arXiv:2603.21274v1 [physics.optics] 22 Mar 2026

无损传播 $\mathcal{PT}$ 石墨烯等离激元

Andrianos Sygrimis[1] 和 Giorgos P. Tsironis [1,2]1 *Department of Physics, University of Crete, Heraklion 71003, Greece*2 *School of Engineering and Applied Sciences, Harvard University, Cambridge, MA, USA*

石墨烯支持具有极强场约束和电调谐能力的表面等离激元极化激元（SPP），但由于薄片中的欧姆损耗，这些波通常寿命很短。我们展示了将石墨烯嵌入有源介电质中可以抵消这种损耗，并基于增益辅助等离激元学和等离激元放大的概念，推导出相应的闭式设计规则。具体而言，我们从导电薄片的完整麦克斯韦模型出发，得到（i）实现无损等离激元传播所需的精确增益，以及（ii）标志着 $\mathcal{PT}$ 对称阈值的另一临界增益；该阈值即为分隔可传播与禁阻表面等离激元极化激元状态的例外点。这些公式直接以石墨烯的复电导率和周围介质的参数表示，便于计算和应用。我们通过全波本征模计算（COMSOL）验证了该理论，展示了等离激元结构在有增益和无增益条件下的色散及衰减/放大趋势，并发现了一种实用方案，可用于设计长距离、可调谐的无损石墨烯等离激元学，以及映射和针对器件设计确定单层和双层石墨烯表面的非厄米工作相。

I. 引言

表面等离激元是自由电子的集体振荡，发生在导体与电介质的界面处 [1–3]。由此产生的表面等离激元极化激元（SPP）具有亚波长约束和增强的近场，可用于纳米光子路由、传感和强光–物质耦合 [4–9]。关于平面及结构化表面等离激元极化激元及其在光栅上的激发，理论基础研究已相当成熟 [10–12]。等离激元几何结构的数值分析同样已十分成熟，有限元法及相关技术广泛用于色散分析和模式提取 [13, 14]。

二维（2D）材料中的表面等离激元尤其引人关注。这类材料因降维和强场局域而呈现独特性质。在这些材料中，石墨烯凭借其卓越的电学和光学性质脱颖而出 [15, 16]。石墨烯等离激元学在理论上已确立为一种低损耗、高局域的中红外/太赫兹平台，并可通过掺杂和栅控进行调谐 [17–22]。近场纳米成像实验直接揭示了栅极可调的石墨烯等离激元及其传播特性 [23–25]。更广泛地说，石墨烯及其他范德华材料蕴含丰富的极化激元现象 [26]。

当包围石墨烯的电介质组分具有下列性质时，描述石墨烯中表面等离激元传播的色散关系为：

$$\frac{q}{k_0} = n_{Gr} = \sqrt{\varepsilon_d - 4\frac{\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_d^2}{\sigma^2(\omega)}} \tag{1}$$

其中， $k_0 = \omega/c$ 是角频率为 ω的入射激发光的自由空间波数， n是石墨烯等离激元有效折射率， ε_d 是周围电介质的介电常数， $\sigma(\omega)$是石墨烯的光学电导率 [27–29]。对于掺杂石墨烯，其介电响应和等离激元色散通常用动态极化和屏蔽来讨论 [30–32]。方程(1)的虚部给出了石墨烯等离激元的传播长度 L ，其表达式为

$$L = \frac{1}{2\Im[q]} \tag{2}$$

石墨烯的一大优势在于，其等离激元频率、局域程度和阻尼可通过费米能级进行电调，因此在太赫兹至中红外频段尤其具有吸引力 [33]。然而，这种局域化的代价是欧姆损耗：无源石墨烯上的等离激元通常只能传播数个至数十个波长，便会衰减，从而限制器件的长度和功能性。其他损耗通道（例如电子-声子过程）也会进一步影响线宽和传播[34]。

抵消损耗的一种自然方法，是将石墨烯置于增益介质中或其上，其中 $\varepsilon_d = \varepsilon_R + i\varepsilon_I$ with $\varepsilon_R > 0$， $\varepsilon_I < 0$，虚部代表增益，即电介质提供能量以抵消耗散 [35–39]。在金属等离激元学中，增益概念与表面等离激元激光器和等离激元激光器相关，证明了通过受激发射克服等离激元损耗的可行性 [40]。具体到石墨烯，研究者已分析了针对片层和带状结构的嵌入增益的构型[41–43]。

