拟提交至 JCAP

量子色动力学轴子能否经受住宇宙学常数问题的考验?

Carsten van de Bruck,[a] **C.P. Burgess**[b, c, d] **和 Adam Smith**[a]

[a]数学与物理科学学院，谢菲尔德大学[b]周界理论物理研究所[c]物理与天文学系，麦克马斯特大学[d]理论物理学院，都柏林高等研究院

电子邮件： c.vandebruck@sheffield.ac.uk, cburgess@perimeterinstitute.ca, asmith69@sheffield.ac.uk

摘要。 能够动态弛豫真空能的机制，为解决宇宙学常数问题提供了一条具体途径；但由于弛豫并不只作用于真空能，因此也可能影响低能物理的其他方面。我们以近期提出的“瑜伽”弛豫模型为明确框架，探讨这一问题，并展示弛豫如何相对于由弛豫子质量设定的特征时间尺度，对“慢”物理产生差异化抑制。因此，它未必会改变例如 希格斯与对撞机物理，却可能大幅改变轻标量场参与宇宙学的方式。我们在此框架下重新审视QCD轴子，并指出，轴子真空势受到抑制后，其在宇宙学时间尺度上的行为会发生改变，而快速的高能过程则不受影响。结果是，轴子质量-耦合关系偏离标准QCD带，进入观测约束已排除的区域。尤其是，轴子真空势受到抑制后，即使在与宇宙学及日常物质相关的物质密度下，QCD物质诱导势也可能占主导地位；对于由QCD动机所确定的参数，这可能使轴子偏离CP守恒极小值。我们总结认为，在真空能弛豫框架中，传统QCD轴子很难以标准形式继续成立。

arXiv:2603.20008v1 [hep-ph] 20 Mar 2026

目录

1 引言 1

2 对宇宙学采取宽松态度 3
2.1 自然弛豫概述 32.2 与 PQ 轴子的相关性 62.3 基准轴子嵌入 10

3 快速与缓慢弛豫 13

4 物质依赖势的约束 16
4.1 非导数型轴子-物质耦合 164.2 宇宙学约束 19

5 结论 225.1 经验教训 225.2 未来工作 23

1 引言

> 任何作战计划都无法有把握地预见到与敌方主力首次交锋之后的情况。– H.von Moltke
>
> 每个人都有计划，直到第一次挨打。–M. Tyson

宇宙学常数问题是现代物理学中一个显而易见却无人直面的难题。直到最近，观测到的暗能量密度似乎与洛伦兹不变真空能相符，但没人知道如何以技术自然的方式理解它为何如此之小。这个问题早在暗能量被发现之前就已存在，因为此前的上限与微观物理的基本尺度相比，已经小得令人费解（关于发现前后的综述，见 [1, 2]）。如果暗能量随时间变化的证据继续增强，这个谜团只会更加深重 [3]。普遍的态度是务实的绝望：人人都希望能忽略这个问题——或许用人择视角加以包装——转而研究别的问题，同时暗自期望，解决宇宙学常数问题的方法不会影响这个其他问题。本文认为，这些希望很可能会落空，尤其是对从事宇宙学研究的人而言。

由于宇宙学常数问题尚无广受认可的解决方案，这一论证难以成立，因此我们在此采用一种颇有理论依据的特定框架，以阐明更普遍的观点。为此，我们重新审视 QCD轴子[4, 5] ——它被视为基于对称性的佩塞-奎因解在低能下的遗留产物，用以解决强 CP 问题 [6] ——并采用“自然弛豫”（或称 yoga）模型作为示例框架 [7]，该模型为一种高维机制 [8]提供低能有效描述，以解释暗能量为何如此微弱（综述参见 [9]）。

我们特别展示了，在这一图景中，通常对轴子性质的推断会如何改变，因为产生较小暗能量密度的同一物理机制也会抑制轴子的标量势，使轴子质量和耦合落入参数空间的某些区域

而这些区域已被现有约束排除（例如，参见 [10–15]）。在这一情景中，QCD轴子尤其也被排除作为暗物质的解释[16–18] （综述参见 [19]）。

这一结论如何得出，部分取决于轴子究竟如何嵌入完整理论。在将佩奇-奎因方法嵌入瑜伽框架的最简单情形中，QCD轴子线会在耦合-质量平面上向左移动（见下文图1 和3 ），因此落入参数空间中约束明确的区域。

出于不同原因，PQ轴子的对偶版本也会得出类似结论，具体展示了对偶系统在某些方面如何呈现有趣的差异[20]。对于对偶版本，轴子衰变常数处于普朗克尺度，但轴子质量高于通常预期的、具有如此大衰变常数的QCD轴子的质量。尽管从表面上看，这使其超出能量损失和直接探测实验的探测范围，但它反而受到另一类约束：当真空势受到抑制时，致密天体内真空势与物质势之间的相互作用方式会发生变化，由此便产生这些约束。

如果暗能量所启发的标量势抑制能够如此显著地改变轴子物理，人们或许会担心，同样的论据也适用于其他标量，例如希格斯玻色子。我们将说明这些论据确实适用，但为何这并不会给希格斯物理带来问题。对于弛豫场能够绝热调整的缓慢过程，标量势的抑制很有效；但对于弛豫场没有足够时间响应的快速过程，抑制效果则不佳。因此，宇宙学作为轻标量 [21–29], 的标准试验场，最清晰地展示了弛豫轴子可能失效的方式及原因，而这与当前的搜索无关，也不受特定天体物理环境固有复杂性的影响。

量子色动力学本身会为任何因解决量子色动力学的强 CP 问题而提出的轴子，同时产生真空势和物质内势。通常的说法是，当物质密度低于核密度时，物质内势相较于真空势可以忽略；但在弛豫模型中，情况不再如此，原因有二。首先，一旦弛豫效应抑制了真空势，对于普通物质和宇宙学相关的重子密度，物质内势就可能占主导。其次，由于物质内势的极小值不同于真空极小值，人们可能会认为，轴子在物质内部的取值会与其在真空中的取值不同。然而，即使在核密度下，势能与梯度能之间也存在权衡，这意味着只有当物体达到某个最小尺寸时，其内部才会实际出现这种情况。[1] 在弛豫模型中，这一临界尺寸也会改变——通常会缩小——因为这类模型能够改变梯度能的代价。

我们发现，轴子的真空势发生弛豫后，即使在后大爆炸核合成宇宙中，普通物体内部的轴子场也会偏离真空势的 CP守恒极小值。这种偏移与恒星内部的核性质以及早期宇宙的一致性要求不相容。在宇宙学中，大爆炸核合成和其他原初时代对量子色动力学性质偏离 CP 守恒极小值 [31], 十分敏感，因此由此得出的限制足以排除那些规避其他约束的弛豫型 QCD轴子。另一种可能是，尽管可以选择轴子性质，使其在整个宇宙历史中于物质中的取向始终与真空极小值对齐，但这需要

[1]在标准叙述中，原子核太小，不会发生这种情况，因此只有像中子星这样的宏观物体才会产生具有现象学意义的效应 [30]。

选择会破坏佩克ei-奎因量子色动力学轴子特征关系的参数。

本文其余部分安排如下。在 §2 中，我们简要回顾所采用的弛豫框架，并说明它如何抑制标量势的贡献（包括真空能的贡献）。偶然近似尺度对称性在其中发挥重要作用，本节还概述了该对称性所指向的轻标量膨胀子的性质。当轴子嵌入这一框架时，其真空势受到抑制，从而形成一个槽形的膨胀子-轴子联合势，其底部主要由轴子方向参数化。将轴子嵌入这些模型有多种方式，我们选取其中具有代表性的基准示例（例如局域于膜上的轴子与体中的／萨克森轴子），并总结由此产生的、与宏观环境相关的非导数轴子-物质耦合。§3阐明了快速与慢速弛豫机制下不同的物理图像，解释了为何宇宙学可以发生显著变化，而粒子物理过程却仍基本不受弛豫影响。§4转而讨论非导数物质相互作用带来的限制，包括晚期宇宙学中的限制，此时重子密度是时间的已知函数。我们将在 §5中给出结论，并讨论其影响与未来研究方向。

2 对宇宙学采取弛豫态度

本节旨在介绍我们采用的弛豫框架，并以此为例说明：旨在解决宇宙学常数问题的弛豫机制，如何将量子色动力学轴子势动态地抑制下来，作为一种副作用。

2.1 自然弛豫概述

在深入探讨细节之前，不妨先概括弛豫方法的主要特点，以粗略了解它如何解释暗能量为何如此微弱。

2.1.1 紫外视角

在紫外理论中，核心思想是额外维度：位于六维体空间中的四维空间填充膜所产生的引力反作用，可以使额外维度弯曲，而不使四维宇宙学家所见的、体现为暗能量的那些维度弯曲 [8, 32]。如果所有标准模型（SM）粒子都局域在这样的膜上，它们的真空能就会对膜张力作出贡献；这或许可以解释，为何宇宙学家观测不到由此产生的曲率所对应的暗能量密度。

当然，只有在高维本身不存在宇宙学常数时，这一观察才有用，因为一般而言，即使膜张力不可见，膜局域的宇宙学家也理应能够观测到宇宙学常数。有趣的是，（不同于四维情形）在六维及更高维度中，甚至只需一个超对称就能禁止宇宙学常数，这使超对称额外维度成为这些设想可能奏效的最简框架。[2] 高维超对称并不一定与粒子对撞机中观测到的超对称缺失相矛盾，只要承载普通粒子的四维膜上超对称严重破缺即可（而这并不难实现）。低能世界

[2]这在四维中也有对应情形，因为在四维中，多重超对称性可以禁止宇宙学常数。

这一图景所描绘的低能世界由一个非超对称粒子物理扇区（膜）与一个超对称[3] 引力耦合的暗扇区（体） [33, 34]。

在高维理论中进行的详细计算 [35–42]证实，非超对称的膜局域粒子所导致的圈图修正可能很大，尽管它们往往（但并非总是如此 [43–45]）不会使有效低能四维几何发生弯曲。若要使膜张力不致令可观测四维世界发生弯曲，一个充分条件是不存在膜与某个特定六维场（即六维膨胀子）的耦合 [46–48],[4] 。这种耦合通常存在于六维理论中，其根源是偶然出现的近似尺度对称性；这种对称性几乎是所有高维超引力理论的普遍特征 [49]。

重体自由度可能产生的危险圈图修正，结果也无害，因为超对称性会将其抑制到体区超对称性破缺尺度（即卡卢扎-克莱因尺度，或 KK 尺度） [38, 39]。最危险的修正涉及体区圈图诱导出的膜上耦合，但即便这些修正也能够得到控制 [41, 42]。如果额外维度大到现象学允许的程度，KK 尺度甚至可能处于合适范围 $1/r$ ，低于电子伏特尺度一些也有可能；[5] 这种情景称为超对称大额外维度（SLED） [8]。

就当前目的而言，重要的是额外维度机制的核心在于一个弛豫过程。显式解 [50–53] 表明，改变四维膜上的张力值时，额外维度会进行调整以作补偿，同时保持四维空间曲率不变。

2.1.2 红外视角

事实证明，上述性质也能由这些理论中与宇宙学相关的低能有效四维理论再现。在四维理论中，偶然的标度对称性由一个四维戈德斯通场 τ承载；它的期望值也使四维理论得以了解与额外维度大小相关的层级信息： $\tau \sim (M_6 r)^2$ 其中 M_6 是更高维度的普朗克标度， r 是额外维度半径。若 $M_6 \sim 100$ 太电子伏特且 $1/r \sim 1$ 电子伏特（如具有两个大额外维度的模型），则 $\tau \sim 10^{28}$。

维度约化确保 r 也决定了四维普朗克尺度 $M_p \sim M_6^2 r$ 的大小，因此，当四维理论以四维爱因斯坦框架表述时，普通粒子仅通过约当框架（膜）度规 $\tilde{g}_{\mu\nu} \propto g_{\mu\nu}/(M_6 r)^2 = g_{\mu\nu}/\tau$ 与 τ耦合，确保τ 像布兰斯-迪克标量那样与普通（膜局域的）物质耦合。这尤其意味着，希格斯期望值——以及所有标准模型粒子质量——以普朗克质量 $M_{EW} \sim M_p/\tau^{1/2} \sim M_6$为单位测量时，都具有共同的 τ依赖性，至多相差无量纲耦合因子。[6]

---

[3]膜-体耦合使超对称性破缺能够以引力强度从膜传递到体，从而留下一个近似超对称的体，其超对称性破缺发生在卡鲁扎-克莱因尺度。[4]值得注意的是，膜场与体场（例如膨胀子，四维平直几何要求不存在这种耦合）之间的耦合不存在，这一点对于仅涉及膜场的任意圈图而言完全稳定；这也是标准模型圈图本身不会给这些模型带来自然性问题的原因之一。[5]有时有人声称，对两个大维度允许的大小存在更严格的限制，但这些更严格的界限依赖于卡鲁扎-克莱因模衰变为观测到的粒子这一假设；这是依赖于模型的性质，并非所有六维理论都具有。[6]仅凭这一点还不足以确保所有标准模型质量比都与 τ无关，因为强子质量的主要贡献来自量子色动力学尺度 Λ_{QCD}。但 $\Lambda_{QCD} \propto e^{-4\pi/\alpha(M)} M$ 本身通常是

如果中微子质量来自局域在膜上的温伯格五维SMEFT算符（或来自跷跷板机制，这两种情况都与希格斯真空期望值的平方成正比），那么其中微子质量的量级为 $m_\nu \sim M_p/\tau \sim M_6/\tau^{1/2} \sim 1/r$。对于 $\tau \sim 10^{28}$ 而言，所有这些质量尺度在数量级上都合理（这其实并不令人意外，因为它们在四维理论中体现了两个大维度在六维理论中的已知作用）。

通过引入一个代表性的模量场，也可以在低能四维有效理论中描述额外维度弛豫；ϕ（即弛豫子），其演化体现了额外维度自由度如何调整，以寻求一个消失的四维有效真空能量密度。[7] τ 的巨大数值意味着，膨胀子–弛豫子系统的四维标量势可以有效地按 τ的逆幂展开来组织，其形式最终为 [7]

$$V(\phi,\tau) = \frac{M_p^4}{\tau^2}\left[\left|w_x - \frac{c_1 w}{\tau}\right|^2 + \frac{c_2|w|^2}{\tau^2} + \mathcal{O}(\tau^{-3})\right], \tag{2.1}$$

