arXiv:2603.12170v1 [physics.atom-ph] 12 Mar 2026

射频驱动耗散里德伯系统中时间晶体的频率梳行为

Dixith Manchaiah*
美国国家标准与技术研究院，博尔德，CO 80305，美国 科罗拉多大学物理系，博尔德，CO 80309，美国
William J. Watterson
美国国家标准与技术研究院，博尔德，CO 80305，美国 A
Christopher L. Holloway†
美国国家标准与技术研究院，科罗拉多州博尔德 80305，美国 A

摘要

驱动非线性振荡器构成了理解非平衡系统中同步、频率牵引和频率梳形成的普适范式。在此，我们在强相互作用铯里德伯蒸气中实现了这样一种涌现的非线性振荡器，其中相干光激发、耗散和长程相互作用产生了具有本征振荡频率的驱动耗散时间晶体相。施加射频（RF）场可实现对本征振荡频率的可控调谐。在射频外差条件下，我们观测到互调、频率牵引，并在强驱动下于原子相干性中出现梳状光谱。我们采用四能级平均场模型定量刻画了这些观测结果，并展示了驱动范德波尔振荡器的经典类比。我们的结果确立了相互作用里德伯系综作为探索非平衡时间晶体序、非线性同步以及频率梳在多体原子系统中的产生。

1 引言

独特的物态在自然界中普遍存在。传统晶体源于连续空间平移对称性的自发破缺，从而在空间中形成长程有序。相比之下，当时间平移对称性自发破缺时，便可能出现一种截然不同的相。这种状态被称为时间晶体 [1, 2, 3]。人们已在多种平台中观测到此类行为，包括运行在远离平衡状态下的受驱动多体系统，其中集体动力学发挥着关键作用 [4, 5, 6, 7]。在这些系统中，驱动与耗散之间的竞争可能产生稳定振荡行为；这种行为并非由外部驱动所烙印，而是内在地源于系统自身的动力学 [8, 9, 10]。这些自振荡系统表现出稳健的非线性性质，包括多稳态、分岔及相关的动力学现象，并可在非线性动力学的数学框架内加以描述，而

*dixith.manchaiah@nist.gov
†christopher.holloway@nist.gov

分岔理论 [11]。A

这一扩展涉及受到外部周期驱动的自持振荡器系综。在这种情况下，内禀振荡频率与外部驱动频率之间的相互作用可导致频率锁定和相位锁定，从而实现集体同步。在周期驱动的多体系统中，这种同步和频率锁定可表现为离散时间平移对称性破缺。从经典视角来看，这种集体相位锁定可由Kuramoto模型 [12], 描述；该模型阐释了具有分布式固有频率的全局耦合振荡器系综中集体序的涌现 [13]。

里德堡原子系综凭借强相互作用和可调耗散，为探索这类受驱动的多体动力学提供了一个平台 [10]。其多功能性使人们能够探索相互作用量子系统中的非平衡相变和临界行为 [14, 15, 16]。近期对驱动耗散里德堡系统及相关开放量子平台的研究揭示了丰富的非平衡现象，包括非平衡相变 [17], 双稳态 [14], 自组织动力学 [18], 以及遍历性破缺 [19]。在这一框架下，研究表明，集体同步和频率锁定能够产生时间晶体行为，并已报道时间晶体相的分岔 [20] 以及多种时间晶体序共存 [21]。与此同时，电场传感 [22]和用于亚千赫兹探测的斯塔克调制时间晶体 [23] 等实现也已得到展示。

在本研究中，我们考察了铯里德堡蒸气系统在射频（RF）驱动下的驱动耗散时间晶体相，其中强相互作用、耗散和外部调制共同塑造了非平衡动力学。通过向里德堡跃迁施加射频场，我们证明，时间晶体响应的本征振荡频率可通过斯塔克调制连续调节。在射频外差条件下，我们观测到频率牵引，以及系综集体光学响应中频率梳结构的出现，这表明存在多个锁相时间模式。

这些间隔规则的谱分量的出现，反映了相互作用多体系统中的非线性同步和频率锁定。为阐明其内在机制，我们建立了一个描述时间晶体相的理论模型，并在驱动非线性经典振子框架下解读实验观测结果。尽管人们已在多种驱动量子平台中研究了时间晶体行为和同步，但在通过射频外差探测的温热里德堡蒸气系综中，这些现象尚未得到充分探索。特别是，由同步驱动的非线性集体动力学所产生的窄带频率梳结构，此前尚未在这一系统中报道。我们的结果展示了铯蒸气系统中一种可调谐的驱动耗散时间晶体，并揭示了其频率梳行为，为探索里德堡介质中的非平衡多体动力学和低频射频传感开辟了新途径。

2 方法

我们采用双光子光学激发方案，将铯原子驱动至里德伯态，如图1a所示。实验装置如图1b所示。波长为850 nm的探测激光和波长为510 nm的耦合激光来自外腔二极管激光器（ECDLs）。耦合激光由工作在1020 nm的基频ECDL经腔内二次谐波产生而获得。探测激光的频率锁定在铯D2跃迁的饱和吸收谱上，针对$\left|6S_{1/2}, F=4\right\rangle \rightarrow \left|6P_{3/2}, F'=4,5\right\rangle$ 超精细跃迁。510 nm的耦合激光用于驱动 $\left|6P_{3/2}\right\rangle \rightarrow \left|50D_{5/2}\right\rangle$ 里德堡跃迁。一个长7 cm的铯蒸气池放置在探测光束与耦合光束的交汇处。两束光对向传播，以减小多普勒展宽。探测光束聚焦至 $1/e^2$ 束腰150 μm，并在整个实验过程中保持150 MHz的固定拉比频率。耦合光束的 $1/e^2$ 束腰为200 μm，其功率被改变以探

