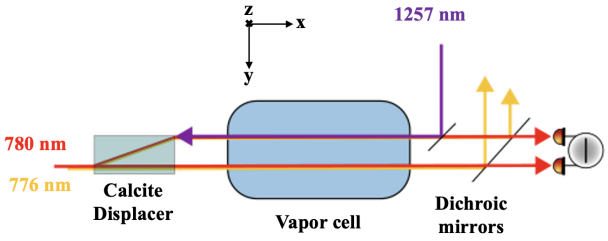


图2：（上）非共振探测方案中的光学激发能级图，其中三个光学跃迁将铷基态连接至里德伯态 $55F_{7/2}$。频率为 ω_{sig} 的非共振信号场和频率为ω_{LO} 的非共振本地振荡器入射到里德伯原子上，产生外差拍频 $|\omega_{sig}-\omega_{LO}|$，从而调制透射的探测光强。最近的共振微波跃迁频率约为 $\omega_{res}\approx 2\pi\times 495$ 兆赫。图中还显示了施加于 1257 纳米耦合激光器的电光调制器边带，用于扫描共振。（下）激光束穿过蒸气池的路径示意图，显示了同向传播的 780 和 776 纳米激光与 1257 纳米耦合激光重叠的区域。

II. 实验

我们给出两个蒸气池的结果：（1）一个长6.9 cm、内径16 mm的圆柱形石英蒸气池[1]，壁厚1.5 mm，充有同位素纯 ^{87}Rb；（2）一个边长1.4 cm的立方蓝宝石蒸气池[2]，含有^{85}Rb（72.2%）和 ^{87}Rb（27.8%）的天然丰度混合物。在蓝宝石原子池中，我们针对 ^{85}Rb中的跃迁。对于两个原子池，我们采用三光子激发方案（图2）来到达Rb中的 $55F_{7/2}$ 态，类似于先前的工作 [15]。激光波长780 nm、776 nm和1257 nm分别耦合 ^{87}Rb的态跃迁$|5S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F'=3\rangle \rightarrow |5D_{5/2}, F''=4\rangle \rightarrow |55F_{7/2}\rangle$ 以及 ^{85}Rb的$|5S_{1/2}, F=3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F'=4\rangle \rightarrow |5D_{5/2}, F''=5\rangle \rightarrow |55F_{7/2}\rangle$。1257 nm耦合激光器的失谐由 Δ_c表示，而另外两台激光器调谐至共振。主量子num-主量子数 $=55$ 是通过经验选择的里德伯态，其在较高原子极化率与尽可能减小电磁诱导透明线型展宽之间取得平衡；后者可能由碰撞展宽或蒸气池内的杂散直流电场梯度等因素引起。我们将品质因数定义为若干主量子数不同的态的电磁感应透明峰高与半高全宽之比。

光学布局如图3所示。蒸气池通过激发柱由

[1] Thorlabspart number: GC19075 87 2 -RB 由 Japan Cell Inc. 制造。

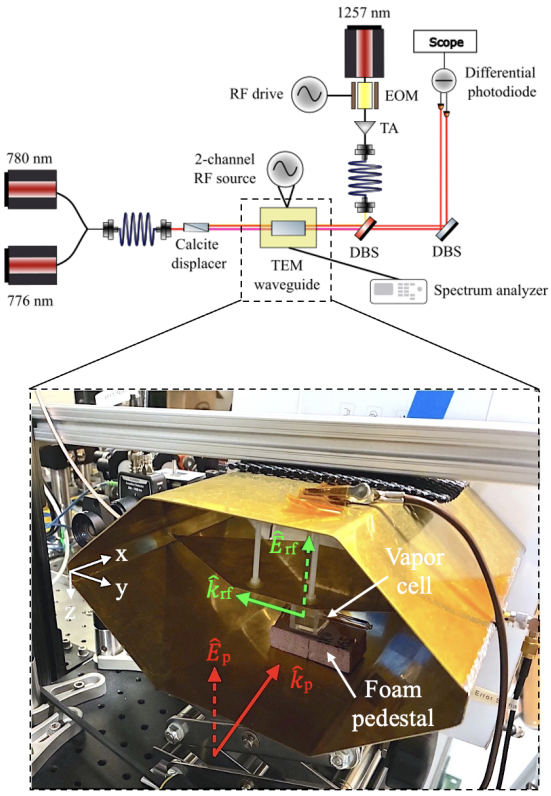


图3：简化的实验示意图。PD：光电二极管；DBS：二向色分束器；AOM：声光调制器；EOM：电光调制器。中间是 TEM波导的图像，蓝宝石蒸气池安装在中央导体下方，并标出了探测光和射频场的波矢，以及 HFSS 仿真所用的坐标系

同向传播的780 nm和776 nm激光束以及一束反向传播的1257 nm激光束进行光学寻址，我们发现该配置可获得共振处品质因数最佳的电磁感应透明线型。测得780 nm、776 nm和1257 nm $_{e^2}^{1}$ 激光束直径分别为1.09 mm、1.16 mm和1.44 mm，相应功率（拉比频率）分别为14.7 μW（$2\pi\times$7.55兆赫）、401.6 μW（$2\pi\times$9.15兆赫）和453 mW（$2\pi\times$9.45兆赫）。激光重叠的区域作为原子蒸气中的相互作用体积。这些激光器锁定至一台商用波长计，该波长计参照第二台780 nm激光器进行校准，而这台激光器通过无多普勒偏振旋转光谱锁定至单独的铷参考蒸气池 [26]。1257 nm激光器锁定在相对 $5D_{5/2} \rightarrow 55F_{7/2}$ 跃迁频率红失谐 $\sim$1 吉赫兹的位置，然后经过一台由接近1吉赫兹信号驱动的光纤耦合电光相位调制器（电光调制器）。我们使用 $+1$ 边带进行电磁感应透明光谱，如图2所示。随后，我们扫描驱动电光调制器的射频源频率，使耦合激光调谐穿过三光子共振。所有实验控制，包括激光频

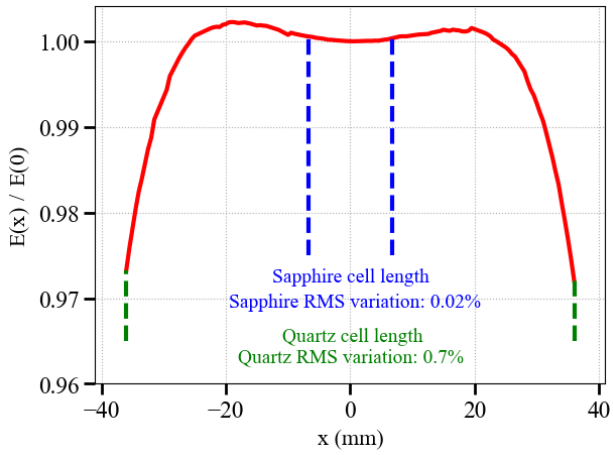


图4：对于 300 兆赫信号场的空波导 HFSS 仿真结果，沿 x 位置绘制的两种蒸气池中 $E(x)/E(0)$在横截面光束重叠区域内的平均值。此外，插图文字还给出了石英蒸气池和蓝宝石蒸气池中电场均方根变化的对应值。