其中，c_i 是 ϕ 的数量级为一的无量纲函数（可能对 τ有较弱的对数依赖）。这些项源自描述超对称体低能极限的卡勒势，而 $w_x = W_x/M_p^2$ 和 $w = W_0/M_p^3$ 则是其超势中的部分项（以普朗克单位表示）。[8]

与高维构造的比较表明，$|w_x|^2$ 项描述的是膜张力贡献。方括号中第一个项的完全平方结构（2.1）源于引力耦合体区的近似超对称性；在高维理论中，该项为零对应于一种类BPS选择的膜-体耦合，在这种情况下，膜不会破坏体的超对称性 [41, 42]。请注意，当无量纲量 w_x 的数量级为一时，首项的数量级为 $M_p^4/\tau^2 \sim M_{EW}^4 \sim M_6^4$，这正是膜张力应有的大小（但远大于描述暗能量所需的数值）。完全平方形式保证该项为正。

关键在于，在该理论中，额外维度弛豫对应于对 ϕ最小化 $V(\phi,\ \tau)$（如果存在多个类似的模场，则对所有这些模场进行最小化）。对于$\tau \sim 10^{28}$，$1/\tau$ 展开确实很好；如果可以忽略 $1/\tau^4$ 项，则改变 ϕ 通常会使平方项归零。当不能忽略 $1/\tau^4$ 项时（例如确定 V 在极小值处的大小时），$1/\tau^4$ 贡献是主导效应。这就是低能理论所看到的：额外维度反作用会驱动四维曲率趋于零（纳入 $1/\tau^4$ 项后则会使其变得非常小），而膜张力等基础性质（即 W_x）则发生变化。

超对称爱好者或许会担心，允许 ϕ 驱动 W_x 趋近于零，等于动态地恢复超对称，因为在超对称标量势中被平方的量往往是辅助场，它们表征了超对称性破缺的程度

与紫外质量尺度成正比，因此如果该紫外质量尺度也像 $1/\tau^{1/2}$ 那样变化，它也会随之变化（这很容易实现）。

[7] 在双膜模型中，ϕ 的一个自然候选是两张膜之间的距离，由此得到的四维理论是 [7] 中提出的 Yoga 模型的一个特例，且与上述六维动机无关。

[8] c_1 和 c_2 的表达式见 [7], ，不过其中 c_2 的结果有误（并已在 [54]中更正）。尽管粒子物理学部门完全不具备超对称性，仍会出现 Kähler 函数和超势，因为体与粒子物理学部门之间的耦合是用 [55]的形式主义来描述的。

。任何通过让宇宙变得高度超对称来解释标量势为何很小的论证，都不足以描述我们周围的世界。正是在这里，引力发挥了关键作用，因为在超引力中，真正量化超对称性破缺的是 $D_x W = W_x + K_x W/M_p^2$，而文献 [7] 中那些复杂安排的主要目的，就是让 $D_x W$ 很大，同时令 W_x 很小。

此外，这里还有一个很妙的解释 [7, 56] ，说明为什么 c_i's 中可以包含 $\log\tau$ 的多项式，以及这种依赖关系如何在 $\tau \sim 10^{28}$ 处为 τ 产生一个极小值，而不必在势中对参数作出荒谬的选择。例如，如果它们是 $\log\tau$ 的二次函数，那么势就变为

$$V(\tau, \mathfrak{a}) = \frac{M_p^4}{\tau^4}\left(v_0 - v_1 \log\tau + \frac{v_2}{2}\log^2\tau + \cdots\right), \tag{2.2}$$

其中系数为 v_i。对于 $v_i \sim \mathcal{O}(50)$，所得的势很容易就能具有一个极小值，且 $\tau_m \sim 10^{28}$ 和 $V(\tau_m)$ 均为正，这正是成功的唯象学所要求的。

更妙的是，这个极小值处的势值自然约为 $M_p^4/\tau^4 \sim (M_{EW}^2/M_p)^4 \sim 1/r^4$，它与 τ 同步标度，正如暗能量一样；当 $\tau \sim 10^{28}$ 时（即 额外维度较大时），就会得到一个合理的小值。较大的 τ 还确保 τ 场的质量 $m_\tau \sim M_p/\tau^2$ 约为当前的哈勃尺度，从而预言一种随时间变化的 Albrecht-Skordis 型暗能量 [57, 58]。

有趣的是，对这一模型最简版本的宇宙学分析 [59] （其中由非 QCD 轴子充当暗物质）发现，与 ΛCDM [60], 相比，该模型对当前数据集的拟合更好。这主要是因为 τ 随时间演化，使粒子在复合时期的质量有所不同，而这最终有助于缓解哈勃张力。尽管提出该模型时并非出于这一考虑，但它最终实现了 [61]中提出的一般机制。

这并不是说这些模型毫无缺陷，其中最主要的问题似乎是由 τ 场介导的类 Brans-Dicke 力过强，无法与广义相对论的太阳系检验相容。目前正在研究能否解决这一问题，例如采用类似于 [62]的屏蔽机制。

2.2 与 PQ 轴子的关联

自然弛豫的思路十分巧妙，但它与 QCD轴子有什么关系呢？关键在于，上文所述的弛豫模型往往会抑制整个低能标量势，而不仅仅是宇宙学常数。若存在轴子场 $\mathfrak{a}$，同样的论证依然成立；但此时，在诸如（2.1）这样的表达式中，系数$c_i = c_i(\phi, \mathfrak{a})$ 和 $w_x = w_x(\phi, \mathfrak{a})$ 等 都是弛豫模量 和 轴子的函数。对 V 关于 ϕ 进行极小化，便会得到一个依赖于轴子的解$\phi = \phi_m(\mathfrak{a})$，而非一个特定值。

在这一解处求值后，对于轴子场的所有取值，势再次至少受到 $1/\tau^4$的抑制。实际上，标量势呈现槽状形状，其中$\phi_m(\mathfrak{a})$ 用于参数化其极小值。沿这条沟槽底部的势并非严格为零，但受到与抑制暗能量密度相同的 $1/\tau$ 次幂的抑制。因此，沿沟槽底部的方向（在上述例子中为$\mathfrak{a}$ ）比人们直觉上预期的平坦得多，从而使轴子质量低于直觉上的预期。我们将在§3 中回到这样一个问题：同样的论证是否也适用于其他标量（确实适用），以及为何这仍然不一定会动摇我们对例如对撞机中的希格斯物理的理解。

2.2.1 普通 QCD 轴子

按照通常的说法，QCD轴子是具有 QCD 反常的全局 $U(1)$ 佩奇–奎因对称性的戈德斯通玻色子。随后，QCD 真空的强耦合共同作用，生成轴子的一般形式的低能有效拉格朗日量

$$-\frac{\mathcal{L}_{\rm ax}}{\sqrt{-g}} = \frac{1}{2}\, f^2\, g^{\mu\nu}\partial_\mu \mathfrak{a}\, \partial_\nu \mathfrak{a} + V_{PQ}(\mathfrak{a}) - \partial_\mu \mathfrak{a}\, J^\mu + \cdots\,, \tag{2.3}$$

其中， f 是 PQ 对称性自发破缺的特征尺度， J^μ 是由普通物质场构成的三维质量流（可能包含电磁 Chern-Simons 项），而标量势为

$$V_{PQ}(\mathfrak{a}) = \Lambda_{QCD}^4\, U(\mathfrak{a})\,, \tag{2.4}$$

其中， $\Lambda_{QCD} \simeq 200$ 电子伏特是量子色动力学的特征尺度，而 $U(\mathfrak{a})$ 是无量纲轴子场的周期性数量级为一的函数 $\mathfrak{a}$，其具体形式在 [63] 中明确给出：

$$U_{\rm vac}(\mathfrak{a}) = -\sqrt{1 - \frac{4m_u m_d}{(m_u+m_d)^2}\,\sin^2\left(\frac{\mathfrak{a}}{2}\right)}\,, \tag{2.5}$$

其中， m_u和 m_d是上夸克和下夸克质量。当 $m_d \simeq m_u$时，该式趋近于 $U_{\rm vac} \simeq -\left|\cos\left(\frac{\mathfrak{a}}{2}\right)\right|$。

通过重新定义 $\mathfrak{a} = \alpha/f$ 进行正则归一化，并假设 U''在其极小值处为数量级为一，可得通常的轴子质量估计

$$m_a \simeq \frac{\Lambda_{QCD}^2}{f}, \tag{2.6}$$

并表明轴子物质耦合的强度为

$$\mathcal{L}_{\rm int} = \frac{1}{F_a}\,\partial_\mu \alpha\, J^\mu \qquad \text{with} \qquad F_a = f\,. \tag{2.7}$$

对于具体情况[9] $F_a = f = M_p$ 式（2.6）预测出 $m_a \sim 10^{-11}$ 电子伏特。对于各种取值的 F_a （只有在对 J^μ 作出具体选择，并明确当前 J^μ 中的所有数值因子后，这些结果才真正精确）以及 m_a 的排除图汇总于类似图1的图中，其中关系式（2.6）表现为一条黄色对角线。

2.2.2 势的弛豫

然而，如果描述 PQ 对称性破缺的物理过程也局域在膜上（在紫外理论中），那么轴子进入低能理论时所采用的约旦框架度规，就与其他所有场相同，从而确保它对 w_x（也可能对 c_i）的势作出贡献。

[9]对于传统轴子模型，选择远大于 10^9 吉电子伏特的衰变常数，通常会因暴胀期间及之后的轴子动力学而受到不利影响（综述参见 [19]）。但在此处所考虑的紫外理论中，暴胀尺度下的宇宙学性质很可能与通常采用的标准图景大不相同——有关初步讨论请参见例如 [45, 54, 56] ——因此需要重新评估这些论证。

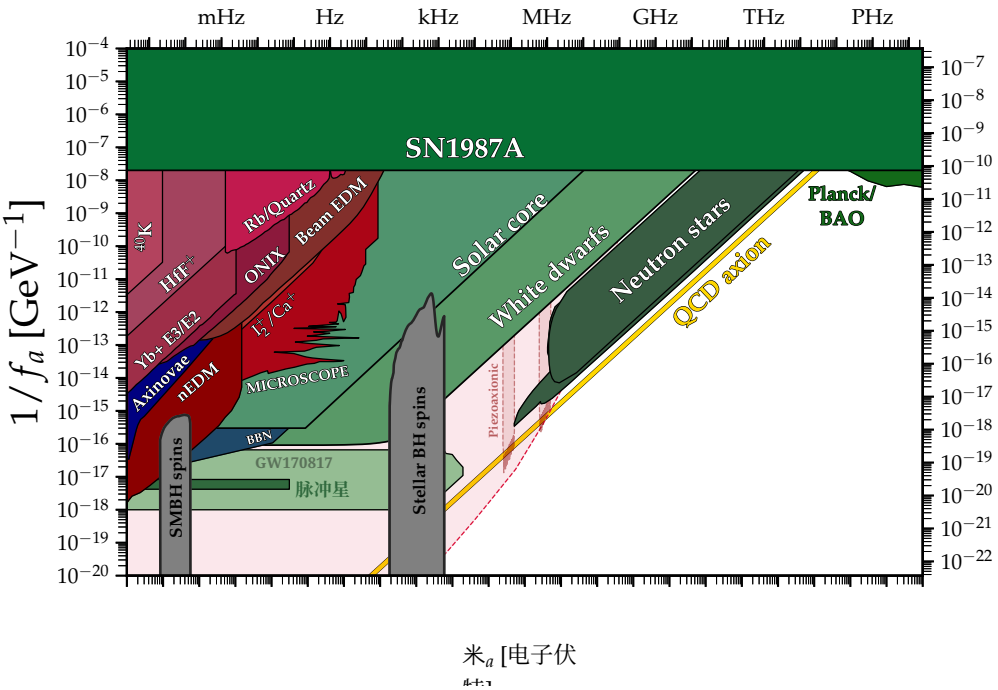


图 1：取自 [64], 的量子色动力学轴子参数空间约束，其中由关系式（2.6）和（2.7）定义的标准QCD带以黄色显示。

例如，假设在没有轴子的情况下， w_x 在 $\phi = u$处经过零点。那么——记住 W_x 的量纲为（质量）[2] ——在这个零点附近，它可以写成$W_x \simeq m\,(\phi - u)$ 。假设在此基础上再加入对轴子场的周期性依赖，[10]，形式如下：

$$W_x \simeq m(\phi - u) + \Lambda^2 \sin\left(\frac{\mathfrak{a}}{2}\right) , \tag{2.8}$$

那么，式（2.1）中的主导张力项变为

$$\frac{|W_x|^2}{\tau^2} = \frac{1}{\tau^2}\left[m^2|\phi - u|^2 + \tfrac{1}{2}\Lambda^4\Big(1 - \cos\mathfrak{a}\Big) + 2m\Lambda^2 \mathrm{Re}(\phi - u)\sin\left(\frac{\mathfrak{a}}{2}\right)\right] . \tag{2.9}$$

如果维度因子为 $m \sim M_p$ 和 $\Lambda \sim \varepsilon M_p$ ，那么在$\phi = u$ 附近展开的第一项会赋予 ϕ 一个大小为 $m_\phi \sim M_p/\tau \sim 1/r$的质量，假设 ϕ 动能项与 τ无关（对于来自紫外理论体区的模，这在四维爱因斯坦框架中成立）。这个质量的大小约为卡卢扎-克莱因尺度，这对体模而言在预期之中。第二项给出形式为（2.4）的轴子势；对 U（$\mathfrak{a}$）采用一种常用取值（但并非量子色动力学预测的取值 [63]），对应的有效量子色动力学尺度为 $\Lambda_{\rm eff} \simeq \Lambda/\sqrt{\tau} \sim \varepsilon M_p/\sqrt{\tau} \sim \varepsilon M_{EW}$ （这意味着，如果 $\varepsilon \sim 10^{-5}$ 要成为量子色动力学尺度（ $\Lambda_{\rm eff}$ ），则~ 0.1 吉电子伏特），且 $M_{EW} \sim 10$ 太电子伏特）。