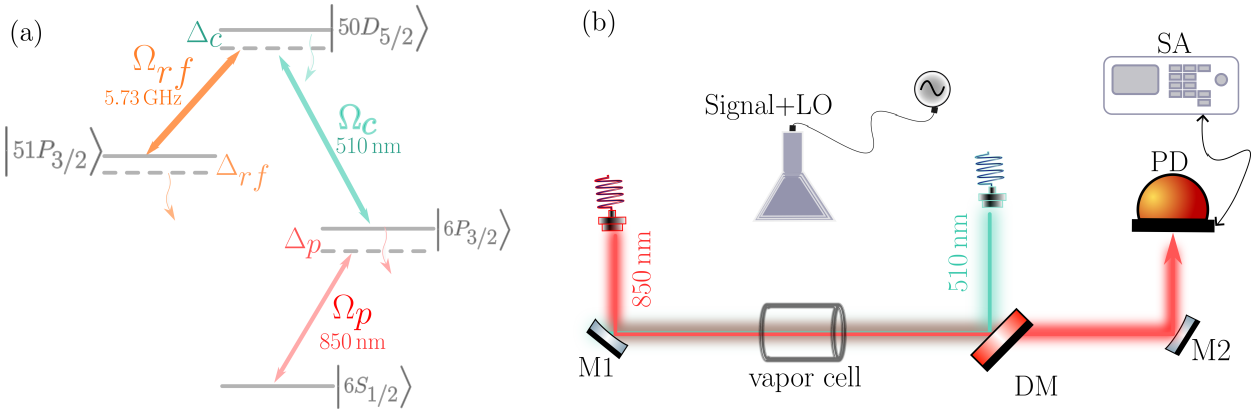

图1：（a）由光场和射频场驱动的四能级铯系统能级图。（b）铯原子双光子激发的实验装置。探测激光以红色表示，耦合激光以青绿色表示，二者相向传播。射频信号和本振场通过喇叭天线施加。M1、M2：反射镜；DM：二向色镜；PD：光电探测器；SA：频谱分析仪；信号+本地振荡器：组合射频信号和本振场。

索不同的激发区间。需确保探测光束与耦合光束在蒸气池内的相互作用区域中充分重叠。与原子相互作用后，探测光束穿过二向色镜，并由光电探测器（PD）收集。在光电探测器上监测探针透射的同时，将耦合激光在里德堡跃迁上扫描。在双光子共振条件下，可观测到对应于 $|50D_{5/2}\rangle$ 态的电磁诱导透明（EIT）峰，以及与 $|50D_{3/2}\rangle$ 态相关的附加峰。这些峰用于校准频率轴。蒸气池温度维持在 50 ℃。射频场施加到蒸气池的方式为：由信号发生器产生一个或两个单音，将单音送入功率合成器，并由放置在距蒸气池30 cm处的喇叭天线发射该信号。

3 结果

3.1 耦合场激发下的非线性响应

图 2a 展示了未施加射频时，不同耦合拉比频率下探针透射光谱随耦合失谐的变化。当耦合拉比频率较低，约为 3.4 MHz（黄色曲线）时，可观察到单个类洛伦兹型透明峰。这一特征可归因于功率展宽的电磁感应透明响应，这是由于探针场相对于耦合场较强所致。随着耦合拉比频率增至 10.1MHz，电磁感应透明特征变宽，并呈现出不对称线型。在此状态下，里德伯态布居增加，里德堡原子之间的相互作用开始影响光学响应，使系统进入非线性电磁感应透明区。当耦合拉比频率为 11.9 MHz 时，系统出现明显的转变，其特征是在 $\Delta_c = -160$MHz 附近透射率突然垂直跃变。这种行为表明双稳态开始形成：里德伯态布居的增加增强了里德堡-里德堡相互作用，并对系统有效失谐产生强反馈

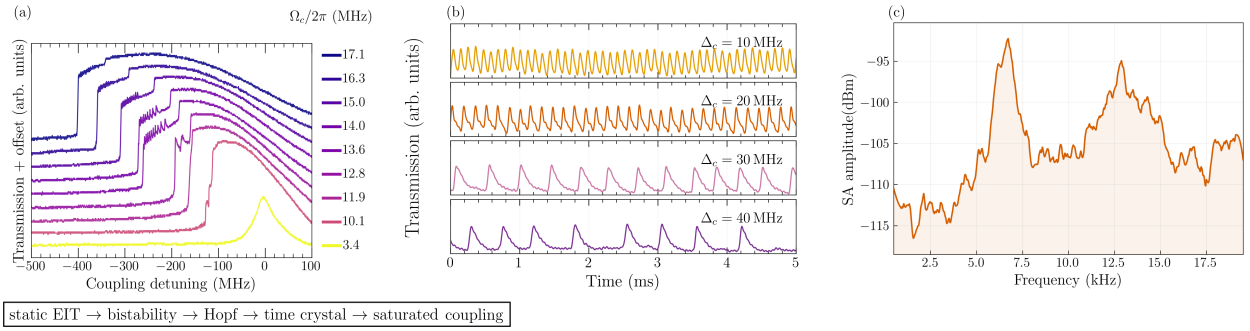

图 2: （a）不同耦合拉比频率下，探针透射随耦合失谐的变化。（b）不同耦合激光失谐下的时域探针透射，显示自持振荡的出现。（c）使用频谱分析仪测得的时域信号对应于图 2b 中所示的 Δ_c= 10 MHz 的频域谱。

。当耦合拉比频率介于 12.8 MHz 和 15.0 MHz 之间时，透射光谱中出现波纹。在此状态下，系统呈现明显的振荡行为，并演变为稳定的自持振荡，对应于随时间变化的动力学态的出现。如图 2a 所示，系统形成宽阔的平台区域，表明里德堡-里德堡相互作用产生了强非线性反馈，并形成了类似耗散时间晶体的相态。进一步增大耦合拉比频率会使平台区域变宽，振荡特征逐渐变得平滑，这与系统进入强耦合、饱和的时间晶体状态相符。观测到的透射光谱反映出相互作用诱导的非线性反馈在系统中的作用日益增强。随着耦合强度增大，里德堡态布居不断增加，导致里德伯能级发生依赖于布居的位移，从而改变有效双光子失谐，并产生不对称线型和双稳态 [17]。在中等耦合状态下，这种反馈会使稳态解失稳，产生自持振荡并形成类似时间晶体的相态。在较高耦合强度下，非线性响应在更宽的失谐范围内占据主导，形成扩展的平台区域和饱和的振荡态。

