arXiv:2603.11485v1 [physics.optics] 12 Mar 2026

磁振子镜阵列中无反射态的单向奇异点

Zi-Qi Wang[1*], Yuan-Peng Peng[1*], Yi-Pu Wang[1†], J. Q. You[1,2‡]

[1]微纳量子芯片与量子调控浙江省重点实验室,

浙江大学物理学院和极端光子学与仪器国家重点实验室，中国杭州310027。

[2]浙江大学光电科学与工程学院，中国杭州310027

* 这些作者对本研究的贡献相同。

† 通讯作者。电子邮箱：yipuwang@zju.edu.cn

‡ 通讯作者。电子邮箱：jqyou@zju.edu.cn

非厄米系统中的例外点（EPs）是本征值和特征向量同时合并的奇异点。在散射系统中，EPs对应于散射态的合并，从而产生无反射（RL）行为。当两个无反射态进一步合并时，便形成反射无关例外点（RL例外点），并产生异常的四次光谱响应。尽管人们已经在双向系统中探索了RL例外点，但其单向实现仍难以实现。在此，我们通过在反布拉格磁振子镜阵列中调控集体态，实验证明了单向RL例外点。利用一个在三个空间分离的位置与波导耦合的巨自旋系综打破反演对称性，从而实现单向无反射。在RL例外点处，反射光谱显著变平并展宽，超出洛伦兹线型。观测到的谱谷还揭示了暗态行为，而这些行为通常无法通过常规测量获得。我们的研究为

调控开放系统中的集体相干性以及开发宽带单向器件提供了一条途径。

短标题：处于异常点的单向无反射磁振子镜阵列

导读：在异常点处，单向无反射磁振子镜阵列将反射静默区拓宽为宽频带。

引言

非厄米系统中的例外点（EPs）对应于特征值和特征向量同时合并的简并现象，往往会产生异常的波响应（*1–5*）。在散射系统中，散射异常点通常与无反射（RL）态的形成相关联；此时，散射本征通道合并，使特定频率下的反射为零。单向RL态中，反射在一个方向上消失，而在相反方向上仍然很强，因此在单向隐身应用中尤具吸引力。这一概念已在宇称-时间（PT）对称光学结构中得到广泛研究（*1–4,6–9*），也可用于在非厄米超表面中实现不同偏振态之间的非对称反射（*10–12*）。然而，以往研究中由例外点诱导的单向无反射态通常带宽较窄（*2,6,10–17*），受孤立共振的洛伦兹线型限制。近期，有研究提出了一种特殊类型的例外点，即RL例外点，以提升光谱性能（*18–22*）。在RL例外点处，两个简并无反射解合并，产生四次光谱响应，从而显著拓宽无反射带宽，且无需外部增益或复杂的控制参数（*17,23–29*）。迄今为止，所有已展示的RL例外点都局限于对称或双向平台。要实现方向性行为，还需引入另一要素，即打破系统几何结构或耗散中的空间对称性，例如反演对称性或镜面对称性。因此，在制成的样品中通过实验实现并控制所需的不对称性，仍是一项重大挑战。

耦合到波导的辐射发射体阵列，是研究这些异常散射现象的一个有前景的实验平台（*30–35*）。在这种系统中，每个发射体在共振时都可充当镜子，其有效反射率由其辐射效率决定。

值得注意的是，采用超出偶极近似范围的巨型发射体，可以灵活地控制反射率，因为其辐射阻尼可通过共振频率进行调节（*36–47*）。此外，增加耦合点还能进一步增强这一能力，因为巨型发射体中的集体干涉可以显著提高其辐射效率（*45*）。巨型发射体独特的可调谐性，既可用于产生系统不对称性，也可对其进行精确调节，从而促成新型集体效应的出现。与 EP 相关研究中聚焦于孤立共振的传统设置不同（*48–50*），这些发射体间集体相互作用所产生的集体态，为探索非厄米物理提供了一个新平台。这些由干涉促成的集体态，例如通过相消干涉形成的长寿命暗态，可支持从量子存储器到开放环境中强耦合等丰富应用（*33, 35,40,51–54*）。通过设计单个发射体的辐射特性，可以操控这些集体态，从而实现多种非常规波动现象。

在本研究中，我们证明，在集体磁振子系统中结合 RL例外点与有意打破反演对称性，可实现单向无反射行为，并拓宽带宽。利用磁振子系统的灵活可调谐性（*21,55–82*），我们设计了一种非均匀反布拉格磁振子阵列，由三个空间分离的钇铁石榴石（YIG）球组成，并与蜿蜒波导耦合。每个 YIG 球中的磁子基特尔模（均匀自旋进动模）都与波导中的传播光子模耦合。该系统形成了一个有效的磁振子镜阵列（MMA），其中两个边界磁振子镜构成一个暗态腔，并与中心磁振子模相干耦合。为打破系统的反演对称性，我们采用巨自旋系综（GSE）方案（*35*），使其中一个磁振子镜通过三个空间分离的点与波导强耦合，从而增强辐射衰减的相长效应。相比之下，另外两个 YIG 球各自在单个点与波导耦合，可视为两个小自旋系综。这种非对称空间构型很容易打破系统的中心反演对称性。

在实验中，我们观察到，只有一个反射方向呈现出 RL 例外点的典型特征，包括具有平坦四次线型的反射抑制以及显著拓宽的带宽。另一个方向则保持高度反射性，证实了其单向特性

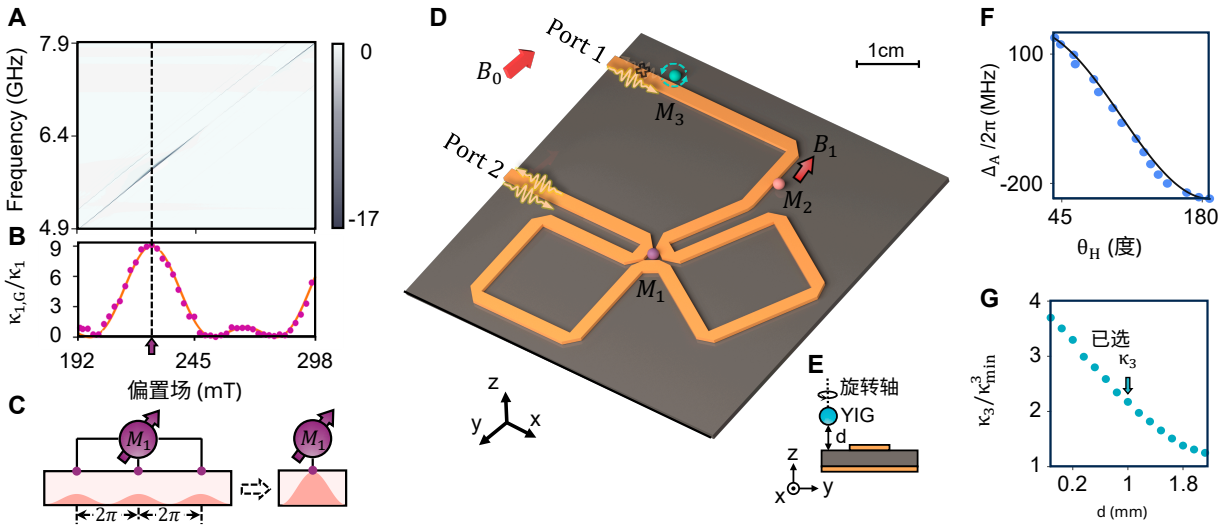


图 1：**巨自旋系综非对称磁振子模式阵列的设计**。（**A**）透射-射映射，显示其随偏置磁场变化的情况；凹陷深度因相位依赖耦合而呈周期性调制。**(B)** 提取的巨型自旋系综（GSE）的辐射阻尼率（圆点）随频率的变化，并使用公式（1）进行拟合（实线）。**(C)** 巨型自旋系综的示意图，其具有三个空间分离的耦合点，可实现集体相长干涉，从而显著增强磁振子模式 M_1 与波导之间的辐射耦合。**(D)** 实验装置：钇铁石榴石球 M_1 （紫色）和 M_2 （粉色）安装在波导（橙色）上。通过其下方线圈产生的局部磁场 B_1 调节 M_2 的频率。钇铁石榴石球M_3 （青色）连接在悬臂梁上，悬臂梁与旋转台相连。所有钇铁石榴石球均由全局磁场 B_0磁化。**(E)** 侧视图显示了 M_3 沿 x 轴和 z 轴的可调位置。**(F)** 通过各向异性场控制调谐 M_3的共振频率，并绘制其随旋转角θ_H的变化。**(G)** 提取的 M_3 辐射阻尼率 κ_3 随其与波导的垂直距离 d 的变化。

系统的。此外，通过调节磁振子频率，我们连续追踪无反射态的合并与分裂，揭示其相干起源及其对集体动力学的高度灵敏性。我们的研究结果展示了在集体系统中调控非厄米现象的新途径，并为经典和量子区域中的宽带定向波控制开辟了道路。

结果

系统与概念

我们的 MMA 器件示意图如图1D所示。该器件由一条蜿蜒波导和三个直径为 1 mm 的单晶 YIG 球组成。每个球中的基特尔模记为 $M_{\mathrm{i}}, i = 1$，2、3，其总衰减率为 $\gamma_{\mathrm{i}} = \kappa_i + \beta$，其中 κ_i 和 β 分别为辐射损耗和本征损耗。我们沿 y 轴施加均匀偏置磁场，以确保每个 YIG 球的磁化均匀。一旦磁化达到饱和，磁振子共振频率可表示为 $\omega_{\mathrm{m}} = \gamma(H_{\mathrm{e}} + H_{\mathrm{A}})$，其中 $\gamma/2\pi = 28$ GHz/T 为旋磁比，H_{e} 为偏置场，H_{A} 表示各向异性场。值得注意的是，磁振子模1（M_1，紫色）在三个间距相等且相距较远的斜接拐角处与波导耦合，因此磁振子模与波导在各耦合点处具有相同的局部相互作用强度 g_1 。沿波导方向，这些耦合点之间的间距大于微波波长，因此偶极近似不再适用。因此，耦合点之间的干涉变得显著，并调控 GSE 的特性。通过将耦合点间距 L 设计为相等，GSE 的有效辐射阻尼率 $\kappa_{1,\ \mathrm{G}}$ 可表示为（详情见补充材料）

$$\kappa_{1,\mathrm{G}} = \kappa_1(3 + 4\cos\varphi_{\mathrm{G}} + 2\cos 2\varphi_{\mathrm{G}}), \tag{1}$$

其中，$\varphi_{\mathrm{G}} = \omega_1 L/v$ 为相邻耦合点之间的累积相位。通过改变磁振子共振频率，可以连续调节这一有效辐射阻尼率$\kappa_{1,\ \mathrm{G}}$，如图1A所示：测得的透射光谱随偏置磁场变化，其对角线上的凹陷清楚地展示了这一点。对角线上的透射凹陷深度和宽度随共振频率周期性变化，表明磁振子-波导

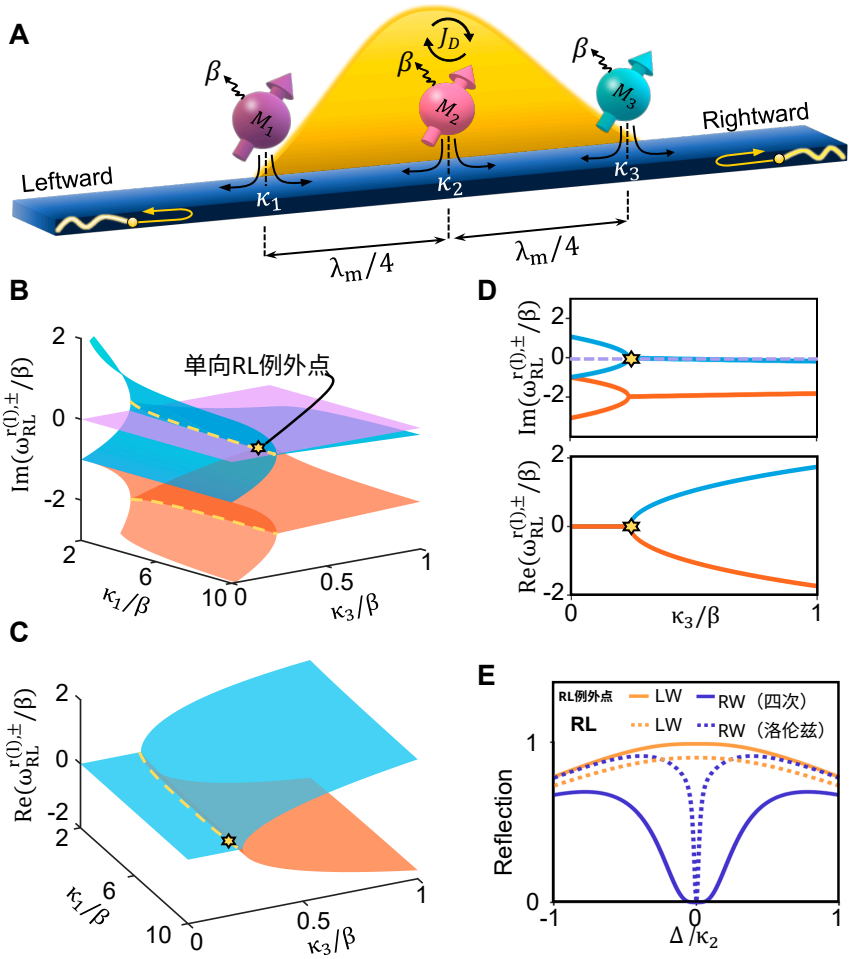


图2：无反射态的单向奇异点。（**A**）磁振子的示意图模式阵列（MMA），其中三个磁振子模式与波导耦合，具有外部（本征）耗散率 κ_i（β）。相邻磁振子模间隔为 $\lambda_m/4$。（**B** 和**C**）右向和左向入射时RL本征频率的虚部（B）和实部（C），绘制为磁振子辐射衰减率 κ_1 和 κ_3的函数。黄色虚线表示例外点条件。只有右向入射时RL本征频率的虚部与零虚频（紫色）平面相交，标志着单向RL例外点。此处，$\kappa_2/\beta = 0。93$。（**D**）RL本征频率的实部和虚部随 κ_3的变化关系，由面板B和C的侧视图提取。（**E**）常规RL（虚线）和RL例外点（实线）条件下两个入射方向的反射光谱。橙色和蓝色曲线分别对应左向和右向入射。