或许更重要的是，给 W_x 加上一个常数只会改变 W_x 为零时 ϕ所取的值 u，但不会消除势在

[10]关于诸如 W_x 这样的量可以依赖哪些类型的场，请参见 [55] 中的规则。轴子项的系数定义了尺度 Λ。通过改变 $\mathfrak{a}$ 的符号，可以使该系数为正。

其极小值处（至少在 $1/\tau$的最低阶近似下）为零这一性质。这意味着，在 $1/\tau^2$阶，有效势可通过在 ϕ 的极小值处计算 $W_x[\phi(\mathfrak{a})]$ 得到，且完全独立于$\mathfrak{a}$，这意味着轴子将是无质量的（尽管其非导数相互作用通常不一定为零）。纳入 $1/\tau^4$ 项后，这种无质量性便不再成立，但结果可能与根据式（2.9）所作的直觉预期大不相同。

在 $1/\tau^4$ 阶，通常即使在 ϕ 已达到极小值之后，势仍会依赖于轴子；这里假设 ($c_2|w|^2$ 中类似 2.1 的项也依赖于 ϕ。具体而言，如果在使 (ϕ 的导数 $c_2|w|^2$ 中的第一个完全平方项消失的 ϕ 值处，这些导数并不小，那么 2.1 中对 $\mathfrak{a}$ 的主导依赖项 $V[\phi_m(\mathfrak{a})\ \mathfrak{a}]$ 会将 (2.2 替换为

$$V[\phi_m(\mathfrak{a}),\mathfrak{a}] = \frac{M_p^4}{\tau^4}\left[v_0 - v_1\log\tau + \frac{v_2}{2}\log^2\tau + \varepsilon^2 v_3\sin\left(\frac{\mathfrak{a}}{2}\right) + \cdots\right], \tag{2.10}$$

这里 v_i 同样是大小不超过约 50 的无量纲常数。由此得到的势的形状如图 2 所示：对于所有 $\mathfrak{a}$ 的取值，即使在 $\varepsilon = 10^{-3}$ 时，沟槽中的膨胀子局部极小值仍保持稳定。采用受量子色动力学启发的取值时，新的轴子项不会使膨胀子的极小值失稳。

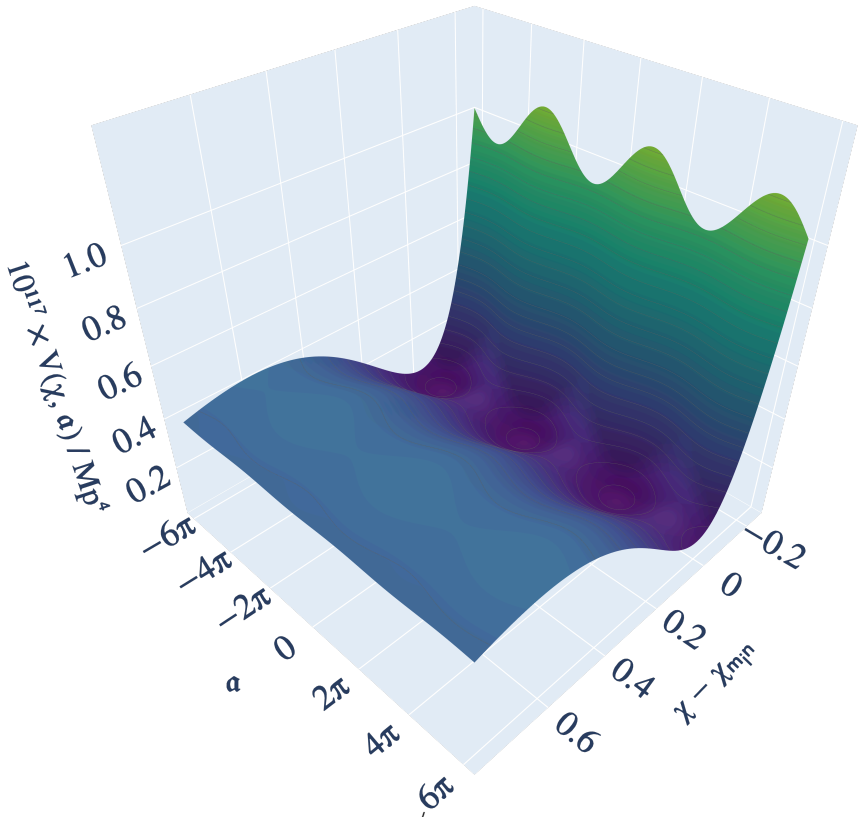


图2：轴子–膨胀子势 (2.10 在 $(\chi = \sqrt{\frac{3}{2}}\ln(\tau),\ \mathfrak{a})$ 平面上的曲面图，其中 $\varepsilon \equiv 10^{-3}$；常数 v_i 的取值与 [7] 中所用的相同。图中可清晰看到稳定膨胀子方向的沟槽，而轴子方向则呈现周期性极大值和极小值。

这个表达式中重要的是整体系数的大小，而不是出现的具体周期函数 $\mathfrak{a}$（它取决于对 W_x 所做的初始选择）。

将轴子依赖部分与（2.4）进行比较可知，势的有效尺度已从（ $\Lambda_{\rm unr}^4 \sim \Lambda^4/\tau^2 \sim \varepsilon^4 M_{EW}^4 = \Lambda_{\rm eff}^4$）中出现的未弛豫值 2.9 降低到了小得多的弛豫值 $\Lambda_{\rm rel}^4 \sim \Lambda^2 M_p^2/\tau^4 \sim \varepsilon^2 M_{EW}^4/\tau^2 \sim \varepsilon^2/r^4$。请回想，在这些模型中，现今的暗能量密度约为 $M_p^4/\tau^4 \sim 1/r^4$，因此，弛豫后的轴子势中出现的尺度甚至相对于这一数值，也被 ε 的幂次所抑制。

2.3 典型轴子嵌入

与受抑制势相对应的轴子质量和衰变常数大小，取决于轴子动能项对 τ 的依赖关系；对此有几种合理的选择。本节将特别介绍两个具有代表性的情形。

2.3.1 膜轴子

我们考虑的第一个典型情形适用于这样的轴子：它是局域在四维膜上的标量 PQ 场（所有标准模型粒子也都如此）。这是上述弛豫框架中产生 PQ 轴子的自然方式。在这种情形下，轴子拉格朗日量与膨胀子无关，并且处于与任意标准模型粒子（如希格斯）相同的乔丹框架中，因为这对应于高维爱因斯坦框架。由于势中的主导项（2.9）正比于 $1/\tau^2$ 使其变为τ无关所需的度规重标度为

$$g_{\mu\nu} \propto \tau \tilde{g}_{\mu\nu} \,. \tag{2.11}$$

要求在用 $\tilde{g}_{\mu\nu}$ 表示时，τ 也从轴子动能项中消失，这意味着在四维爱因斯坦框架中，它必须随 τ 按如下方式缩放：

$$-\frac{\mathcal{L}_{\rm kin}}{\sqrt{-g}} \sim \frac{f_b^2}{\tau}\, g^{\mu\nu}\partial_\mu \mathfrak{a}\, \partial_\nu \mathfrak{a} \qquad \text{(brane-localized axion)}\,, \tag{2.12}$$

对于某个质量尺度 f_b，因此 $f = f_b/\sqrt{\tau}$。

为检验这一点，我们计算不考虑弛豫时的轴子质量——也就是使用势（2.9）——此时 $\Lambda_{\rm unr}^2 \sim \Lambda^2/\tau = \varepsilon^2 M_p^2/\tau \sim \varepsilon^2 M_{EW}^2$（当 Λ_{QCD}^2且 $\varepsilon \sim 10^{-5}$时，这与相符）。采用这一选择后，未弛豫轴子质量变为$\hat{}m_a \sim \varepsilon^2 M_p^2/$（$f_b\sqrt{\tau}$），因此 $\Lambda_{\rm unr}$，f 以及$\hat{}m_a$ 都随 τ 以完全相同的方式变化，正如所有其他标准模型粒子质量一样，从而确保它们的比值不依赖于 τ。

考虑弛豫后，上述质量预测会降低至 $m_a \sim \Lambda_{\rm rel}^2/f$ $\Lambda_{\rm rel}^2 \sim$，因此使用此结果意味着弛豫 $\varepsilon M_p^2/\tau^2$ $m_a \sim \varepsilon M_p^2/\ f_b\tau^{3/2}$ τ — 后轴子质量（）随 的变化方式不同于标准模型粒子的质量。数值上，若 $f_b \sim M_p$，我们得到 $f \sim f_b/\sqrt{\tau} \sim M_{EW}$和 $m_a \sim \varepsilon M_p/\tau^{3/2} \sim \varepsilon M_{EW}/\tau$，在量子色动力学情形下其量级为 10^{-20}电子伏特（此时$\varepsilon \sim 10^{-5}$），当 $\tau \sim 10^{28}$时。

耦合 F_a 可以用类似的方法计算，假设轴子-SM耦合在SM约旦框架中也与 τ无关。为了了解这意味着什么，我们列出四维膜局域拉格朗日量中的一些代表性项，例如

$$\begin{aligned} -\frac{\mathcal{L}_{\rm b}}{\sqrt{-\tilde{g}}} = {} & \tfrac{1}{2} f_b^2\, \tilde{g}^{\mu\nu}\partial_\mu \mathfrak{a}\, \partial_\nu \mathfrak{a} + \tfrac{1}{4}\tilde{g}^{\mu\lambda}\tilde{g}^{\nu\rho} F_{\mu\nu}F_{\lambda\rho} + \tilde{e}^{\mu}{}_a \overline{\psi}\gamma^a D_\mu \psi + m_0\, \overline{\psi}\psi \\ & + c_1 \tilde{e}^{\mu}{}_a \partial_\mu \mathfrak{a}\, \overline{\psi}\gamma^a\psi + c_2 \mathfrak{a}\, \tilde{\epsilon}^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu}F_{\lambda\rho} + \cdots \,, \end{aligned} \tag{2.13}$$

其中 c_i 表示无量纲数量级为一的常数，逆 vierbein 满足 $\tilde{e}^{\mu}{}_a \tilde{e}^{\nu}{}_b \eta^{ab} = \tilde{g}^{\mu\nu}$，且 $\tilde{e}^{\mu}{}_a \tilde{e}^{\nu}{}_b \tilde{g}_{\mu\nu} = \eta_{ab}$，而 ψ和 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$则代表膜局域的

自旋二分之一场和自旋一场。使用 $g_{\mu\nu} = \tau \tilde{g}_{\mu\nu}$ 切换到爱因斯坦框架后，得到

$$-\frac{\mathcal{L}_{\rm b}}{\sqrt{-g}} = \frac{f_b^2}{2\tau}\, g^{\mu\nu}\partial_\mu \mathfrak{a}\, \partial_\nu \mathfrak{a} + \tfrac{1}{4} g^{\mu\lambda} g^{\nu\rho} F_{\mu\nu} F_{\lambda\rho} + \frac{1}{\tau^{3/2}} e^\mu{}_a \overline{\psi} \gamma^a D_\mu \psi + \frac{m_0}{\tau^2}\, \overline{\psi}\psi$$
$$+ \frac{c_1}{\tau^{3/2}} e^\mu{}_a \partial_\mu \mathfrak{a}\, \overline{\psi}\gamma^a \psi + c_2 \mathfrak{a}\, \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\mu\nu} F_{\lambda\rho} + \cdots , \qquad (2.14)$$

证实 $f = f_b/\sqrt{\tau}$ 与之前一样。正则归一化表明，费米子质量为$m_0/\sqrt{\tau}$如预期所示，而与（2.7）比较可知，出现在轴子-费米子导数耦合中的衰变常数， F_a，以及出现在轴子-光子耦合中的衰变常数， F_γ分别为

$$F_a \sim F_\gamma \sim f \sim \frac{f_b}{\sqrt{\tau}}\,. \qquad (2.15)$$

如前所述，这种对 τ的依赖性确保了普通粒子质量与 F_a、 F_γ的比值，以及未弛豫轴子势标度 $\Lambda_{\rm unr}$ 和未弛豫轴子质量m_a 均与 τ无关，但它们与弛豫标度 $\Lambda_{\rm rel}$ 或弛豫后轴子质量m_a的比值则并非如此，因为这些比值对 τ的依赖方式不同。

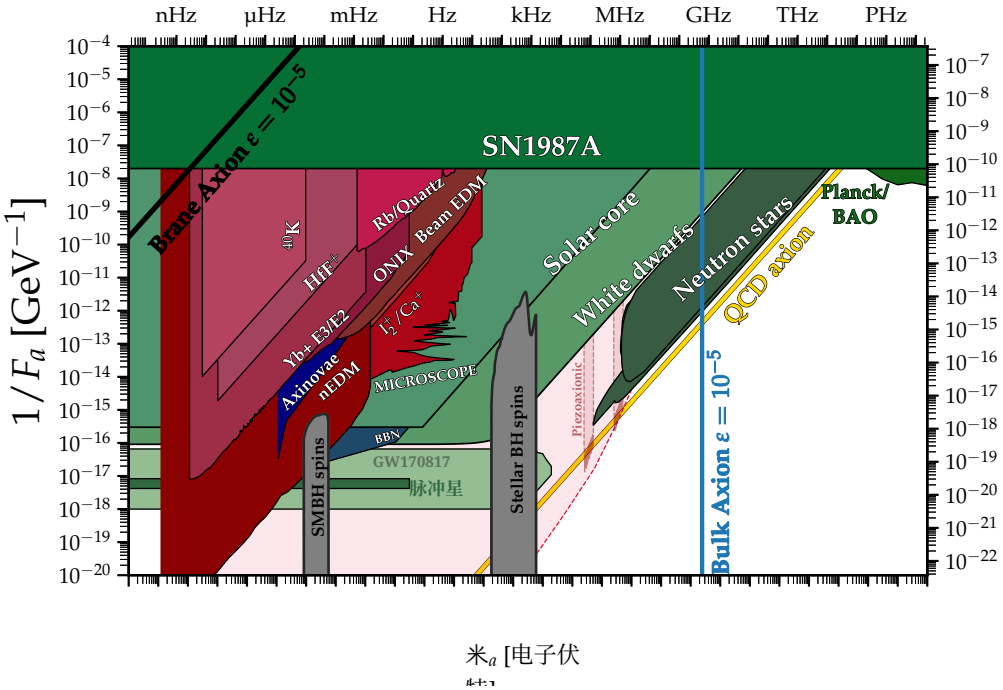


图3：将图1 中的限制条件与修正后的QCD轴子叠加比较，分别以蓝色和黑色表示瑜伽弛豫机制中体轴子和膜轴子两种变体。

数值上（2.15）预言 $F_a \sim M_{EW}$ 当 $f_b \sim M_p$ 且乘积 $F_a m_a$ 与自由参数 f_b 无关，因此在 $1/F_a$-m_a 平面中，随着f_b 变化所描绘出的直线（在双对数图中）与传统的QCD轴子线平行（如图 3所示）。轴子质量的抑制使QCD轴子线移入$1/F_a$-m_a 平面中一个受到粒子唯象学严格约束的区域。