频率锁定和数据采集由 Labscript 控制系统 [27], 处理，实验中的电子设备则与 10 兆赫铷频率基准同步。

我们使用差分光电探测器测量 780 nm 探测光与参考光之间的透射差。通过方解石位移器将 780 nm 参考光以及同向传播的 776 nm 光束偏移 4 mm，使其穿过蒸气池中与 1257 nm 光束不重叠的区域。相位同步信号场和本振场通过单个射频信号发生器的两个端口施加，并在进入 TEM波导端口前由合路器合并。如图3所示，TEM 波导安装在光学平台上，蒸气池顶部位于中央导体下方 2 cm 处。我们使用定制波导，而非商用 TEM 室，以确保能够对原子池建立准确的射频模型，并优化蒸气池内的电场均匀性。本实验所用的定制 TEM 波导经过设计，可提供均匀场，并在最高 300 兆赫时保持 TEM 模式纯度 [19, 23, 28]。蒸气池中的场不均匀性可能会使电磁感应透明谱线展宽 [28]。空波导的电磁仿真结果（见图4）表明，在 300 兆赫下，石英蒸气池 6.9 cm 激光相互作用长度范围内的电场振幅最大均方根变化为 0.7%，而蓝宝石蒸气池 1.4 cm 激光相互作用长度范围内为 0.02%；均方根变化定义为

$$\sqrt{\frac{\sum_x E^2(x) - E^2(0)}{N \times E^2(0)}}$$

其中，N 是模拟的 x位置索引数量

在波导内部， $E(x)$ 是如图 2 所示，在重叠光束横截面积内沿 y 轴和 z 轴取平均后，各个 x 位置处的电场； $E(0)$ 是任一蒸气池中心处的电场。需要注意的是，由于石英池中的变化并非高斯分布，激发体积边缘附近会出现偏离均匀性的情况，且偏差远超 0.7%。波导内能够施加均匀且经过良好建模的电场，因此只需在整个蒸气池体积内施加单一有效场强，即可测量蒸气池的屏蔽效应。

III. 结果

A. 有效材料测量

本节将简要总结另一篇近期论文中的相关结果，该论文研究了我们的 TEM波导建模以及蒸气池中的电场屏蔽 [19], ，这对于通过将原子响应与预期的自由空间场进行比较来独立验证所测得的低频屏蔽效应具有重要意义。在 [19], 中，使用商用软件 Ansys HFSS 将蒸气池导致的因果色散效应建模为德拜弛豫，并加入一个额外的电导率项；该模型假设介电弛豫响应可视为一组理想的、互不作用的电偶极子 [29, 30]。这一建模方法的依据是先前的文献，其中指出，对于具有特定结合能且处于特定壁温的玻璃，蒸气池壁的电导率可归因于吸附在石英玻璃上的碱金属，其与蒸气池内表面处于动态平衡 [17]。在 [19] 中，整个薄玻璃主体被建模为具有有效复介电常数的材料，并纳入面电导率，其表达式为：

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + i\frac{\omega}{\omega_0}} - \frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega} \tag{2}$$

其中， ϵ_∞ 表示介电常数的无限频率极限， ϵ_s 表示其零频率极限， ω 为驱动频率， ω_0 为偶极弛豫率， σ 为表面的面电导率。前两项表示束缚电荷的影响，而电导率项表示自由电荷的影响。我们采用一种优化程序，通过改变德拜模型参数，使含有和不含蒸气池时波导的建模二端口参数与测量二端口参数相匹配，从而找到最能拟合 S_{11} 和 S_{12} 测量结果的参数值。文中展示了若干种蒸气池材料和碱金属原子的示例 [19]。随后，可将此有效材料模型用于 TEM 波导中蒸气池的 HFSS 模型，以模拟蒸气池产生的有效导电屏蔽。需要指出的是，该模型独立于里德伯测量，并可独立估算屏蔽因子 $\eta(\omega)$。本文的一项核心结果是，这两种屏蔽估算结果高度吻合。

B. 场校准

利用原子光谱进行电场校准时，我们首先将入射到原子蒸气上的总电场建模为 j 个不同电场分量之和，每个分量都有各自的偏振（$\hat{\epsilon}_j$）、场强（E_j）、频率（ω_j）和相位（ϕ_j）：

$$\vec{E}_{tot} = \sum_j \hat{\epsilon}_j E_j \cos(\omega_j t + \phi_j) \tag{3}$$

然后，我们可以将原子能级 $|a\rangle$ （ΔU_a）的二阶斯塔克位移表示为：

$$\Delta U_a(t) = \frac{1}{i\hbar} \sum_{b \neq a} H'_{ab}(t) e^{i\omega_{ab}t} \int_0^t H'_{ba}(t') e^{i\omega_{ba}t'} dt'$$

其中， ω_{ab} 表示状态 $|a\rangle$与状态 $|b\rangle$之间的跃迁频率。利用相互作用哈密顿量：

$$H'_{ab}(t) = -\sum_j \langle a| \vec{\mu} \cdot \hat{\epsilon}_j |b\rangle E_j \cos(\omega_j t + \phi_j)$$

其中， $\vec{\mu}$ 表示由占主导地位的外部电场产生的诱导偶极矩，我们将斯塔克能量位移（ΔU_a）展开为：

$$\Delta U_a(t) = \frac{1}{i\hbar} \sum_{b \neq a} \sum_{j,k} \langle a| \vec{\mu} \cdot \hat{\epsilon}_j |b\rangle E_j \cos(\omega_j t + \phi_j) e^{i\omega_{ab}t} \times \int_0^t \langle b| \vec{\mu} \cdot \hat{\epsilon}_k^* |a\rangle E_k \cos(\omega_k t' + \phi_k) e^{i\omega_{ba}t'} dt'$$

使用额外的索引 k。我们考虑独立静电场和动态电场的组合，例如由未受控的池内环境和施加的外部电场共同产生的电场。然后，对于 j， $k \in \{0, 1\}$、$\omega_0 = 0$、$\omega_1 = \omega$和$\omega_{ba}^2 \gg \omega^2$ ，当信号场频率为ω 时，总施加电场可建模为射频信号场（$\vec{E_1}$）与静电场分量（$\vec{E_0}$）的组合，后者用于表示蒸气池内部的未受控电场，此时频率位移为：

$$\Delta f_a = \mathrm{Re}\{\Delta U_a(t)\}/2\pi\hbar = \frac{-1}{2\pi\hbar^2} \left[\sum_{b \neq a} \frac{E_0^2 |\langle a| \vec{\mu} \cdot \hat{\epsilon}_0 |b\rangle|^2}{\omega_{ba}} + E_1^2 |\langle a| \vec{\mu} \cdot \hat{\epsilon}_1 |b\rangle|^2 \frac{\cos^2(\omega t + \phi_1)}{\omega_{ba}} + 2E_0 E_1 \,\mathrm{Re}\{\langle a| \vec{\mu} \cdot \hat{\epsilon}_0 |b\rangle \langle b| \vec{\mu} \cdot \hat{\epsilon}_1^* |a\rangle\} \frac{\cos(\omega t + \phi_1)}{\omega_{ba}} \right]$$

假设量子化轴由激光器的偏振方向确定，且激光器的偏振方向与

射频信号场的方向平行，因此对于场 E_0 和 E_1之间夹角为 θ 的情况，总斯塔克位移为：$\langle a|\vec{\mu}\hat{\epsilon}_0|b\rangle = \langle a|\vec{\mu}\hat{\epsilon}_1|b\rangle\cos(\theta)$

$$\Delta f_a = -\frac{1}{2}\alpha\left[E_0^2\cos^2(\theta) + E_1^2\cos^2(\omega t+\phi_1) + 2E_0E_1\cos(\omega t+\phi_1)\cos(\theta)\right] \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi\hbar^2}\sum_b \frac{|\langle a|\vec{\mu}\cdot\hat{\epsilon}_1|b\rangle|^2}{\omega_{ba}}$$