耦合。通过拟合 $\kappa_{1,\ G}$ 定量提取这些变化，如图 1B 所示。这一观察证实了 GSE 的成功实现（*35*）。当式（1）中的后两个余弦项同时达到最大值时， M_1 的三个耦合点处的磁子-波导相互作用发生相长干涉，使 $\kappa_{1,\ G}$ 相较于单耦合点的数值 κ_1 增强九倍。在此配置下，GSE 可简化为一个具有增强且可调辐射衰减的单耦合点发射体，如图 1C 所示。

更重要的是，引入 GSE 显著增强了系统的不对称性，有助于随后观测单向无反射态。这些无反射态的实现依赖于 MMA 的集体行为。在本研究中，我们关注反布拉格条件，此时相邻磁振子模之间的间距为 $\lambda_m/4$（图 2A）。这里，$\lambda_m/2\pi = v/\omega_m$ 是磁振子共振频率 ω_m 下传播场的波长， v 表示光子群速度。在低激发条件下，描述该磁子阵列的有效哈密顿量为

$$H_{\text{eff}}/\hbar = \begin{pmatrix} \omega_m - i\gamma_1 & J_{12} & i\Gamma_{13} \\ J_{12} & \omega_m - i\gamma_2 & J_{23} \\ i\Gamma_{13} & J_{23} & \omega_m - i\gamma_3 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

其中，$J_{sp} = \sqrt{\kappa_s\kappa_p}$ 和 $\Gamma_{sp} = \sqrt{\kappa_s\kappa_p}$（$s,\ p = 1,\ 2,\ 3,\ s \neq p$）分别表示波导介导的磁振子模式 s 和 p之间的相干耦合强度和耗散耦合强度。为通过光谱反射测量表征系统的集体响应，我们推导了右向和左向反射系数的表达式（详情见补充材料）：

$$R^{r(l)} = \frac{(\Delta+i\beta)^2(\kappa_1-\kappa_2+\kappa_3)-4\kappa_1\kappa_2\kappa_3\pm\delta}{\det(\omega\hat{I}-H_{\text{eff}})}, \tag{3}$$

其中 $\delta = 2i\kappa_2(\Delta + i\beta)(\kappa_1 - \kappa_3)$， $\Delta = \omega - \omega_m$为探测场与磁振子^模式之间的失谐， ω 为探测频率， I 为单位矩阵。实现非对称反射的关键在于判别式项 δ，仅当边界磁子模的辐射阻尼率不相等时该项才非零，表明系统不再保持反演对称性。当 κ_1 与 κ_3之间的差异显著时，这种反射不对称性变得明显。GSE的实现很容易满足这一要求。

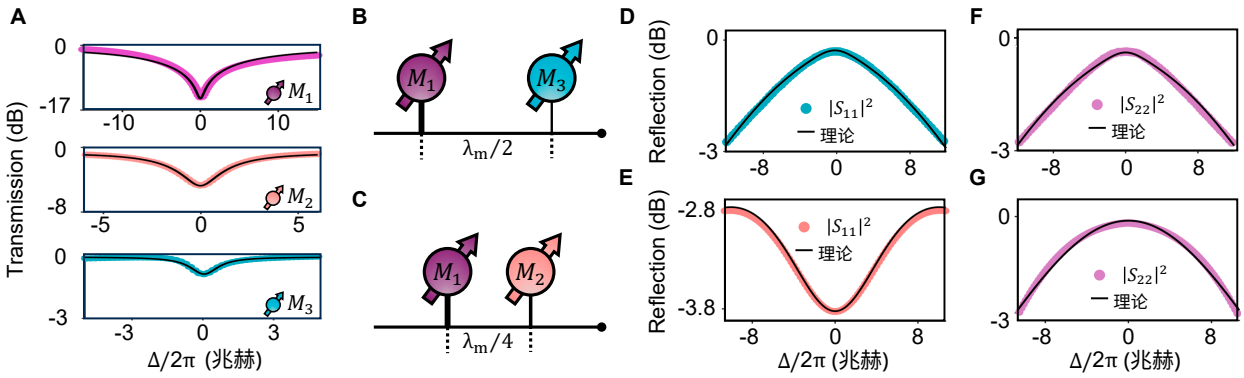


图3: 通过反射测量表征磁振子模式之间的相对相位——

ment. （**A**）在GSE共振频率下分别测得的三个磁振子模式的透射光谱（点）及理论拟合（黑色曲线）。（**B** 与**C**）相对相位配置的示意图：（B） M_1 与 M_3之间，显示相位差为 π 的耗散耦合；（C） M_1 与 M_2之间，显示相位差为 $\pi/2$的相干耦合。（**D** 与**F**）仅存在 M_1 与 M_3 且二者耗散耦合时，从端口 1（D）和端口 2（F）测得的反射光谱。（**E** 与**G**）仅存在 M_1 与 M_2 且二者相干耦合时，从端口 1（E）和端口 2（G）测得的反射光谱。所有测量均在系统中仅存在相应一对磁振子模式时进行。

为实现RL态，公式（3）的分子必须为零，从而得到两个复数解， $\omega^{r}_{,\pm}$ RL和 $\omega^{l}_{,\pm}$ RL，分别对应于右向入射和左向入射的无反射条件。固定中心磁振子模 M_2的辐射衰减率 κ_2 ，我们将 $\omega^{r(l)}_{,\pm}$ RL的虚部和实部映射为 κ_1 和 κ_3的函数，并以三维曲面的形式呈现在图2B和C中。图2C中Re($\omega^{r}_{,\pm}$ RL)与Re($\omega^{l}_{,\pm}$ RL)的简并产生了两个可区分的黎曼片。沿 κ_3 轴，这些黎曼片可进一步合并。尽管存在这种谱简并，由于整个系统中磁振子阻尼率的不对称性，虚部Im($\omega^{r(l)}_{,\pm}$ RL)仍存在显著差异。图2B和C中曲面上的黄色虚线标示了两个方向的例外点线。要使这些无反射态实验可观测，相应的解应为实数，即Im($\omega^{r(l)}_{,\pm}$ RL) = 0。为确定此类条件，我们在图2B中引入一个零平面（紫色曲面），以定位其与黎曼曲面的交点。引人注目的是，仅当 κ_1 足够大（例如 $\kappa_1/\beta \approx 10$）时，只有右向解能与该平面相交，表明我们的系统中出现了单向RL例外点（黄色星标）。图2D中的侧视图进一步证实了单向RL例外点的存在。应当注意，频率 $\omega^{r(l)}$ RL也对应于RL 哈密顿量$H^{r(l)}$ RL的本征值（*16–18, 21, 22*）。我们系统中单向RL例外点的出现本质上源于H^{r}_{RL} 是PT对称的，而 H^{l}_{RL} 则不是（详见补充材料）。我们将该RL例外点处相应的反射光谱与常规RL态的反射光谱进行比较。如图2E所示，RL例外点处反射曲线的四次展平导致单向带宽展宽。请注意，图2B和图2C中使用的参数可通过分别拟合每个磁振子模式的透射响应由实验获得。此外，如下文所述，它们可在我们的制备器件中被主动调控。

通过 GSE 实现非对称磁振子镜阵列

其中一个磁振子镜模中显著增强的辐射耦合，是实现单向RL例外点的必要前提。然而，在传统磁振子系统中实现这一点仍是一项重大挑战（*21, 35, 56–59,69, 83*）。这一局限凸显了本研究所引入的 GSE 的关键作用，它提供了一种实现这一条件的独特方法。在相长干涉频率（$\omega_1/2\pi$ = 5.9 吉赫兹）处，显著增强的辐射耦合产生了宽广的洛伦兹型透射谱，如图3A上方面板所示。

拟合得到的 M_1 辐射阻尼率为$\kappa_{1,\ \mathrm{G}}/2\pi\ =\ 13.23$ 兆赫。图3A还展示了另外两种已配置磁振子模式 M_2 （粉色）和 M_3 （绿色）分别单独测得的透射光谱，其拟合辐射阻尼率分别为 $\kappa_2/2\pi = 0.76$ 兆赫和 $\kappa_3/2\pi = 0.19$ 兆赫。三个模式的本征阻尼率均拟合为$\beta/2\pi = 1.02$ 兆赫。通过将相应的球体移离微带线（图1G，详情见方法），可清楚地观察到 κ_3 的减小，其表现为共振凹陷变浅。这种磁振子镜阵列配置满足RL例外点形成的要求。接下来，我们调整这些球体的相对位置，使其满足反布拉格条件。

为探究这三种磁振子模式的集体行为，应将它们的频率调至相互共振。对于 M_2，可通过样品下方的线圈施加局部磁场 H_2 来实现。对于 M_3，还可利用磁晶各向异性场（图1F，详见方法）单独调节其共振频率。这种灵活的可调谐性使得 MMA 系统及其 RL 例外点得以实现并进行全面表征。

由于这些磁振子模式与波导集体耦合，传播光子在它们之间介导长程相互作用。为使磁振子阵列在 GSE共振频率 ω_1 处满足反布拉格条件，必须通过步进电机调节相应钇铁石榴石球之间的间距，精确控制磁振子模式M_{m} 与 M_{n} 之间累积的传播相位 φ_{mn}。在我们的实现中，磁振子模式 M_2 和 M_3 分别与 5.9 吉赫兹处的 GSE磁振子模式 M_1 耦合。为确保 RL 例外点稳定出现，选择磁振子共振频率以避免高阶磁静力模式造成的扰动，并将输入功率设为 -20 分贝毫瓦，以抑制克尔非线性引起的频移。

如图3B所示，磁振子模式 M_1 和 M_3作为MMA的磁振子镜子，由 π 相移分隔开，形成耗散耦合构型。尽管这两个镜子之间存在很强的反演不对称性，但图3D和图3F所示的两个方向上的反射光谱几乎完全相同。这是因为在反射测量中只有亮本征模可以被激发，从而在两个方向上都产生一个宽的高反射率峰。相比之下，当探测磁振子模式 M_2 相对于 M_1 处于 $\pi/2$相移的位置时，会发生相干耦合，如图3C所示。在这种情况下，系统不对称性在反射光谱中变得清晰可见（图3E和图3G），因为两个本征态都会对观测信号作出贡献

。通过调节三个YIG球的相对位置，我们实现了一个非均匀磁振子模阵列；该阵列可解释为探测磁振子模式 M_2 与由磁振子镜子支持的腔模耦合，其示意图如图4A所示。腔模对应于由耗散耦合磁振子模 M_1和 M_3形成的暗模，并且除通过其本征阻尼率 β外，与波导相解耦。 M_2 与磁振子腔模（暗模）之间的有效耦合强度为

$$J_{\mathrm{D}} = \frac{2\sqrt{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}}{\sqrt{\kappa_1 + \kappa_3}}. \tag{4}$$

尽管 M_1 与 M_3 之间的不对称性在 M_2与亮模之间引入了额外的耦合通道，但由于亮模的辐射阻尼更强，其线宽显著更大。因此，亮模的品质因数始终低于暗模，在光谱测量中可以合理地忽略其影响。

无反射态的单向例外点

遵循腔磁振子学的框架（*72*），我们可以根据耦合强度与耗散之比对MMA系统的耦合区域进行分类，如图4B所示。由于J_{D} 取决于 M_1 和 M_3的辐射衰减率，我们可以通过调节 κ_3，使系统沿图4B中的白色轨迹连续变化。借助这种可调谐性，接下来我们将展示单向RLEP 的实验实现。

为清晰观测单向RL例外点以及磁振子镜腔与探测磁振子模式之间的耦合行为，我们固定全局磁场，并通过局部磁场 H_1使 M_1和 M_2 模式达到共振。随后，我们逐渐旋转钇铁石榴石球3，以有效调节磁振子镜腔模式与探测磁振子模式之间的频率失谐 Δ_{cm} 。通过提取RL态本征值 $\omega^{l,\pm}$ RL的实部和虚部，验证无反射例外点条件；这些本征值是通过直接拟合磁振子镜腔模式与探测磁振子模式调至共振时的反射光谱 $|S_{11}|^2$ 得到的。当实部 $\mathrm{Re}(\omega^{l,\pm}\ \mathrm{RL})$ 和虚部 $\mathrm{Im}(\omega^{l,\pm}\ \mathrm{RL})$ 同时合并时，系统达到例外点。通过调节 κ_3，我们拟合了一系列反射光谱，以获得本征值的连续变化，如图4C和4D所示，其中在$\kappa_3/2\pi = 0$。19 兆赫处可以清晰看到RL例外点的出现。无反射例外点条件位于Purcell耦合机制区域，如图中所示

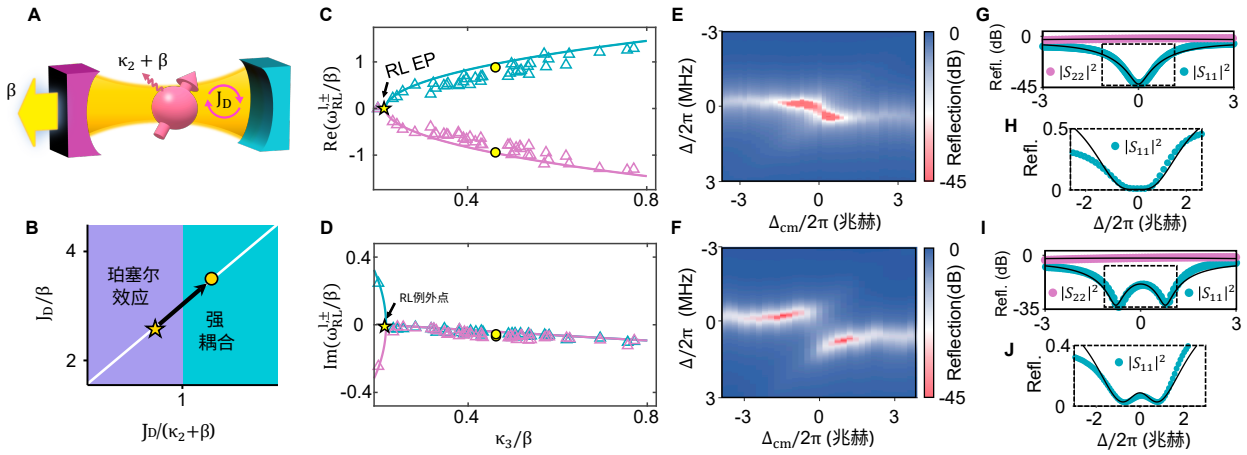


图4：有效磁振子镜腔系统中的单向探测。（**A**）有效磁振子镜腔系统示意图，其中探测磁振子模式与由两个耗散耦合磁振子镜形成的暗腔模式耦合。（**B**）参数空间，显示两个耦合区域；两者由耦合强度J_D与腔模式和磁振子模式线宽的比值划分。白线描绘了系统随 κ_3 调节而变化的轨迹。星形和圆形标记对应面板E和F中的情形。（**C**和**D**）拟合得到的RL态本征频率 $\omega^{l,}_{\pm}$ RL的实部（C）和虚部（D）随 κ_3/β的变化。（**E** 和 **F**）在两种不同耦合区域中，通过逐渐旋转球体 M_3 测得的$|S_{11}|^2$ 反射映射：$\kappa_3/2\pi = 0$。19 兆赫（E）和0。55 兆赫（F）。（**G** 和 **I**）在共振时测得的反射光谱。青色和紫色圆点分别表示从E和F中提取的 $|S_{11}|^2$ 和 $|S_{22}|^2$。黑色曲线为理论拟合。（**H** 和 **J**）将（G）和（I）中的 $|S_{11}|^2$ 反射光谱以线性刻度绘制。