从更广泛的光学角度来看，使损耗与增益达到平衡与宇称-时间（$\mathcal{PT}$）对称性和非厄米光子学框架密切相关；在该框架中，精确的增益-损耗平衡可以产生实特征值、例外点（EP）以及不同的工作相 [44–53]。在等离激元系统中，PT 对称性已在超材料和波导环境中得到研究 [54, 55]。对于石墨烯而言，情况更为复杂：其响应由表面电导率决定，而表面电导率包含与频率、掺杂和散射有关的反应部分和电阻部分。许多研究要么依赖静电近似，要么给出数值阈值。在此，我们提出一种

针对石墨烯的、完全电磁学的 PT 工程等离激元处理方法，并推导出增益条件的闭式表达式。

II. 宇称-时间对称性与临界增益的解析表达式

本节将推导允许等离激元无损传播的电介质介电常数增益系数的精确解析表达式。我们还将阐明以下两者的区别：(i) 精确损耗补偿；(ii) PT阈值／异常点条件。

我们首先分析式（1）中有效折射率的复数结构，其形式如下

$$n_{Gr} = \sqrt{\frac{\sqrt{r^2+s^2}+r}{2}} + isgn(s)\sqrt{\frac{\sqrt{r^2+s^2}-r}{2}} \quad (3)$$

其中， $sgn(s)$ 为不连续的符号函数，且

$$r = \varepsilon_R - \frac{4\omega^2\varepsilon_0^2}{(\sigma_R^2+\sigma_I^2)^2}\times \quad (4)$$
$$\left[(\varepsilon_R^2-\varepsilon_I^2)(\sigma_R^2-\sigma_I^2)+4\varepsilon_R\varepsilon_I\sigma_R\sigma_I\right]$$
$$s = \varepsilon_I - \frac{4\omega^2\varepsilon_0^2}{(\sigma_R^2+\sigma_I^2)^2}\times \quad (5)$$
$$\left[2\varepsilon_R\varepsilon_I(\sigma_R^2-\sigma_I^2)-2\sigma_R\sigma_I(\varepsilon_R^2-\varepsilon_I^2)\right]$$

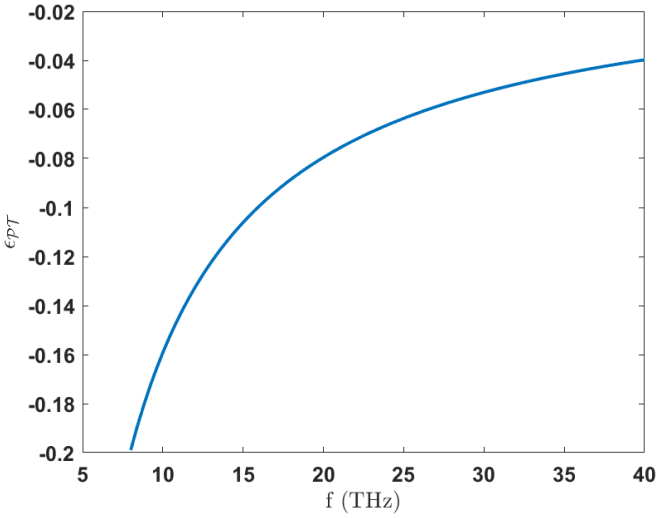
考察式（3）中的有效折射率，可清楚看出，当条件 $s=0$ 和 $r>0$ 同时满足时，即可实现无损传播（$\Im(q)=0$）。另一方面，若 $r<0$，则会得到纯虚数传播常数，这与传播的束缚表面等离激元模式不符。针对有源介电质部分求解条件 $s=0$，可得到两个精确解，形式如下

$$\varepsilon_I^{\pm} = \begin{cases} \varepsilon_R\dfrac{\sigma_I}{\sigma_R}, & (+) \\ \dfrac{1-\varepsilon_R K\sigma_R^2}{K\sigma_R\sigma_I}, & (-) \end{cases} \quad (6)$$