量 α 是标量极化率。在本研究中，使用碱金属里德堡计算器 [16] 计算α。

基于上述分析，我们在两个不同的频率范围内进行了原子校准，具体内容详见以下两个小节。

1. *Calibrations for $\omega \geq 2\pi \times 1$ MHz*

当信号频率为 ≥ 1 兆赫兹时，在蓝宝石和熔融石英蒸气池中施加中等强度的电场即可分辨交流斯塔克频移。在此情况下，当 $\omega > 2\pi f_{BW}$ 对于瞬时原子带宽 $f_{BW} \approx 150$ 千赫兹时，变化速度快于 f_{BW} 的时变斯塔克位移会在原子响应的探测光透射中进行时间平均。于是，方程（4）中的交流斯塔克频移表达式可化简为：

$$\Delta f_a = -\frac{1}{2}\alpha E_1^2. \quad (5)$$

在这里，我们测量了电磁感应透明峰频移随 E_1 的变化，并记录了 780 nm 探测光束吸收的变化。具体而言，我们使用电光调制器以 49 千赫兹的抖动频率，对 1257 nm 电光调制器射频源在 ≈1吉赫兹附近进行频率调制。随后，我们监测以抖动频率为参考的相敏锁相放大器的异相输出，从而恢复以电磁感应透明共振为中心的色散信号。选择该抖动频率是为了使其既不是所选信号频率的整数倍，也不是半整数倍，同时因为它处于典型的电磁感应透明响应带宽 f_{BW} 内。

图5（上）显示了典型的 1257 纳米扫描穿过共振时的数据。随着射频均方根电压 V_{rf} 增大，测量中零交叉点处电磁感应透明共振的位置也随之变化；该电压由频谱分析仪在 TEM波导输出端测得。对于每个测得的 V_{rf}，零交叉点的频移 Δf_a 均按照方程（5）进行拟合，如图5（下）所示。对每个射频频率 ω 都重复了这一过程。图中显示，频移与 V_{rf} 呈预期的二次标度关系；二次拟合的拟合参数使我们能够标定波导处施加的电场与电压之间的关系。

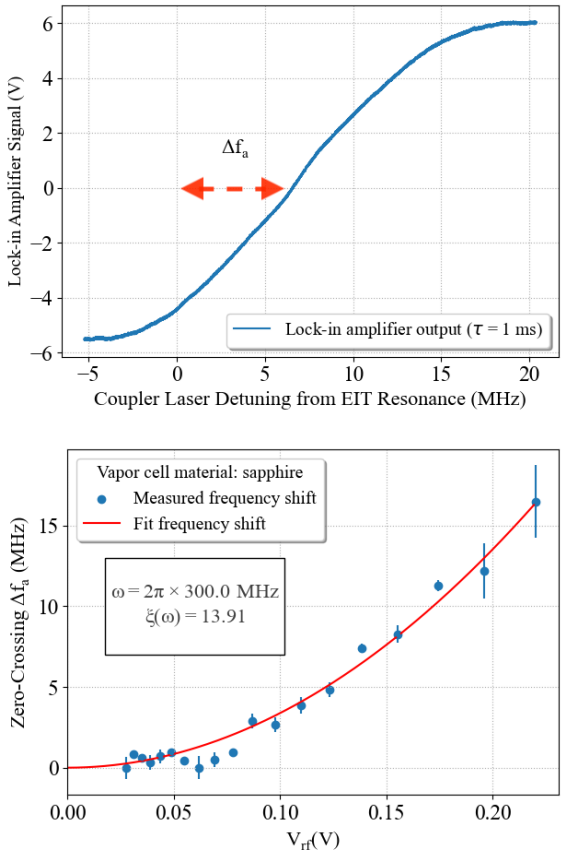


图 5：（上）锁相放大器（时间常数 $\tau = 1$ ms）的输出及对应的零交叉点图，$\omega = 2\pi \times 300$ 兆赫下，$V_{rf} = 0.12$ V（$E_1 = 1.67$V/m）产生 5.58 MHz 的频移。（下）$\omega = 2\pi \times 300$ 兆赫下零交叉点频移随 V_{rf} 的变化，以及根据方程（5）绘制的拟合曲线，此外还标出了信号场斜率参数 ξ。

2. *Calibrations for $\omega < 2\pi \times 1$ MHz*

在较低频率下，斯塔克位移变化缓慢，交流斯塔克表达式不再适用。由于屏蔽效应，我们发现采用改进的原子校准程序更为简便。首先，将以共振为中心的区域拟合为斜率为 $\frac{\partial V_{LIA}}{\partial \Delta_c}$ 的直线（如图6所示）。随后，在保持抖动信号的同时，将 1257 纳米耦合激光器的电光调制器边带锁定在线性色散曲线区域内一个相对于电磁感应透明共振蓝失谐的位置，并将产生信号场的射频源设为所需的校准信号频率。然后，测量施加的 V_{rf} 扫动时锁相放大器示踪曲线的电压值，从而得到 $\frac{\partial V_{LIA}}{\partial V_{rf}}$ 的表达式。接着，利用 $\frac{\partial V_{LIA}}{\partial \Delta_c}^{-1}\frac{\partial V_{LIA}}{\partial V_{rf}} = \frac{\partial \Delta_c}{\partial V_{rf}}$，即可推导出以 V_{rf} 表示斯塔克位移的标定关系。

在这个较低频率范围内，$\omega < 2\pi f_{BW}$ 对于非共振 in-

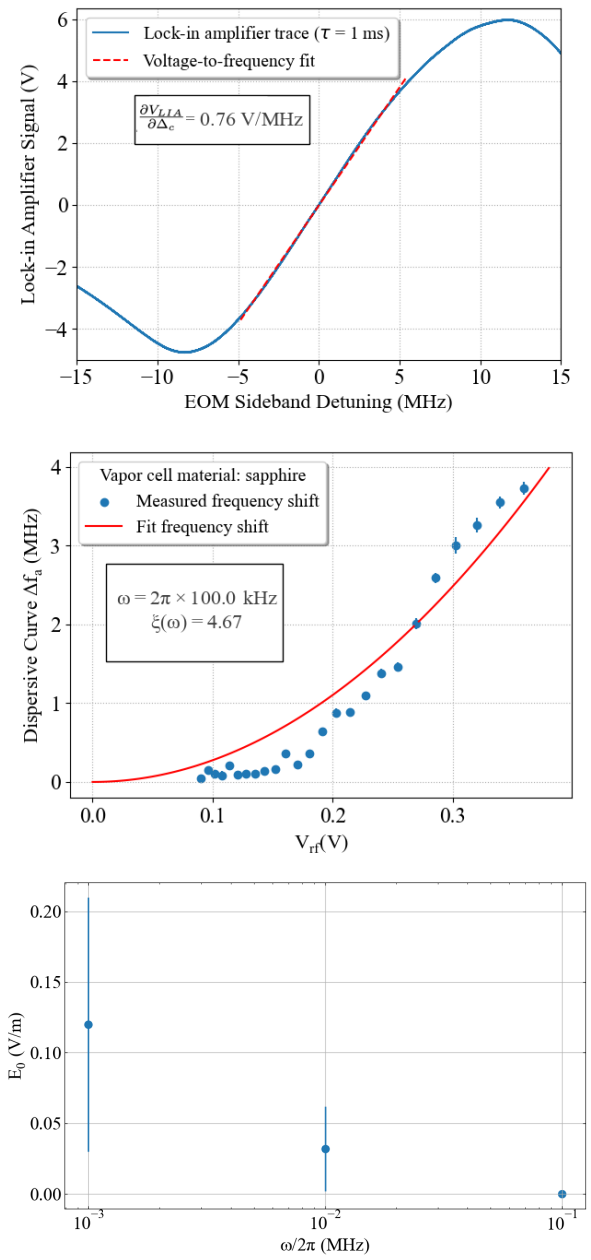


图 6：（上）780 nm 激光探针透射的锁相放大器输出（时间常数为 $\tau = 1$ ms）曲线，以及展示如何计算 Δf_a（频率为 $\omega = 2\pi \times 1$ 兆赫，斜率为 $\frac{\partial V_{LIA}}{\partial \Delta_c}$）的示意图。（中） V_{LIA} 随 V_{rf} 变化的频移（频率为 $\omega = 2\pi \times 100$ kHz），以及根据方程（6）绘制的拟合曲线，另有信号场斜率参数 ξ。（下）通过根据方程（6）进行校准拟合，得到信号频率为 1 kHz、10 kHz 和 100 kHz 时的静态偏置场幅值 E_0；误差棒由拟合参数的协方差确定