图4B中的一个星号点。需要注意的是，在 κ_3变化的整个过程中， $|S_{22}|^2$ 始终是一个宽反射峰。因此，由于测量频谱中的共振特征未能充分分辨（*16*）（详情请参阅补充材料），无法通过拟合 $|S_{22}|^2$ 光谱来提取 $\omega^{r,}_{\pm}$ RL的实部和虚部。这些结果与图2D所示的理论预测吻合良好。在RL例外点处，耦合强度与 M_2的线宽相匹配，从而阻止杂化模式发生谱劈裂。通过波导端口一测得的反射光谱（图4E）证实了这一点：共振处出现了展宽的光谱。

图4G展示了从两个端口入射的信号在共振时测得的反射光谱，揭示出显著的方向性行为。可以观察到明显的单向响应，其中

从端口一入射的反射呈现出近乎无反射的凹陷（$|S_{11}|^2$），而从端口二入射的反射则保持接近于 1。值得注意的是，图4H 的线性尺度图显示该结果具有平坦四次线型，这是例外点的显著特征。其机制可解释如下：当激励从高反射率磁振子镜（M_1，即端口二）入射时，信号主要被反射，无法进入 MMA。相反，当信号从低反射率磁振子镜（M_3，即端口一）入射时，微波信号会耦合进入 MMA，并与探测磁振子模式（M_2）相互作用，从而形成明显的反射损耗谷。

通过增强耦合强度，将系统推入强耦合区，进一步验证了反射损耗例外点行为。如图 4F 所示，当磁振子镜腔模式与探测磁振子模式发生共振时，杂化极化激元模式呈现出明显的谱劈裂。系统的单向性得以保留，并且在共振时，端口一的反射谱中出现两个清晰分离的洛伦兹型凹陷（图 4I）。其中一个洛伦兹型凹陷的带宽远窄于反射损耗例外点处的四次线形（图 4J），从而缩小了单向无反射带宽。图 4H 和 4J 中采用线性刻度显示的反射光谱的不对称性，源于 GSE 引入的法诺干涉。重要的是，这种效应不会影响四次凹陷的出现。尽管此前已有研究观察到此类模式劈裂（*54*），但我们系统中设计的非厄米不对称性使其能够从单一方向观测到。这种独特的单向可达性为在开放波导系统中开发方向选择性光子器件开辟了新的可能性。

讨论

总之，我们提出并通过实验验证了磁振子镜阵列（MMA）系统中的单向无反射例外点（RL EP），其实现得益于集体暗态。我们采用具有三个空间分离耦合点的巨自旋系综（GSE）作为可调磁振子镜，从而为控制系统的不对称性提供了一种有效方法。这种构型显著增强了磁振子的辐射阻尼，并使单向无反射行为得以出现。通过精细调节失谐和

磁振子模式的耦合强度，我们观察到一个方向上的 RL 本征频率发生并合，其表现为平坦的四阶反射凹陷，这是 RL 例外点的明确特征。这种独特的线形有利于隐身和能量采集技术等应用(*22*)。

有趣的是，单向无反射态的演化也表明 MMA 系统中的杂化模式之间存在相干相互作用。随着耦合强度 J_D 增大， $|S_{11}|^2$ 反射谱中的无反射凹陷在越过例外点后分裂，表明等效磁振子镜腔系统转变为强耦合区域。因此，单向无反射态提供了一个独特的机会，可通过单向波导传输直接观测 MMA极化激元行为。这种方向性会一直持续，直至系统恢复反演对称性（详情见补充材料）。

这项工作不仅加深了对非厄米非对称系统中 RL例外点的理解，还建立了一个基于 GSE、可重构且可扩展的平台，用于操控定向波控制，从而拓宽了 GSE 的应用范围。利用宽带、高传输率的微带结构，可以轻松地在光刻平台上实现 GSE。通过采用类似的蜿蜒波导策略（*84*）和合适的发射体（例如反铁磁体中的激发模式（*85,86*）以及量子点（*87,88*）），该方法可自然地扩展至太赫兹和光学频域。所展示的架构还兼容集成微波光子学，并可扩展至复杂的磁振子晶格或混合量子系统。

材料与方法

器件设计

图1D所示的蜿蜒波导制作在厚度为0.813 mm、覆有1盎司铜导体的RO4003C基板上。为了实现具有三个耦合点的GSE，宽度为1.82 mm的微带线通过斜接角连接。我们使用的直径为1 mm的钇铁石榴石球可从市场上购买。

测量与参数调谐

反射为　　使用矢量网络分析仪（KEYSIGHT PNA-L 网络分析　　r

仪 N5232B）测量，输入功率为 -10 分贝毫瓦。 M_3 模的共振频率可通过改变各向异性场独立调节，该场取决于晶轴与外加场之间的角度 θ_{H} （*35*）。我们通过将 M_3 安装在由旋转电机驱动的悬臂梁上来实现这一点，从而通过空间平移调节角度。如图 1F 所示，这使得 $\omega_3/2\pi$ 能够在约 300 兆赫范围内连续调节。沿 z 轴平移绿色球体即可调节 κ_3 （图 1E），提取的结果显示于图 1G 中。由于$M_{1,\ 2,\ 3}$是相同的钇铁石榴石球，在相同耦合条件下，它们向波导中的辐射阻尼率应当相等。在我们的装置中， M_3 被有意放置在距离微带线更远的位置，因此其辐射阻尼率小于 M_2。 M_1 被设计为 GSE，由于耦合点之间的相长干涉而具有更强的辐射。它们之间的差异在相应的透射光谱中清晰可见。

参考文献与注释

1. L. Feng，等，《在光学频率下对单向无反射奇偶-时间超材料的实验演示》。《自然·材料》**12** (2)，108–113（2013），doi:10.1038/nmat3495。2. Z. Lin，等，《PT对称周期结构诱导的单向隐身》。《物理评论快报》 **106** (21)，213901（2011），doi:10.1103/PhysRevLett.106.213901。3. S. Longhi，《PT对称复晶体中的隐身》。《物理学杂志A：数学与理论》 **44** (48)，485302（2011）。

4. H. Jones，《PT对称光学结构的解析结果》。《物理学杂志A：数- 学与理论》 **45** (13)，135306（2012）。

5. S. Soleymani，等，《例外面上的手性与简并完美吸收》。《自然·通讯》 **13** (1)，599（2022），doi:10.1038/s41467-022-27990-w。

6. L. Feng，等，《大尺度光学例外点结构的演示》。《光学快报》**22** (2),1760(2014),doi:10.1364/OE.22.001760.

7. Y. Huang, Y. Shen, C. Min, S. Fan, G. Veronis，《异常点处的单向无反射光传播》。《纳米光子学》**6** (5), 977–996 (2017).

8. X. Yin, X. Zhang，《异常点处的单向光传播》。《自然·材料》**12** (3), 175–177 (2013).

9. Y. Jia, Y. Yan, S. V. Kesava, E. D. Gomez, N. C. Giebink，《有机薄膜波导中的被动宇称-时间对称性》。《*ACS*光子学》**2** (2), 319–325 (2015).

10. H. Qin，等，《利用单个平面超表面实现任意偏振异常点球面》。《自然·通讯》**16**(1), 2656 (2025), doi:10.1038/s41467-025-57737-2.

11. M. Lawrence, 等，《偏振空间中太赫兹超表面展现的 P T 对称性破缺》。《物理评论快报》**113** (9), 093901 (2014), doi:10.1103/PhysRevLett. 113.093901.

12. Z. Yang, 等, 《创建任意偏振控制的异常点对：非对称矢量波前调制》。《自然·通讯》**15**(1), 232 (2024), doi:10.1038/ s41467-023-44428-z. 13. J.-H. Wu, M. Artoni, G. La Rocca, 《非厄米简并与单向无反射原子晶格》。《物理评论快报》**113** (12), 123004 (2014). 14. J. Qian,等, 《完美零反射磁振子学中吸收与透明之间的非厄米调控》。《自然·通讯》**14** (1), 3437 (2023), doi:10.1038/s41467-023-39102-3. 15. J. W. Rao,等, 《腔磁振子学中磁振子诱导近乎完美吸收的干涉调控》。《自然·通讯》**12** (1), 1933 (2021), doi:10.1038/s41467-021-22171-7. 16. Y. Han,等, 《实现理想微波隔离的束缚手性磁振子极化激元态》。《Sci. Adv.》**9**(27) (2023), doi:10.1126/sciadv.adg4730. 17. Z. Rao, 等, 《非厄米磁振子学中的无反射态编织》。《自然·物理》**20**(12), 1904–1911 (2024), doi:10.1038/s41567-024-02667-x. 18. C. Ferise, P. Del Hougne, S. F´elix, V. Pagneux, M. Davy, 《复杂散射系统中 P T 对称无反射态的异常点》。《物理评论快报》**128** (20), 203904 (2022). 19. W. R. Sweeney, C. W. Hsu, S. Rotter, A. D. Stone, 《完美吸收异常点与手性吸收器》。《物理评论快报》**122**(9), 093901 (2019). 20. W. R. Sweeney, C. W. Hsu, A. D. Stone, 《无反射散射模式理论》。《Phys. Rev. A **102** (6), 063511 (2020). 21. Y. Yang, 等, 《反宇称-时间对称腔磁振子学中的非常规奇点》。《物理评论快报》**125**(14), 147202 (2020), doi:10.1103/PhysRevLett.125.147202. 22. H. H¨orner, 等, 《异常点处任意波前的相干完美吸收》。《物理评论快报》**133**(17), 173801 (2024), doi:10.1103/PhysRevLett.133.173801.¨23. W. Chen, S.̧. Kaya Ozdemir, G. Zhao, J. Wiersig, L. Yang, 《异常点增强光学微腔中的传感》。《自然》**548**(7666), 192–196 (2017).

24. H. Hodaei，等，高阶异常点处灵敏度的提升。《自然》**548** (7666), 187–191 (2017), doi:10.1038/nature23280。

25. Z. Xiao、H. Li、T. Kottos、A. Al`u，基于具有六阶异常点的宇称-时间对称电子电路，实现增强传感且不降低热噪声性能。《物理评论快报》**123** (21), 213901 (2019)。26. J. Wiersig，基于异常点的传感的前景与基本极限。《自然·通讯》**11** (1), 2454 (2020)。
27. H. Wang、Y.-H. Lai、Z. Yuan、M.-G. Suh、K. Vahala，布里渊环形激光陀螺仪中异常点附近的彼得曼因子灵敏度极限。《自然·通讯》**11** (1), 1610 (2020)。

28. R. Kononchuk, J. Cai, F. Ellis, R. Thevamaran,T. Kottos，基于异常点的加速度计及其增强的信噪比。《自然》**607**(7920), 697–702 (2022)。

29. J. Wiersig，通过利用异常点提高频率和能量劈裂检测的灵敏度：应用于单粒子探测的微腔传感器。《物理评论快报》**112** (20), 203901 (2014)。

30. D. Roy, C. Wilson, O. Firstenberg，专题综述：一维连续体中强相互作用的光子。*Rev. Mod. Phys.* **89** (2),021001 (2017)。

31. A. S. Sheremet, M. I. Petrov, I. V. Iorsh, A. V. Poshakinskiy, A. N. Poddubny，波导量子电动力学：集体辐射与光子-光子关联。*Reviews ofModernPhysics***95** (1), 015002 (2023)。

32. A. F. Van Loo, 等，远距离人造原子之间的光子介导相互作用。《科学》**342** (6165), 1494–1496 (2013), doi:10.1126/science.1244324. 33. N. V. Corzo, 等，原子阵列的波导耦合单集体激发。《自然》**566** (7744), 359–362 (2019), doi:10.1038/s41586-019-0902-3. 34. D. Mukhopadhyay, G. S. Agarwal，原子间波导介导的相位耦合所引起的多重法诺干涉。《物理评论 *A*》**100** (1), 013812 (2019)。

35. Z.-Q. Wang, 等，波导磁振子学中的巨型自旋系综。《自然·通讯》**13** (1), 7580 (2022), doi:10.1038/s41467-022-35174-9. 36. A. Frisk Kockum, P. Delsing, G. Johansson，为巨型人工原子设计频率依赖的弛豫率和兰姆移位。《物理评论 *A*》**90** (1), 013837 (2014)。37. A. F. Kockum, G. Johansson, F. Nori，波导量子电动力学中巨原子之间的无退相干相互作用。《物理评论快报》**120** (14), 140404 (2018)。38. L. Guo, A. Grimsmo, A. F. Kockum, M. Pletyukhov, G. Johansson，巨型声学原子：具有确定性时间延迟的单量子系统。《物理评论 *A*》**95** (5), 053821 (2017)。39. A. Gonz´ alez-Tudela, C. S. Mu˜noz, J. Cirac，在高维浴中设计并利用巨原子：一种利用冷原子实现的方案。《物理评论快报》**122** (20), 203603 (2019)。40. B. Kannan, 等，利用超导巨型人造原子的波导量子电动力学。《自然》**583** (7818), 775–779 (2020), doi:10.1038/s41586-020-2529-9. 41. G. Andersson, B. Suri, L. Guo, T. Aref, P. Delsing，巨型人工原子的非指数衰减。《自然·物理》**15**(11), 1123–1127 (2019)。42. A. Frisk Kockum，巨原子量子光学——前五年，第33卷（Springer Singapore）（ 2021）。43. X. Wang, T. Liu, A. F. Kockum, H.-R. Li, F. Nori，巨原子的可调手性束缚态。《物理评论快报》**126** (4), 043602 (2021)。44. Y. P. Peng, W. Z. Jia，与一维波导耦合的巨原子链的单光子散射。《物理评论 *A*》**108** (4), 043709 (2023)。45. A. M. Vadiraj, 等，设计波导量子电动力学中巨型人工原子的能级结构。《物理评论 *A*》**103**(2), 023710 (2021), doi:10.1103/PhysRevA.103. 023710. 46. F. Roccati, D. Cilluffo, 利用手性巨型原子控制马尔可夫性。《物理评论快报》**133** (6), 063603 (2024)。