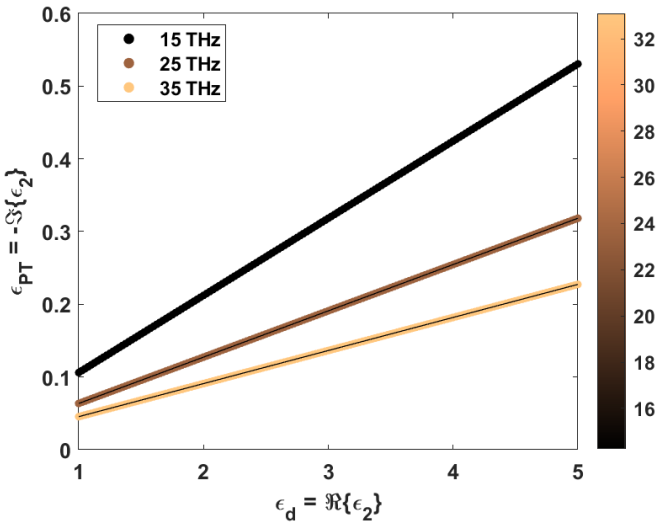
其中 $K = 8\omega^2\varepsilon_0^2/||\sigma^2||^2$，而 $||\sigma^2|| = (\sigma_R^2+\sigma_I^2)^2$ 表示光学电导率平方的范数。

另一方面，将 $r=0$ 对增益系数求解，可得到一个临界值

$$\varepsilon_{I,c}^{\pm} = \varepsilon_R \times \frac{2\sigma_R\sigma_I \pm ||\sigma||^2\sqrt{1-\dfrac{\sigma_R^2-\sigma_I^2}{4\varepsilon_R\varepsilon_0^2\omega^2}}}{\sigma_R^2-\sigma_I^2} \quad (7)$$



(a)



(b)

图 1. (a) 宇称-时间对称性介电常数参数 $\varepsilon_{PT} = -\Im\,\varepsilon_2$ $\varepsilon_d = \Re\,\varepsilon_2$ 随频率的变化。(b) 对于三个代表性频率，( ) 随 ( ) 的变化。

在我们的模型中，临界增益对应的两个解标示出两个不同的异常点——一个位于增益侧，另一个位于损耗侧——这与更广泛的非厄米/异常点框架一致。增益侧的解（负的 ε_I）在有源等离激元学中可用于补偿/放大，因而具有实际应用价值。损耗侧的解与绘制相图有关，但无法用于实现无损或放大的传播。

还必须将 PT 阈值与真正的无损运行区分开来。阈值条件 $r=0$标示出谱发生相变并出现模态合并的位置，但它本身并不能保证传播常数为纯实数。要实现零衰减，还需要满足额外的平衡条件 $s=0$，而这通常对应于不同的增益值。临界增益解和无损点会随频率

变化，因为它们取决于石墨烯的复电导率，因此也取决于费米能级、弛豫时间和周围介质的介电常数。

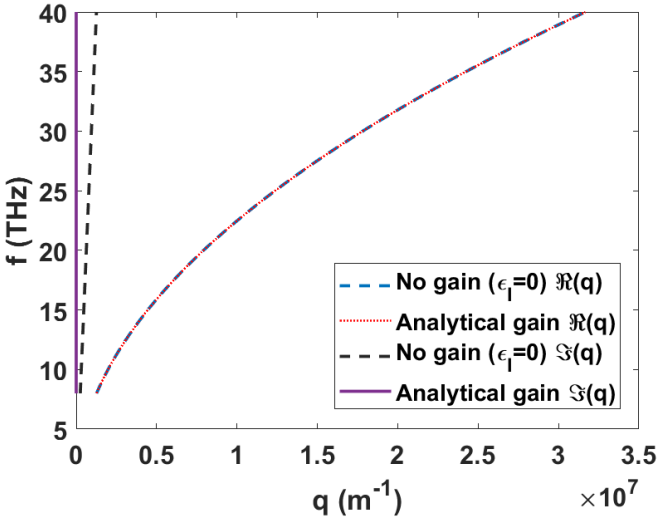


图 2. 嵌入有源介电环境中的单层石墨烯表面等离激元的色散关系 $q(f)$。

III. 双层石墨烯的情形

我们将上述研究扩展到处于对称环境($\varepsilon_1 = \varepsilon_3$)中的双层石墨烯（双层石墨烯）情形。此时，每种模式（光学模式和声学模式）的色散关系具有以下形式

$$\omega_{DLG}: \begin{cases} \omega_{opt}: \dfrac{\varepsilon_2}{\kappa_2} tanh(\kappa_2 d/2) & + \dfrac{\varepsilon_1}{\kappa_1} + i\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = 0 \\ \omega_{ac}: \dfrac{\varepsilon_2}{\kappa_2} coth(\kappa_2 d/2) & + \dfrac{\varepsilon_1}{\kappa_1} + i\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