相反，探测光透射的斯塔克位移会紧密跟随入射场的瞬时值。因此，对于这种标定方法，确保锁相放大器的解调和滤波只保留与 E_1 成正比的时变项非常重要，这样仍可使用公式 (4) 拟合原子校准。对于锁相放大器的输入信号，给定耦合器失谐 Δ_c 时的探测光透射与缀饰里德伯态 [5] 的一阶能量位移相关。对于耦合激光器初始设定点附近的小偏差，假设电光调制器边带的调制和斯塔克位移不会采样电磁诱导透明谱线的非线性，则瞬时的时变频移可用公式 (4) 建模。当所得输入信号由锁相放大器乘以参考频率（并带有其自身的相对相位 ϕ_{LIA}），再以时间常数 τ 滤波，使得 $\frac{1}{|\omega - 2\omega_r|} > \frac{\tau}{2\pi}$ 时，锁相放大器的电压输出为：

$$V_{LIA}(\Delta_c, t) = |V(\Delta_c, \omega_r)| \times \frac{1}{2}\alpha[E_0^2 \cos^2(\theta)\cos(\phi_d - \phi_{LIA}) + E_1^2 \cos(\phi_d - \phi_{LIA}) + 2E_0E_1 \cos(\theta)\cos\left((\omega - 2\omega_r)t - \phi_d - \phi_{LIA}\right)]$$

其中，$V_{LIA}(\Delta_c,\ t)$ 表示锁相放大器随时间变化的电压输出。最后，去除与变化的信号场 E_1 无关的项后，可得锁相放大器的输出电压与方程（4）成正比，至多相差一个任意相位偏移：

$$V_{LIA}(\Delta_c) \propto \frac{1}{2}\alpha E_1^2 + \alpha E_0 E_1 \cos(\theta) \tag{6}$$

这意味着，Δ_c 中的频移可以直接参照斯塔克位移。随后，使用方程（6）中的频移表达式，对图6中间子图所示的数据进行校准拟合。此外，如图6底部所示，可以利用这一校准来估算每个信号频率对应的 $E_0 \cos\theta$。这里仅对 $E_0 \cos\theta$ 的值作现象学处理，不推测其来源。其他地方已对此进行了更深入的研究 [10, 31]

3. *Screening Measurements*

现在，我们根据方程（1）表征自由空间电场 E_{vac} 与蒸气池 E_1 内部产生的电场之间随频率变化的屏蔽比 $\eta_1(\omega)$。在这两个频率范围内，校准拟合均得出蒸气池 (E_1) 内部信号场斜率 (ξ) 相对于

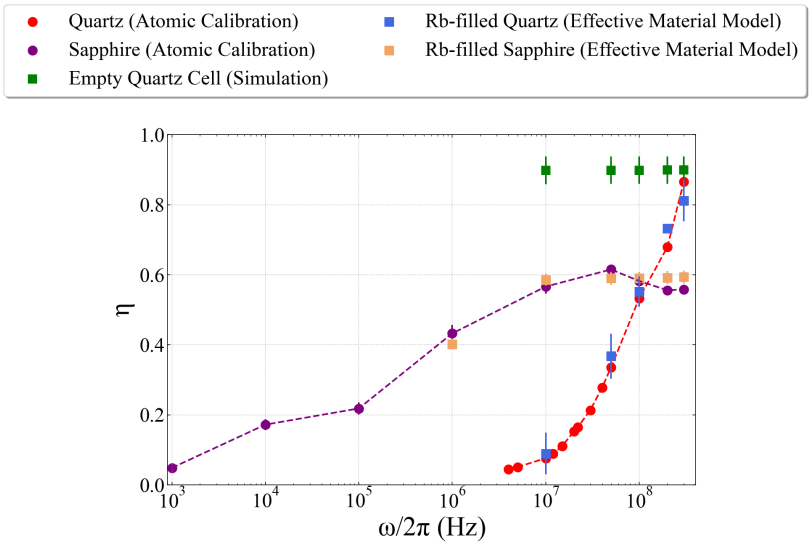


图7：蓝宝石（紫色）和石英（红色）蒸气池原子校准的频率相关屏蔽因子 $\eta(\omega)$。图中还叠加了采用提取的材料参数建模得到的导电屏蔽比，分别对应蓝宝石蒸气池（棕褐色）、具有基准电导率的空石英蒸气池（绿色）以及具有有效电导率的石英蒸气池（浅蓝色）。 $\eta = 1$ 表示波导内没有蒸气池时的场屏蔽因子。连接里德伯测量点的线（虚线）仅用于引导视线。

测得的 V_{rf}:

$$E_1(\omega) = \xi(\omega) V_{rf}$$

使用每个信号频率对应的斜率 $\xi(\omega)$，我们绘制了图7，展示了根据石英和蓝宝石原子池的原子校准得出的预期场屏蔽系数。具体而言，我们首先针对多种信号频率对没有蒸气池的建模TEM波导进行评估，然后将每个频率下原子校准实验测得的场（以 E_1, ξ_1表示）与空波导中相应的场（以 E_{vac}， ξ_{vac}表示）进行归一化:

$$\frac{E_1}{E_{vac}} = \frac{\xi_1}{\xi_{vac}} = \eta_1(\omega)$$

ξ_{vac} 被发现的范围从 ξ_{vac}（$2\pi \times 1$ 千赫） =20.19米$^{-1}$ 到 ξ_{vac}（$2\pi \times$ 300兆赫） = 25.77米$^{-1}$，可与无限大平行板结果1/d= 20 米$^{-1}$ 进行比较，对应我们的隔板-地间距d = 5厘米。

随后对波导中采用有效材料提取模型模拟的电场进行了同样处理，从而得到模拟屏蔽比 η_{sim}（ω）。针对不同原子池条件（包括没有相应里德伯测量的条件）所得到的德拜特性表见 [19], , 并在下文部分复现。

图7比较了我们针对铷填充石英蒸气池测得与模拟的屏蔽系数 η_1（ω）和 η_{sim}（ω），从而独立验证了有效材料提取方法。虽然我们并未探测

材料	ϵ_s	ϵ_∞	$\frac{\omega_0}{2\pi}$	σ
未填充石英	– 3.8		–	–
^{87}铷填充石英池 9.6 3.8 113 兆赫 0.10 $/m				
Rb填充蓝宝石 –		9	–	0.001 S/m

表 I：用于模拟空石英池、填充 Rb 的石英蒸气池^{87}, 以及铷填充的蓝宝石蒸气池的德拜模型参数。未填条目表示未使用的拟合参数。

关于导电贡献和介电贡献的材料性质来源，我们注意到，它们并非未填充池的特性 [19]。已有研究表明，这些贡献源于吸附在表面的碱金属原子所处的动态平衡，更推测性地说，也可能源于碰撞辅助的光电离 [1, 17, 32]。这两种相互作用都取决于蒸气密度和池温。图 7 中的误差条由通过原子校准得到的 $\xi(\omega)$ 拟合参数的标准差，以及模拟结果中空间平均模拟电场的标准差 E_{sim}给出。虽然石英池对低于 100 兆赫的频率具有很强的衰减作用，但与蓝宝石池相比，由于其较低的介电常数，它也能让更大比例的电场在这一交越频率以上到达原子蒸气 ϵ_∞。由于较低频率下矢量网络分析仪性能下降，导致测量过程噪声较高，我们不报告 $\omega < 2\pi \times 1$ 兆赫下的模拟估计值。