3.2 失谐依赖的振荡动力学

在耦合拉比频率为 14.0MHz、失谐为 -220MHz 时，采用基于波长计的 PID反馈对耦合激光进行频率锁定，以确保频率稳定性。图 2b 展示了在固定耦合失谐下测得的时域探针透射。相对于频率锁定区域失谐 $\Delta_c = 10$MHz 时，可观察到幅度较小、近似正弦且幅度恒定的振荡，这表明系统在接近失稳阈值时开始出现自持振荡。将失谐增至 $\Delta_c = 20$MHz 后，振荡呈现更尖锐的峰值和不对称波形，表明与里德堡能级相互作用诱导的频移相关的非线性反馈影响增强。在 $\Delta_c = 30$MHz 时，振荡变得高度非简谐，并呈现弛豫型动力学，其特征是透射较低的时间段较长，期间夹杂着突发的大幅度尖峰。失谐进一步增大至 $\Delta_c = 40$MHz 时，动力学表现为稀疏的高幅度脉冲，其间隔着较长的静息期。

随着失谐增大，振荡波形的系统性演变反映了系统中光激发、耗散与相互作用诱导反馈之间平衡关系的变化。在较小失谐下，稳态仅表现出微弱的

不稳定性，因此产生近似谐波的振荡。随着失谐增大，里德堡能级的相互作用诱导位移不断增强非线性反馈，导致波形不对称性，并出现弛豫型振荡。在较大失谐下，逐渐形成明显的时间尺度分离：粒子数缓慢积累后，系统随即快速切换 [10]。这些观察共同表明，系统演化进入稳健的极限环状态，这与透射光谱中平台和波纹特征所体现的稳定自持振荡行为一致。

此时，耦合激光的频率锁定在失谐为 $\Delta_c = 10$ MHz 的位置，对应于稳定的振荡状态；光电二极管检测到的探测光透射信号则由频谱分析仪在频域中进行分析。图（2c）显示了所得频谱，其中在约 6.5kHz 处有一个主峰，另有一个以 13 kHz 左右为中心、较宽的次峰。观测到的振荡取决于相互作用强度、数密度和拉比频率等系统参数 [22]。主峰对应于时域测量中观测到的自持振荡的基频，而较宽的次峰则源于振荡的非正弦特性；由于非线性，这种特性会在频域中产生高次谐波。所示频谱是对五次重复测量取平均后得到的，以提高信噪比。

3.3 射频驱动的自持振荡频率调谐

通过连接喇叭天线的信号发生器施加 5.73GHz 的外部射频场，以驱动 $\left|50D_{5/2}\right\rangle \rightarrow \left|51P_{3/2}\right\rangle$ 跃迁。由于我们关注的是稳定自持振荡状态的动力学，因此将射频频率调谐偏移 280 MHz。在这一斯塔克位移状态下，施加射频场并改变其功率，所得的频域探针透射光谱以二维图的形式显示在图 3a 中。在低射频功率下，可观察到一个清晰的主振荡峰，位于约 6.5 kHz，对应于系统的内禀自持振荡。在这一状态下，该峰及其谐波基本不受所施加射频功率的影响。随着射频功率增加，内禀振荡频率逐渐向低频移动。在所探测的射频功率范围内，这种移动是连续的，反映出射频诱导的斯塔克位移对能级的影响日益增强。除了频率移动外，随着射频功率增加，更高频率处还出现了新的谱特征，表明所施加的场改变了振荡动力学。这些特征对应于高次谐波或混频分量，它们源自原子系统的非线性响应。此外，主振荡峰随着射频功率增加而变窄，这一点可从明亮的频带中看出。在最高射频功率下，狭窄且结构更复杂的谱特征变得清晰可见，表明受驱动振荡系统具有频率响应。

引入射频场会使内禀自持振荡与射频诱导的斯塔克位移及里德伯态缀饰相互作用。随着射频功率增加，总位移会改变里德伯跃迁的有效失谐，使内禀振荡频率逐渐向较低值调谐。在较高射频功率下出现多个振荡频率，表明内禀振荡与射频诱导调制之间开始发生非线性混频 [21]。这些特征在较高射频功率下变得更加显著、清晰。因此，通过改变系统的有效失谐，施加射频场能够实现对振荡频率的可控调谐。

3.4 射频外差控制自持振荡

高射频功率下出现多个频率分量，这促使我们通过引入额外的本地振荡器（LO）和信号（SIG）射频场来进一步探索该系统。我们首先研究了在本地振荡器功率固定为

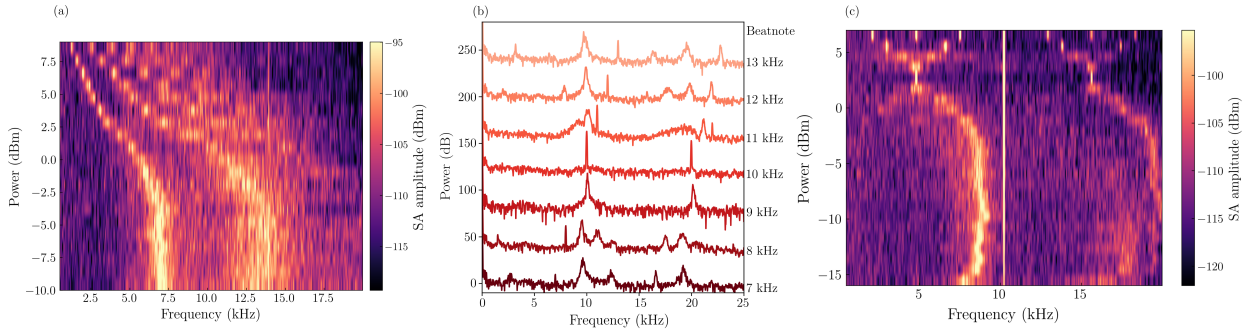

图 3：(a) 射频功率随频率变化的二维色彩图，展示了随着射频驱动强度增加，振荡频率的演变。(b) 稳定振荡相位的互调产物及其与射频外差拍频混合时发生的注入锁定。稳定振荡相位的主要分量接近 10 kHz，并在 20 kHz 处有一个谐波。图例标出了主要拍频，混合产物则出现在拍频与稳定振荡频率的和频及差频处。为便于观察，各条曲线在垂直方向上错开显示，且每条曲线的噪声底均约为 -120 dBm。(c) 在外差条件下测得的二维色彩图，展示了信号幅度随频率和射频功率的变化。本地振荡器功率固定为 0 dBm，其频率相对于射频信号场失谐 10 kHz。