47. L. Du, Y. Zhang, J.-H. Wu, A. F. Kockum, Y. Li, 《合成频率维度中的巨原子》。《物理评论快报》**128** (22), 223602 (2022). 48. M.-A. Miri, A. Al`u, 《光学与光子学中的例外点》。《科学》**363** (6422), eaar7709 (2019). 49. S. K. Ozdemir, S. Rotter, F. Nori, L. Yang, 《光子学中的宇称-时间对称性与例外点》。《自然·材料》**18** (8), 783–798 (2019). 50. R. El-Ganainy, 等, 《非厄米物理与PT对称性》。《自然·物理》**14** (1), 11–19 (2018), doi:10.1038/nphys4323. 51. R. H. Dicke, 《自发辐射过程中的相干性》。*Phys. Rev.* **93**, 99–110 (1954). 52. A. Tiranov, 等, 《相距甚远的光学量子发射体之间的集体超辐射与亚辐射动力学》。《科学》**379** (6630), 389–393 (2023), doi:10.1126/science.ade9324. 53. M. Zanner, 等, 《波导量子电动力学中的多量子比特暗态的相干控制》。《自然·物理》**18**(5), 538–543 (2022), doi:10.1038/s41567-022-01527-w. 54. M. Mirhosseini, 等, 《利用类原子镜实现腔量子电动力学》。《自然》**569** (7758), 692–697 (2019), doi:10.1038/s41586-019-1196-1. 55. D. Zhang, X.-Q. Luo, Y.-P. Wang, T.-F. Li, J. Q. You, 《腔磁振子-极化激元中例外点的观测》。《自然·通讯》**8** (1), 1368 (2017). 56. J. Rao, 等, 《磁子与光子之间的米尺度强耦合》。《物理评论快报》**131**, 106702 (2023), doi:10.1103/PhysRevLett.131.106702. 57. J. Xu, 等, 《慢波混合磁振子学》。《物理评论快报》**132**, 116701 (2024), doi:10.1103/ PhysRevLett.132.116701. 58. B. Yao, 等, 《增益驱动极化激元的相干微波发射》。《物理评论快报》**130**, 146702 (2023), doi:10.1103/PhysRevLett.130.146702. 59. C. Wang, 等, 《例外点增强磁振子频率梳》。《自然·物理》**20** (7), 1139–1144 (2024), doi:10.1038/s41567-024-02478-0.

60. Y. Cao, P. Yan, 《PT对称腔磁振子极化激元的异常磁灵敏度》。物理评论*B* **99**, 214415 (2019). 61. J. Qian, J. Li, S.-Y. Zhu, J. Q. You, Y.-P. Wang, 《通过强光子-磁子耦合探测非厄米拓扑光子态的 *PT*-对称性破缺》。《物理评论快报》**132**, 156901 (2024). 62. G.-T. Xu, 等, 《磁力学谐振器中的磁子频率梳》。《物理评论快报》**131**, 243601 (2023), doi:10.1103/PhysRevLett.131.243601. 63. S. P. Wolski, 等, 《利用超导量子比特对磁子进行基于耗散的量子传感》。《物理评论快报》**125**, 117701 (2020), doi:10.1103/PhysRevLett.125.117701. 64. V. L. Grigoryan, K. Shen, K. Xia, 《微波腔中的同步自旋-光子耦合》。物理评论*B* **98**, 024406 (2018). 65. B. Zare Rameshti, 等, 《腔磁振子学》。物理学报告**979**, 1–61 (2022), doi:https: // doi.org/10.1016/j.physrep.2022.06.001. 66. H. Huebl, 等, 《耦合微波谐振器-亚铁磁绝缘体混合系统中的高协同性》。《物理评论快报》**111**, 127003 (2013), doi:10.1103/PhysRevLett.111.127003. 67. R.-C. Shen, 等, 《多稳态腔磁子系统中的长时记忆与三值逻辑门》。《物理评论快报》**127**, 183202 (2021), doi:10.1103/PhysRevLett.127.183202. 68. R.-C. Shen, J. Li, Z.-Y. Fan, Y.-P. Wang, J. Q. You, 《克尔修正腔磁力学中的力学双稳态》。《物理评论快报》**129**, 123601 (2022). 69. Y. Li, 等, 《片上铁磁-超导薄膜器件中磁子与微波光子的强耦合》。《物理评论快报》**123**, 107701 (2019), doi: 10.1103/PhysRevLett.123.107701. 70. H. Yuan, Y. Cao, A. Kamra, R. A. Duine, P. Yan, 《量子磁子学：当磁子自旋电子学遇上量子信息科学》。物理学报告 **965**, 1–74 (2022). 71. Y. Tabuchi, 等, 《量子极限下铁磁磁子与微波光子的杂化》。《物理评论快报》**113**, 083603 (2014), doi:10.1103/PhysRevLett.113.083603.

72. X. Zhang, C.-L. Zou, L. Jiang, H. X. Tang，强耦合磁振子与腔微波光子。《物理评论快报》**113**, 156401 (2014). 73. Y. Tabuchi，等，铁磁磁振子与超导量子比特之间的相干耦合。《科学》**349** (6246), 405–408 (2015), doi:10.1126/science.aaa3693. 74. Y.-P. Wang，等，腔磁振子极化激元的双稳态。《物理评论快报》**120**, 057202 (2018), doi:10.1103/PhysRevLett.120.057202. 75. Y.-P. Wang，等，腔磁振子学中的非互易性与单向隐身。《物理评论快报》**123**, 127202 (2019), doi:10.1103/PhysRevLett.123.127202. 76. M. Harder，等，耗散磁振子-光子耦合导致的能级吸引。《物理评论快报》**121**, 137203 (2018), doi:10.1103/PhysRevLett.121.137203. 77. T. Yu，等，手性耦合磁体中的磁振子积累。《物理评论快报》**124**, 107202 (2020), doi:10.1103/PhysRevLett.124.107202。

78. D. Xu，等人，《宏观自旋系统中单磁振子的量子控制》。《物理评论快报》**130**, 193603（2023），doi:10.1103/PhysRevLett.130.193603。

79. D. Lachance-Quirion, 等, 利用超导量子比特对单磁振子进行基于纠缠的单次探测。《科学》 **367**(6476), 425–428 (2020). 80. L. Bai, 等, 利用腔-磁振子-极化激元对远距离自旋流进行腔介导操控。《物理评论快报》**118**, 217201 (2017), doi:10.1103/PhysRevLett.118.217201. 81. X. Zhang, 等, 磁振子暗模与梯度存储。《自然·通讯》 **6** (1), 8914 (2015), doi:10.1038/ncomms9914. 82. Z.-Q. Wang, Z.-Y. Wang, Y.-P. Wang, J. Q. You, 由耗散耦合调控的单模磁振子-极化激元激射与放大。《物理评论快报》 **135**, 186704 (2025). 83. Y.-P. Wang, C.-M. Hu, 腔磁振子学中的耗散耦合。《应用物理学杂志》**127** (13), 130901 (2020).

84. W. Song, 等, 利用人工规范场实现光波导间的无色散耦合。《物理评论快报》 **129**, 053901 (2022), doi:10.1103/PhysRevLett.129.053901.

85. K. Yamaguchi, M. Nakajima, T. Suemoto，利用半周期太赫兹辐射的脉冲磁场相干控制自旋进动运动。《物理评论快报》**105**, 237201 (2010)。

86. T. S. Seifert，等，通过太赫兹光谱揭示自旋塞贝克效应的飞秒形成动力学。《自然·通讯》**9**(1), 2899 (2018), doi:10.1038/s41467-018-05135-2。

87. P.Lodahl,S. Mahmoodian,S.Stobbe，将单光子和单个量子点与光子纳米结构相连接。*Rev. Mod. Phys.* **87**, 347–400 (2015)。

88. M. Arcari，等，量子发射体与光子晶体波导的近乎完美耦合效率。《物理评论快报》**113**, 093603 (2014), doi:10.1103/PhysRevLett.113.093603。

89. J.-T. Shen,S. Fan, 单模波导中单光子输运的理论。I. 与含二能级原子的腔的耦合。*Phys. Rev.A***79**, 023837 (2009).

90. J.-T. Shen,S. Fan, 单模波导中单光子输运的理论。I. 与含二能级原子的腔的耦合。*Phys. Rev.A***79**, 023837 (2009).

91. W. Nie, T. Shi, F. Nori, Y.-X. Liu, 波导中拓扑增强的非互易散射与光子吸收。*Phys. Rev.Appl.* **15**, 044041 (2021).

致谢

资助： J. Q. You 感谢国家重点研发计划（项目编号：2022YFA1405200）、国家自然科学基金（项目编号：U25A20199 和 92265202）以及浙江省科技计划（项目编号：2025C01028）的资助。Y. P. Wang 感谢国家重点研发计划（项目编号：2023YFA1406703）、国家自然科学基金（项目编号：12174329）以及中央高校基本科研业务费（项目编号：2024FZZX02–01–02

以及浙江省自然科学基金（项目编号：LR26A040001）的资助。Z. Q. Wang 感谢国家自然科学基金（项目编号：123B2064）的资助。

作者贡献： Z.Q.W.、Y.P.P.、Y.P.W. 和 J.Q.Y. 发起了该研究项目；在 Y.P.W. 和 J.Q.Y. 的建议下，Z.Q.W. 和 Y.P.P. 设计了样品结构；Z.Q.W. 和 Y.P.P. 完成了实验并进行了数据分析；Y.P.P.、Z.Q.W.、Y.P.W. 和 J.Q.Y. 共同构建了理论；Z.Q.W.、Y.P.P.、Y.P.W. 和 J.Q.Y. 撰写了手稿；J.Q.Y. 负责监督该项目。

利益冲突： 没有需要声明的利益冲突。

数据和材料可用性： 评估和复现论文结果所需的所有数据均已收录于论文和/或补充材料中。

补充材料

补充文本 图S1至
S8

补充材料

磁振子镜阵列中无反射态的单向奇异点

Zi-Qi Wang[1*]、Yuan-Peng Peng[1*]、Yi-Pu Wang[1†]、J. Q. You[1,2‡]

* 这些作者对本研究贡献相同。

† 通讯作者。电子邮箱：yipuwang@zju.edu.cn

‡ 通讯作者。电子邮箱：jqyou@zju.edu.cn

本PDF文件包括：

补充文本 图S1至
S8

补充文本

S1. 散射矩阵的例外点与无反射态

散射例外点（EP）出现在参数空间中的特定位置，此时非厄米散射矩阵 S 变为亏损矩阵，即其本征值和特征向量合并。对于互易双端口系统，散射矩阵可写为

$$S = \begin{pmatrix} T_l & R_l \\ R_r & T_r \end{pmatrix}, \tag{S1}$$

其中，T和 R分别表示透射与反射系数，下标表示信号入射方向。例如，R_l（T_l）表示信号从左端口入射时的反射（透射）系数。

In 对于互易系统（$T_l = T_r = t$），S矩阵的本征值为

$$\omega_S^{\pm} = t \pm \sqrt{R_l R_r}. \tag{S2}$$

当平方根项为零时，即乘积 $R_l R_r = 0$ 时，系统达到例外点。这一条件通常会产生多个频率 $\omega^{(1)}$ RL，$\omega^{(2)}$ RL，…，对应于无反射（RL）态。这些RL态进一步简并时，便形成无反射例外点（RL EP）。以往研究主要关注具有反演对称性的系统中出现的RL例外点，在这类系统中，两个反射系数同时为零（$R_l = R_r = 0$），从而产生双向RL例外点。然而，无反演对称性的系统中也可能出现RL例外点。例如，当$R_l = 0$ 和 $R_r \neq 0$时，系统可实现单向RL例外点。

S2. 巨自旋系综-波导系统的有效哈密顿量

在本节中，我们考虑一种更一般的情形：多个巨自旋系综（GSE）通过任意耦合点与曲折微波微带波导相互作用，如补充图 S1 所示。本文仅关注的磁振子模式是基特尔模。每个 YIG 球中的基特尔模与波导中向右和向左传播的光子模式均相互作用。GSE-波导系统的总哈密顿量为 $\hat{H} = \hat{H}_{\mathrm{wg}} + \hat{H}_{\mathrm{m}} + \hat{H}_{\mathrm{int}}$，其中 $\hat{H}_{\mathrm{wg}}$、$\hat{H}_{\mathrm{m}}$和 $\hat{H}_{\mathrm{int}}$ 分别描述波导、磁振子模式及其相互作用。在下面的分析中，为简便起见，我们令 $\hbar = 1$ 。我们