2.3.2 体轴子

轴子动能项对 τ的依赖性，另一种自然的选择是采用紫外理论中轴子作为 τ 在体区超对称性下的伙伴（有时称为类轴子）时所预期的形式，这与 [59, 65, 66]中的研究思路一致。在这种情况下，体区超对称性意味着动能项为

$$-\frac{\mathcal{L}_{\rm kin}}{\sqrt{-g}} \sim \frac{M_p^2}{\tau^2}\, g^{\mu\nu}\partial_\mu \mathfrak{a}\, \partial_\nu \mathfrak{a} \qquad (\text{saxion})\,, \tag{2.16}$$

将其与（2.3）比较可得

$$f \sim \frac{M_p}{\tau} \sim \frac{1}{r} \qquad \text{and so} \qquad m_a \sim \frac{\Lambda_{\rm rel}^2}{f} \sim \frac{\varepsilon M_p}{\tau} \sim \frac{\varepsilon}{r}\,. \tag{2.17}$$

这类轴子的质量尺度（对于 $\varepsilon \le 1$）至多与卡鲁扎–克莱因（或暗能量）尺度同阶，这对于体场而言或许正如预期。采用量子色动力学方案 $\varepsilon \sim 10^{-5}$，并令 $1/r$ 约为 0.1 电子伏特（适用于大额外维模型），则可得 $m_a \sim 10^{-6}$ 电子伏特。

以类似方式可得出物质耦合中出现的衰变常数 F_a 的预测。值得注意的是，这种特定轴子在紫外理论中最初是一个二形式规范势 $B_{\mu\nu}$，也就是说，它在四维中与一个标量对偶[11] 。为计算 F_a，取二形式场与膜上局域物质之间最简单的耦合：

$$\mathcal{L}_{\rm int} = \frac{1}{f_B^2}\, G \wedge \tilde{J}\,, \tag{2.18}$$

其中 $G = \mathrm{d}B$ 是二形式场强（在六维中按正则方式归一化），而 J^μ 是膜局域的标准模型流，例如费米子双线性项[12]

$$\tilde{J}_\mu = \tilde{e}^a_\mu\, \overline{\psi}\gamma_a\, \psi = \frac{1}{\sqrt{\tau}}\, e^a{}_\mu\, \overline{\psi}\gamma_a\, \psi \tag{2.19}$$

其中 ψ 是一个膜局域的自旋二分之一费米子，最后一个等号则将表达式转换到了四维爱因斯坦框架，具体如（2.14）前后的讨论所述。该拉格朗日量需在膜的四维世界面上积分，因此，假设 $\tilde{J}^\mu$ 的量纲为（质量）^{3} ——如同费米子双线性项——则该相互作用的耦合量纲须为（质量）$^{-2}$。 f_B 表示以这种方式出现的相应紫外尺度；在爱因斯坦框架中，其自然上限为四维普朗克尺度 M_p （对应的约旦框架数值为六维普朗克尺度 M_6）。

进行对偶变换后，得到如下形式的轴子-物质耦合 [7, 20, 7 1]

$$\mathcal{L}_{\rm ax} = -\tfrac{1}{2}\sqrt{-g}\; f^2 \left(\partial_\mu \mathfrak{a} + \frac{\tilde{J}_\mu}{f_B^2}\right)\left(\partial^\mu \mathfrak{a} + \frac{\tilde{J}^\mu}{f_B^2}\right)\,, \tag{2.20}$$

[11]具有标量势的轴子的对偶化见 [67, 68] ，其中关于如何对 QCD轴子进行对偶化的若干方面，具体讨论见 [69, 70]。

[12]在这种情况下，规范不变性禁止该流成为膜局域的电磁 Chern-Simons 项，不过，在这种表述中，电磁反常可以作为一项 $B \wedge F$纳入。

其中 f 如式（2.17）所示。对于费米子双线性流的情形，将上式与费米子动能项 $\tau^{-3/2}\psi\gamma^\mu\partial_\mu\psi$ 进行比较，并注意式（2.19），可知对 $\mathfrak{a}$ 和 ψ 进行规范归一化，并与式（2.7）比较，便可得出

$$F_a \sim \frac{f_B^2}{\tau f} \sim \frac{f_B^2}{M_p}\,, \tag{2.21}$$

它变为 $F_a \sim M_p$ 当 $f_B \sim M_p$ 正如引力耦合的 KK 模所预期的那样。有 F_a 与.....成正比 $1/f$ 而非 f 是对偶变换的典型特征，并使 F_a 尽管 f 仍然很大，如（2.17）所预测的那样，而这远小于轴子物理中通常考虑的数值。

关于这些表达式，有两点值得注意。首先，请注意，当 $F_a \sim M_p$ 为 10^{-6} 电子伏特——参见式（2.17）下方的讨论——因此，尽管有$\Lambda_{\rm rel} \ll \Lambda_{\rm unr}$ 轴子质量仍大于普通 QCD 轴子在式（2.6）中的预测。从紫外观点来看，这是因为轴子动能项在体中产生，改变了 f 与 F_a 之间的关系，这不同于膜情形。由于尺度 f_B完全没有出现在此处 m_a 的表达式中， f_B 不会在乘积中消去$F_a m_a$。因此，随着 $1/F_a$ 相对于 m_a 的平面上的 f_B 变化，描出的曲线是竖直的，而非与标准量子色动力学轴子线平行（见图3）。

还值得注意的是，图中由类似（2.7）的导数相互作用所给出的唯象约束，在通常的 QCD 轴子线右侧大多形同虚设，例如当 $F_a \sim M_p$ 且 $m_a \sim 10^{-6}$ 电子伏特时。由此，探究这类轴子的晚期宇宙学及其与普通物质之间的非导数耦合，或许更有意义。事实上，量子色动力学提供了一个具体例子，其中这些非导数耦合可以明确计算出来 [72], ；我们将在下文第4 节回到这一主题，但首先要更准确地说明上述弛豫机制会抑制哪些类型的质量。

3 弛豫：快与慢

标量势整体受到抑制，是针对旨在解决宇宙学常数问题的弛豫机制的一种常见质疑。如何在不抹去借助标量势得出的其他成功预言的前提下，抑制暗能量密度？例如希格斯物理或暴胀宇宙学中的预言。本节将概述其背后的主要原因，说明这一点未必会成为无法逾越的障碍。

核心思想是，任何特定物理过程中的弛豫效率，取决于该过程所经历的时间尺度。弛豫本质上是一个动力学过程，因此必须随着场随时间的变化而作出响应。关键问题在于，我们关注的时间尺度是短于还是长于特征弛豫时间 t_r。

对于完成时间远短于 t_r 的快速过程——例如希格斯散射或衰变——可以采用“突然”近似：过程完成得极快，以至于弛豫场来不及响应。与这种情况相关的标量势是朴素的（未受抑制的）标量势。但对于演化时间远长于 t_r 的慢速过程——例如轴子宇宙学——最适合采用绝热近似：弛豫子场有充足的时间跟随问题中其他场的运动，因此能够有效地

抑制整个过程中的标量势。[13] 涉及与 t_r 相当的时间尺度的中间区域则更为复杂。

对于上述弛豫机制，其特征尺度为卡鲁扎–克莱因尺度 $m_{KK} \sim 1/r$，因此 $t_r \sim r$。涉及远高于这一尺度的能量的过程，在弛豫问题中应视为快速过程；而涉及远低于这一尺度的能量的过程则是缓慢过程。

为了更明确地阐述这些观察，我们沿用 [7, 34]，并通过如下选择，将希格斯势的示意图纳入这一框架：

$$W_x \simeq m(\phi - u) + \tfrac{1}{2}\lambda\Big(\mathcal{H}^*\mathcal{H} - v^2\Big)\,, \tag{3.1}$$

因为此时 (2.1) 中的主导张力项变为

$$V_2 = \frac{|W_x|^2}{\tau^2} = \frac{1}{\tau^2}\left[m^2|\phi-u|^2 + \tfrac{1}{4}\lambda^2\Big(\mathcal{H}^*\mathcal{H} - v^2\Big)^2 + \lambda m\,\mathrm{Re}(\phi-u)\Big(\mathcal{H}^*\mathcal{H} - v^2\Big)\right]. \tag{3.2}$$

这包括 ϕ 的质量项、标准希格斯势，以及将 ϕ 与 $\mathcal{H}$耦合起来的交叉项相互作用。

势 (3.2) 呈槽状形状，其极小值沿着直线

$$m\phi = mu - \tfrac{1}{2}\lambda(\mathcal{H}^*\mathcal{H} - v^2) \qquad \text{(trough bottom)}, \tag{3.3}$$

对所有 τ均成立。这保证了在这一极小值上的任意位置处计算得到的势的二阶导数矩阵（“质量”矩阵）至少有一个零特征向量，该向量由 ϕ 和 $\mathcal{H}$的某种组合构成。例如，对 $\mathcal{H} = \mathcal{H} + \delta\mathcal{H}$、$\phi = \phi + \delta\phi$、$\tau = \tau_0 + \delta\tau$ 等展开，其中背景构型满足 $\mathcal{H}^*\mathcal{H} = v^2$ 和 $\phi = u$，而 τ_0 任意（但较大），可得以下二阶导数矩阵

$$\left(\frac{\partial^2 V_2}{\partial\psi^i\partial\psi^j}\right)_{\phi_0=u,\overline{\mathcal{H}}=v,\tau_0} = \frac{1}{\tau_0^2}\begin{pmatrix} \lambda^2v^2 & 0 & \lambda mv & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \lambda mv & 0 & m^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & m^2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

其中 ψ^i 统称五个实分量 $\{\mathcal{H}_R, \mathcal{H}_I, \phi_R, \phi_I, \tau\}$，其中 $\mathcal{H} = \mathcal{H}_R + i\mathcal{H}_I$ 和 $\phi = \phi_R + i\phi_I$。

该矩阵有三个平凡本征向量：$\delta\mathcal{H}_I$ 和 $\delta\tau$（本征值为零），以及 $\delta\phi_I$（本征值为 m^2）。其余两个本征态为 ψ_+（本征值为 $m^2+\lambda^2v^2$）和ψ_0（本征值为 0），它们与原始场的涨落之间的关系为

$$\begin{pmatrix}\psi_+\\ \psi_0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\vartheta & \sin\vartheta\\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta\mathcal{H}_R\\ \delta\phi_R\end{pmatrix} \tag{3.5}$$

其中

$$\tan\vartheta = \frac{m}{\lambda v}\,. \tag{3.6}$$

其中，$\delta\mathcal{H}_I$ 是通常的戈德斯通玻色子，对应于 $\mathcal{H}$ 的相位旋转，通常会被希格斯机制吸收；而 ψ_0 表示沟槽底部的切线方向。

[13] 这种区分——缓慢的绝热调整与直接激发重自由度的快速演化——在耦合重标量和轻标量的系统中也广为人知；在这类系统中，违反绝热性可能导致瞬态效应，或使朴素的低能描述失效 [73, 74]

缓慢演化

首先考虑这样一种情况：参数的选取使得 $\lambda v^2 \ll m^2$ 成立，并且所有场的显著变化都只发生在远大于 m^{-1}的距离尺度上。在这种情况下，由（3.6）得到的混合角满足$\vartheta \simeq \frac{\pi}{2}$，因此 ψ_0 接近 $\delta\mathcal{H}_R$ 方向，而 ψ_+ 则主要沿 $\delta\phi_R$方向。

在这种情况下，通过选取 ϕ，可以得到$\phi(x) = \phi_m[\mathcal{H}(x)\ \tau(x)]$,的运动方程的近似解，其中 ϕ_m是一个取值，使得 $\partial V_2/\partial\phi = 0$作为其他场的函数时成立。如果 $\mathcal{H}$ 和 τ 本身也被选为位于势的驻点上的常数，那么这就是经典方程的精确解；但即使 $\mathcal{H}$ 和 τ 仅随空间和时间缓慢变化，它仍然是一个良好的近似解。在这种情况下，ϕ 运动方程中的导数项，与偏离解 $\phi(x) = \phi_m[\mathcal{H}(x)\ \tau(x)]$时所付出的势能代价相比，可以忽略不计。

这是宇宙学所关注的弛豫机制，在这一机制中，$\delta\phi_R \simeq \psi_+$ 是一个可以积分消去的重场，消去后会留下一个剩余势，作用于 $\mathcal{H}$ 和 τ，该势比朴素势$\frac{1}{4}\lambda^2(\mathcal{H}^*\mathcal{H} - v^2)^2/\tau^2$平坦得多（此处恰好完全平坦）；若 ϕ 固定在 $\phi = u$，它们本来会具有这一朴素势。相应的质量也同样受到抑制（此处为零），低能质量本征态由（3.4）的零本征向量给出。下文将详细探讨轴子-膨胀子系统在这一机制下的宇宙学意义。

快速散射

或者，接下来设想选择满足以下条件的参数：$\lambda v \gg m$这适用于（例如）能量远高于弛豫子质量时的希格斯物理。在这种情况下，由（3.6）得到的混合角满足 $\vartheta \ll 1$，因此 ψ_0 接近 $\delta\phi_R$ 方向，而 ψ_+则主要沿着 $\delta\mathcal{H}_R$方向。在此区域内，$\mathcal{H}_R$ 可很好地近似看作有质量粒子，而 ϕ_R则主要是极轻的，因此场的演化不再能由绝热选择 $\phi(x) = \phi_m[\mathcal{H}(x)\ \tau(x)]$很好地近似。