5 dBm、信号功率为 0 dBm 时改变信号失谐的影响（图 3b）。当稳定振荡频率 f_{osc}（约为 10 kHz）与拍频 f_{bn} 之间的频差大于约 1 kHz 时，我们观察到互调频率 f_{IF}，出现在

$$f_{IF} = |n f_{osc} \pm f_{bn}| \tag{1}$$

上述方程（式 1）描述了一种上、下变频谐波混频器。在接近稳定振荡频率的 9 kHz 和 10 kHz 拍频处，我们观察到振荡相位锁定到拍频。Arumugam 曾观察到类似现象：通过玻璃蒸气室内部的电容器极板向原子施加甚低频（VLF）场 [24]。

在考察 LO 和 SIG 功率固定、拍频变化时的动力学后，我们接下来固定拍频并调节 SIG 功率。本振场的功率固定为 0 dBm，且与施加的 SIG 场相差 10 kHz。如图 3c 所示，10 kHz 拍频呈现为一个单一且狭窄的谱特征，并且在整个施加信号射频功率范围内均保持清晰可辨。除拍频外，还观测到 7.5 kHz 的内禀自持振荡。

在低信号射频功率下，内禀振荡的幅度主导拍频的幅度。随着信号功率增大，内禀振荡向拍频偏移，表明所施加的射频场对振荡动力学产生了明显改变。随着信号射频功率进一步增大，内禀振荡远离拍频，并在信号功率约为0dBm时坍缩为约5 kHz、10 kHz和15 kHz处狭窄而分立的谱峰。高次谐波呈现出与内禀振荡峰相似的演化。有趣的是，当信号功率进一步增大时，出现多个清晰且等间隔的频率分量，在频域中形成梳状光谱。当 f_{bn} 频率为 f_{osc}的整数倍时出现这种梳状结构，表明互调产物在原子相干性中播种了多个锁相时间模式。图3c表明，同时施加SIG场和本振场增强了内禀自持振荡与所施

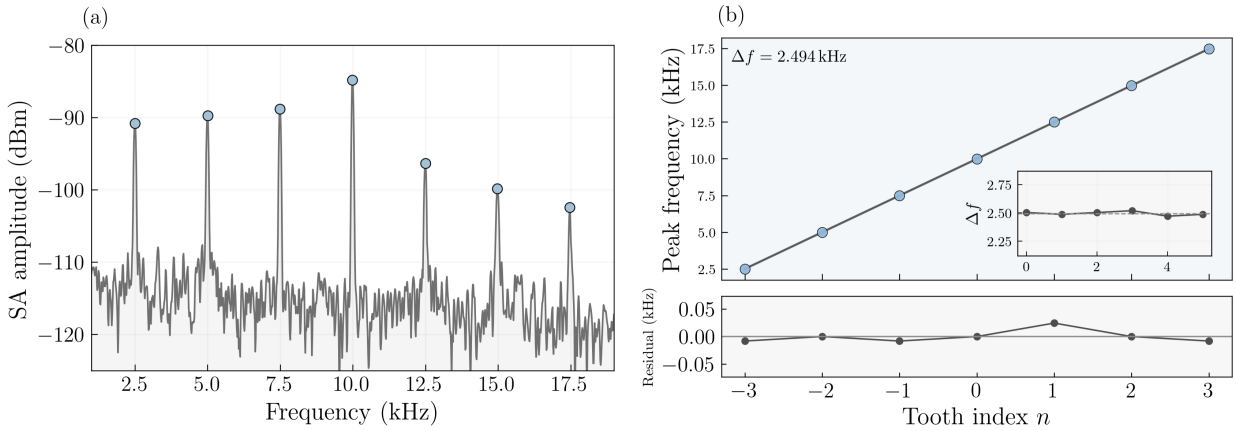

图4: （a）本地振荡器射频功率为 0 dBm、信号射频功率为 5 dBm 时外差光谱中的频率梳状结构。（b）峰值频率与梳齿索引的关系。数据点通过频率梳方程进行拟合（实线）。插图显示相邻梳齿之间的频率间隔，底部面板显示残差随齿序号的变化。

加的射频场。与传统外差方案不同，该配置中的本振场主要用作稳定的频率参考，而非固定里德伯能级劈裂，而SIG场在改变振荡动力学方面起主导作用。随着信号射频功率的变化，射频诱导斯塔克位移改变里德堡跃迁的有效失谐，进而影响内禀振荡，并导致向拍频的频率牵引。在低信号射频功率下，非线性耦合较弱，内禀振荡仍是主导的谱特征。随着信号功率增大，内禀振荡与外差场之间的非线性相互作用增强，同时相干性得以保持，从而出现额外的、等间隔的频率分量。这些观测表明，对信号射频功率进行受控变化能够进入强非线性混频区域，从而在频域中产生梳状光谱结构。

图4a展示了射频信号功率为 5 dBm 时的梳状光谱。在离散频率处可以观察到清晰分辨的峰值。这些峰值在频率上等间距排列，间隔为 2.5 kHz。10 kHz 处的中心峰是外差拍频，所有额外峰值均以其为中心对称分布。为量化梳状光谱，我们提取了离散频率光谱的峰值位置，并用其拟合以下方程

$$f_n = f_0 + n\Delta f. \tag{2}$$

提取出的峰值频率与齿序号 n呈线性关系。图4b展示了峰值频率随齿序号的变化。线性拟合得到的平均梳齿间隔为 $\Delta f = 2.496$kHz。插图显示 Δf 在 2.5 kHz 附近的波动。图中还显示了残差，其数值接近零，仅有微小偏差，表明各齿频率可由均匀间隔很好地描述。