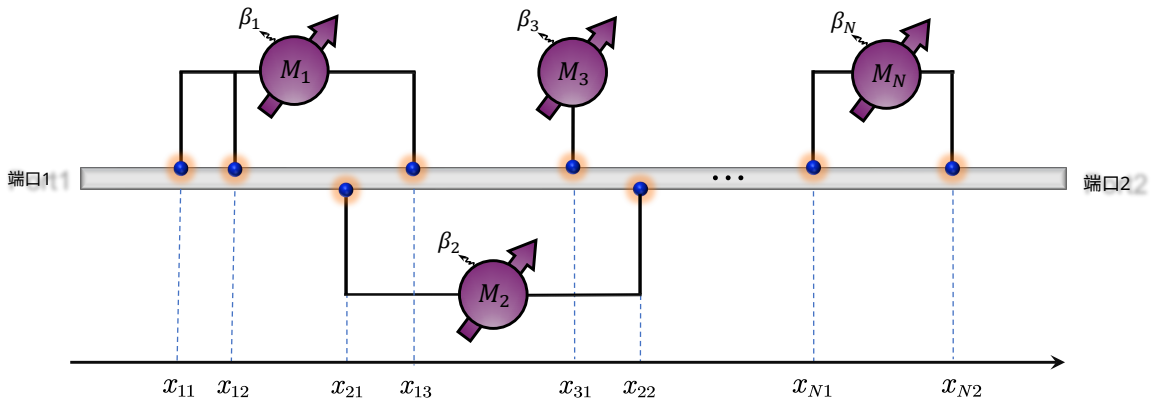


图 S1：**GSE–波导系统示意图**。多个钇铁石榴石球在任意位置与波导耦合。波导有两个端口，分别标记为端口 1 和端口 2。

考虑 N 个 GSE，其中第 i 个 GSE 通过 P_i 个空间上彼此分离的耦合点与波导耦合。在旋波近似下，系统的实空间哈密顿量为（*30, 89, 90*）

$$\hat{H}_{\mathrm{m}} = \sum_{i=1}^{N} (\omega_i - i\beta_i)\hat{m}_i^{\dagger}\hat{m}_i, \tag{S3}$$

$$\hat{H}_{\mathrm{wg}} = -iv_{\mathrm{g}} \int dx \left[\hat{c}_r^{\dagger}(x)\frac{\partial}{\partial x}\hat{c}_r(x) - \hat{c}_l^{\dagger}(x)\frac{\partial}{\partial x}\hat{c}_l(x) \right], \tag{S4}$$

$$\hat{H}_{\mathrm{int}} = \int dx \sum_{i=1}^{N}\sum_{p=1}^{P_i} g_{ip}\delta(x - x_{ip}) \left[\hat{c}_r^{\dagger}(x)\hat{m}_i + \hat{c}_l^{\dagger}(x)\hat{m}_i + \mathrm{H.c.} \right]. \tag{S5}$$

这里，ω_i 和 β_i 分别表示第 i 个钇铁石榴石球中基特尔模的频率和本征损耗率，其满足 $\omega_i = \gamma(H_{e,\,i} + H_A)$，其中 $\gamma/2\pi = 28$ 吉赫兹/特斯拉为旋磁比，H_A 为各向异性场。算符 $\hat{m}_i^{\dagger}$（$\hat{m}_i$）在第 i 个 GSE 中产生（湮灭）磁振子激发。算符 $\hat{c}_r^{\dagger}(x)$ 和 $\hat{c}_l^{\dagger}(x)$ [$\hat{c}_r(x)$ 和 $\hat{c}_l(x)$] 分别在位置 x 产生（湮灭）右向和左向传播光子。坐标 x_{ip} 表示第 i 个 GSE 的第 p 个耦合点的位置，v_{g} 为波导中的光子群速度。参数 g_{ip} 表示波导与第 i 个 GSE 在第 p 个耦合点处的耦合强度。

在单激发子空间中，系统的本征态可以写成 a s

$$|\Psi\rangle = \int dx \left[\Phi_r(x)\hat{c}_r^{\dagger}(x) + \Phi_l(x)\hat{c}_l^{\dagger}(x) \right] |\emptyset\rangle + \sum_{i=1}^{N} f_i \hat{m}_i^{\dagger}|\emptyset\rangle, \tag{S6}$$

其中 $|\emptyset$ 是真空态（所有模式均未激发），$\Phi_r(x)$ $[\Phi_l(x)]$ 是向右（向左）传播光子的波函数，f_i 是磁振子模式的激发振幅。假设一个频率为 $\omega = v_g k$ 的单个输入光子从左侧（端口 1）入射，其中 k 是光子的动量。光子波函数的拟设为

$$\Phi_r(x) = e^{ikx}\left[\theta(x_1 - x) + \sum_{s=1}^{N_c-1} t_s\theta(x - x_s)\theta(x_{s+1} - x) + t\theta(x - x_{N_c})\right], \tag{S7a}$$

$$\Phi_l(x) = e^{-ikx}\left[r\theta(x_1 - x) + \sum_{s=2}^{N_c} r_s\theta(x - x_{s-1})\theta(x_s - x)\right], \tag{S7b}$$

其中，x_s 是所有耦合点按顺序排列的位置，且 $N_c = \sum_{i=1}^{N} P_i$。这里，T_s（R_s）表示每个区段中的局部透射（反射）振幅，θ（x）是赫维赛德函数。将式（S6）代入薛定谔方程 $\hat{}$ $H|\Psi = \omega|\Psi$，并遵循参考文献（*44*）中的方法，可得透射与反射系数

$$T = 1 - i\mathbf{V}^{\dagger}(\omega\mathbf{I} - H_{\text{eff}})^{-1}\mathbf{V}, \tag{S8a}$$

$$R = -i\mathbf{V}^{\top}(\omega\mathbf{I} - H_{\text{eff}})^{-1}\mathbf{V}. \tag{S8b}$$

这里，$\mathbf{f} = (f_1, f_2, \ldots, f_N)^{\top}$，以及$\mathbf{V} = (\mathrm{V}_1, \mathrm{V}_2, \ldots, \mathrm{V}_N)^{\top}$，其中

$$\mathcal{V}_i = \sum_{p=1}^{P_i} \sqrt{\kappa_{ip}}\, e^{i\varphi_{ip}}, \tag{S9}$$

其中，$\kappa_{ip} = g_{ip}^2/v_g$ 是耦合至波导的衰减率，$\varphi_{ip} = \omega_r x_{ip}/v_g$ 是参考频率 ω_r 处的相位（在马尔可夫区间内有效）。

有效非厄米哈密顿量为

$$\mathcal{H}_{ij} = (\omega_i - i\beta_i)\delta_{ij} - i\sum_{p=1}^{P_i}\sum_{p'=1}^{P_j} \sqrt{\kappa_{ip}\kappa_{jp'}}\, e^{i|\varphi_{ip} - \varphi_{jp'}|}. \tag{S10}$$

或者，它可以分解为

$$\mathcal{H}_{ij} = \begin{cases} \omega_i + \Delta_{\mathrm{L},i} - i(\beta_i + \kappa_{\text{eff},i}) & \text{for } i = j, \\ J_{ij} - \frac{i}{2}\Gamma_{ij} & \text{for } i \neq j, \end{cases} \tag{S11}$$

其中

$$\Delta_{\mathrm{L},i} = \sum_{p,p'} \sqrt{\kappa_{ip}\kappa_{ip'}} \sin|\varphi_{ip} - \varphi_{ip'}|, \tag{S12a}$$

$$\kappa_{\mathrm{eff},i} = \sum_{p,p'} \sqrt{\kappa_{ip}\kappa_{ip'}} \cos(\varphi_{ip} - \varphi_{ip'}). \tag{S12b}$$

不同磁振子模式之间的相干耦合和耗散耦合为

$$J_{ij} = \sum_{p}^{P_i} \sum_{p'}^{P_j} \sqrt{\kappa_{ip}\kappa_{jp'}} \sin|\varphi_{ip} - \varphi_{jp'}|, \tag{S13a}$$

$$\Gamma_{ij} = 2\sum_{p}^{P_i} \sum_{p'}^{P_j} \sqrt{\kappa_{ip}\kappa_{jp'}} \cos(\varphi_{ip} - \varphi_{jp'}). \tag{S13b}$$

这些结果具有普适性，不仅适用于具有多个耦合点的 GSE，也适用于传统的自旋系综，其中 $P_i = 1$。本文中展示的所有散射谱均使用公式 (S8a) 和 (S8b) 计算得到。

S3. GSE 的有效增强辐射衰减率

本节考虑仅有单个 GSE 或自旋系综与波导耦合的情况。这对应于 $N = 1$，并将磁振子频率记为 ω_{m}。公式 (S9) 和 (S10) 可简化为

$$V = \sum_{p=1}^{P} \sqrt{\kappa_p} e^{i\varphi_p}, \tag{S14}$$

$$H = \omega_{\mathrm{m}} + \Delta_{\mathrm{L}} - i(\beta + \kappa_{\mathrm{eff}}), \tag{S15}$$

其中，P 是单个 GSE 的耦合点数。若假设所有耦合点的辐射衰减率均为$\kappa_p = \kappa_0$，且相邻耦合点之间的相位差为常数 φ_0，即$\varphi_p = (p-1)\varphi_0$，则有

$$\Delta_{\mathrm{L}} = \kappa_0 \sum_{p=1}^{P} \sum_{p'=1}^{P} \sin|(p-p')\varphi_0| = \kappa_0 \frac{P\sin\varphi_0 - \sin(P\varphi_0)}{1-\cos\varphi_0}, \tag{S16}$$

$$\kappa_{\mathrm{eff}} = \kappa_0 \sum_{p=1}^{P} \sum_{p'=1}^{P} \cos[(p-p')\varphi_0] = \kappa_0 \frac{1-\cos(P\varphi_0)}{1-\cos\varphi_0}. \tag{S17}$$

根据式 (S17)，在 $\varphi_0 \to 2m\pi$ 且 $m \in \mathbb{Z}$的极限下，应用洛必达法则可得$\kappa_{\text{eff}} = P^2\kappa_0$。因此，增加耦合点数是增强自旋系综辐射的有效途径。将这些表达式代入式 (S8a) 和 (S8b)，可得以下透射与反射系数：

$$T = 1 - i\frac{\kappa_0 \sum_{p=1}^{P}\sum_{p'=1}^{P} e^{i(p'-p)\varphi_0}}{\omega - \omega_{\text{m}} - \Delta_{\text{L}} + i(\beta + \kappa_{\text{eff}})} = \frac{\omega - \omega_{\text{m}} - \Delta_{\text{L}} + i\beta}{\omega - \omega_m - \Delta_{\text{L}} + i(\beta + \kappa_{\text{eff}})}, \tag{S18a}$$

$$R = -i\frac{\kappa_0 \sum_{p=1}^{P}\sum_{p'=1}^{P} e^{i(p'+p)\varphi_0}}{\omega - \omega_{\text{m}} - \Delta_{\text{L}} + i(\beta + \kappa_{\text{eff}})} = \frac{\kappa_{\text{eff}} e^{-i2\alpha}}{\omega - \omega_{\text{m}} - \Delta_{\text{L}} + i(\beta + \kappa_{\text{eff}})}, \tag{S18b}$$

其中相位因子 α 满足

$$\tan(2\alpha) = \frac{\sum_{p,p'=1}^{P} \sin[(p + p')\varphi_0]}{\sum_{p,p'=1}^{P} \cos[(p + p')\varphi_0]}. \tag{S19}$$

由式(S18a)和(S18b)可知，无论耦合点数量如何，单个GSE的透射光谱和反射光谱始终呈现以$\omega = \omega_{\text{m}} + \Delta_{\text{L}}$为中心、线宽为 κ_{eff}的洛伦兹线型。因此，通过调控耦合点数量 P和相位偏移 φ_0，可以精确设计有效辐射衰减率 κ_{eff}，并使其相对于 κ_0显著增强，如补充图S2所示。

这一结果还表明，具有多个耦合点的空间分布GSE可以简化为单个自旋系综。由于正文聚焦于空间分离GSE，在以下讨论中，为简便起见，我们将每个GSE视为具有 $P_i = 1$的自旋系综。

S4. 互易透射与非对称反射

由式 (S8a) 和 (S8b) 可知，有效哈密顿量 H_{eff} 支配着 GSE-波导系统的散射行为。由于其为非厄米哈密顿量， H_{eff} 可对角化为 $H_{\text{eff}} = \sum_n E_n|\Psi_n^R\Psi_n^L|$，其中 $\Psi_n^L|\Psi_{n'}^R = \delta_{nn'}$定义了归一化的双正交基。因此，透射与反射振幅可表示为 GSE 集体模式的函数：

$$T(\omega) = 1 - i\sum_{n=1}^{N}\frac{\mathbf{V}^\dagger|\Psi_n^R\rangle\langle\Psi_n^L|\mathbf{V}}{\omega - \text{Re}(E_n) - i\text{Im}(E_n)}, \tag{S20a}$$

$$R(\omega) = -i\sum_{n=1}^{N}\frac{\mathbf{V}^\top|\Psi_n^R\rangle\langle\Psi_n^L|\mathbf{V}}{\omega - \text{Re}(E_n) - i\text{Im}(E_n)}. \tag{S20b}$$

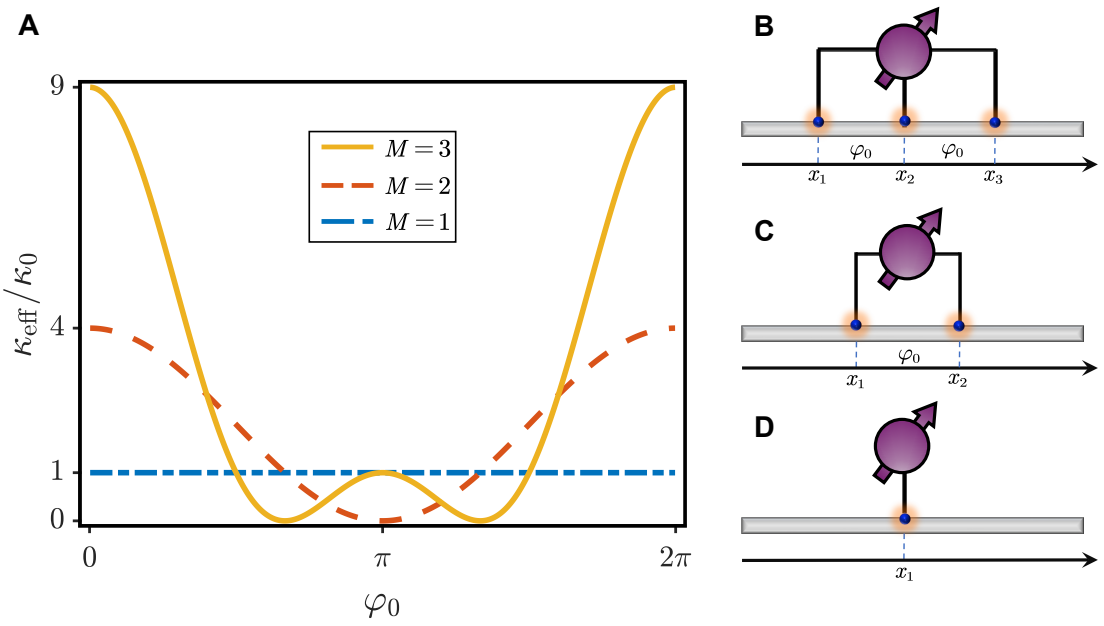


图 S2：**单个 GSE 的有效衰减率**。**(A)** 有效衰减率随耦合点之间相位差的变化。图示分别展示了具有**(B)** 三个、**(C)** 两个和**(D)** 一个耦合点的情况。