在这种情况下，粒子散射过程可像之前一样，通过展开 $\mathcal{H} = \mathcal{H} + \delta\mathcal{H}$, $\phi = \phi_0 + \delta\phi$, $\tau = \tau_0 + \delta\tau$来描述，其中涨落描述的是波包

$$\delta\mathcal{H} = \int \frac{\mathrm{d}^3k}{(2\pi)^3} f(\mathbf{k})\, \exp[i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t]\,, \tag{3.7}$$

其中 $\omega^2 = \mathbf{k}^2 + m_H^2$，$\delta\phi$ 和 $\delta\tau$也同理。如果这些波包的相互作用时间相较于 $t_r \sim m_\phi^{-1}$ 较短，并且其他耦合（例如 λ）较弱，那么未来的演化便可用微扰方法计算，从而得到标准的散射计算，其中涉及费曼图；当 τ_0 较大时，这些费曼图使用势（3.2）计算。这个势并不简单，因为涨落场 ϕ、$\mathcal{H}$ 和 τ 并未使 V_2 达到最小值（尽管ϕ_0 和$\mathcal{H}$ 确实如此）。

在这一机制下，$\mathcal{H}_R$ 与 ϕ_R 之间的混合会使希格斯玻色子出现不可见衰变宽度，并允许高能 $\mathcal{H}$ 场辐射出许多轻的 ψ_0 态，但不会因此压低希格斯场的质量。这正是为了捕捉紫外描述中的类似过程所需的机制：膜局域希格斯玻色子向额外维度辐射 [33, 75]。值得注意的是，体中存在多个场（如超对称所暗示的）意味着，这些过程可能由新型门户主导 [76, 77], ，而非像非超对称大维度模型中通常研究的那种普通引力子发射 [78–81]。

4 物质依赖势的约束

正如我们接下来将要论证的，本文所述模型的唯象学在很大程度上取决于轴子与物质之间的非导数耦合。在某些情况下，这些耦合可能强于上文讨论的导数耦合（2.7），当它们使轴子标量势中出现显著的依赖物质的贡献时尤其如此。最重要的是，已知QCD轴子与胶子的耦合会在体物质中诱导出非导数轴子–物质耦合；除了前文所述的通常的真空势之外，还会产生这种耦合，而且这一过程可以精确计算 [72]。

4.1 非导数轴子-物质耦合

对于弛豫而言，关键假设（如上所述）是：在紫外理论中，量子色动力学与标准模型扇区的其余部分一起局域于一张膜上。因此，若以τ无关的乔丹框架度规 $\tilde{g}_{\mu\nu}$ （定义见（2.11））表示，轴子的物质耦合具有标准的量子色动力学形式。这意味着，转换为四维 Einstein系度规后，它们也会依赖于τ。在瑜伽框架中，由此产生两种彼此独立的非导数轴子-物质耦合，现总结如下。

4.1.1 普适裸质量位移

粒子获得非导数轴子耦合的较不重要方式，是希格斯真空期望值 v发生依赖于轴子的位移。将（2.8）与（3.1）结合即可看出这一位移：

$$W_x \simeq m(\phi - u) + \Lambda^2 \sin\left(\frac{\mathfrak{a}}{2}\right) + \tfrac{1}{2}\lambda\Big(\mathcal{H}^*\mathcal{H} - v^2\Big)\,, \tag{4.1}$$

因为在主导势中使用时，这会产生希格斯-轴子交叉耦合 $|W_x|^2/\tau^2$。当 $\mathfrak{a}$ 变化极其缓慢时，在研究希格斯动力学时可将其视为背景场；若此条件成立（4.1）表明，有效希格斯真空期望值变为

$$v_{\rm eff}^2 = v^2 - \Lambda^2 \sin\left(\frac{\mathfrak{a}}{2}\right)\,. \tag{4.2}$$

所有标准模型裸质量都继承了这种轴子依赖性，因为它们都与 $v_{\rm eff}$ 成正比。这种轴子依赖性的来源具有普适性，因为它预言所有标准模型质量比均与 $\mathfrak{a}$ 无关。这种普适性位移的相对大小约为Λ^2/v^2；对于量子色动力学，这意味着轴子依赖的质量位移约为 $\delta m/m \sim 10^{-7}$。

4.1.2 量子色动力学驱动的质量位移

对于QCD轴子而言，粒子质量对轴子的依赖性有一个更大的贡献来源，即量子色动力学本身。这是因为强相互作用会对任何轻复合粒子（如质子或中子）的质量作出贡献。由此产生的质量的轴子依赖性可以计算，其形式为

$$-\frac{\mathcal{L}_{\rm mass}}{\sqrt{-\tilde{g}}} = m_0\Big[1 + U_{\rm mat}(\mathfrak{a})\Big]\overline{\psi}\,\psi\,, \tag{4.3}$$

其中 ψ 是一个四维自旋二分之一场，函数 $U_{\rm mat}$ 在 [72]中经过了显式计算。当处于极限 $m_u \simeq m_d$时，结果尤其简单，

$$U_{\rm mat}(\mathfrak{a}) \simeq \frac{\sigma_N}{m_0}\left[\left|\cos\left(\frac{\mathfrak{a}}{2}\right)\right| - 1\right] \quad \text{with} \quad \sigma_N = \sum_{q=u,d} m_q\,\frac{\partial m_N}{\partial m_q}\,. \tag{4.4}$$

加入了一个加性常数，以确保 $U_{\rm mat}(\mathfrak{a}=0)=0$ 从而 m_0 是真空核子质量。注意， $\mathfrak{a}=0$ 是一个局部极大值，属于 $U_{\rm mat}(\mathfrak{a})$ 因此 $U_{\rm mat}(\mathfrak{a})$ 不会由那些使真空势达到最小的相同场构型取极小值（2.5）。[14]

切换回爱因斯坦框架，并考虑到 ψ动能项对度规的依赖，这相当于赋予大小为.....的复合重子一个依赖于 τ 和 $\mathfrak{a}$ 的质量

$$m_N(\mathfrak{a},\tau)=\frac{m_0}{\sqrt{\tau}}\Big[1+U_{\rm mat}(\mathfrak{a})\Big]\,. \tag{4.5}$$

在爱因斯坦框架中，核子质量的数值意味着 $m_0/\sqrt{\tau}\simeq 940$ 兆电子伏特，而对轴子依赖系数的预测值为 $\sigma_N/\sqrt{\tau}\simeq 59$ 兆电子伏特 [82], 因此 $\bar{\sigma_N}/m_0$ ≃0。06。该质量对 τ 的依赖不受弛豫影响，根本原因是上文第 §3 节所述。

在非相对论体物质中，这种耦合的存在会将重子能量密度转化为如下形式的物质依赖的轴子势

$$V_{\rm mat}(\mathfrak{a},\tau)=\rho_B(\mathfrak{a},\tau)=m_N(\mathfrak{a},\tau)\,n_B=\rho_{B0}(\tau)\Big[1+U_{\rm mat}(\mathfrak{a})\Big] \tag{4.6}$$

其中 n_B 表示局部重子数密度。当重子密度足够大、能够与真空势相抗衡时，这可能导致显著影响（2.5） [83, 84]。按照通常对量子色动力学轴子故事的叙述，只有当重子密度达到 $n_B\gtrsim\Lambda_{QCD}^4/m_N$ 时，物质依赖的轴子势才会与真空势相抗衡，因此只有在核密度下才会产生有趣的影响（有关这一观察的应用，见 [30, 85]）。

但一旦弛豫机制抑制了真空势，情况就会完全改变，因为真空势的弛豫使得物质势在重子密度小得多时就能超过真空势。定量而言，当 $n_B\gtrsim\Lambda_{\rm rel}^4/m_N\sim\varepsilon^2/(m_N r^4)$ 而非 $\Lambda_{\rm unr}^4/m_N\simeq\Lambda_{QCD}^4/m_N$时，依赖物质的势便会变得不可忽略。取 $1/r\sim 0.1$ 电子伏特和 $\varepsilon=\Lambda_{\rm unr}/M_{EW}\sim 10^{-5}$ （适用于量子色动力学）可知，当 $n_B\gtrsim 10^{-23}$ 电子伏特$^3\sim 10^{-3}$ 每立方米时，物质势便占主导。由于只要（4.6）是一个很好的近似，这个值就远低于日常经验中的典型物质密度（或晚期宇宙学中的物质密度），因此我们应当预期物质势会主导 QCD 真空势。

4.1.3 质量依赖约束

如果 QCD物质依赖势（4.6）应当在普通物质中占主导地位，压过真空势（2.5），就可能产生非常强的约束 [30], 其中一些如图 4所示。这些约束的一个共同特征——图中可见——是它们仅适用于朴素 QCD轴子线的左侧。人们很容易认为，这意味着它们不会约束位于 QCD 轴子线右侧的模型（例如本文所述的体轴子模型），但这可能会造成误导，因为约束实际上取决于 $\Lambda_{\rm rel}$ 的取值，以及 F_a 与轴子动能系数 f之间的关系，而我们已经看到，这种关系在弛豫模型中可能会发生变化。

特别是， [30] 的界限是在“突变”近似下推导的。该近似假设从物质势占主导转变为真空势占主导的过程发生在长度尺度 $\ell\sim n/(\mathrm{d}n/\mathrm{d}r)$ 上，而这个尺度远小于物质中的轴子康普顿

[14]这一事实颇为有趣，因为它是屏蔽机制的关键要素，例如 [62] 中讨论的机制；这类机制旨在帮助膨胀子耦合躲过广义相对论检验的探测。

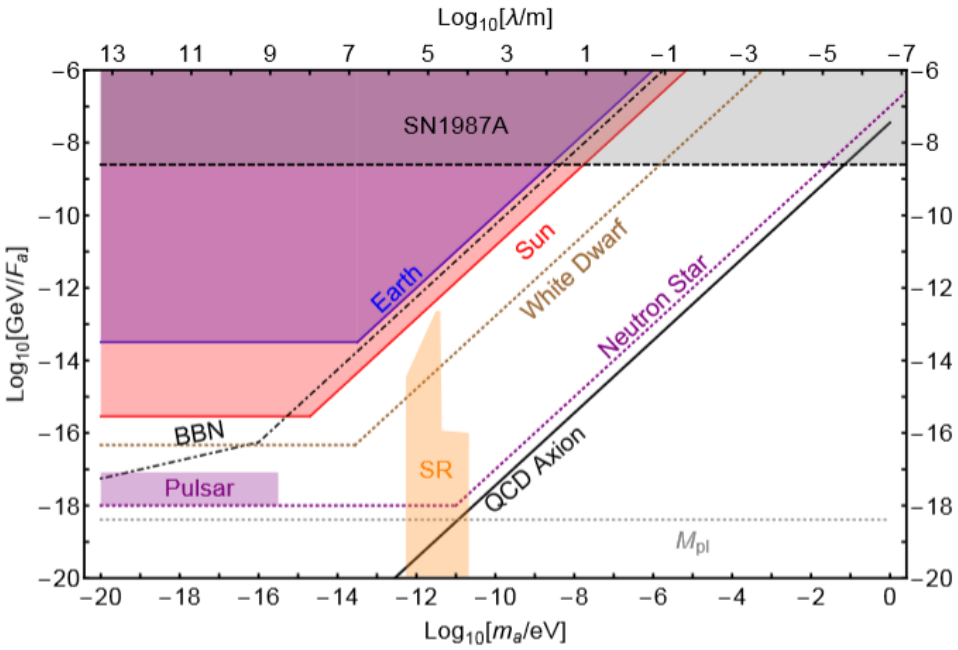


图4：在 $1/F_a$-m_a 平面中，量子色动力学物质势主导真空势的区域（在地球、太阳、白矮星和中子星内部），对应于 [30]。

波长 $m_{\rm in}^{-1}$。在这一假设下，轴子在整个物体内部都处于物质势的极小值 $\mathfrak{a} \neq 0$，并在真空占主导的外部区域转变为汤川型衰减。因此，严格的界限来自缺乏证据表明：当背景轴子不处于 $\mathfrak{a} = 0$ [30, 86–89] 时，物体内部及其表面附近会发生核物理变化（例如 π介子质量、质子/中子质量差的变化，或中子电偶极矩的产生）。许多（但并非全部）此类界限也适用于相反的“绝热”近似，此时 $\ell \gg m_{\rm in}^{-1}$，内部轴子场会简单地跟随真空势与物质势之和的极小值，因此到达表面时已达到 $\mathfrak{a} = 0$ （关于这一绝热区域的讨论，见 [62] ）。

由此引出一个问题：在描述物质内部的轴子分布时，何时适合使用物质势（4.6）作为近似？物质势又在何种情况下主导真空势？后一个问题较容易回答：当 $\rho_{\rm mat} \simeq m_N n_B > \Lambda_{\rm rel}^4 = m_a^2 f^2$ 时，物质势主导真空势，这表明当 $1/f \gtrsim m_a/\sqrt{\rho_{\rm mat}}$ 时，物质势占主导。这重现了 $\rho_{\rm mat} > m_a^2 F_a^2$ 中使用的条件 [30]——（不过其中出现的是 f，而非 F_a），据此得到图4所示受限区域右下方的对角边界4。

图中排除区域的水平下边界是根据这样的观察得出的：较大的密度 $n > \Lambda_{\rm rel}^4/m_N$ 本身不足以使轴子偏离其真空极小值；高密度区域的大小也很重要 [30, 90–92]。要估算使内部轴子与真空值产生显著差异所需的最小尺寸 L，可以要求势能增益远大于