其中 $\kappa_i = \sqrt{q^2 - \varepsilon_i k_0^2}$。取静电极限后，通过令 $\Im(q) = 0$，即可求得增益系数，其形式如下

$$\varepsilon_I = -\varepsilon_R \frac{\sigma_R}{\sigma_I} \tag{9}$$

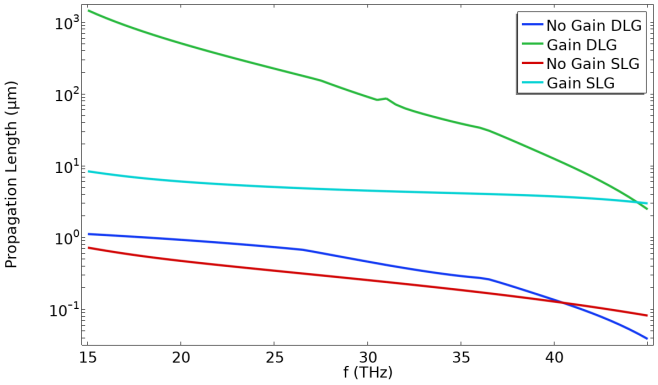


图 3. 我们的石墨烯等离激元系统的传播长度 $L(q)$。可以看到，在有源介电环境中，欧姆损耗得以抵消，从而延长了系统的传播距离。此处考察的情况包括单层石墨烯和双层石墨烯表面。

IV. 结果

我们考虑嵌入有源介电环境中的单层（双层）石墨烯的完整电磁响应。石墨烯的光学电导率为

$$\sigma_g(\omega) = \sigma_{intra}(\omega) + \sigma_{inter}(\omega) \tag{10}$$

其中，带内项可通过掺杂石墨烯的有限温度 Kubo 形式推导得到

$$\sigma_{intra}(\omega) = \frac{e^2 E_f}{\pi\hbar^2} \times \\ \times \frac{i}{\omega + i\gamma}\left[1 + \frac{2k_B T}{E_F}\ln\left(1 + e^{-E_F/k_B T}\right)\right] \tag{11}$$

以及带间贡献

$$\sigma_{inter} = \frac{e^2}{4\hbar}\left[G(\frac{\hbar\omega}{2}) + \frac{4i\hbar\omega}{\pi} \times \right. \\ \left. \times \int_0^\infty dE \frac{G(E) - G(\frac{\hbar\omega}{2})}{\hbar^2\omega^2 - 4E^2}\right] \tag{12}$$

with

$$G(x) = \frac{\sinh(x/k_B T)}{\cosh(E_F/k_B T) + \cosh(x/k_B T)}\,. \tag{13}$$

应用我们的方法后发现，色散关系可以调节为在波矢上无损耗，这与主动等离激元学和损耗补偿的更广泛观点一致。对于石墨烯，相关的增益嵌入等离激元研究考察了单层和双层构型。

最后，我们通过数值求解完整的麦克斯韦方程，验证了理论预测。

二维空间（2D）中针对 TM 偏振场在频域内数值求解完整的麦克斯韦方程组，验证了我们的理论预测。数值实验使用 COMSOL 进行，与等离激元本征模的成熟有限元法处理一致。我们研究了有源环境中嵌入石墨烯的界面处表面等离激元极化激元传播长度 L随角频率 ω 的变化，并记录了从无损到非厄米意义下禁止等离激元传播的相变。

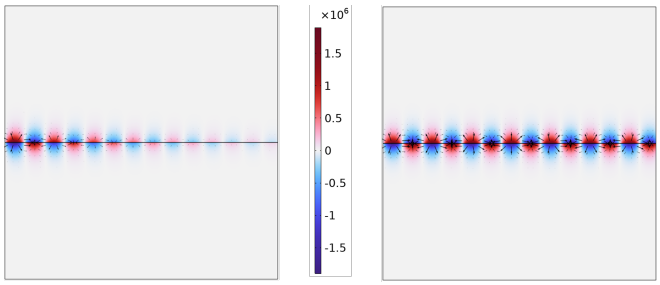


图 4. 42 太赫兹下石墨烯等离激元电场 E_y 分量的空间分布。色彩图显示 E_y (V/m)。叠加的箭头表示总电场矢量，突出显示了局域于石墨烯片层周围的振荡近场分布。左图中可以看到衰减，而右图中有源介电质增强了该模式，从而实现无损传播。