这些表达式表明，散射过程可理解为多个洛伦兹模的干涉，每个洛伦兹模都对应于 H_{eff} 的一个集体本征模，其中心频率为 $\mathrm{Re}(E_n)$，线宽为 $\mathrm{Im}(E_n)$。每个模都构成一个独特的散射通道。非厄米哈密顿量的双正交本征态定义为

$$H_{\mathrm{eff}}|\Psi_n^R\rangle = E_n|\Psi_n^R\rangle, \tag{S21a}$$

$$H_{\mathrm{eff}}^{\dagger}|\Psi_n^L\rangle = E_n^*|\Psi_n^L\rangle. \tag{S21b}$$

由于对称性 $H_{\mathrm{eff}} = H_{\mathrm{eff}}^{\top}$，可得 $H^{\dagger}\,\mathrm{eff} = (H_{\mathrm{eff}}^{\top})^* = H_{\mathrm{eff}}^*$，式 (S21b) 变为

$$H_{\mathrm{eff}}^*|\Psi_n^L\rangle = E_n^*|\Psi_n^L\rangle. \tag{S22}$$

通过与公式（S21a）的复共轭进行比较，我们得到

$$|\Psi_n^L\rangle = (|\Psi_n^R\rangle)^*, \quad \langle\Psi_n^L| = (\langle\Psi_n^R|)^*. \tag{S23}$$

在公式（S20a）和（S20b）中，分子定义为耦合效率项，用于量化入射光子模对 H_{eff} 的集体本征模的激发效率，即输入场与系统各本征模的重叠（*91*）。利用公式（S23），相互作用谱可以仅用右本征态表示

$$\tilde{\eta}_n = \mathbf{V}^\dagger|\Psi_n^R\rangle \cdot \mathbf{V}^\top|\Psi_n^R\rangle, \tag{S24a}$$

$$\eta_n = \mathbf{V}^\top|\Psi_n^R\rangle \cdot \mathbf{V}^\top|\Psi_n^R\rangle. \tag{S24b}$$

为研究散射性质，我们考虑从右侧（端口 2）入射的光子，这对应于反转传播方向（$k \to -k$），从而得到$\mathbf{V} \to \mathbf{V}^*$。端口分辨散射矩阵元定义为

$$T^l \equiv S_{21} = 1 - i\sum_{n=1}^{N} \frac{\mathbf{V}^\dagger|\Psi_n^R\rangle \cdot \mathbf{V}^\top|\Psi_n^R\rangle}{\omega - E_n} \equiv 1 - i\sum_{n=1}^{N} \frac{\tilde{\eta}_n^{(l)}}{\omega - E_n}, \tag{S25a}$$

$$T^r \equiv S_{12} = 1 - i\sum_{n=1}^{N} \frac{\mathbf{V}^\top|\Psi_n^R\rangle \cdot \mathbf{V}^\dagger|\Psi_n^R\rangle}{\omega - E_n} \equiv 1 - i\sum_{n=1}^{N} \frac{\tilde{\eta}_n^{(r)}}{\omega - E_n}, \tag{S25b}$$

$$R^l \equiv S_{11} = -i\sum_{n=1}^{N} \frac{\mathbf{V}^\top|\Psi_n^R\rangle \cdot \mathbf{V}^\top|\Psi_n^R\rangle}{\omega - E_n} \equiv -i\sum_{n=1}^{N} \frac{\eta_n^{(l)}}{\omega - E_n}, \tag{S25c}$$

$$R^r \equiv S_{22} = -i\sum_{n=1}^{N} \frac{\mathbf{V}^\dagger|\Psi_n^R\rangle \cdot \mathbf{V}^\dagger|\Psi_n^R\rangle}{\omega - E_n} \equiv -i\sum_{n=1}^{N} \frac{\eta_n^{(r)}}{\omega - E_n}. \tag{S25d}$$

上标分别表示从左侧和右侧入射的光子。为避免歧义，我们用大写字母重新定义透射系数和反射系数。从这些表达式可以看出，$\tilde{\eta}_n^{(l)} \neq \tilde{\eta}_n^{(r)}$或$\eta_n^{(l)} \neq \eta_n^{(r)}$是实现非互易透射或对称反射的必要条件。若不存在时间反演对称性破缺，则来自左侧和右侧的耦合振幅满足 $\tilde{\eta}_n^{(l)} = \tilde{\eta}_n^{(r)}$，从而产生互易透射，即 $S_{21} = S_{12}$。然而，对于反射，除了$\mathbf{V}^\dagger = \mathbf{V}^\top$ 或系统具有空间反演对称性的特殊情况外，相互作用项通常满足 $\eta_n^{(l)} \neq \eta_n^{(r)}$。在这些情况下，对称反射得以恢复；而在其他所有情况下，都会出现反射不对称性，且$S_{11} \neq S_{22}$。下文将重点分析反射谱中的不对称性。

S5. 双端口波导磁子系统的无反射哈密顿量

为揭示无反射态合并的条件，需要对无反射哈密顿量 H_{RL}进行解析推导。我们考虑一个 $N\times N$有效哈密顿量 H_{eff}，其耦合向量为$\mathbf{V}=(v_1, v_2, \ldots, v_N)\in\mathbb{C}^{1\times N}$。反射系数为

$$R(\omega) = -i\,\mathbf{V}\,(\,\omega\mathbf{I}_N - H_{\mathrm{eff}}\,)^{-1}\mathbf{V}^{\top}. \tag{S26}$$

显然，上述表达式并未明确指出反射系数为零的条件。为解决这一问题，我们将反射系数转化为行列式比，其中零点完全由无反射哈密顿量H_{RL}的本征值决定。该公式广泛用于其他研究散射中出现的例外点（*17,18,20*），为揭示其物理机制和简并条件提供了一种清晰的方法。

由于式 (S26) 中的表达式不同于单端口系统（*17*）中的表达式，我们无法采用类似的数学方法以简单的方式求得 H_{RL}。在此，我们通过进行正交变换，使向量 $\mathbf{V}$ 与最后一个坐标轴对齐，从而给出在双端口系统中求解 H_{RL} 的方法。具体而言，存在 $\mathbf{S}\in O(N,\mathbb{C})$，使得

$$\mathbf{S}\,\mathbf{V}^{\top} = \sqrt{\mathbf{V}\mathbf{V}^{\top}}\,\mathbf{e}_N, \tag{S27}$$

其中，$\mathbf{e}_N$ 是第 N 个标准基向量。通过定义可得其显式构造：

$$\mathbf{w} = \mathbf{V}^{\top} - \sqrt{\mathbf{V}\mathbf{V}^{\top}}\,\mathbf{e}_N, \tag{S28}$$

并取

$$\mathbf{S} = \mathbf{I}_N - \frac{2\,\mathbf{w}\mathbf{w}^{\top}}{\mathbf{w}^{\top}\mathbf{w}}. \tag{S29}$$

这$\mathbf{S}$ 满足$\mathbf{S}^{\top}\mathbf{S} = \mathbf{I}_N$，并将$\mathbf{V}^{\top}$ 精确旋转至最后一个轴上，符合式 (S27) 的要求。令$\mathbf{M}(\omega) = \omega\mathbf{I}_N - H_{\mathrm{eff}}$ 且$\mathbf{M}'(\omega) = \mathbf{S}\mathbf{M}(\omega)\,\mathbf{S}^{\top}$，式 (S26) 可写为

$$R(\omega) = -i\,(\mathbf{V}\mathbf{V}^{\top})\,[\mathbf{M}'(\omega)^{-1}]_{NN}. \tag{S30}$$

根据伴随矩阵公式,

$$[\mathbf{M}'(\omega)^{-1}]_{NN} = \frac{\det(\mathbf{M}'_{(N-1)\times(N-1)}(\omega))}{\det\mathbf{M}(\omega)}. \tag{S31}$$

因此，反射系数简化为

$$R(\omega) = -i\,(\mathbf{V}\mathbf{V}^{\top})\,\frac{\det(\mathbf{M}'_{(N-1)\times(N-1)}(\omega))}{\det(\,\omega\mathbf{I}_N - \mathbf{H}_{\text{eff}}\,)}. \tag{S32}$$

若$\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{N\times(N-1)}$是一个满足$\mathbf{V}\mathbf{Q} = 0$的正交归一基，则

$$\mathbf{M}'_{(N-1)\times(N-1)}(\omega) = \mathbf{Q}^{\top}\mathbf{M}(\omega)\mathbf{Q} = \omega\mathbf{I}_{N-1} - \mathbf{Q}^{\top}\mathbf{H}_{\text{eff}}\mathbf{Q}. \tag{S33}$$

这里，$\mathbf{Q}$可明确选为$\mathbf{S}^{\top}$的前$N-1$列，其中$\mathbf{S}$是式（S27）中定义的复正交矩阵。这启发我们将无反射哈密顿量定义为

$$\mathbf{H}_{\text{RL}} = \mathbf{Q}^{\top}\mathbf{H}_{\text{eff}}\mathbf{Q}. \tag{S34}$$

因此，反射系数可表示为

$$R(\omega) = -i\,(\mathbf{V}\mathbf{V}^{\top})\,\frac{\det(\omega\mathbf{I}_{N-1} - \mathbf{H}_{\text{RL}})}{\det(\omega\mathbf{I}_N - \mathbf{H}_{\text{eff}})}. \tag{S35}$$

因此，无反射态可由$\mathbf{H}_{\text{RL}}$的本征值精确确定。需要注意的是，该紧凑表达式仅在$\mathbf{V}\mathbf{V}^{\top} \neq 0$时才成立。因此，$\mathbf{V}\mathbf{V}^{\top} = 0$并不意味着*not* $R(\omega) \equiv 0$。若$\mathbf{V}\mathbf{V}^{\top} = 0$，式（S35）将未定义，但式（S26）中的原始定义仍然有效，且通常会得到非零值。

S6. 反布拉格磁振子阵列的有效哈密顿量与无反射哈密顿量

为给出系统的 RL 哈密顿量，我们首先推导相应的有效哈密顿量。根据第 S2 节中的公式，描述与波导耦合的三个磁振子模式的有效哈密顿量可写为

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \omega_{\text{m}} - i(\kappa_1+\beta) & -i\sqrt{\kappa_1\kappa_2}\,e^{i\frac{2\pi d_{12}}{\lambda_{\text{m}}}} & -i\sqrt{\kappa_1\kappa_3}\,e^{i\frac{2\pi d_{13}}{\lambda_{\text{m}}}} \\ -i\sqrt{\kappa_1\kappa_2}\,e^{i\frac{2\pi d_{12}}{\lambda_{\text{m}}}} & \omega_{\text{m}} - i(\kappa_2+\beta) & -i\sqrt{\kappa_2\kappa_3}\,e^{i\frac{2\pi d_{23}}{\lambda_{\text{m}}}} \\ -i\sqrt{\kappa_1\kappa_3}\,e^{i\frac{2\pi d_{13}}{\lambda_{\text{m}}}} & -i\sqrt{\kappa_2\kappa_3}\,e^{i\frac{2\pi d_{23}}{\lambda_{\text{m}}}} & \omega_{\text{m}} - i(\kappa_3+\beta) \end{pmatrix}. \tag{S36}$$

这里我们考虑所有磁振子模式均在相同频率ω_{m}处共振，并具有相同的本征阻尼率β。第i个与第j个磁振子模式之间的空间间距记为$d_{ij} = |x_i - x_j|$，κ_i（$i = 1, 2, 3$）表示每个磁振子模式的辐射衰减率，而λ_{m}是磁振子共振频率处传播光子模的波长。在

接下来，我们假设磁振子模式等间距排列，即 $d_{ij} = d|i-j|$，其中 d为相邻磁振子模之间的距离。相位项 $e^{i2\pi d|i-j|/\lambda_m}$直接影响磁振子模式之间的耦合以及系统的反射光谱。作为两种特定的空间构型，布拉格阵列与反布拉格阵列产生完全不同的反射行为。布拉格（反布拉格）条件由自旋系综之间的空间间距 d 定义为

$$d = n\lambda_m/4, \tag{S37}$$

其中， n 为偶数（奇数）。将式（S37）代入式（S9），耦合向量 $\mathbf{V}$ 可表示为

$$\mathbf{V} = (\sqrt{\kappa_1}, \sqrt{\kappa_2}e^{i\frac{\pi n}{2}}, \sqrt{\kappa_3}e^{i\pi n}, \cdots, \sqrt{\kappa_N}e^{i\frac{\pi n(N-1)}{2}}). \tag{S38}$$

当磁振子阵列满足布拉格条件（n 为偶数）时，关系式

$$\mathbf{V}_{\text{Bragg}}^{\top} = \mathbf{V}_{\text{Bragg}}^{\dagger} \tag{S39}$$

成立，这意味着左入射和右入射的耦合向量相同。因此，在布拉格条件下，反射光谱始终呈对称分布。这是因为在该系统中只能探测到超辐射态（*31*）。在我们的实验中，这一特性使我们能够直接确定自旋系综之间的相对相位。例如，正文图3D和图3F所示的对称反射光谱证实了第一和第三个自旋系综之间存在 π 相位差。

相比之下，在反布拉格条件下（ n为奇数），关系式 $\mathbf{V}^{\top} = \mathbf{V}^{\dagger}$ 不再成立，因此会产生非对称反射。在我们的实验中，正文图3E和图3G所示的非对称光谱证实了第一和第二个自旋系综之间存在 $\pi/2$ 的相位差。这是该系统能够支持单向RL态的关键机制。在反布拉格配置下，式（S36）可简化为

$$H_{\text{eff}}^{\text{anti-Bragg}} = \begin{pmatrix} \omega_{\text{m}} - i(\kappa_1+\beta) & \sqrt{\kappa_1\kappa_2} & i\sqrt{\kappa_1\kappa_3} \\ \sqrt{\kappa_1\kappa_2} & \omega_{\text{m}} - i(\kappa_2+\beta) & \sqrt{\kappa_2\kappa_3} \\ i\sqrt{\kappa_1\kappa_3} & \sqrt{\kappa_2\kappa_3} & \omega_{\text{m}} - i(\kappa_3+\beta) \end{pmatrix}, \tag{S40}$$

其中，最近邻磁振子模式之间存在相干耦合，而次近邻之间则存在耗散耦合。利用补充材料第 S5 节中引入的数学公式，

我们可以得到反布拉格条件下的 RL 哈密顿量。对于从右侧入射的输入,

$$\mathbf{V}^{(r)} = (\sqrt{\kappa_1},\ i\sqrt{\kappa_2},\ -\sqrt{\kappa_3}), \qquad \mathbf{V}^{(r)}\big(\mathbf{V}^{(r)}\big)^{\top} = \kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3, \tag{S41}$$