将其恢复到外部真空值所需的梯度能。在突然近似下，这要求 $(m_N n_B - \Lambda_{\rm rel}^4)$ $L^3 \simeq m_N n_B L^3 \sim \rho_{\rm mat} L^3$远大于梯度能 $(f^2/L^2)L^3 \sim f^2 L$代价，这表明存在一个最小系统尺寸

$$f \lesssim \sqrt{\rho_{\rm mat}}\, L\,, \tag{4.7}$$

低于此值时，轴子无法被良好地近似为使物质势或物质加真空势最小化的常数场。

对于膜局域轴子，我们有 $F_a \simeq f$，因此（4.7）可解读为对耦合 $1/F_a$ 的下限，条件是 $\rho_{\rm mat}$ 和 L 已针对某个物体确定，由此得到的受限区域与 [30] 中给出、并在图 4中展示的区域相同。不过，正如我们所见，弛豫会使膜-QCD线移至朴素线的左侧（见图 3），因此，弛豫后的QCD（膜）轴子会落入一个受到严格限制的区域：与物质的非导数耦合和导数耦合都会排除该区域内的轴子。

体轴子的情况则有所不同，对它而言，（4.7）变为

$$f \sim \frac{f_B^2}{\tau F_a} \sim \frac{M_p}{\tau} \sim \frac{1}{r} \lesssim \sqrt{\rho_{\rm mat}}\, L \qquad ({\rm bulk}). \tag{4.8}$$

与膜弛豫后的QCD轴子或朴素QCD轴子不同，这个不等式在普通原子核内就已满足；对于这类原子核，$\rho_{\rm mat} \sim \Lambda_{QCD}^4$ 和 $L \sim \Lambda_{QCD}^{-1} A^{1/3}$（其中 A 为核子数）共同意味着 $\sqrt{\rho_{\rm mat}}\, L \sim \Lambda_{QCD} A^{1/3} \sim 10^8 A^{1/3}$ 电子伏特，远大于 $1/r \sim 0.1$ 电子伏特。在原子核内部具有 $\mathfrak{a} \neq 0$ 也很可能会带来现象学上的严重问题，因为这会重新引发中子电偶极矩可能很大的问题，并导致其他不可接受的核物理变化（例如中子-质子质量差的变化）。

这一机制的详细唯象学影响可能需要更加谨慎地分析，因为原子核的尺寸远小于额外维度尺度，因此最好依据完整的额外维度场方程来计算轴子的响应，正如这些模型中对膨胀子和度规所做的那样，见 [53]。下文暂不讨论轴子膨胀子对物质的晚期耦合是否可能不同于与宇宙学相关的耦合，因此搁置对体轴子当今唯象学的更详细讨论。接下来我们将转而关注它的宇宙学性质。

4.2 宇宙学约束

宇宙学是检验对QCD轴子物理标准图景进行修正的绝佳舞台。在这些长度尺度上，轻标量的引力效应无可避免；动力学也必然发生在相关源近似而言既均匀又随时间变化（因而格外简单）的环境中。在致密天体系统中，人们往往可以借助多体系统的环境复杂性以及系统内部不确定的分布来掩饰问题 [93–95]；而在宇宙学中，平均密度和膨胀历史都是时间的确定函数，因此轴子扇区中任何依赖物质的贡献，都会受到一个已知且持续变化的背景驱动。

这使得常规粗粒化格外可靠（至少在相对近代、重子开始显著聚集之前），这要归功于微观物理尺度与哈勃尺度之间巨大的间隔。它以一种几乎不给漏洞留下余地的方式，将背景演化与标准的早期宇宙基准联系起来。因此，我们在此探讨，弛豫后的QCD轴子能否为我们所熟知并珍视的大尺度物理提供一种可行的描述

尺度上，在宇宙的任何地方，且不受致密天体物理环境中固有系统误差的影响。

弛豫机制的逻辑为我们专注于宇宙学提供了额外的理由，因为这些机制会优先影响缓慢过程，而对较快的实验室过程和粒子物理过程则几乎没有影响。宇宙学是我们能够探测到的最缓慢的演化，因此也是任何独特行为最有可能显现的领域。

沿着沟槽底部，膨胀子 τ 以哈勃时间尺度演化，而轴子动力学则快得多。这种标度分离使我们在分析轴子势时，可以将 τ 视为一个外部的缓慢变化参数。正如在（2.10）附近所讨论的，在弛豫子达到极小值后，关键并不在于剩余轴子依赖关系的具体三角函数形式，而在于沟槽上的真空势仍然关于 $\mathfrak{a}$ 具有周期性，且受弛豫标度 $\varepsilon^2 V_0/\tau^4$抑制。受此启发，并结合（2.5）和（4.4）附近关于量子色动力学的讨论，我们将真空贡献和物质贡献写成一般形式

$$V_{\rm vac}(\mathfrak{a},\tau) \;=\; -\,\varepsilon^2\,\frac{V_0}{\tau^4}\,u(\mathfrak{a})\,, \tag{4.9}$$

and

$$V_{\rm mat}(\mathfrak{a},\tau) \;=\; \rho_b\,\frac{\sigma_N}{m_0}\,u(\mathfrak{a})\,, \tag{4.10}$$

其中 $u(\mathfrak{a})$ 是一个无量纲的周期性数量级为一的函数。上述量子色动力学表达式表明，物质诱导贡献的形状与真空势相同，但符号相反；此外还有一个无关紧要的加性常数，已吸收到背景能量密度中。因此，这两种贡献在相同场值处具有极值，但作用恰好相反：真空势的极小值对应于物质势的极大值，反之亦然。我们将 $\mathfrak{a}_+$ 记为一个保持 CP 对称的真空极小值，将 $\mathfrak{a}_-$ 记为相邻的物质选定的极小值。对于 (2.5) 和 (4.4) 附近讨论的、受量子色动力学启发的周期性，这两者分别位于 $\mathfrak{a}_+ = 4n\pi$ 和$\mathfrak{a}_- = (2n+1)2\pi$。

均匀重子背景中的轴子有效势为

$$V_{\rm eff}(\mathfrak{a},\tau) \;=\; V_{\rm vac}(\mathfrak{a},\tau) + V_{\rm mat}(\mathfrak{a},\tau) \;=\; \left[\rho_b\,\frac{\sigma_N}{m_0} - \varepsilon^2\,\frac{V_0}{\tau^4}\right] u(\mathfrak{a})\,. \tag{4.11}$$

因此，驻点仅由 $u'(\mathfrak{a}) = 0$ 决定，而这些驻点中哪些是极小值，仅取决于整体系数的符号。当密度接近由物质势与弛豫后的真空势之比所定义的阈值密度时，极小值会从 $\mathfrak{a}_-$ 转变为 $\mathfrak{a}_+$：

$$\rho_B^{\rm th} = \frac{m_0 V_0 \varepsilon^2}{\sigma_N \tau^4} \simeq 17\,\rho_{DE}\,\varepsilon^2 \simeq 240\,\rho_{B0}\,\varepsilon^2\,. \tag{4.12}$$

这里的数值估算使用了 $\sigma_N/m_0 \simeq 0.06$如上所述，以及由构造可知 V_0/τ^4的量级与当前暗能量密度相当，即 $\rho_{DE} \sim 10^{-30}$ 克/厘米$^{-3} \simeq 10^{-10}$ 电子伏特^4。最后一个等号使用了 $\rho_{DE} = \rho_{B0}(\Omega_{DE}/\Omega_{B0})$；如今的宇宙平均重子密度为$\rho_{B0} \sim 10^{-31}$ 克/厘米$^{-3} \sim 10^{-11}$ 电子伏特^4，而$\Omega_{B0} \simeq 0.05$ 和$\Omega_{DE} \simeq 0.7$ 分别是当前重子和暗能量的质量分数。请注意，膜轴子和体轴子情景下的这一临界密度相近，因为它不取决于轴子动能归一化。

解读 $\rho_B^{\rm th}$ 时，牢记不同宇宙时期重子平均密度的典型大小会有所帮助。如上所述，如今的宇宙平均重子密度为 $\rho_{B0} \sim 10^{-31}$ 克/厘米$^{-3}$ $\sim 10^{-11}$ 电子伏特^4,，在物质—辐射相等时期则升至 $\rho_B(z_{\rm eq}) \sim 10^{-20}$ 克/厘米$^{-3}$ $\simeq 1$ 电子伏特^4；相比之下，典型的地表密度和恒星内部密度要大得多：$\rho_B \sim 1$–10^2 克/厘米$^{-3}$ $\sim 10^{20}$–10^{22} 电子伏特^4（核密度还要更大）。

因此，宇宙学对势的预言既迅速又可靠，因为$\rho_B(z)$相对而言已有较充分的认识，其随红移的演化为 $\rho_B(z) \approx \rho_{B0}(1+z)^3$, 其中 ρ_{B0}。特别地，它在某一红移处等于临界密度

$$z_{\rm th} = \left(\frac{\rho_B^{\rm th}}{\rho_{B0}}\right)^{1/3} - 1 \simeq \mathcal{O}(10^2)\,\varepsilon^{2/3} - 1. \tag{4.13}$$

当 $\varepsilon \sim 10^{-3}$ 时，该值为数量级为 1 的量，因此对于受量子色动力学启发的选择 $\varepsilon \sim 10^{-5}$，它为负，这意味着在宇宙过去的整个历史中，$\rho_B(z) > \rho_B^{\rm th}$。一旦真空项弛豫到 τ^{-4} 沟槽中，即使极其稀薄的宇宙学背景也仍高于阈值（对于类似量子色动力学的参数）。

当宇宙膨胀导致的势演化相对于轴子的振荡频率非常缓慢时，轴子演化是绝热的，此时均匀场可很好地近似为（4.11)的极小值在 $\mathfrak{a}_+$ 和$\mathfrak{a}_-$之间变化的取值。要确定演化是否绝热，需要知道轴子质量，而这正是膜轴子和体轴子原则上可能有所不同之处，因为它们的动能前因子对 τ的依赖不同，其中

$$-\frac{\mathcal{L}_{\rm kin}}{\sqrt{-g}} = \frac{M_p^2}{2}\,\tau^{-n}\,\partial_\mu\mathfrak{a}\,\partial^\mu\mathfrak{a}, \qquad n = \begin{cases} 1 & \text{brane axion,} \\ 2 & \text{bulk axion,} \end{cases} \tag{4.14}$$

因此，极小值附近的动力学振荡频率并非仅由 $V_{\rm eff,\ \mathfrak{a}\mathfrak{a}}$ 决定，而是由动能加权曲率决定。对于前文讨论的、受量子色动力学启发的周期性依赖关系，轴子出现在三角函数中，其自变量为 $\mathcal{O}(1)$。因此，对这些函数求导只会引入数量级为 1 的数值因子，所以周期函数 $u(\mathfrak{a})$及其二阶导数均保持在 $\mathcal{O}(1)$ 的量级。由此，有效曲率为

$$m^2_{\mathfrak{a},\rm eff} := \frac{\tau^n}{M_p^2}\frac{\partial^2 V_{\rm eff}}{\partial\mathfrak{a}^2} \sim \frac{\tau^n}{M_p^2}\left|\rho_b\,\frac{\sigma_N}{m_0} - \varepsilon^2\,\frac{V_0}{\tau^4}\right|, \tag{4.15}$$

相差由具体周期形状决定的数量级为 1 的因子。

绝热近似要求 $m_{\mathfrak{a},\ \rm eff} \gg H$ 从而使极小值的漂移相较于 $m_{\mathfrak{a}}^{-1}$，效缓慢。在沟槽区间，对于前文推导的基准质量，这两个条件在晚期宇宙中均得到满足：对于 $\tau \sim 10^{28}$，弛豫后轴子质量为 $m_{\mathfrak{a}} \sim 10^{-20}$电子伏特（膜轴子），而 $m_{\mathfrak{a}} \sim 10^{-5}$电子伏特（体轴子；参见（2.15）和（2.17）附近的质量估算）。相比之下，$H_0 \sim 10^{-33}$电子伏特（今天），而 $H(z_{\rm eq}) \sim 10^{-28}$电子伏特（物质–辐射相等时），因此这两类轴子都处于绝热状态，其平均值会追随（4.11）的极小值。

由此可知，在宇宙历史的大部分时期，只要满足 $\rho_B > \rho_B^{\rm th}$，平均轴子场就会被驱动至 $\mathfrak{a}_-$。如果轴子也与占主导地位的冷暗物质密度（而不只是重子）耦合，那么替换 $\rho_B \to \rho_m$ 会使这一结论进一步增强 $\rho_m/\rho_B \simeq \Omega_m/\Omega_b$ 倍。

对于非常晚期的宇宙，重子分布的团块性使平均场近似值得怀疑；在这种近似中，重子密度被替换为其平均值，而

此时需要对轴子演化进行更审慎的非均匀处理。当动能系数较小时，这一点尤其成立，因为为空间梯度付出的代价也更低。

但对于大于约 10 的红移，这些复杂因素不太可能产生影响；在这些时期，轴子预计会更接近由物质选定的极值 $\mathfrak{a} \simeq \mathfrak{a}_-$，而不是 CP守恒真空极小值 $\mathfrak{a} \simeq \mathfrak{a}_+$。这会因几个原因而给唯象学带来严重问题。首先，如果即使在今天，平均轴子构型也不接近其 CP守恒极小值，那么，追踪轴子在宏观物体附近如何随位置演化的分析就必须重新考虑其宇宙学边界条件。

人们或许可以设想令真空势大得多，例如 $\varepsilon \gtrsim 10^{-3}$，从而使当前平均轴子可以接受（尽管在这种情况下，该模型就必须与量子色动力学尺度相差许多个数量级）。但即便如此，唯象学仍然存在问题，因为一般而言，大爆炸核合成和复合时期的核性质会与今天大不相同，达到无法接受的程度 [31, 96]。

因此，我们可以有把握地得出结论：一旦轴子真空势弛豫至τ^{-4} 沟槽中，宇宙学平均重子密度很可能高于临界密度（4.12），前提是其未受抑制的大小由量子色动力学尺度决定。在这类情景中，物质势在宇宙历史的大部分时期主导轴子演化，且其质量足够大，使其平均值通常会绝热跟踪 $\mathfrak{a}_-$ 物质势的极小值，而非守恒 CP 的真空极小值 $\mathfrak{a}_+ = 0$。由于在物质–辐射相等之后，轴子不再受哈勃膨胀冻结（无论是膜还是体动能标度），因此它有充足时间在晚期宇宙中始终跟踪这一极小值。