等间距频谱分量的出现，反映了固有自持振荡与外差射频场之间的非线性频率混合。在这一状态下，系统维持着稳定的振荡状态，充当非线性混频器，在外差拍频两侧产生边带，边带频率间隔为特征混频频率的整数倍。间距均匀且残差较小，表明底层振荡动力学在测量时间尺度内保持相干，从而形成定义明确的频率分量。

峰值频率与齿序号呈线性依赖关系，这一观察证实梳状光谱源于确定性的非线性响应，而非宽带噪声。总之，这些结果表明，在受驱耗散里德堡系统中，可以对非线性振荡动力学和梳状光谱响应进行可控研究。

4 讨论

结果表明，电磁感应透明系统中的双光子里德堡激发能够进入从双稳态、自持振荡到时间晶体相等多种非线性动力学状态。外部射频和外差驱动还可进一步实现对内禀振荡频率的受控调节，并促使梳状光谱特征出现。当前系统中自持振荡的产生源于驱动耗散环境下里德堡态布居与有效光学失谐之间的非线性反馈。在强光激发下，里德堡原子之间的相互作用会引起依赖于布居的里德堡能级偏移，进而改变激发速率。这种反馈会使稳态解失稳，并产生稳定的极限环振荡。通过自发衰减和退相干产生的耗散能够防止激发失控并稳定振荡动力学，从而在没有外部调制的情况下形成持久的内禀振荡。这种极限环行为是耗散时间晶体相的典型特征，也是实验中观察到的时域振荡的基础 [10, 22, 21, 20]。

为了支持这一解释，我们考虑一个基于四能级阶梯系统的平均场模型，并通过有效的里德堡能级位移纳入相互作用诱导反馈。对于给定的速度类别 v，四能级阶梯方案的哈密顿量为 [10, 25],

$$H^{(v)}(t) = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & \Omega_p & 0 & 0 \\ \Omega_p & -2\Delta_p^{(v)} & \Omega_c & 0 \\ 0 & \Omega_c & -2\tilde{\Delta}_3^{(v)} & \Omega_{RF} \\ 0 & 0 & \Omega_{RF} & -2\tilde{\Delta}_4^{(v)} \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\tilde{\Delta}_3^{(v)} = \Delta_p^{(v)} + \Delta_c^{(v)} - V_3^{\mathrm{MF}}, \tag{4}$$

$$\tilde{\Delta}_4^{(v)} = \Delta_p^{(v)} + \Delta_c^{(v)} + \Delta_{RF}^{(v)} - V_3^{\mathrm{MF}} - V_4^{\mathrm{MF}}. \tag{5}$$

其中，依赖于速度的探测光和耦合光失谐量为

$$\Delta_p^{(v)} = \Delta_p - k_p v_j, \qquad \Delta_c^{(v)} = \Delta_c + k_c v_j. \tag{6}$$

这里， Δ_p 和 Δ_c 分别是零速度时的探测光和耦合光失谐，Ω_p 和 Ω_c 分别是探测光和耦合光的拉比频率，k_p 和 k_c 分别是探测光场和耦合光场对应的波矢。这里， V_i^{MF}表示由里德堡-里德堡相互作用引起的里德堡 i_{th} 态的平均场相互作用能量位移，其表达式为:

$$V_i^{\mathrm{MF}} = V_{\mathrm{norm}}\big(\langle\rho_{ii}(t)\rangle\big)^{\beta}, \tag{7}$$

其中， ρ_{ii} 表示里德堡态布居，V_{norm} 决定相互作用强度， β 表征其对里德堡态布居的非线性依赖关系。为考虑相互作用诱导的位移具有有限响应时间，令平均场势按以下规律动态演化:

$$\dot{V}_i^{\mathrm{MF}} = \frac{1}{\tau_{\mathrm{MF}}}\left[V_i^{\mathrm{MF}}(t+\Delta t) - V_i^{\mathrm{MF}}(t)\right], \tag{8}$$

经过一个时间步长 Δt ，其中 τ_{MF} 为平均场响应时间。由于 V_i^{MF}取决于系综平均里德堡态布居，所有速度类别都通过共享的全局反馈场发生非线性耦合。这种集体反馈可以使不同速度群的相位部分同步，从而导致系统发生相干宏观振荡。

射频场的拉比频率 Ω_{RF} 为

$$\Omega_{RF} = \frac{\wp}{\hbar} E_{RF} \tag{9}$$

其中 p 为射频跃迁原子偶极矩，E_{RF} 为电场强度。对于施加了本地振荡器电场 E_{LO} 和信号场 E_{SIG} 的外差条件，低频项由 [26] 给出

$$E_{RF} = \sqrt{E_{LO}^2 + E_{SIG}^2 + 2E_{LO}E_{SIG}\cos\left(\Delta\omega t + \phi\right)} \tag{10}$$

每个速度类别的动力学由林德布拉德主方程控制，

$$\dot{\rho}^{(v)}(t) = -\frac{i}{\hbar}\left[H^{(v)}(t), \rho^{(v)}(t)\right] + \mathscr{L}\left[\rho^{(v)}(t)\right], \tag{11}$$

其中耗散子为

$$\mathscr{L}[\rho] = \sum_{a>b}\gamma_{ab}\left(\sigma_{ba}\rho\sigma_{ab} - \frac{1}{2}\left\{\sigma_{aa}, \rho\right\}\right), \tag{12}$$

其中，$\sigma_{ab} = |a\rangle\langle b|$ 和 γ_{ab} 表示从状态 $|a\rangle$ 到 $|b\rangle$的衰减率。