C. 等效噪声场

此外，我们还在蓝宝石蒸气池中进行了一系列等效噪声场（NEF_0）测量，以展示低频下的检测极限；其中，定义接收器本征噪声底的等效噪声场由 [33] 给出：

$$\mathrm{NEF}_0 = \frac{|E_1|_{min}}{\sqrt{\Delta f}}$$

针对最小可探测入射射频信号场幅度$|E_1|_{min}$ 和带宽 Δf。等效噪声场与信噪比（信号噪声比）的测量针对较高和较低载波频率采用了两种不同方法。

1. *Time-Averaged Noise-Equivalent Fields ($\omega \geq 2\pi \times 100$ kHz)*

较高信号场频率下的方法依赖于相对强本地振荡器射频场 E_{LO} 失谐 50 kHz 的射频信号场 E_1。本地振荡器场与射频信号场偏振 $\hat{\epsilon}_1$ 同偏振，并且锁定 1257 纳米耦合激光器，以便在原子响应 [5] 将其下变频至基带时产生外差“拍频”。在公式 (4) 的总交流斯塔克频移表达式中加入幅度为 E_{LO}、相位为 ϕ_{LO} 的额外本地振荡器项后，我们得到 [34]:

$$\Delta f_a = -\frac{1}{2}\alpha E_1 E_{LO}\cos(\Delta\omega t + (\phi_1 - \phi_{LO})) \qquad (7)$$

其中 $\Delta\omega = |\omega - \omega_{LO}| = 2\pi \times 50$ kHz 是相对失谐，即两个场的“拍频”。该表达式适用于信号场频率高于 100 kHz 的情况，$\omega \gg \Delta\omega$。在此范围内，原子响应的瞬时带宽超过拍频频率，因此 $2\pi f_{BW} \gg \Delta\omega$ 对于瞬时原子带宽 $f_{BW} \approx 150$ kHz。由探测光透射得到的原子响应会对所有振荡频率高于拍频频率的分量进行时间平均 [5, 35, 36]。

对于每次等效噪声场测量，均使用频谱分析仪测量 TEM 输出端口电压 V_{rf}。随后，在外差频率处评估探测光透射光电二极管信号 $s_V^{(PD)}$（$\Delta\omega$）限带功率谱中拍频 $\Delta\omega$的平均值（单位为 V^2），以测量拍频信号中的总光电二极管功率谱电压 V_{PD}：

$$V_{PD} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon}\int_{\Delta\omega-\epsilon/2}^{\Delta\omega+\epsilon/2} s_V^{(PD)}(\omega')d\omega'}$$

对于积分带宽 $\epsilon = 2\pi \times 1$ kHz。因此，每次等效噪声场测量都会得到光电二极管电压到信号电压的校准系数 $\frac{V_{rf}}{V_{PD}}$。利用输入信号电压 V_{rf} 下 TEM波导内部的入射电场 E_{vac}，进一步将入射电场校准为光电二极管功率谱电压 V_{PD},

$$\frac{V_{rf}}{V_{PD}}\frac{E_{vac}}{V_{rf}} = \frac{E_{vac}}{V_{PD}}$$

我们提取了功率谱密度中以 $[_m\ \frac{V}{s^{-1/2}}]$ [5, 15] 为单位的噪声底平均值:

$$\mathrm{NEF}_0(\Delta\omega) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1}{\epsilon}\int_{\Delta\omega+\epsilon}^{\Delta\omega+2\epsilon} S_E^{(PD)}(\omega')d\omega'} + \sqrt{\frac{1}{\epsilon}\int_{\Delta\omega-2\epsilon}^{\Delta\omega-\epsilon} S_E^{(PD)}(\omega')d\omega'}\right) \qquad (8)$$

其中，$S_V^{(PD)}(\omega)$ 是以 $[\frac{V^2}{s^{-1}}]$ 为单位的光电二极管电场谱密度，$S^{(PD)}{}_E(\omega) = (\frac{E_{vac}}{V_{PD}})^2 S_V^{(PD)}(\omega)$ 是以$[\frac{V^2}{m^2 s^{-1}}]$为单位的光电二极管电场谱密度，而 $\mathrm{NEF}_0(\Delta\omega)$ 定义为外差等效噪声场。由此，等效噪声场以 $[_m\ \frac{V}{Hz^{1/2}}]$ 为单位绘制并表示。图 8b 展示了一个外差功率谱密度及上述积分的示例。噪声底的积分区域是任意选择的，分别取外差拍频上方和下方的区域，以补偿噪声中可能存在的频率依赖性。相应的无量纲信噪比也通过计算功率谱的比值获得

外差频率下电场中的密度，超过 NEF_0:

$$\epsilon \times \mathrm{SNR}_{\Delta\omega} = \frac{\int_{\Delta\omega-\epsilon/2}^{\Delta\omega+\epsilon/2} S_E^{(PD)}(\omega')d\omega'}{\mathrm{NEF}_0(\Delta\omega)^2} \qquad (9)$$

其中，信噪比是在 1 Hz 带宽内按信噪比进行评估的。简而言之，在光电二极管功率谱的拍频处测量了一个电压，其振幅对应于已知的施加电场，并以场单位定义了噪声底，从而得出等效噪声场值。