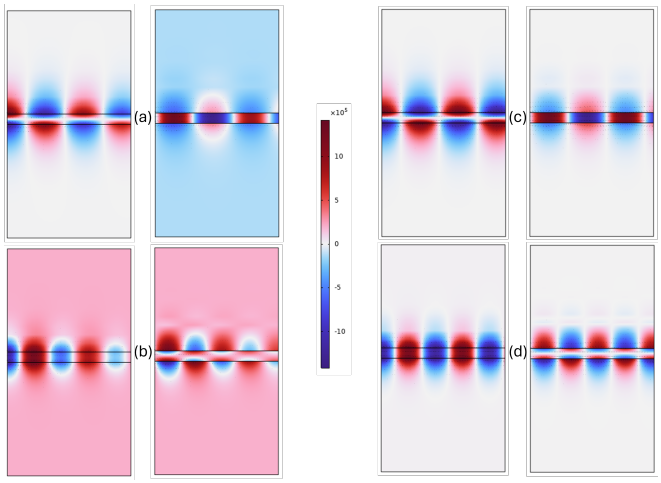


图 5. 石墨烯等离激元电场 E_i， $i = x$， y 分量的空间分布。色彩图显示 E_i (V/m)。叠加的箭头表示总电场矢量，突出显示了局域于石墨烯片层周围的振荡近场分布。在缺少有源介电环境的情况下，5a（5c）中可以看到双层石墨烯声学（光学）模式的衰减，而在 5b（5d）中，有源介电质增强了这些模式，从而实现无损传播。

在几何结构方面，我们采用绝缘体–金属–绝缘体（IMI）型界面，其中将石墨烯建模为介电包层之间的导电边界（双层石墨烯对应 IMIMI），位于 xy 平面上。为激发石墨烯等离激元，我们在结构左右两侧设置端口。左侧端口通过边界模分析激发导引表面等离激元极化激元模，从而激发正确的本征模分布；这也是波导有限元法工作流程中的标准做法。右侧端口关闭激励，并将其设为匹配负载，以抑制反向反射，从而将材料衰减/放大效应与边界伪影区分开来。通过这些设置，我们展示了无源和有源介电质中的电场分量、色散和传播长度。

接下来，我们比较无源环境与有源环境之间的色散趋势，并与我们的解析预测进行对照。

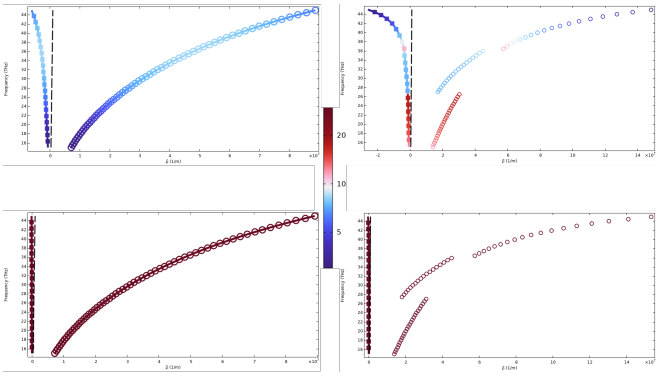


图6. 单层石墨烯（双层石墨烯）左图（右图）中的表面等离激元极化激元色散关系（COMSOL仿真）。上半部分（下半部分）显示石墨烯等离激元的衰减（无损）特性。

在太赫兹背景下，增益可调等离激元响应也与超材料和太赫兹光子学平台相关 [56]。其他研究方向包括混合狄拉克等离激元极化激元和应变调控等离激元学 [57, 58]。我们还提取了与$\mathcal{PT}$阈值相关的增益参数，并研究其对频率和基质介电质的依赖性。

V. 结论

在这项工作中，我们建立了一个适用于宇称-时间（PT）工程化石墨烯等离激元学的完整电磁学框架，并推导出实现无损表面等离激元极化激元传播的闭式条件。通过直接用石墨烯的复电导率和周围电介质的介电常数表示增益要求，我们确定了精确的损耗补偿增益，以及区分传播与禁阻等离激元状态的 PT 对称阈值。我们的分析阐明，PT阈值并不对应真正的无损运行，而是标志着一个例外点；实现实数传播的条件则还要求额外的