给定速度类别的密度矩阵元对应的光学布洛赫方程为 [10, 25]，

$$\dot{\rho}_{11} = \Omega_p \mathrm{Im}[\rho_{21}] + \Gamma_2\rho_{22} \tag{13}$$

$$\dot{\rho}_{22} = -\Omega_p \mathrm{Im}[\rho_{21}] + \Omega_c \mathrm{Im}[\rho_{32}] - \Gamma_2\rho_{22} + \Gamma_3\rho_{33}, \tag{14}$$

$$\dot{\rho}_{33} = -\Omega_c \mathrm{Im}[\rho_{32}] + \Omega_{RF}\mathrm{Im}[\rho_{43}] - \Gamma_3\rho_{33} + \Gamma_4\rho_{44}, \tag{15}$$

$$\dot{\rho}_{44} = -\Omega_{RF}\mathrm{Im}[\rho_{43}] - \Gamma_4\rho_{44} \tag{16}$$

$$\dot{\rho}_{21} = (i\Delta_p^{(v)} - \gamma_{21})\rho_{21} + \frac{i\Omega_p}{2}(\rho_{22} - \rho_{11}) - \frac{i\Omega_c}{2}\rho_{31}, \tag{17}$$

$$\dot{\rho}_{32} = (i(\Delta_c^{(v)} - V_3^{\mathrm{MF}}) - \gamma_{32})\rho_{32} + \frac{i\Omega_c}{2}(\rho_{33} - \rho_{22}) + \frac{i\Omega_p}{2}\rho_{31} - \frac{i\Omega_{RF}}{2}\rho_{42}, \tag{18}$$

$$\dot{\rho}_{31} = (i(\Delta_p^{(v)} + \Delta_c^{(v)} - V_3^{\mathrm{MF}}) - \gamma_{31})\rho_{32} + \frac{i\Omega_p}{2}\rho_{32} - \frac{i\Omega_c}{2}\rho_{21} - \frac{i\Omega_{RF}}{2}\rho_{41}, \tag{19}$$

$$\dot{\rho}_{41} = (i(\Delta_p^{(v)} + \Delta_c^{(v)} + \Delta_{RF}^{(v)} - V_3^{\mathrm{MF}} - V_4^{\mathrm{MF}}) - \gamma_{41})\rho_{41} + \frac{i\Omega_p}{2}\rho_{42} - \frac{i\Omega_{RF}}{2}\rho_{31}, \tag{20}$$

$$\dot{\rho}_{42} = (i(\Delta_c^{(v)} + \Delta_{RF}^{(v)} - V_3^{\mathrm{MF}} - V_4^{\mathrm{MF}}) - \gamma_{42})\rho_{42} + \frac{i\Omega_p}{2}\rho_{41} + \frac{i\Omega_c}{2}\rho_{43} - \frac{i\Omega_{RF}}{2}\rho_{32}, \tag{21}$$

$$\dot{\rho}_{43} = (i(\Delta_{RF}^{(v)} - V_4^{\mathrm{MF}}) - \gamma_{43})\rho_{43} + \frac{i\Omega_{RF}}{2}(\rho_{44} - \rho_{33}) + \frac{i\Omega_c}{2}\rho_{42} \tag{22}$$

其中 $\rho_{ji} = \rho_{ij}^*$ 和 $\gamma_{ij} = (\Gamma_i + \Gamma_j)/2$。 图 5

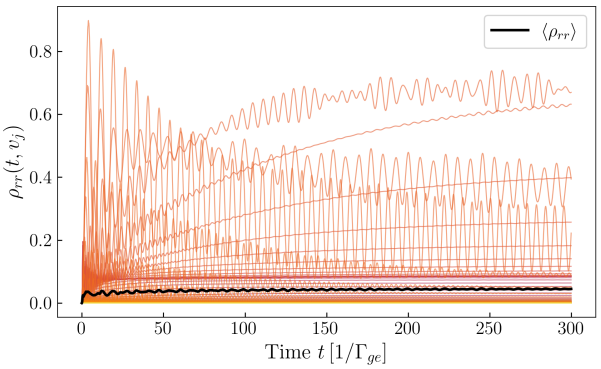

图 5：当 $V_{\mathrm{norm}} = 400$、$\beta = 2.3$、$\Omega_p/\Gamma_{21} = 6$ MHz 和 $\Omega_c/\Gamma_{21} = 5$ MHz 时，速度分辨的里德伯态布居随时间的变化。

展示了不同原子速度类别下速度分辨的里德伯布居 $\rho_{rr}(t, v_j)$ 的时间演化，以及系综平均布居 $\langle\rho_{rr}\rangle$。由于多普勒频移失谐不同，各速度类别呈现出不同幅度和相位的振荡，导致短时间内出现退相干。然而，由于所有速度类别都通过共享的平均场相互作用位移 V_i^{MF} 耦合在一起，其动力学并非彼此独立。本地振荡器提供的全局反馈

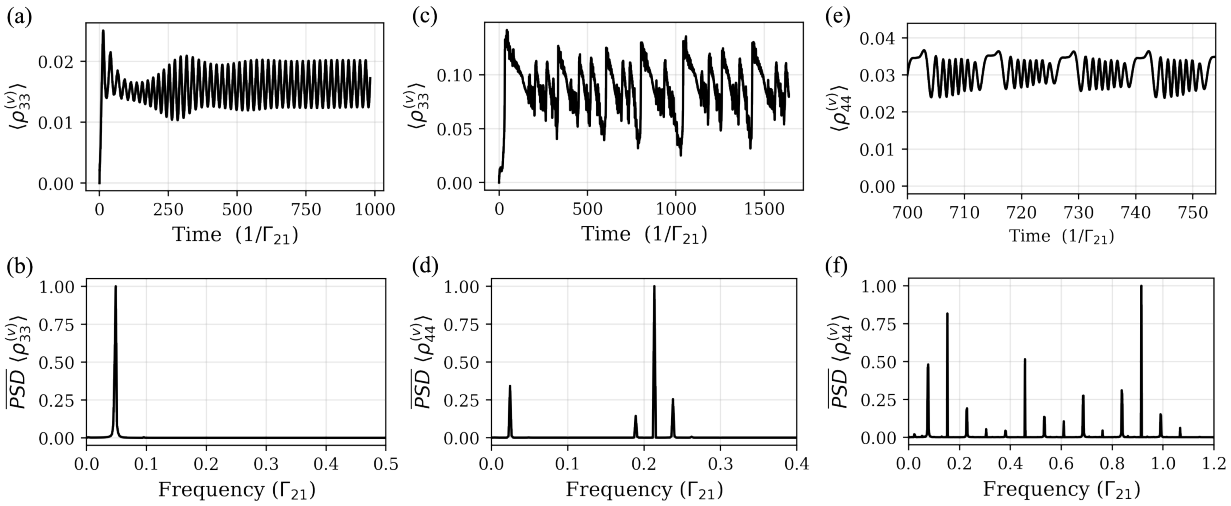

图6：四能级平均场主方程模型的数值模拟再现了实验观测。在整张图中，我们使用括号记号 $\langle \rho_{ii}^{(v)} \rangle$表示对各速度类别的平均布居，使用$PSD$ 表示归一化功率谱密度。(a-b) 未施加任何射频时的稳定振荡。(c) 未施加射频时的稳定振荡状态，呈现三角状行为：里德堡态布居缓慢衰减，随后突然增加。(d) 在接近本征振荡频率处施加外差拍频信号所产生的互调产物。(e-f) 在本征稳定振荡频率的整数倍处施加外差拍频信号后，频率梳的出现。