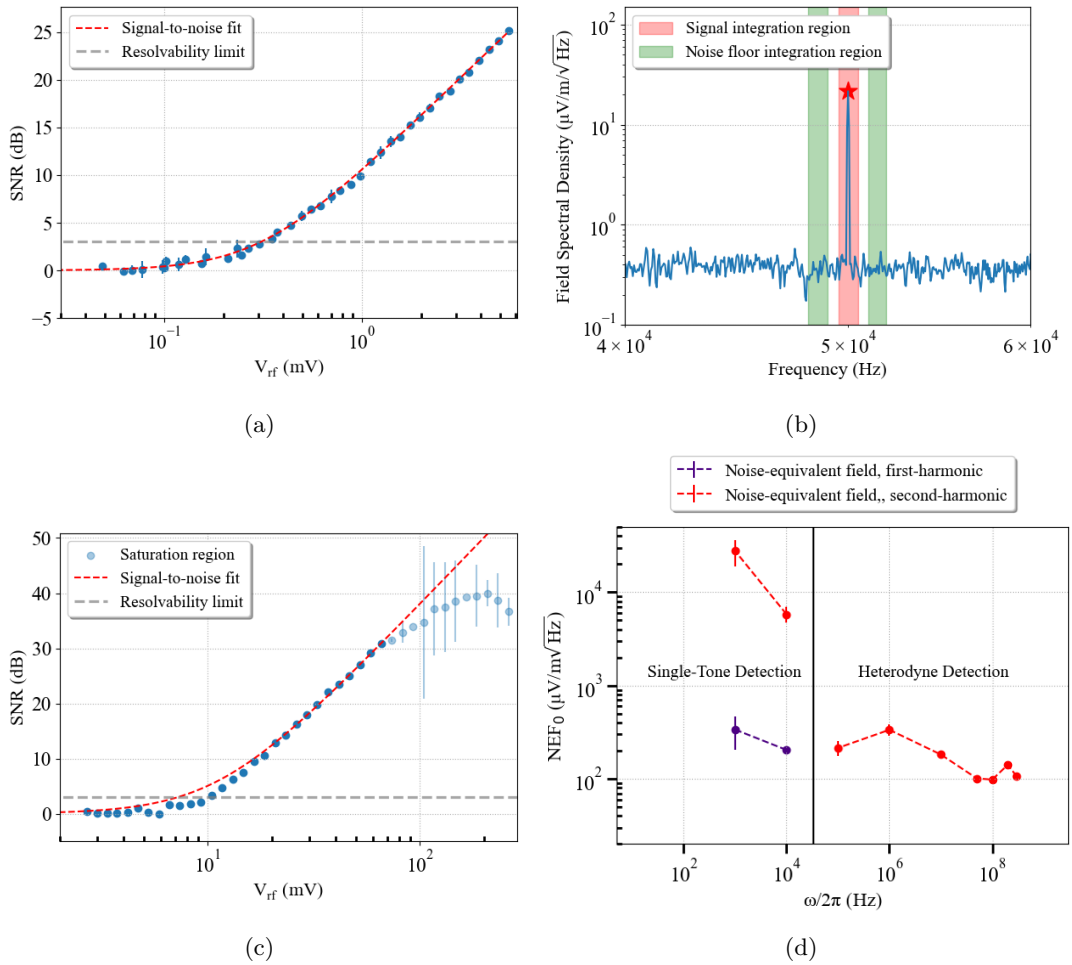


图8：（a） V_{rf} 的带宽归一化信噪比与 $\omega = 2\pi \times 100$ kHz的关系，并叠加二次拟合曲线。虚线的交点用于指示在可分辨性极限处计算等效噪声场的位置。（b） $\omega = 2\pi \times 300$ MHz 下的电场谱密度示例 $S_E^{(PD)}(\omega)$，红色区域表示所施加射频信号的积分区域，绿色区域表示用于计算噪声底平均值的区域。（c） 2ω V_{rf} 的带宽归一化信噪比与 $\omega = 2\pi \times 10$ kHz的关系，并叠加二次拟合曲线，同时突出显示饱和区域。虚线的交点用于指示在可分辨性极限处计算等效噪声场的位置。（d）不同载波频率 ω 下的等效噪声场，并标明通过外差探测和单音探测测得的等效噪声场。

2. Adiabatic Noise-Equivalent Fields ($\omega < 2\pi \times 100$ kHz)

在上一节中，对于 $\omega > 2\pi \times 100$ kHz、$\omega \gg \Delta\omega$以及 $2\pi f_{BW} \gg \Delta\omega$，外差拍频频率为$\Delta\omega = 2\pi \times 50$ kHz。在低于 100 kHz 的范围内，由于第一个假设不再成立，因此未施加本地振荡器电场。此外，由于第二个假设，探测光透射中以信号频率及其二次谐波振荡的频率分量不再快于四能级系统的动态响应频率。在这一“绝热”范围内，缀饰态的频移遵循入射场的瞬时值，这与前文提到的“绝热”校准范围相似。在不作任何假设的情况下展开方程（4）

经过时间平均，我们得到：

$$\Delta f_a = -\frac{1}{2}\alpha\left(E_0^2\cos^2(\theta) + \frac{1}{2}E_1^2 + \frac{1}{2}E_1^2\cos(2\omega t + 2\phi_1) + 2E_0E_1\cos(\omega t + \phi_1)\cos(\theta)\right)$$

由此可知，探测光透射的功率谱包含两个随时间变化的分量：一个以基频 ω 振荡，另一个以二次谐波2ω振荡。因此，等效噪声场有两种衡量方式：“一次谐波”NEF_0，使用与直流偏置场幅度和射频信号场幅度的乘积成正比的 ω 峰对应的功率（E_0E_1）；以及非线性 NEF_0，使用与射频信号场幅度的平方成正比的 2ω 峰对应的功率

频率（兆赫）	$\mathrm{NEF}_0(\mu V/m\sqrt{Hz})$
300	106 (4)
200	141 (4)
100	98 (8)
50	101 (5)
10	182 (8)
1	335 (11)
0.1	214 (10)

表 II：信号频率对应的外差噪声等效场及标准差，括号内为不确定度

	$\mathrm{NEF}_0 \quad (mV/m\sqrt{Hz})$	
频率（兆赫）	**2ω**	**ω**
0.01	5.8 (1.1)	0.2 (0.009)
0.001	27.7 (8.7)	0.34 (0.13)

表 III：随信号频率变化的二次谐波和一次谐波噪声等效场及其对应的标准差，不确定度列于括号中

（E_1^2）。随后，类似于外差情形的分析过程，我们可以在频域中评估 NEF_0（ω）和 NEF_0（2ω）。

对于这些测量，由于信号频率低于频谱分析仪的工作范围，因此使用示波器测量了 TEM 输出端口电压V_{rf}。随后，为了得到二次谐波噪声等效场，将光电二极管功率谱密度中的 2ω 峰值进行积分，以求得光电二极管电压到均方根信号电压的校准因子$\frac{V_{2\omega}}{V_{rf}}$:

$$\frac{V_{2\omega}}{V_{rf}} = \frac{1}{V_{rf}}\sqrt{\int_{2\omega-\epsilon/2}^{2\omega+\epsilon/2} S_V^{(PD)}(\omega')\, d\omega'}$$

对于积分带宽 $\epsilon = 2\pi \times 1$ kHz和单位为 $[\frac{V^2}{s^{-1}}]$的光电二极管电压谱密度 $S_V^{(PD)}(\omega')$，每个频率下的有效材料提取模型使我们能够将光电二极管功率谱密度转换为以入射电场 E_{vac} 表示的“二次谐波”电场等效噪声场$_0(2\omega)$，与公式 (8) 类似。

同样可以针对探针响应中的一次谐波ω 进行此操作，以得到“一次谐波”等效噪声场$_0(\omega) \propto E_0 E_1$，方法与公式 (8) 类似。随后可以评估二次谐波和一次谐波测量的信噪比，分别得到信噪比$_{2\omega}$ 和信噪比$_\omega$，方法与公式 (9) 类似。

3. *Characteristic Noise-Equivalent Fields*

对于每个信号频率，原子响应随场幅度变化的标度关系可分为两个不同区域：“二次”区域，此时原子响应随施加电场呈二次变化；以及“饱和”区域，此时原子响应达到饱和

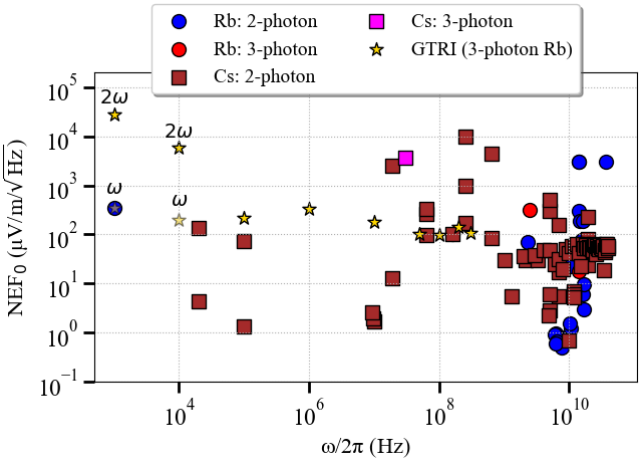


图 9：科学文献中针对未在原子池附近使用场增强结构的实验设计所报告的等效噪声场 [5, 6, 13, 14,35–57]，其中，“Rb”和“Cs”分别表示铷和铯蒸气池中采用双光子和三光子方案所得的等效噪声场结果。标注为“GTRI（铷三光子）”的星形标记表示本文发表的等效噪声场$_0$；对于低于 100 kHz 的等效噪声场，标记还注明其对应的是二次谐波（2ω）还是一次谐波（ω）等效噪声场$_0$

，且随信号场变化的标度减弱。为了确定每个信号频率 ω 在可分辨场极限下的特征 NEF_0，我们对测得的信噪比进行二次函数拟合（如图 9 所示）：

$$\mathrm{SNR}(V_{rf}) = 1 + aV_{rf}^2$$
$$0 \le V_{rf} \le V_{sat}$$

其中，V_{sat} 是饱和区域起始处施加的射频均方根电压，a 是二次区域中的拟合参数。随后，将特征等效噪声场取为二次拟合函数在 V_{res}处的值，其中 V_{res} 是场分辨极限对应的射频均方根电压，信噪比为 $= 3$ dB。表 II 显示了 $\omega \ge 2\pi \times 100$ kHz时测得的外差等效噪声场。表 III 分别显示了 $\omega < 2\pi \times 100$ kHz时二次谐波和一次谐波等效噪声场测量中，测得的等效噪声场随信号频率的变化。