在致密天体附近，情况显然更是如此，例如星系、恒星和行星，其密度比 $\rho_B \gg \rho_B^{\rm th}$ 区间深出许多个数量级。真空极小值或许可能压过依赖物质的极小值（例如在密度最低的宇宙空洞中），但这类区域在质量预算中所占比例极小，因此无法为轴子场提供普遍的宇宙学吸引子。

我们得出结论：用于抑制暗能量（很可能也能抑制其他机制）的瑜伽式弛豫机制，并不能兼容轴子对强CP问题的解决方案。

5 结论

本文以自然弛豫作为具体框架，阐明一个更广泛的观点：任何动态抑制真空能的机制，通常都不只影响真空项。如果这种抑制是通过轻场的绝热跟踪实现的，那么其他在宇宙学时间尺度上缓慢变化的标量势也会随之改变。QCD轴子是一个尤其鲜明的检验案例，因为其标准唯象学依赖于势、质量和耦合之间的特定关系，而且量子色动力学还确定了强子质量对轴子背景的可计算依赖关系。

5.1 经验教训

将佩塞–奎因轴子嵌入瑜伽框架后，轴子真空势便继承了暗能量所需的同等抑制。因此，所得的轴子质量–耦合关系偏离了通常的量子色动力学带。在最简单的膜实现中，这种偏离会将轴子推入耦合–质量平面上已受到现有搜索强烈约束的区域，同时也会削弱

标准的失配机制（用于产生轴子暗物质）。对偶或体实现可以通过对偶性改变轴子动能归一化与物质耦合之间的关系，从而避开部分直接约束，但这并不意味着轴子就此安然无虞。

真空项受到抑制后，真空势与物质势之间的相互作用会带来更根本的阻碍。量子色动力学意味着重子质量对轴子存在非导数依赖，而在体物质中，这会转化为轴子有效势中的物质诱导贡献。在传统轴子物理中，只有在极高密度下，这一贡献才具有竞争力。在弛豫框架中，真空势在参数上更小，因此物质诱导项通常在普通密度下就已占主导；关键的是，在宇宙学平均重子密度下也是如此。由此可见，对于受量子色动力学启发的参数选择，在大爆炸核合成后的整个历史进程中，乃至遥远的未来，轴子都会被驱向物质选定极值，而非守恒 CP 的真空极小值。若要避免这种情况，就必须将参数推入一个不再类似于佩奇–奎因量子色动力学轴子的区域。

一种能够成功抑制真空能的弛豫机制，通常会以某种方式破坏通常形式的标准量子色动力学轴子：要么将其推入已被排除的参数空间区域，要么在计入物质效应后，使其宇宙学演化选中错误的极小值。与此同时，该框架也阐明了为何这一结论不会自动推广到所有粒子物理学领域。弛豫是一种动力学响应，只有在演化缓慢时才有效。对撞机希格斯物理所探测的快速高能过程发生在极短的时间尺度上，弛豫场来不及跟随，因此仍可用通常未受抑制的势来准确描述。真正的张力在于轻标量，其动力学在哈勃时间尺度上展开；恰恰是在这一范围内，宇宙学提供了最清晰的实验室。

5.2 未来工作

在模型构建方面，最值得探究的开放方向是：是否存在某些要素，能够在保留真空能弛豫优点的同时，使轴子保持可行性。这可能涉及这样一种嵌入：虽然会生成轴子势，但其极小值同时也是物质势和真空势的极小值。或者，轴子可以处于一个仅通过场导数与物质耦合的扇区，因为在这种情况下，根本不需要生成物质势。另一种可能是找到某些机制，在物质内部抑制或屏蔽相关的轴子非导数耦合，同时又不破坏强CP问题的佩奇–奎因解。

与此密切相关的是，物质-膨胀子相互作用的屏蔽问题仍未解决（但希望这一做法不会破坏对哈勃张力的缓解；较大的膨胀子-物质耦合可能带来这种缓解 [60]）。瑜伽框架预言存在一个与物质具有引力强度耦合的轻标量，而要使其在唯象学上可行，可能需要一种额外机制，在晚期宇宙中减弱这些耦合 [62, 97]。要得到完整的图景，必须追踪任何此类机制如何影响轴子耦合，以及如何影响驱动本文所指出的宇宙学不可行性结论的物质诱导势。

更广泛地说，我们将佩奇–奎因轴子作为一大类轻标量的代表性例子；这类轻标量常被引入宇宙中，以解决暗物质、暗能量或暗扇区其他组分等长期存在的问题 [98–101]。这里的分析表明，正视宇宙学常数问题能够对此类自由度施加强有力且有时出人意料的约束。它还凸显了

弛豫框架内标量场暗物质可能存在的一种张力。实现暗物质通常需要一个振荡场，其质量尺度远大于与此处所研究轴子扇区相关的量子色动力学尺度 [102–104]。在一种弛豫机制依赖于浅的膨胀子方向来维持较小真空能的理论中，质量更大、能量更高的振荡标量场可能对缓慢变化的背景产生反作用（正如在更广泛的情形中已有观察，例如 [105–107]）。当该场以相对于其极小值量级为一的偏移幅度振荡时，其随时间变化的能量密度和诱导耦合会周期性地改变有效膨胀子极小值的位置，甚至改变其是否存在，从而可能使晚期谷底解失稳。要确定这种情况何时发生，需要进行专门分析，追踪振荡振幅、储存在该标量场中的宇宙能量密度份额，以及有效势的诱导调制。

致谢

感谢 Marco Costa、Michael Fedderke、Junwu Huang 和 Zach Weiner 富有帮助的讨论。CvdB 获得兰开斯特–谢菲尔德基础物理联盟通过科学技术设施委员会（STFC）资助项目 ST/X000621/1 提供的支持。CB 的研究部分得到了加拿大自然科学与工程研究委员会（NSERC）的资金支持。AS 获得 W.D. Collins奖学金的支持。AS 还感谢周界理论物理研究所和卡夫里宇宙物理与数学研究所的热情接待，本研究的部分工作在这两个机构完成。周界理论物理研究所的研究部分由加拿大政府通过加拿大自然科学与工程研究委员会（NSERC）以及安大略省政府通过研究与创新部（MRI）提供支持。

参考文献

[1] *S. Weinberg*，《宇宙学常数问题》，*Rev. Mod. Phys. 61 (1989) 1*.[2] *C.P. Burgess*，《宇宙学常数问题：为何难以从微观物理中获得暗能量》，载于《第*100*届夏季物理学校：后普朗克宇宙学》，第*149–197*页，*2015*，*DOI* [1309.4133].[3] *DESI*合作组，《*DESI 2024 VI*：来自重子声学振荡测量的宇宙学约束》，*JCAP 02 (2025)* 021 [2404.03002].[4] *S. Weinberg*，《一种新的轻玻色子？》，*Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 223*.[5] *F. Wilczek*，《瞬子存在时强 P 与 T 不变性的问题》，*Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 279*.[6] *R.D. Peccei* 和 *H.R. Quinn*，《瞬子存在时的*CP*守恒》，*Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 1440*.[7] *C.P. Burgess*、*D. Dineen* 和 *F. Quevedo*，《瑜伽暗能量：超对称引力扇区的自然弛豫及其他暗含义》，*JCAP 03 (2022)* 064 [2111.07286].[8] *Y. Aghababaie*、*C.P. Burgess*、*S.L. Parameswaran* 和 *F. Quevedo*，《朝着从六维超引力中的膜自然地产生微小宇宙学常数迈进》，*Nucl. Phys. B 680 (2004) 389*[hep-th/0304256].[9] *C.P. Burgess*，《暗能量与微观物理和宇宙学之间的共生（自然地）》， 8, 2025 [2509.00688].[10] *A. Arvanitaki* 和 *S. Dubovsky*，《借助精密黑洞物理探索弦轴子宇宙》，物理评论*D*辑 *83 (2011)* 044026 [1004.3558]。

[11] *P.W. Graham* 和 *S. Rajendran*，《直接探测轴子暗物质的新观测量》，物理评论*D*辑 *88 (2013)* 035023 [1306.6088].[12] *K. Blum*、*R.T. D'Agnolo*、*M. Lisanti* 和 *B.R. Safdi*，《利用大爆炸核合成限制轴子暗物质》，*Phys. Lett. B 737 (2014)* 30 [1401.6460].[13] *T.S. Roussy* 等，《跨越七个数量级质量范围的类轴子粒子实验限制》，*Phys. Rev. Lett. 126 (2021)* 171301 [2006.15787].[14] *A. Caputo* 和 *G. Raffelt*，《天体物理轴子界限：*2024*年版》，*PoS COSMICWISPers (2024)* 041 [2401.13728].[15] *M. Baryakhtar*、*L. Rosenberg* 和 *G. Rybka*，《寻找量子色动力学暗物质轴子》，*2504.10607*.[16] *J. Preskill*、*M.B. Wise* 和 *F. Wilczek*，《隐形轴子的宇宙学》，*Phys. Lett. B 120 (1983) 127*.[17] *L.F. Abbott* 和 *P. Sikivie*，《隐形轴子的宇宙学界限》，*Phys. Lett. B 120 (1983) 133*.[18] *M. Dine* 和 *W. Fischler*，《并非那么无害的轴子》，*Phys. Lett. B 120 (1983) 137*.[19] *D.J.E. Marsh*，《轴子宇宙学》，*Phys. Rept. 643 (2016)* 1 [1510.07633].[20] *C.P. Burgess* 和 *F. Quevedo*，《对偶各有不同：宇宙学中的有效场论、轴子与非传播形式场》，*2509.11340*.[21] *K.A. Olive* 和 *M. Pospelov*，《暗物质和宇宙学常数驱动的精细结构常数演化》，物理评论*D*辑 *65 (2002)* 085044 [*hep-ph*/0110377].[22] *E.J. Copeland*、*M. Sami* 和 *S. Tsujikawa*，《暗能量的动力学》，*Int. J. Mod. Phys. D 15 (2006)* 1753 [*hep-th*/0603057].[23] *P.G. Ferreira*，《引力的宇宙学检验》，*Ann. Rev. Astron. Astrophys. 57 (2019) 335*[1902.10503].[24] *T. Clifton*、*P.G. Ferreira*、*A. Padilla* 和 *C. Skordis*，《修正引力与宇宙学》，*Phys. Rept. 513 (2012)* 1 [1106.2476].[25] *W. Giarè*、*M. De Angelis*、*C. van de Bruck* 和 *E. Di Valentino*，《利用宇宙学数据追踪多场动力学：蒙特卡洛方法》，*JCAP 12 (2023) 014*[2306.12414].[26] *M. De Angelis* 和 *C. van de Bruck*，《具有动能耦合的扩展理论中的绝热与等曲率扰动》，*JCAP 10 (2023)* 023 [2304.12364].[27] *M. Baryakhtar*、*O. Simon* 和 *Z.J. Weiner*，《利用超轻耦合标量研究基本常数变化的宇宙学》，物理评论*D*辑 *110 (2024)* 083505 [2405.10358].[28] *M. Baryakhtar*、*O. Simon* 和 *Z.J. Weiner*，《跨越宇宙历史寻找耦合的超轻标量》，物理评论*D*辑 *111 (2025)* 115026 [2502.04432].[29] *L. Visinelli*，《作为暗物质、暗能量和暗辐射的轴子》，9, 2025 [2509.17059].[30] *A. Hook* 和 *J. Huang*，《利用中子星旋近及其他恒星过程探测轴子》，*JHEP 06 (2018)* 036 [1708.08464].[31] *D. Lee*、*U.-G. Meißner*、*K.A. Olive*、*M. Shifman* 和 *T. Vonk*，《轻核和核合成对 θ 的依赖》，*Phys. Rev. Res. 2 (2020)* 033392 [2006.12321].[32] *S.M. Carroll* 和 *M.M. Guica*，《借助足球形额外维度绕开宇宙学常数问题》，*hep-th/0302067*.[33] *C.P. Burgess*、*J. Matias* 和 *F. Quevedo*，《*MSLED*：最简超对称大额外维度方案》，*Nucl. Phys. B 706 (2005)* 71 [*hep-ph*/0404135]。