	图6			
参数	(a-b)	(c)	(d)	(e-f)
Ω_P (MHz)	200	150	300	200
Ω_c (MHz)	80	125	360	80
Ω_{LO} (MHz)	0	0	150	100
Ω_{SIG} (MHz)	0	0	20	100
Δ_p (MHz)	-250	-125	-300	-250
Δ_c (MHz)	-250	-300	-450	-310
Δ_{LO} (MHz)	0	0	0	0
$\Delta\omega_{RF}$ (MHz)	0	0	7	2.5
V_{norm} (GHz)	-20	-20	-16	-20
β	1.8	1.5	2	1.8

表 1：图 6 所用的数值模拟参数。

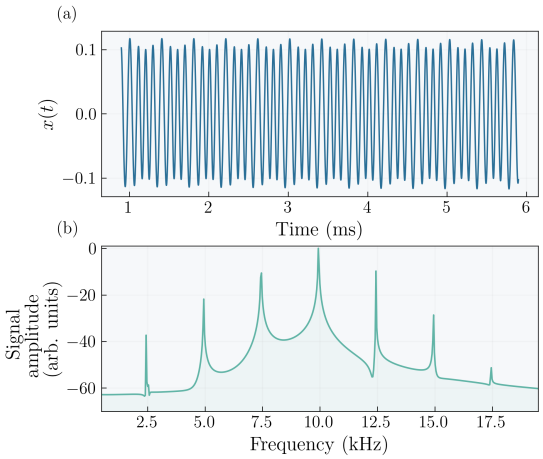

图 7：（a）参数驱动范德波尔振荡器的时域演化 $x(t)$。（b）时域信号的傅里叶变换，显示由此产生的频域梳状结构。

布居依赖的相互作用频移使各速度类别部分同步，从而抑制完全退相干并稳定相干的宏观振荡。因此，尽管速度分辨布居呈现大幅变化和相位色散，系综平均里德堡态布居仍演化为稳定、低幅度的振荡状态。这一行为表明，多普勒平均与相互作用诱导的平均场反馈共同作用，产生稳健的自持振荡，这与模型中时间晶体区间的出现相一致。我们对阶梯型系统采用平均场光学布洛赫方程进行数值模拟，定性地再现了许多实验中观测到的动力学特征（图 6），尤其支持方程 7 所给出的里德堡-里德堡平均场相互作用项。图 6 全程使用的参数列于表 1。未施加射频时，图 6a–c 展示了时间晶体相的特征如何从近乎纯粹的单频振荡转变为三角形波形，这与实验中图 2b 的观测一致。接下来，我们考虑施加异频射频的情况。在图 6d 中，稳定的振荡频率为 $\sim 0.21\Gamma_{21}$，并施加了频率为 $\sim 0.24\Gamma_{21}$ 的异频拍频信号。两种互调在 $\sim 0.03\Gamma_{21}$ 和 $\sim 0.18\Gamma_{21}$处可清楚地看到这些产物。最后，正如图 6e-f 所示，对于模型参数的某些特定组合，里德堡态布居中会呈现梳状行为。总的来说，平均场模型能够再现许多观测到的效应，但高度依赖于模型参数。仍需进一步开展实验工作，以确定 V_{norm} 和 β，尤其是要了解这些参数是否为常数，或是否取决于其他拉比速率和场失谐。

为进一步深入理解射频外差驱动下多个频率分量的产生以及所观测到的梳状频谱，我们概述了射频外差驱动与参数驱动非线性振荡器的经典类比之间的相似之处。驱动范德波尔振荡器的运动方程为 [27, 28],

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - 1)\dot{x} + \omega_0^2[1 + \epsilon\cos(\omega_d t)]\, x = 0, \qquad (23)$$

其中，$\mu > 0$ 设定非线性耗散，ω_0 为本征振荡频率，ϵ 为参量驱动强度，ω_d 为调制频率。采用实验参数，我们设定$\omega_0 = 10$kHz、$\omega_d = 2.5$ kHz和 $\epsilon = 0.3$。时域信号 $x\,(t)$ 如图7(a)所示，其中

振荡器演化至稳定极限环区并产生持续振荡。此处，非线性耗散主要稳定振荡幅度，而外部调制则引入额外的频率分量。参量调制的作用是对极限环动力学施加周期性扰动，从而在主振荡频率周围产生位于调制频率整数倍处的边带。这会形成梳状光谱，如图7(b)所示，峰间距由 $\omega_d/2\pi$决定。从这个意义上说，实验中的射频外差驱动起到类似于对本征自持振荡器进行外部周期调制的作用；它能够牵引振荡频率，并通过非线性混频产生多个间隔均匀的光谱分量。

总之，我们展示了在时间晶体相中，强射频外差驱动下的驱动耗散热里德伯铯蒸气中频率梳的出现。射频驱动能够调节本征振荡频率，产生频率牵引，并使互调产物显现。在没有射频场时，系统呈现多种动力学状态，包括双稳态、霍普夫分岔和自持振荡。频率梳源于对内禀振荡的参量调制，这一调制通过平均场相互作用在所有原子速度类之间产生全局反馈。这些动力学可由一个四能级平均场理论模型描述，并通过采用驱动范德波尔振荡器的经典类比进一步阐释。我们的结果表明，相互作用里德伯系综可作为一个可调平台，用于探索非线性多体动力学、同步和频率梳产生，并服务于低频电场传感和频率稳定等应用。