IV. 讨论

图 8d 显示了所得等效噪声场随信号频率的变化。每个 GTRI NEF_0 均以自由空间场振幅为参考，而非以蒸气池中测得的振幅为参考。在 $\omega = 2\pi \times 300$ 兆赫处，我们实现了 106 (4) 微伏/米/赫兹的等效噪声场，以及 27.7 (8.7) 毫伏/米/赫兹的二次谐波噪声等效场

在 $\omega = 2\pi \times 1$ 千赫处的场；使用 0.34 (0.13) 毫伏/米√赫兹的一次谐波等效噪声场，还可以进一步改善这一指标。

图 9 对比了本文测得的等效噪声场与文献 [5, 6, 13, 14,35–57] 中测得的各种等效噪声场。该图显示，在低射频频率下，蓝宝石蒸气池无需任何场增强或谐振结构，即可获得良好的二次谐波和一次谐波等效噪声场。

在本研究中，我们测量了频率范围为 1 kHz 至 300 兆赫的熔融石英和蓝宝石蒸气池的低频屏蔽因子，并证明这些测量结果与其他研究中的全电学测量和 HFSS 仿真结果一致 [19]。未来的工作将包括利用有效材料提取模型的输出，以及壁面电荷引起的直流偏置电场位移，对由与碱金属存在显著表面相互作用的硅酸盐玻璃制成的蒸气池中的吸附物局部密度和分布进行成像。

V. 致谢

作者感谢 C. D. Herold 和 K. R. Brown 对稿件提出意见并进行细致审阅。

[1] T. F. Gallagher, *Rydberg Atoms*（剑桥大学出版社，剑桥，1994）。[2] C. L. Holloway、M. T. Simons、J. A. Gordon、P. F. Wil- son、C. M. Cooke、D. A. Anderson 和 G. Raithel，基于原子的射频电场计量：从自校准测量到亚波长和近场成像，《IEEE电磁兼容汇刊》**59**，717（2017）。[3] H. Fan、S. Kumar、J. Sedlacek、H. K¨ubler、S. Karimkashi 和 J. P. Shaffer，基于原子的射频电场传感，Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **48**，202001（2015）。[4] M. T. Simons、A. H. Haddab、J. A. Gordon 和 C. L. Holloway，基于里德伯原子的混频器：测量射频波的相位，《应用物理快报》**114**，114101（2019）。[5] M. Jing、Y. Hu、J. Ma、H. Zhang、L. Zhang、L. Xiao 和 S. Jia，基于微波缀饰里德堡光谱学的原子超外差接收机，《自然·物理》**16**，911（2020）。[6] J. Sedlacek、A. Schwettmann、H. K¨ubler 和 J. Shaf- fer，利用蒸气池中的铷里德伯原子进行基于原子的矢量微波电测量，Physical Review Letters **111**，063001（2013）。[7] S. Bao、H. Zhang、J. Zhou、L. Zhang、J. Zhao、L. Xiao 和 S. Jia，里德堡电磁感应透明中塞曼子能级的偏振光谱，Physical Review A **94**，043822（2016）。[8] A. K. Robinson、N. Prajapati、D. Senic、M. T. Simons 和 C. L. Holloway，利用基于里德伯原子的传感器确定射频源的到达角，《应用物理快报》**118** （2021）。[9] D. Richardson、J. Dee、B. Kayim、B. Sawyer、R. Wyl- lie、R. Lee 和 R. Westafer，利用模拟里德堡原子接收机的线性阵列研究到达角估计，《APL量子》**2** （2025）。[10] N. Schlossberger、R. Talashila、N. Prajapati 和 C. L. Holloway，通过玻璃蒸气池中驻波的里德堡原子荧光成像检测射频波的到达角，arXiv 预印本 arXiv:2504.18028（2025）。[11]D. A. Anderson 和 G. Raithel，利用原子蒸气池对高强度微波电场进行连续频率测量，《应用物理快报》**111**（2017）。[12] H. Li、J. Hu、J. Bai、M. Shi、Y. Jiao、J. Zhao 和 S. Jia，采用弱连续频率载波的基于里德伯原子的调幅接收机，Optics Express **30**，13522（2022）。[13] S. Kumar、H. Fan、H. K¨ubler、J. Sheng 和 J. P. Shaf- fer，使用零差读出对弱射频电场进行基于原子的传感，Scientific Reports **7**，42981（2017）。[14] J. A. Gordon、M. T. Simons、A. H. Haddab 和 C. L. Holloway，利用基于里德伯原子的混频器实现射频下分辨率低于 1 Hz 的弱电场探测，AIP Advances **9**，045030（2019）。[15] R. C. Brown、B. Kayim、M. A. Viray、A. R. Perry、B. C. Sawyer 和 R. Wyllie，使用高角动量里德伯态进行甚高频和超高频电场探测，Physical Review A **107**，052605（2023）。[16] N. ˇSibali´c、J. D. Pritchard、C. S. Adams 和 K. J. Weatherill，Arc：用于计算碱金属里德伯原子性质的开源库，Computer Physics Communications **220**，319（2017）。[17] M. Bouchiat、J. Gu´ena、P. Jacquier、M. Lintz 和 A. Papoyan，暴露于干燥铯蒸气的玻璃和蓝宝石池的电导率，Applied Physics B**68**，1109（1999）。[18] Y.-Y. Jau 和 T. Carter，基于蒸气池的原子电测量：探测低于 1 kHz 的频率，Physical Review Applied **13**，054034（2020）。[19] D. Richardson、J. Dee、J. Yaeger、M. Viray、J. Marsh、B. Kayim、B. Sawyer、D. La Mantia、R. Wyllie 和 R. Westafer，从 10–300 MHz 范围内的里德伯电测量仪蒸气池中提取有效电磁材料性质，TechRxiv 预印本 physics/693388（2025）。[20] K. Ma、D. Xiao、H. Zhang、X. Wang 和 X. Wei，SiO2 和氟化钙蒸气池中的电场屏蔽研究：用于里德伯原子电场传感器，Journal of Physics D: Applied Physics **58**，135113（2025）。[21] C. S. Adams、J. D. Pritchard 和 J. P. Shaffer，里德伯原子量子技术，Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **53**，012002（2019）。[22] J. M. Obrecht、R. J. Wild 和 E. A. Cornell，利用中性原子测量来自表面污染物的电场