对于左侧入射,

$$\mathbf{V}^{(l)} = (\sqrt{\kappa_1},\ -i\sqrt{\kappa_2},\ -\sqrt{\kappa_3}) = \big(\mathbf{V}^{(r)}\big)^{*}, \qquad \mathbf{V}^{(l)}\big(\mathbf{V}^{(l)}\big)^{\top} = \kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3. \tag{S42}$$

根据式（S28）–（S29），我们针对每个入射方向定义

$$\mathbf{w}^{(r)} = \begin{pmatrix} \sqrt{\kappa_1} \\ i\sqrt{\kappa_2} \\ -\sqrt{\kappa_3} - \sqrt{\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{w}^{(l)} = \begin{pmatrix} \sqrt{\kappa_1} \\ -i\sqrt{\kappa_2} \\ -\sqrt{\kappa_3} - \sqrt{\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3} \end{pmatrix}, \tag{S43}$$

并构造

$$\mathbf{S}^{r(l)} = \mathbf{I}_3 - \frac{\mathbf{w}^{r(l)}\big(\mathbf{w}^{r(l)}\big)^{\top}}{\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3 + \sqrt{\kappa_3}\sqrt{\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3}}. \tag{S44}$$

这满足 $\big(\mathbf{S}^{r(l)}\big)^{\top}\mathbf{S}^{r(l)} = \mathbf{I}_3$ 以及 $\mathbf{S}^{r}{}_{(l)}\big(\mathbf{V}^{r}{}_{(l)}\big)^{\top} = \sqrt{\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3}\,\mathbf{e}_3$。取 $\big(\mathbf{S}^{r}{}_{(l)}\big)^{\top}$的前两列作为$\mathbf{Q}^{r(l)}$, 即可得到约化的 RL 哈密顿量:

$$H_{\mathrm{RL}}^{r(l)} = \big(\mathbf{Q}^{r(l)}\big)^{\top} H_{\mathrm{eff}}\, \mathbf{Q}^{r(l)} = \Big[\omega_m - i\big(\beta \pm \tfrac{\Gamma_{R1}+\Gamma_{R2}}{2}\big)\Big]\mathbf{I} + \begin{pmatrix} \pm i\frac{\Gamma_{R1}-\Gamma_{R2}}{2} & J_R \\ J_R & \mp i\frac{\Gamma_{R1}-\Gamma_{R2}}{2} \end{pmatrix}. \tag{S45}$$

矩阵元为

$$\Gamma_{R1} = \frac{2\,\kappa_1\kappa_2\big[(\kappa_2 - 2\kappa_3) - 2\sqrt{\kappa_3(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3)}\big]}{\big(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3 + \sqrt{\kappa_3(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3)}\big)^2}, \tag{S46}$$

$$\Gamma_{R2} = -\frac{2\,\kappa_2\big[\kappa_1(\kappa_1 - \kappa_3) + \kappa_3(\kappa_2 - 2\kappa_3) - 2\kappa_3\sqrt{\kappa_3(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3)}\big]}{\big(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3 + \sqrt{\kappa_3(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3)}\big)^2}, \tag{S47}$$

$$J_R = -\frac{2\sqrt{\kappa_1\kappa_2}\,\big[(\kappa_1 + \kappa_3)(\kappa_2 - 2\kappa_3) - (\kappa_1 + 2\kappa_3)\sqrt{\kappa_3(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3)}\big]}{\big(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3 + \sqrt{\kappa_3(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3)}\big)^2}. \tag{S48}$$

方程（S45）的第一项表示全局频移和均匀损耗。第二项是无迹的，其对角元素具有增益与损耗平衡，非对角元素具有对称耦合 J_R，构成了典型的宇称-时间（PT）对称结构。这

种形式明确给出了哈密顿量 $H^{r(l)}$ RL，并揭示了异常点（EPs）出现的内在机制。 $H^{r(l)}$ RL 的本征频率为

$$\omega_{\pm}^{r} = \omega_m - i\left(\beta + \frac{\Gamma_{R1}+\Gamma_{R2}}{2}\right) \pm \sqrt{J_R^2 - \left(\frac{\Gamma_{R1}-\Gamma_{R2}}{2}\right)^2} \tag{S49}$$

and

$$\omega_{\pm}^{l} = \omega_m - i\left(\beta - \frac{\Gamma_{R1}+\Gamma_{R2}}{2}\right) \pm \sqrt{J_R^2 - \left(\frac{\Gamma_{R1}-\Gamma_{R2}}{2}\right)^2}. \tag{S50}$$

显然，两个方向的本征值具有相同的简并条件

$$J_R = \frac{1}{2}|\Gamma_{R1} - \Gamma_{R2}|. \tag{S51}$$

将 Γ_{R1}、 Γ_{R2} 和 J_R 的显式形式代入方程 (S49) 和 (S50)，可得 RL本征频率和反射系数对 κ_1、 κ_2 和 κ_3 的解析依赖关系。结果表达式为

$$R^{r(l)} = -i(\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3)\frac{(\omega - \omega_{+}^{r,l})(\omega - \omega_{-}^{r,l})}{\det(\omega\mathbf{I} - H_{\text{eff}}^{\text{anti-Bragg}})}, \tag{S52}$$

其中

$$\omega_{\pm}^{r} = \omega_m - i\beta + \frac{i\kappa_2\,(\kappa_1 - \kappa_3) \pm \sqrt{\kappa_2(4\kappa_1 - \kappa_2)(\kappa_1 + \kappa_3)\left(\kappa_3 - \frac{\kappa_1\kappa_2}{4\kappa_1 - \kappa_2}\right)}}{\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3}, \tag{S53a}$$

$$\omega_{\pm}^{l} = \omega_m - i\beta + \frac{-i\kappa_2\,(\kappa_1 - \kappa_3) \pm \sqrt{\kappa_2(4\kappa_1 - \kappa_2)(\kappa_1 + \kappa_3)\left(\kappa_3 - \frac{\kappa_1\kappa_2}{4\kappa_1 - \kappa_2}\right)}}{\kappa_1 - \kappa_2 + \kappa_3}. \tag{S53b}$$

当 $\kappa_1 > \kappa_2 > \kappa_3$ 时，方程 (S53a) 和 (S53b) 表明两个方向的简并条件为

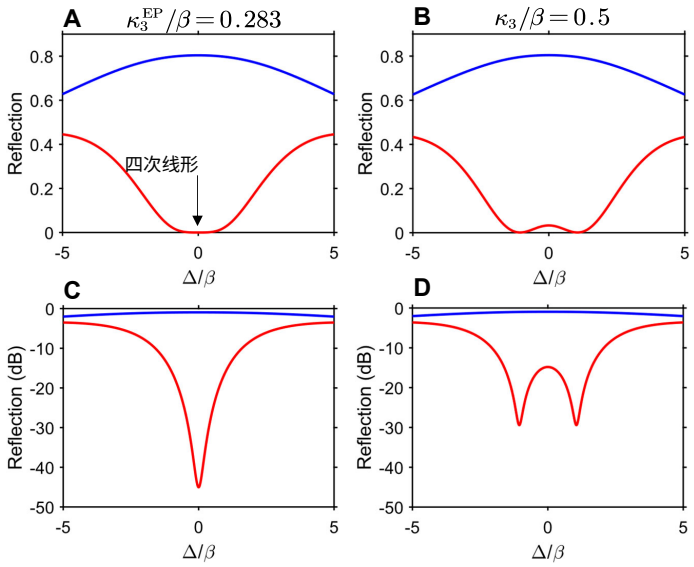
$$\kappa_3 = \frac{\kappa_1\kappa_2}{4\kappa_1 - \kappa_2}. \tag{S54}$$

当 $\kappa_1 \neq \kappa_3$ 时，两个方向的本征值变得不同，从而产生非对称反射光谱。由于实验探测频率 ω 是纯实数，因此在光谱测量中只能观察到本征值为实数（$\text{Im}(\omega_{\pm}^{r(l)}) = 0$）的无反射态。然而，当 $\kappa_1 \neq \kappa_3$ 时，由于 $\text{Im}(\omega_{\pm}^{r}) \neq \text{Im}(\omega_{\pm}^{l})$，两个方向的无反射态无法同时观察到。在我们的实验中， κ_1 远大于 κ_3，这是我们能够观察到单向 RL 态的根本原因。因此，单向 RL 例外点的出现对应于一个方向上的纯实且简并的 RL 本征值。将这两个条件代入

两个方向的 RL 哈密顿量后，我们发现 H_{RL}^{r} 满足 PT 对称性，而 H_{RL}^{l} 则不满足。这一区别是能够在我们的系统中构建单向 RL 例外点的内在机制。上述数学推导得出的解与正文中令反射系数的分子为零所得的解相同，但它阐明了这一单向二阶例外点的起源。

S7. 反射在光谱线性尺度与分贝（dB）尺度下的区别

在补充图S3中，我们展示了当 κ_3 变化而κ_1 和 κ_2 保持不变时反射谱的演变。线性尺度表示见补充图S3A和S3AB，其对应的分贝尺度图见图S3C和S3D。在单向RL例外点处，临界值推导为 $\kappa_3 = \frac{\kappa_1\kappa_2}{4\kappa_1-\kappa_2}$。



图S3：**单向RL例外点处及其附近的反射光谱**。（**A**）和（**C**）分别展示了无反射例外点条件（κ_3/β = 0。283）下线性尺度和分贝尺度的反射光谱。（**B**）和（**D**）分别展示了 κ_3/β = 0。5时线性尺度和分贝尺度下的光谱。这些结果是在 κ_1/β = 9和 κ_2/β = 1。1时获得的。

在 RL例外点处，补充图S3A 清晰显示了特征四次线形（*19,21*）。补充图S3C 中 dB 刻度下对应的尖锐凹陷进一步证实了无反射态的简并。然而，偏离异常点条件会消除

补充图S3B 中的四次依赖关系，从而显著缩小其单向带宽。

S8. 磁振子镜腔磁振子系统

鉴于第一和第三自旋系综相距 $\lambda_m/2$，有效非厄米哈密顿量 $H^{\text{anti-Bragg}}$ eff可以从单激发基{$\sigma_i^\dagger|g_1g_2g_3\rangle$}变换到新的正交归一基{$|B\rangle$, $|D\rangle$, $\sigma_2^\dagger|g_1g_2g_3\rangle$}，其中亮态和暗态定义为

$$|B\rangle = \frac{\sqrt{\kappa_3}|egg\rangle - \sqrt{\kappa_1}|gge\rangle}{\sqrt{\kappa_1+\kappa_3}}, \tag{S55a}$$

$$|D\rangle = \frac{\sqrt{\kappa_3}|egg\rangle + \sqrt{\kappa_1}|gge\rangle}{\sqrt{\kappa_1+\kappa_3}}. \tag{S55b}$$

酉变换矩阵按如下方式施加

$$U = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{\kappa_3}}{\sqrt{\kappa_1+\kappa_3}} & 0 & \frac{\sqrt{\kappa_1}}{\sqrt{\kappa_1+\kappa_3}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{\kappa_1}}{\sqrt{\kappa_1+\kappa_3}} & 0 & \frac{-\sqrt{\kappa_3}}{\sqrt{\kappa_1+\kappa_3}} \end{pmatrix}, \tag{S56}$$

从而将有效哈密顿量变换为

$$H_c = U^\dagger H_{\text{eff}}^{\text{anti-Bragg}} U = \begin{pmatrix} -i\Gamma_D & J_D & 0 \\ J_D & -i\gamma & J_B \\ 0 & J_B & -i\Gamma_B \end{pmatrix}. \tag{S57}$$

在这种表述中，该系统类似于腔磁振子系统，其中第二磁振子模与由亮态和暗态定义的两个腔模式耦合，而第一和第三自旋系综相隔 $\lambda_m/2$，充当一对磁振子镜。这里， $J_{B(D)}$是第二磁振子模与亮态（暗态）之间的相干耦合强度，衰减率 $\Gamma_{B(D)}$ 对应其损耗。第二自旋系综的外部衰减记为 $\gamma = \beta + \kappa_2$。这些参数表示为

$$J_D = \frac{2\sqrt{\kappa_1\kappa_2\kappa_3}}{\sqrt{\kappa_1+\kappa_3}}, \qquad J_B = \frac{\sqrt{\kappa_2}(\kappa_1-\kappa_3)}{\sqrt{\kappa_1+\kappa_3}},$$

$$\Gamma_D = \beta, \qquad \Gamma_B = \beta + \kappa_1 + \kappa_3.$$

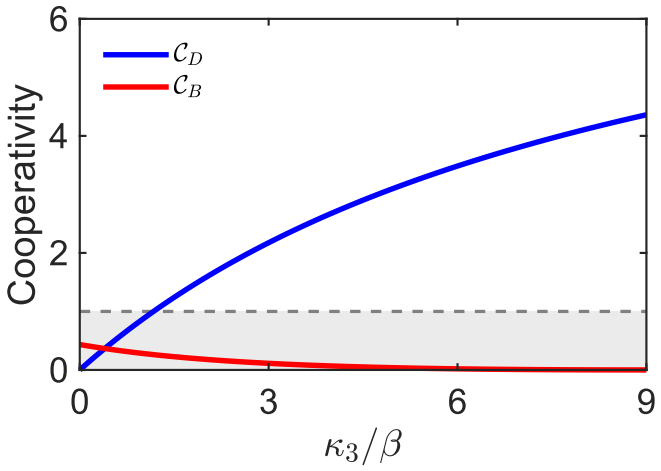


图 S4：**腔磁振子系统的协作因子**。参数：$\kappa_1/\beta = 9。1$，$\kappa_2/\beta = 0。93$。灰色区域表示 $C < 1$。

S9. 亮态对反射光谱的影响

在对称情形下，当 $\kappa_1 = \kappa_3$时，耦合强度 $J_B = 0$，这意味着中间磁振子模仅与暗态耦合（*54*）。在本研究中，我们关注满足$\kappa_1 \gg \kappa_3$的非对称情形。为量化有效耦合区域，我们引入暗态和亮态耦合的协作参数（*31*）

$$C_D = \frac{J_D^2}{\gamma\Gamma_D} = \frac{2\kappa_1\kappa_2\kappa_3}{\beta(\beta+\kappa_2)(\kappa_1+\kappa_3)}, \tag{S58a}$$

$$C_B = \frac{J_B^2}{\gamma\Gamma_B} = \frac{\kappa_2(\kappa_1-\kappa_3)^2}{(\beta+\kappa_2)(\beta+\kappa_1+\kappa_3)(\kappa_1+\kappa_3)}. \tag{S58b}$$