电导率与宿主介质参数之间的平衡。

我们通过 COMSOL 全波本征模仿真验证了这些解析预测，证实增益值能够抵消欧姆耗散并延长等离激元传播长度，这与等离激元学中已有的增益补偿理念一致。通过调节费米能级和宿主介质，可随频率调节所需增益，为太赫兹至中红外范围内的器件提供了一种灵活途径。除了单层系统外，该框架还可自然扩展至多层和混合平台，在这些平台中，耦合模分支和损耗可能有很大差异。

致谢

本研究由 Stavros Niar-chos 基金会（SNF）和希腊研究与创新基金会（H.F.R.I.）共同资助，资助项目为科学与社会行动第五次征集——永远追求卓越——西奥多·帕帕佐格卢（项目编号：011496）。

[1] R. H. Ritchie, 《物理评论》106，874（1957）。[2] E. N. Economou, Phys. Rev. 182，539（1969）。[3] J. Pitarke、V. Silkin、E. Chulkov 和 P. Echenique, 《物理学进展报告》70，1（2006年）。[4] W. L. Barnes、A. Dereux 和 T. W. Ebbesen, 《自然》424，824（2003年）。[5] E. Ozbay, 《科学》311，189（2006年）。[6] J. A. Schuller、E. S. Barnard、W. Cai、Y. C. Jun、J. S. White 和 M. L. Brongersma, 《自然·材料》9，193（2010年）。[7] D. K. Gramotnev 和 S. I. Bozhevolnyi, 《自然·光子学》4，83（2010年）。[8] S. A. Maier, *Plasmonics: fundamentals and applications*（施普林格，2007年）。[9] Z. Han 和 S. I. Bozhevolnyi, 《物理学进展报告》76，016402（2012年）。[10] D. Sarid 和 W. A. Challener, *Modern introduction to surface plasmons: theory Mathematica modeling and applications*，，（剑桥大学出版社，）。2010 [11] J.-J. Greffet，载于 *Plasmonics: From Basics to Advanced Topics* 2012 105 148（施普林格，）第–页。[12] H. Raether，载于 *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings* 2006 91 116（施普林格，）第–页。[13] J. Smajic、C. Hafner、L. Raguin、K. Tavzarashvili 和 M. Mishrikey, 《计算与理论纳米科学杂志》6，763（2009年）。[14] J.-M. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics* 3 2014，第rd版（威利，）。[15] A. H. Castro Neto、F. Guinea、N. M. R. Peres、K. S. Novoselov 和 A. K. Geim, 《现代物理评论》81，109（2009年）。[16] N. M. R. Peres, 《现代物理评论》82，2673（2010年）。[17] M. Jablan、H. Buljan 和 M. Solja˘ci´c, 《物理评论B辑》80，245435（2009年）。[18] F. H. Koppens、D. E. Chang 和 F. J. Garc´ıa de Abajo, 《纳米快报》11，3370（2011年）。[19] M. Jablan、M. Solja˘ci´c 和 H. Buljan, 《IEEE汇刊》101，1689（2013年）。[20] P. A. D. Gonçalves 和 N. M. Peres, *An introduction to graphene plasmonics* 2016（世界科学出版社，）。[21] A. N. Grigorenko、M. Polini 和 K. S. Novoselov, 《自然·光子学》6，749（2012年）。[22] T. Low 和 P. Avouris, 《ACS纳米》8，1086（2014年）。[23] Z. Fei、A. S. Rodin、G. O. Andreev、W. Bao、A. S. McLeod、M. Wagner、L. M. Zhang、Z. Zhao、M. Thiemens、G. Dominguez、 *et al.*, 《自然》487，82（2012年）。[24] J. Chen, M. Badioli, P. Alonso-Gonz´alez, S. Thongrattanasiri, F. Huth, J. Osmond, M. Spasenovi´c, A. Cen- teno, A. Pesquera, P. Godignon, *et al.*, 《自然》487，77（2012年）。[25] A. Woessner, M. B. Lundeberg, Y. Gao, A. Prin- cipi, P. Alonso-Gonz´alez, M. Carrega, K. Watanabe, T. Taniguchi, G. Vignale, M. Polini, *et al.*, 《自然材料》14，421（2015年）。[26] D. N. Basov, M. M. Fogler, and F. J. Garc´ıa de Abajo, 《科学》354，aag1992（2016年）。[27] G. W. Hanson, 《应用物理学杂志》103，064302（2008年）。[28] L. Falkovsky, 《实验与理论物理学杂志》106，575（2008年）。[29] V. P. Gusynin, S. G. Sharapov, and J. P. Carbotte, 《国际现代物理学杂志B》21，4611（2007年）。[30] B. Wunsch, T. Stauber, F. Sols, and F. Guinea, 《新物理学杂志》8，318（2006年）。[31] E. H. Hwang and S. Das Sarma, 《物理评论B辑》75，205418 2007( )。[32] A. Hill, S. A. Mikhailov, and K. Ziegler, 《欧洲物理快报》87，27005（2009年）。[33] M. Tonouchi, 《自然·光子学》1，97（2007年）。[34] A. Principi, G. Vignale, M. Carrega, and M. Polini, 《物理评论B辑》90，165408（2014年）。[35] Z. Yu, G. Veronis, S. Fan, and M. L. Brongersma, 《应用物理快报》92，041117（2008年）。[36] C. Athanasopoulos, M. Mattheakis, and G. Tsironis，arXiv预印本arXiv:1311.5722（2013年）。[37] D. J. Bergman and M. I. Stockman, 《物理评论快报》90，027402（2003年）。[38] M. A. Noginov, G. Zhu, A. M. Belgrave, R. Bakker, V. M. Shalaev, E. E. Narimanov, S. Stout, E. Herz, T. Sutee- wong, and U. Wiesner, 《自然》460，1110（2009年）。[39] R. F. Oulton, V. J. Sorger, T. Zentgraf, R.-M. Ma, C. Gladden, L. Dai, G. Bartal, and X. Zhang, 《自然》461，629（2009年）。[40] X. Li and M. I. Stockman，物理评论B辑77，195109（2008年）。[41] G. A. Menendez, G. Rosolen, and B. Maes, 《光学杂志》18，125004（2016年）。[42] O. Zhernovnykova, O. Popova, G. Deynychenko, T. Deynichenko, and Y. V. Bludov, 《物理学杂志：凝聚态》31，465301（2019年）。[43] Z. Eremenko and A. Charnukha, 《物理评论B辑》98，041403 2018( )。[44] C. M. Bender and S. Boettcher, 《物理评论快报》80，5243（1998年）。