，Phys. Rev. A **75**，062903（2007）。[23] H. Fan、S. Kumar、J. Sheng、J. P. Shaffer、C. L. Hol- loway 和 J. A. Gordon，蒸气池几何结构对基于里德伯原子的射频电场测量的影响，Physical Review Applied **4**，044015（2015）。[24] R. W. Boyd、A. L. Gaeta 和 E. Giese，非线性光学，载于 *Springer Handbook of Atomic Molecular and Optical ,, Physics* 2008 1097 1110（Springer，）第 – 页。[25] K.-J. Boller、A. Imamo˘glu 和 S. E. Harris，电磁感应透明的观测，Physical Review Letters **66**，2593（1991）。[26] C. Wieman 和 T. W. H¨ ansch，无多普勒激光偏振光谱学，Physical Review Letters **36**，1170（1976）。[27]P. T. Starkey、C. J. Billington、S. P. Johnstone、M. Jasperse、K. Helmerson、L. D. Turner 和 R. P. Anderson，用于自主硬件定时实验的脚本化控制系统，Review of Scientific Instru- ments **84**（2013）。[28] A. P. Rotunno、C. L. Holloway、N. Prajapati、S. Berweger、A. B. Artusio-Glimpse、R. Brown、M. Si- mons、A. K. Robinson、B. N. Kayim、M. A. Viray、J. F. Jones、B. C. Sawyer、R. Wyllie、T. Walker、R. W. Ziolkowski、S. R. Jefferts、S. Geibel、J. Wheeler 和 E. Imhof，研究里德伯原子电测量中非均匀电场导致的电磁感应透明光谱线形畸变，Journal of Applied Physics **134**，084401（2023）。[29] J. S. Brooks、R. Vasic、A. Kismarahardja、E. Steven、T. Tokumoto、P. Schlottmann 和 S. Kelly，强磁场中的德拜弛豫，Phys. Rev. B **78**，045205（2008）。[30] P. Debye，极性分子，Jo urnal of the Society of Chemical Industry **48**，1036（1929）。[31] N. Schlossberger、T. McDonald、K. Su、R. Talashila、R. Behary、C. L. Patrick、D. Hammerland、E. E. Mikhailov、S. Aubin、I. Novikova、C. L. Holloway 和 N. Prajapati，利用光片荧光成像与里德伯原子实现电磁场二维成像，Optics Letters **50**，7312（2025）。[32] C. Vadla、K. Niemax 和 V. Horvatic，亚稳态原子对之间碰撞导致的能量汇聚，The European Physical Journal D- Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics **1**，139（1998）。[33] G. Santamaria-Botello、S. Verploegh、E. Bottomley 和 Z. Popovic，里德伯原子接收器与电子微波接收机噪声温度的比较，arXiv 预印本 arXiv:2209.00908（2022）。[34] D. H. Meyer、P. D. Kunz 和 K. C. Cox，0 至 20 GHz 波导耦合里德伯频谱分析仪，Physical Review Applied **15**，014053（2021）。[35] B. Yang、Y. Yan、X. Li、L. Xiao、X. Li、L. Q. Chen、J. Deng 和 H. Cheng，具有增强瞬时带宽的高灵敏度微波电测量，Physical Review Applied **21**（2024）。[36] S. M. Bohaichuk、D. Booth、K. Nickerson、H. Tai 和 J. P. Shaffer，里德伯原子电场计瞬态响应的起源及其对射频脉冲传感的影响，Physical Review Applied **18**（2022）。[37] J. A. Sedlacek、A. Schwettmann、H. K¨ubler、R. L¨ow、T. Pfau 和 J. P. Shaffer，在蒸气池中利用明亮原子共振进行里德伯原子微波电测量

，《自然·物理》**8**，819（2012）。

[38] S. Bor´owka、U. Pylypenko、M. Mazelanik 和 M. Par- niak，基于室温里德伯原子的连续宽带微波至光转换器，《Nat. Photonics》**18**，32（2024）。[39] N. Prajapati、A. K. Robinson、S. Berweger、M. T. Si- mons、A. B. Artusio-Glimpse 和 C. L. Holloway，通过布居再泵浦增强基于电磁感应透明的里德伯原子电测量，《Appl. Phys. Lett.》**119**，214001（2021）。[40] J. Hu、H. Li、R. Song、J. Bai、Y. Jiao、J. Zhao 和 S. Jia，利用里德伯原子进行连续可调射频电测量，《Appl. Phys. Lett.》**121**（2022）。[41] C. L. Holloway、N. Prajapati、A. B. Artusio-Glimpse、S. Berweger、M. T. Simons、Y. Kasahara、A. Al`u 和 R. W. Ziolkowski，利用分裂环谐振器增强基于里德伯原子的电场传感，《Appl. Phys. Lett.》**120**，204001（2022）。[42] M. Cai、S. You、S. Zhang、Z. Xu 和 H. Liu，利用高里德伯态扩展原子基调幅微波电测量的灵敏度，《Appl. Phys. Lett.》**122**（2023）。[43] L. A. Downes、A. R. MacKellar、D. J. Whiting、C. Bourgenot、C. S. Adams 和 K. J. Weatherill，利用原子蒸气实现千赫兹帧率的全场太赫兹成像，《Phys. Rev. X.》**10**（2020）。[44] K. Yang、X. Chen、R. Mao、J. Li 和 Y. Fu，基于 PCB 的电可调谐谐振器，用于甚高频波段里德伯原子增强传感，《IEEE Trans. Antennas Propag.》**72**，6060（2024）。[45] R. Mao、Y. Lin、A. Zhou、K. Yang 和 Y. Fu，基于超小型谐振器的短波超高灵敏度里德伯原子电场传感，《IEEE Trans. Antennas Propag.》**72**，8165（2024）。[46] G. Sandidge、G. Santamaria-Botello、E. Bottomley、H. Fan 和 Z. Popovi´c，用于提升里德伯原子微波接收器灵敏度的谐振结构，《IEEE Trans. Microw. Theory Tech.》，1（2024）。[47] S. Kumar、H. Fan、H. K¨ubler、A. J. Jahangiri 和 J. P. Shaffer，在室温蒸气池中利用频率调制光谱学进行基于里德伯原子的射频电测量，《Optics Express》**25**，8625（2017），出版方：美国光学学会。[48] Y. Liang、Q. Wang、Z. Wang、S. Guan、P. Yang、Y. Zhang、J. He、P. Zhang、G. Li 和 T. Zhang，腔增强里德伯原子超外差接收器，《Opt. Express》**33**，13034（2025）。[49] M. Cai、Z. Xu、S. You 和 H. Liu，基于里德伯原子的微波传感器的灵敏度提升与测定，《Photonics》**9**，250（2022）。[50] M. V. Romalis、J. Wiedemann、S. Zhang 和 N. Du- ral，采用时分离电场的蒸气池里德伯原子电测量，arXiv（2024），2406.05106 [physics.atom- ph]。[51] J. Nowosielski、M. Mazelanik、W. Wasilewski 和 M. Parniak，基于原子跃迁环路、采用多音本地振荡器的超外差里德伯 S波段接收器，《Applied Optics》**64**，5813（2025）。[52] Z. She、X. Zhu、Y. Lin、X. Li、X. Yang、Y. Shang、Y. Teng、H. Tu、K. Liao、C. Zhang、X. Liu、J. Chen 和 W. Huang，具有超高光谱分辨率的里德伯原子太赫兹外差接收器，《Chin. Physics Lett.》（2024）。[53] B. Liu、L.-H. Zhang、Z.-K. Liu、Z.-Y. Zhang、Z.-H. Zhu、W. Gao

，G.-C. Guo ，D.-S. Ding ，和 B.-S. Shi ，高度

灵敏地使用里德伯原子传感器测量兆赫兹射频电场，Physical Review Applied **18** (2022). [54] K. Dixon, K. Nickerson, D. W. Booth, and J. P. Shaffer，使用自外差频率梳读出与制备方案进行基于里德伯原子的电场测量，Physical Review Applied **19** (2023). [55] S. Berweger, N. Prajapati, A. B. Artusio-Glimpse, A. P. Rotunno, R. Brown, C. L. Holloway, M. T. Simons, E. Imhof, S. R. Jefferts, B. N. Kayi m, M. A. Viray, R. Wyllie, B. C. Sawyer, 和 T. G. Walker，里德伯态工程：调谐方案研究

用于连续频率传感，Physical Review Applied **19** (2023). [56] C. Xie, K.-D. Wu, C.-L. Zou, W. Yi, X. Li, C.-F. Li, G.- C. Guo, and G.-Y. Xiang，基于里德伯介质中微波诱导光学相移外差探测的原子电场测量，Physical Review Applied **23** (2025). [57] J. Hu, Y. Jiao, Y. Yin, C. Lu, J. Bai, S. Jia, W. Li, Z. Bai, and J. Zhao，室温里德伯气体中的热共振增强透明，arXiv (2025), arXiv:2503.15974 [physics.atom-ph]。