可以证明，对于 κ_1、 κ_2、 κ_3和 β的所有非负值，均有$C_B \leq 1$。由于 J_B 自然小于 J_D，且 Γ_B 远大于 Γ_D，因此在 κ_3 的取值范围内，C_B 几乎总是小于C_D（图S4）。因此，暗态与中间磁振子模表现出显著的相干行为，而亮态更像一个耗散储库，而非支持相干耦合。更重要的是，C_D 可被调谐至显著超过1，从而实现中间磁振子模与暗态之间的强耦合，如图S4所示。为进一步评估不对称性对我们分析的影响，我们在补充图 S5中绘制了两个传播方向的反射系数，以及对比度 $C = |(|R^r|^2 - |R^l|^2)|^2/|(R^r|^2 + |R^l|^2)|$随耦合强度 κ_3 和失谐 Δ 的变化。我们观察到，亮态

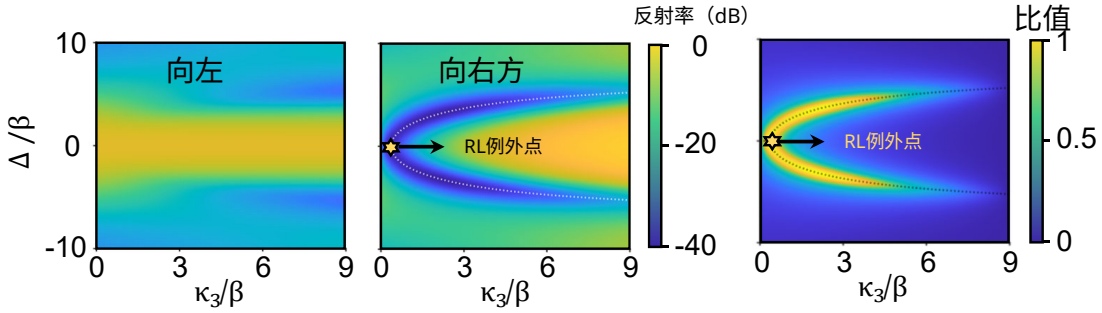


图 S5：**非对称反射光谱的映射**。左向反射、右向反射及其对比度随 κ_3 的变化。虚线表示磁振子镜阵列系统对应的 RL本征频率。参数： $\kappa_1/\beta = 9, \kappa_2/\beta = 0$。93。

在两条反射光谱中均持续表现为一个位于中心、宽且高反射率的平台，且对 κ_1 与 κ_3之间的不对称性不敏感。这源于其较宽的线宽以及与探测通道的强耦合。因此，在右侧入射时观察到的明显无反射凹陷，恰恰标志着由暗态与第二磁振子模构成的等效磁振子镜腔系统的耦合区域转变。上述结果表明，在反射光谱测量中可以合理地忽略亮态。这些单向RL态提供了一个独特的机会，可通过单一方向的波导传输直接观测磁振子镜阵列（MMA）极化激元行为。如补充图 S5在 $\kappa_1/\beta = \kappa_3/\beta \approx 9$时所展示的那样，这种方向性会一直保持，直到系统恢复反演对称性。

S10. 无反射态本征值的拟合

尽管光谱中观察到了四次凹陷，对RL例外点的决定性验证仍依赖于RL 态本征值的简并。这些本征值是通过对在全部三个磁振子模式均被调至共振的条件下测得的反射光谱进行拟合而提取的。为更清晰地说明拟合过程，我们额外给出两条代表性反射光谱，它们不同于正文图4G和图4I所示的光谱，分别对应于RL例外点之前以及远超该点的区域（图S6A和图S6B）。在前一种情形（$\kappa_3/\beta = 0.173$，图S6A）中， $\omega^{l}_{,\pm}$ RL的实部发生合并，而虚部仍保持分离。因此， S_{11} 光谱呈现出单个近零反射的洛伦兹凹陷，而非在RL例外点处出现的特征性四次无反射凹陷。在后一种

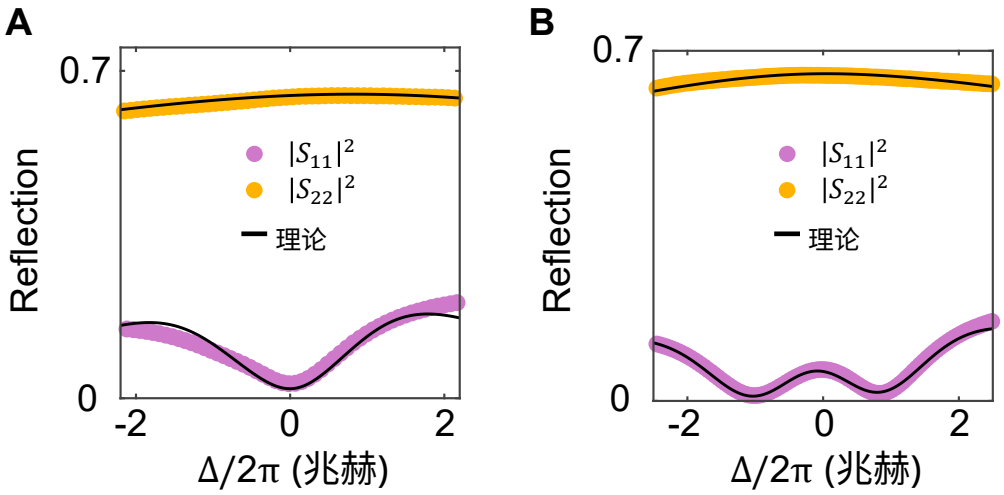


图 S6：RL 态本征值的拟合。（**A** 和 **B**）在 $\kappa_3/\beta = 0。173$（A）和 $\kappa_3/\beta = 0。73$（B）处，分别从两个波导端口（端口 1 和端口 2）测得的代表性反射光谱。圆点表示实验数据，实线表示相应的理论拟合。

情形（$\kappa_3/\beta = 0.73$，图S6B）中，实部分裂得比图4I中更为显著，而虚部则发生合并。因此，S_{11} 光谱显示出两个充分分离但完全相同的洛伦兹反射谷。由于在 κ_3的整个变化过程中，S_{22} 始终保持为一个宽反射峰，相应的RL 态本征值 $\omega^r_{,\pm}$ RL无法捕捉该光谱的共振特性（*16*）。这一行为与我们在补充材料第 S9 节中的理论分析完全一致，该分析预言无反射态和RL例外点在该系统中单向出现。因此，数值拟合进一步证实了单向RL例外点的出现。

S11. 器件照片

补充图S7展示了一张器件照片，清晰显示了我们实验中使用的磁振子镜子阵列。

S12. 相位依赖的反射不对称性

为研究相位对反射不对称性的影响，我们考虑两个磁振子模式与波导的协同耦合。如补充图 S8A所示，

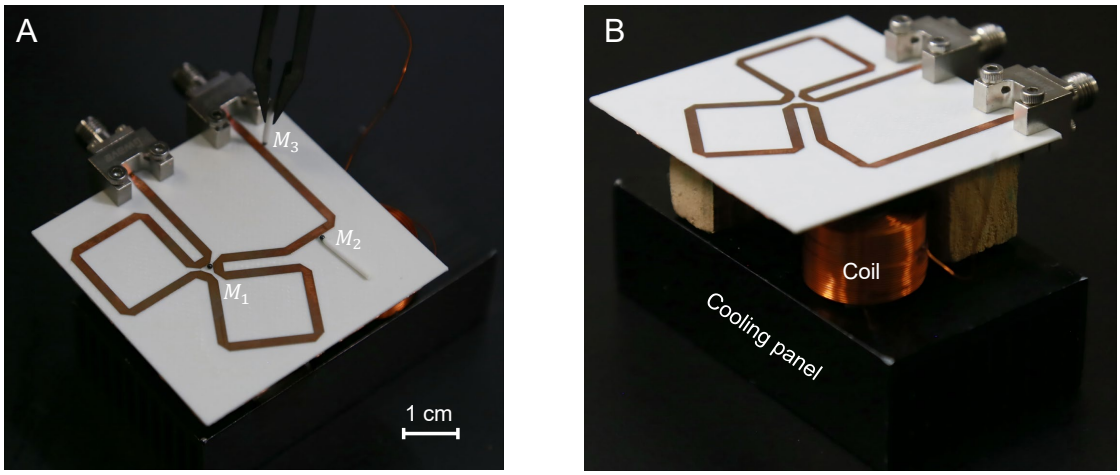


图 S7：**器件照片**。（**A**）实验装置的俯视照片，芯片总面积为 540 mm × 520 mm。（**B**）实验装置的侧视照片。线圈在 M_2 处施加局部磁场，底部安装的面板用于冷却线圈。

两个钇铁石榴石球的相对相位为 $\varphi = kd$，其中 $d = x_2 - x_1$ 为间距。在此构型下，哈密顿量 H_{eff} 和耦合向量 V 具有以下形式

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \omega_m - i(\beta + \kappa_1) & -i\sqrt{\kappa_1\kappa_2}\, e^{i\varphi} \\ -i\sqrt{\kappa_1\kappa_2}\, e^{i\varphi} & \omega_m - i(\beta + \kappa_2) \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \sqrt{\kappa_1} \\ \sqrt{\kappa_2}\, e^{i\varphi} \end{pmatrix}. \tag{S59}$$

将 (S59) 代入 (S8b)，可推导出右向反射系数

$$R^r = \frac{\kappa_2 e^{i2\varphi}\left[\beta - \kappa_1 - i(\omega - \omega_m)\right] + \kappa_1\left[\beta + \kappa_2 - i(\omega - \omega_m)\right]}{\kappa_1\kappa_2 e^{i2\varphi} - \left[\beta + \kappa_1 - i(\omega - \omega_m)\right]\left[\beta + \kappa_2 - i(\omega - \omega_m)\right]}. \tag{S60}$$

交换下标 $1 \leftrightarrow 2$即可得到相应的左向反射系数 R^l。因此，反射的不对称性定义为

$$A = |R^r|^2 - |R^l|^2 = \frac{8\beta\kappa_1\kappa_2\,(\kappa_1 - \kappa_2)\sin^2\varphi}{\left|(\beta - i(\omega - \omega_m) + \kappa_1)\,(\beta - i(\omega - \omega_m) + \kappa_2)\, e^{2i\varphi} - \kappa_1\kappa_2\right|^2}, \tag{S61}$$

这直接揭示了相位如何影响反射不对称性的程度。如补充图 S8B 中的数值结果所示，随着 φ 从 $\pi/2$ 变化到 π，反射光谱由不对称连续演变为对称，证实这一转变是逐渐发生的，而非突变。实验中，通过步进电机改变两个 YIG 球之间的距离来调节相位。通过拟合测得的右向和左向反射光谱之间的不对称性，我们提取出位置-相位关系，如圆点所示

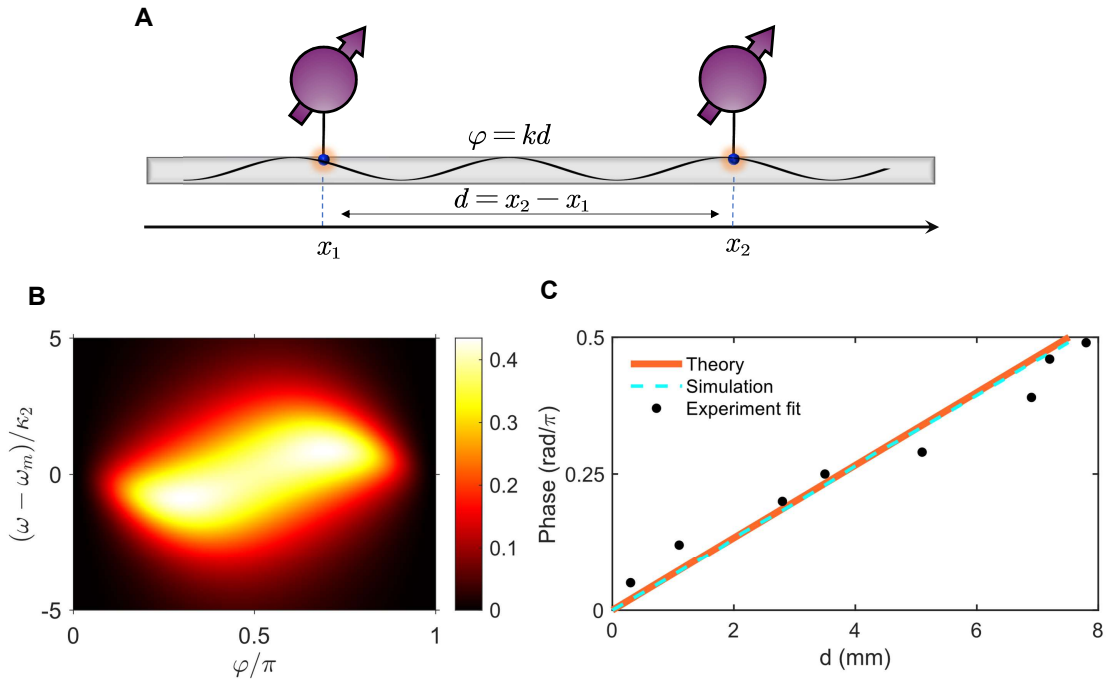


图 S8：波导磁振子系统中的相位依赖反射不对称性。（A）两个 YIG 球与微带线耦合的示意图，二者间距为 d，由此引入相位$\varphi = kd$。**(B)** 计算得到的反射不对称性 $A = |R^r|^2 - |R^l|^2$ 随相位 φ和频率失谐 $(\omega - \omega_m)$ 的变化关系。参数：$\kappa_1/\kappa_2 = 3$, $\beta/\kappa_2 = 1$。**(C)** 实验提取的位置与相位之间的关系。圆点、实线和虚线分别表示实验数据、理论拟合和模拟结果。

见补充图 S8C。由于微带线在工作频率 $\omega/2\pi \approx 5$。8 吉赫兹下的有效波数为常数（$k_{\text{eff}} \approx 209\ \text{m}^{-1}$），位置—相位关系与线性拟合结果高度吻合（补充图 S8C 中的实线）。CST 仿真进一步验证了这一结果（补充图 S8C 中的虚线）。