[45] R. El-Ganainy, K. G. Makris, D. N. Christodoulides, and Z. H. Musslimani,《光学快报》**32**，2632（2007年）。[46] K. G. Makris, R. El-Ganainy, D. N. Christodoulides, and Z. H. Musslimani，《物理评论快报》**100**，103904（2008年）。[47] A. Guo, G. J. Salamo, D. Duchesne, R. Morandotti, M. Volatier-Ravat, V. Aimez, G. A. Siviloglou, and D. N. Christodoulides，《物理评论快报》**103**，093902（2009年）。[48] C. E. R¨uter, K. G. Makris, R. El-Ganainy, D. N. Christodoulides, M. Segev, and D. Kip，《自然·物理》**6**，192（2010年）。[49] M.-A. Miri and A. Al`u，《科学》**363**，eaar7709（2019年）。[50] A. Krasnok, N. Nefedkin, and A. Alu，arXiv预印本arXiv:2103.08135（2021年）。[51] R. El-Ganainy、K. G. Makris、M. Khajavikhan、Z. H. Musslimani、S. Rotter 和 D. N. Christodoulides，《自然·物理》**14**，11（2018年）。[52] Y. Ashida、Z. Gong 和 M. Ueda，《物理学进展》**69**，249（2020年）。[53] E. J. Bergholtz、J. C. Budich 和 F. K. Kunst，《现代物理评论》**93**，015005（2021年）。[54] H. Alaeian 和 J. A. Dionne，《物理评论A辑》**89**，033829（2014年）。[55] M. Mattheakis、T. Oikonomou、M. I. Molina 和 G. P. Tsironis，IEEE量子电子学精选主题期刊**22**，76（2015年）。[56] W. Withayachumnankul 和 D. Abbott，IEEE光子学期刊**1**，99（2009年）。[57] C. In、U. J. Kim 和 H. Choi，《Light: Science & Applications》**11**，313（2022年）。[58] C. Lemus、G. G. de la Cruz 和 M. Oliva-Leyva，《Plasmonics》**18**，727（2023年）。