致谢

本研究由美国国家标准与技术研究院资助。作为美国政府的一项贡献，本作品在美国不受版权保护。

利益冲突

作者没有需要披露的利益冲突。

数据可用性声明

本文中呈现的所有数据均可在 https://doi.org/**/** 获取

参考文献

[1] Frank Wilczek. 量子时间晶体。*Physical Review Letters*，109:160401，2012年。[2] Alfred Shapere 和 Frank Wilczek。经典时间晶体。*Physical Review Letters*，109:160402，2012年10月。[3] Krzysztof Sacha 和 Jakub Zakrzewski。时间晶体：综述。物理学进展报告，81(1):016401，2017年11月。[4] Soonwon Choi、Joonhee Choi、Renate Landig、Georg Kucsko、Hengyun Zhou、Junichi Isoya、Fe- dor Jelezko、Shinobu Onoda、Hitoshi Sumiya、Vedika Khemani、Curt von Keyserlingk、Nor- man Y. Yao、Eugene Demler 和 Mikhail D. Lukin。在无序偶极多体系统中观测到离散时间晶体序。*nat*，543(7644):221–225，2017年3月。[5] J. Zhang 等。观测到离散时间晶体。自然，543:217–220，2017年。[6] Wen Wei Ho、Soonwon Choi、Mikhail D. Lukin 和 Dmitry A. Abanin。偶极系统中的临界时间晶体。*Physical Review Letters*，119(1):010602，2017年。[7] Davide Dreon、Alexander Baumg¨artner、Xian- gliang Li、Simon Hertlein、Tilman Esslinger 和 Tobias Donner。拓扑耗散原子-腔系统中的自振荡泵浦。自然，608(7923):494–498，2022年。[8]Hans Keßler、Phatthamon Kongkhambut、Christoph Georges、Ludwig Mathey、Jayson G.

Cosme 和 Andreas Hemmerich。耗散时间晶体的观测。*Physical Review Letters*，127(4):043602，2021年。

[9]Bihui Zhu、Jamir Marino、Norman Y. Yao、Mikhail D. Lukin和Eugene A. Demler。驱动耗散量子多体系统中的Dicke时间晶体。*New Journal of Physics*，21:073028，2019。

[10]Karen Wadenpfuhl和C. Stuart Adams。驱动耗散热里德堡蒸气中同步的涌现。*Physical Review Letters*，131(14):143002，2023。

[11]Viet-Thanh Pham、Sundarapandian Vaidyanathan和Tomasz Kapitaniak。具有多稳态的非线性系统的复杂性、动力学、控制及应用。复杂性，2020(1):8510930，2020。

[12] Steven H. Strogatz。从Kuramoto到Crawford：探索耦合振子群体中同步的起始。*Physica D*：非线性现象，143(1):1–20，2000。

[13]Juan A. Acebr´on、L. L. Bonilla、Conrad J. P´erez Vicente、F´elix Ritort 和 Renato Spigler。Kuramoto模型：同步现象的简单范式。*Reviews of Modern Physics*，77：137–185，2005年4月。

[14]N. ˇSibali´c、C. G. Wade、C. S. Adams、K. J. Weatherill 和 T. Pohl。具有混合幂律相互作用的驱动耗散多体系统：双稳态与温度驱动的非平衡相变。*Physical Review A*，94：011401，2016年7月。

[15] A. W. Glaetzle、R. Nath、B. Zhao、G. Pupillo 和 P. Zoller。强相互作用里德伯气体的驱动耗散动力学。*Physical Review A*，86：043403，2012年。

[16]Xiaoling Wu、Zhuqing Wang、Fan Yang、Ruochen Gao、Chao Liang、Meng Khoon Tey、Xiangliang Li、Thomas Pohl 和 Li You。强相互作用里德堡气体中的耗散性时间晶体。*Nature Physics*，20(9):1389–1394，2024年。

[17] C. Carr、R. Ritter、C. G. Wade、C. S. Adams 和 K. J. Weatherill。稀薄里德堡系综中的非平衡相变。*Physical Review Letters*，111:113901，2013年9月。

[18] Dong-Sheng Ding、Hannes Busche、Bao-Sen Shi、Guang-Can Guo 和 Charles S. Adams。强相互作用里德伯原子的热系综中的相图与自组织动力学。物理评论 *X*，10:021023，2020年4月。

[19] Dongsheng Ding、Zhengyang Bai、Zongkai Liu、Baosen Shi、Guangcan Guo、Weibin Li 和 C. Stuart Adams。驱动耗散多体系统中里德伯团簇导致的遍历性破缺。科学进展，10(9):adl5893，2024年。

[20] Bang Liu 等。驱动耗散里德伯原子气体中时间晶体的分岔。自然通讯，16(1):1419，2025年。

[21] Yuechun Jiao、Weilun Jiang、Yu Zhang、Jingxu Bai、Yunhui He、Heng Shen、Jianming Zhao 和 Suotang Jia。在含里德伯气体的驱动耗散系统中观测到多个时间晶体。自然通讯，16(1):8767，2025年。

[22]Darmindra Arumugam. 利用室温铷蒸气中的驱动耗散时间晶体进行电场传感。《*Scientific Reports*》，15(1)，2025年4月。

[23] Darmindra Arumugam. 斯塔克调制的室温铷耗散时间晶体及其在亚千赫兹电场传感中的应用。《*Scientific Reports*》，15(1)，2025年10月。

[24] Darmindra Arumugam. 铷耗散时间晶体的注入锁定。*arXiv* 预印本 *arXiv:2504.16210*，2025年。

[25]Christopher L Holloway、Matt T Simons、Joshua A Gordon、Andrew Dienstfrey、David A Anderson 和 Georg Raithel。《电场计量学的国际单位制溯源性：原子蒸气中电磁感应透明度的系统测量不确定度》。应用物理快报，121(23)，2017年。

[26]Matthew T Simons、Abdulaziz H Haddab、Joshua A Gordon 和 Christopher L Holloway。《基于里德堡原子的混频器：测量射频波的相位》。应用物理快报，114(11)，2019年。[27]SH Strogatz。《非线性动力学与混沌》，艾迪生-韦斯利。马萨诸塞州雷丁，1994。[28] John D. Cook。《驱动范德波尔振荡器》。