[34] *C.P. Burgess* 和 *F. Quevedo*，《谁害怕超对称暗物质？标准模型与低能超引力》，*Fortsch. Phys. 70 (2022)* 2200077 [2110.13275].[35] *C.P. Burgess* 和 *L. van Nierop*，《由超对称六维膜反作用产生的技术自然宇宙学常数》，*Phys. Dark Univ. 2 (2013)* 1 [1108.0345].[36] *C.P. Burgess*、*D. Hoover*、*C. de Rham* 和 *G. Tasinato*，《余维二膜的有效场论与匹配》，*JHEP 03 (2009)* 124 [0812.3820].[37] *A. Bayntun*、*C.P. Burgess* 和 *L. van Nierop*，《余维二膜-体匹配：来自六维和十维的实例》，*New J. Phys. 12 (2010)* 075015 [0912.3039].[38] *C.P. Burgess* 和 *D. Hoover*，《超对称大额外维度中的紫外敏感性：里奇平坦情形》，*Nucl. Phys. B 772 (2007)* 175 [*hep-th/*0504004].[39] *D. Hoover* 和 *C.P. Burgess*，《高维中的紫外敏感性》，*JHEP 01 (2006) 058* [*hep-th/*0507293].[40] *C.P. Burgess*、*D. Hoover* 和 *G. Tasinato*，《六维规范手征超引力的紫外封帽与模量稳定化》，*JHEP 09 (2007)* 124 [0705.3212].[41] *M. Williams*、*C.P. Burgess*、*L. van Nierop* 和 *A. Salvio*，《橄榄球形空间中的重整化流：余维二膜的体空间重整化》，*JHEP 01 (2013)* 102 [1210.3753].[42] *C.P. Burgess*、*L. van Nierop*、*S. Parameswaran*、*A. Salvio* 和 *M. Williams*，《偶然超对称：膜反作用带来的增强体空间超对称性》，*JHEP 02 (2013)* 120 [1210.5405].[43] *A.J. Tolley*、*C.P. Burgess*、*D. Hoover* 和 *Y. Aghababaie*，《体空间奇点与高余维膜的有效宇宙学常数》，*JHEP 03 (2006)* 091 [*hep-th/*0512218].[44] *A.J. Tolley*、*C.P. Burgess*、*C. de Rham* 和 *D. Hoover*，《六维规范手征超引力的标度解》，*New J. Phys. 8 (2006)* 324 [*hep-th/*0608083].[45] *L. van Nierop* 和 *C.P. Burgess*，《塑造额外维度：余维二膜反作用驱动的暴胀》，*JCAP 04 (2012)* 037 [1108.2553].[46] *Y. Aghababaie*、*C.P. Burgess*、*J.M. Cline*、*H. Firouzjahi*、*S.L. Parameswaran*、*F. Quevedo* 等，《六维超引力中的翘曲膜世界》，*JHEP 09 (2003) 037* [*hep-th/*0308064].[47] *C.P. Burgess*、*A. Maharana*、*L. van Nierop*、*A.A. Nizami* 和 *F. Quevedo*，《高维超引力中的膜反作用与德西特解》，*JHEP 04 (2012)*018 [1109.0532].[48] *F.F. Gautason*、*D. Junghans* 和 *M. Zagermann*，《宇宙学常数、膜附近行为与奇点》，*JHEP 09 (2013)* 123 [1301.5647].[49] *C.P. Burgess*、*M. Cicoli*、*D. Ciupke*、*S. Krippendorf* 和 *F. Quevedo*，《有效场论中的紫外阴影：偶然对称性、稳健性与无尺度超引力》，*Fortsch. Phys. 68 (2020)*2000076 [2006.06694].[50] *G.W. Gibbons*、*R. Gueven* 和 *C.N. Pope*，《三膜与 *Salam-Sezgin* 真空的唯一性》，*Phys. Lett. B 595 (2004)* 498 [*hep-th/*0307238].[51] *C.P. Burgess*、*F. Quevedo*、*G. Tasinato* 和 *I. Zavala*，《六维手征规范超引力中的一般轴对称解与自调节》，*JHEP 11 (2004)* 069 [*hep-th/*0408109].[52] *C.P. Burgess* 和 *L. van Nierop*，《超对称膜反作用产生的大尺度维度与小曲率》，*JHEP 04 (2011)* 078 [1101.0152].[53] *C.P. Burgess*、*L. van Nierop* 和 *M. Williams*，《余维二膜上的引力》，*JHEP 04 (2014)* 032 [1401.0511].[54] *M. Cicoli*、*C. Hughes*、*A.R. Kamal*、*F. Marino*、*F. Quevedo*、*M. Ramos-Hamud* 等，《回归膜-反膜暴胀的起源》，*2410.00097*。

[55] *Z. Komargodski* 和 *N. Seiberg*，《从线性超对称到受约束超场》，*JHEP 09 (2009)* 066 [0907.2441].[56] *C.P. Burgess* 和 *F. Quevedo*，《重整化群诱导的模量稳定：微扰德西特真空与改进的 *D3-D3*暴胀》，*JHEP 06 (2022)* 167 [2202.05344].[57] *A. Albrecht* 和 *C. Skordis*，《仅用普朗克尺度物理描述现实加速宇宙的唯象学》，物理评论*D*辑 *84 (2000)* 2076 [*astro-ph*/9908085].[58] *A. Albrecht*、*C.P. Burgess*、*F. Ravndal* 和 *C. Skordis*，《自然精质与大额外维度》，物理评论*D*辑 *65 (2002)* 123507 [*astro-ph*/0107573].[59] *A. Smith*、*M. Mylova*、*P. Brax*、*C. van de Bruck*、*C.P. Burgess* 和 *A.-C. Davis*，《最简轴子-膨胀子暗扇区》，*2410.11099*.[60] *A. Smith*、*M. Mylova*、*C. van de Bruck*、*C.P. Burgess* 和 *E. Di Valentino*，《意外发现的轴子膨胀子：哈勃张力的自洽复合时代解》，*2512.13544*.[61] *T. Sekiguchi* 和 *T. Takahashi*，《早期复合作为解决 H_0 张力的方案》，物理评论*D*辑 *103 (2021)* 083507 [2007.03381].[62] *P. Brax*、*C.P. Burgess* 和 *F. Quevedo*，《轴子-变色龙：一种新颖且适合弦论的多场屏蔽机制》，*JCAP 03 (2024)* 015 [2310.02092].[63] *G. Grilli di Cortona*、*E. Hardy*、*J. Pardo Vega* 和 *G. Villadoro*，《精确研究*QCD*轴子》，*JHEP 01 (2016)* 034 [1511.02867].[64] *C. O'Hare*，*"cajohare/axionlimits：Axionlimits。" https://cajohare.github.io/AxionLimits/*，*2020* 年 *7* 月。*10.5281/zenodo.3932430*.[65] *A. Smith*、*M. Mylova*、*P. Brax*、*C. van de Bruck*、*C.P. Burgess* 和 *A.-C. Davis*，《多场轴子-膨胀子宇宙学对宇宙微波背景的影响》，*2408.10820*.[66] *A. Smith*、*P. Brax*、*C. van de Bruck*、*C.P. Burgess* 和 *A.-C. Davis*，《屏蔽轴子-膨胀子宇宙学：早期暗能量的新形式》，*2505.05450*.[67] *F. Quevedo* 和 *C.A. Trugenberger*，《反对称张量场论的相》，*Nucl. Phys. B 501 (1997)* 143 [*hep-th*/9604196].[68] *G. Dvali*，《轴子对称性与引力的三形式规范化》，*hep-th/0507215*.[69] *G. Dvali*，《有无引力的强-CP》，*2209.14219*.[70] *C.P. Burgess*、*G. Choi* 和 *F. Quevedo*，《轴子质量控制中的紫外与红外效应》，*JHEP 03 (2024)* 051 [2301.00549].[71] *P. Brax*、*C.P. Burgess* 和 *F. Quevedo*，《轻轴子-膨胀子：物质耦合、弱尺度完备化与引力长距离检验》，*JCAP 08 (2023)* 011 [2212.14870].[72] *T.D. Cohen*、*R.J. Furnstahl* 和 *D.K. Griegel*，《核物质中的夸克与胶子凝聚》，《物理评论*C*辑》*45 (1992) 1881*.[73] *G. Shiu* 和 *J. Xu*，《多场暴胀中的有效场论与退耦：一个说明性案例研究》，物理评论*D*辑 *84 (2011)* 103509 [1108.0981].[74] *H. Collins*、*R. Holman* 和 *A. Ross*，《含时背景中的有效场论》，*JHEP 02 (2013)* 108 [1208.3255].[75] *D. Atwood*、*C.P. Burgess*、*E. Filotas*、*F. Leblond*、*D. London* 和 *I. Maksymyk*，《超对称大额外维度尺度很小和/或数量众多》，物理评论*D*辑 *63 (2001)*025007 [*hep-ph*/0007178].[76] *R. Diener* 和 *C.P. Burgess*，《体稳定化、额外维度希格斯门户与希格斯事例中的缺失能量》，*JHEP 05 (2013)* 078 [1302.6486]。

[77] *P.H. Beauchemin, G. Azuelos* 和 *C.P. Burgess*, 《大型强子对撞机上体标量场的无量纲耦合》, *J. Phys. G 30 (2004) N17* [*hep-ph/0407196*].[78] *G.F. Giudice, R. Rattazzi* 和 *J.D. Wells*, 《高能对撞机上的量子引力与额外维度》, *Nucl. Phys. B 544 (1999年) 3* [*hep-ph/9811291*].[79] *T. Han, J.D. Lykken* 和 *R.-J. Zhang*, 《关于大额外维度中的卡鲁扎-克莱因态》, 物理评论*D*辑 *59 (1999年) 105006* [*hep-ph/9811350*].[80] *J.L. Hewett*, 《额外维度的对撞机间接信号》, *Phys. Rev. Lett. 82 (1999年) 4765*[*hep-ph/9811356*].[81] *G.F. Giudice* 和 *A. Strumia*, 《虚引力子交换对额外维度理论的限制》, *Nucl. Phys. B 663 (2003年) 377* [*hep-ph/0301232*].[82] *J.M. Alarcon, J. Martin Camalich* 和 *J.A. Oller*, 《πN散射振幅的手征表示与π-核子σ项》, 物理评论*D*辑 *85 (2012年) 051503*[1110.3797].[83] *K.A. Olive* 和 *M. Pospelov*, 《质量和耦合常数的环境依赖性》, 物理评论*D*辑 *77 (2008) 043524* [0709.3825].[84] *A. Banerjee, I.M. Bloch, Q. Bonnefoy, S.A.R. Ellis, G. Perez, I. Savoray* 等, 《动量与物质：轴子暗物质在地球上至关重要》, *2502.04455*.[85] *LIGO Scientific, Virgo, Fermi GBM, INTEGRAL, IceCube, AstroSat*碲锌镉成像仪团队, *IPN, Insight-Hxmt, ANTARES, Swift, AGILE*团队, *1M2H*团队, 暗能量相机*GW-EM, DES, DLT40, GRAWITA, Fermi-LAT, ATCA, ASKAP,* 拉斯坎布雷斯天文台团队, *OzGrav, DWF*（更深、更广、更快计划）, *AST3, CAASTRO, VINROUGE, MASTER, J-GEM, GROWTH, JAGWAR, CaltechNRAO, TTU-NRAO, NuSTAR, Pan-STARRS, MAXI*团队, *TZAC*联盟, *KU,* 北欧光学望远镜, *ePESSTO, GROND,* 得克萨斯理工大学, *SALT*团队, *TOROS, BOOTES, MWA, CALET, IKI-GW*后续观测, *H.E.S.S., LOFAR, LWA, HAWC, Pierre Auger, ALMA,* 欧洲*VLBI*团队, *Pi of Sky,* 麦吉尔大学钱德拉团队, *DFN, ATLAS*望远镜, 高时间分辨率宇宙巡天, *RIMAS, RATIR,* 平方公里阵列南非/*MeerKAT*合作组, 《双中子星并合的多信使观测》, *Astrophys. J. Lett. 848 (2017年) L12*[1710.05833].[86] *L. Ubaldi*, 《θ对氘核结合能和三α过程的影响》, 物理评论*D*辑 *81 (2010年) 025011* [0811.1599].[87] *J.M. Lattimer*, 《核物质状态方程与中子星质量》, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 62 (2012年) 485* [1305.3510].[88] *K. Mukai*, 《吸积白矮星的*X*射线辐射：综述》, *Publ. Astron. Soc. Pac. 129 (2017年) 062001* [1703.06171].[89] *G. Audi, O. Bersillon, J. Blachot* 和 *A.H. Wapstra*, 《*Nubase*评估：核性质和衰变性质》, *Nucl. Phys. A 729 (2003) 3*.[90] *J. Khoury* 和 *A. Weltman*, 《变色龙场：期待空间引力检验带来惊喜》

, *Phys. Rev. Lett.***93** (2004年) 171104 [astro-ph/0309300].[91] C. Burrage, B. Elder, P. Millington, D. Saadeh 和 B. Thrussell, 极端致密源周围的第五力屏蔽, *JCAP* **08**(2021年) 052 [2104.14564].[92] R. Balkin, J. Serra, K. Springmann, S. Stelzl 和 A. Weiler, 白矮星作为探测极轻*QCD*轴子的工具, 物理评论*D*辑 **109** (2024年) 095032 [2211.02661].[93] B. Jain, V. Vikram 和 J. Sakstein, 修正引力的天体物理检验：来自近邻宇宙距离指标的约束, 天体物理学杂志**779** (2013年) 39 [1204.6044].

[94] *H.Y.J. Chan*、*E.G.M. Ferreira*、*S. May*、*K. Hayashi* 和 *M. Chiba*，模糊暗物质模型中核晕结构的多样性，*Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 511*（*2022*年）*943*[2110.11882].[95] *A. Tamosiunas*、*C. Briddon*、*C. Burrage*、*W. Cui* 和 *A. Moss*，手征屏蔽取决于*NFW*晕的形状和结构，*JCAP 04*（*2022*年） 047 [2108.10364].[96] *T. Dent*、*S. Stern* 和 *C. Wetterich*，大爆炸核合成作为基本常数的探针，*J. Phys. G 35*（*2008*） 014005 [0710.4854].[97] *P. Brax*、*C. van de Bruck*、*A.-C. Davis* 和 *A. Smith*，超越薄壳机制的多场膨胀子屏蔽，*2603.13986*.[98] *A. Arvanitaki*、*S. Dimopoulos*、*S. Dubovsky*、*N. Kaloper* 和 *J. March-Russell*，弦轴子宇宙，*Phys. Rev. D 81*（*2010*年） 123530 [0905.4720].[99] *C. van de Bruck*、*G. Poulot* 和 *E.M. Teixeira*，标量场暗物质与暗能量：暗扇区的混合模型，*JCAP 07*（*2023*） 019 [2211.13653].[100] *E.G.M. Ferreira*，超轻暗物质，*Astron. Astrophys. Rev. 29*（*2021*年） 7 [2005.03254].[101] *V. Poulin*、*T.L. Smith* 和 *T. Karwal*，早期暗能量解决哈勃张力的起伏：截至*2023*年的模型、线索与约束综述，*Phys. Dark Univ. 42*（*2023*） 101348 [2302.09032].[102] *M.S. Turner*，膨胀宇宙中的相干标量场振荡，*Phys. Rev. D 28*（*1983*）*1243*.[103] *A. Eberhardt* 和 *E.G.M. Ferreira*，超轻模糊暗物质综述，*2507.00705*.[104] *D. Wardana*、*K. Hayashi*、*M. Chiba* 和 *E.G.M. Ferreira*，模糊暗物质及核晕多样性对其粒子质量约束的影响，*2603.07175*.[105] *D.J.E. Marsh*，扩展的轴子宇宙：真空失稳、早期暗能量与宇宙学坍缩，*Phys. Rev. D 83*（*2011*年） 123526 [1102.4851].[106] *D.J.E. Marsh*、*E.R.M. Tarrant*、*E.J. Copeland* 和 *P.G. Ferreira*，轴子与模场的宇宙学：动力系统方法，*Phys. Rev. D 86*（*2012*年） 023508 [1204.3632].[107] *K. Alam* 和 *K. Dutta*，再加热对模场稳定化的影响，*JCAP 10*（*2022*年）*085*[2208.00427]。