arXiv:2603.21297v1 [physics.atom-ph] 22 Mar 2026

利用超冷原子浴对囚禁的 ^{173}镱$^{+}$ 离子进行精密光谱学

Egor Kovlakov 和 Rene Gerritsma*Van der Waals-Zeeman Institute, Institute of Physics, University of Amsterdam, 1098 XH Amsterdam, Netherlands*(日期：2026年3月24日)

我们展示了通过将囚禁的 ^{173}镱$^{+}$ 离子与超冷原子耦合，对其进行精密激光光谱学的方法，而该离子本身无法直接通过激光冷却。原子浴通过自旋交换碰撞，持续将离子的内部自由度冷却至其超精细基态。通过态选择性电荷转移及随后发生的离子损失，检测激光激发是否成功。我们探测了 329 nm 处的$6^2S_{1/2} \to 6^2P_{3/2}$ 跃迁，并测得 $6^2P_{3/2}$ 态的磁超精细相互作用常数和电超精细相互作用常数分别为 $A = -241(1)$ 兆赫和 $B = 1460(8)$ 兆赫。我们的结果与此前在空心阴极放电实验中获得的测量结果一致，但精度提高了 6–9 倍。本文展示的技术可拓展用于对具有复杂能级结构的其他离子进行精密光谱学研究。

长期以来，囚禁离子的中性缓冲气体冷却一直是一种广泛使用的技术，并应用于精密光谱学和量子化学 [1–3]。在实现较低平动能方面，激光冷却通常优于中性缓冲气体冷却，但在特定情况下，缓冲气体冷却具有独特优势。最重要的是，缓冲气体冷却能够直接冷却囚禁离子的外部和内部自由度，而利用激光冷却的原子离子进行协同冷却只能冷却前者 [4]。此外，过去二十年间，人们已在不同实验装置中实现了结合激光冷却囚禁离子与超冷原子的系统 [5–8]。对于经过精心选择的实验参数，这些系统展现出可与激光冷却相媲美的缓冲气体冷却能力 [9, 10]。当碰撞能量达到 10 μK 区间时，囚禁离子-原子混合物可用于解析碰撞原子与离子的自旋动力学。这使得人们能够在单个超精细态和塞曼态的层面上制备量子态 [11–15]，并应用于精密光谱学和钟 [16]。

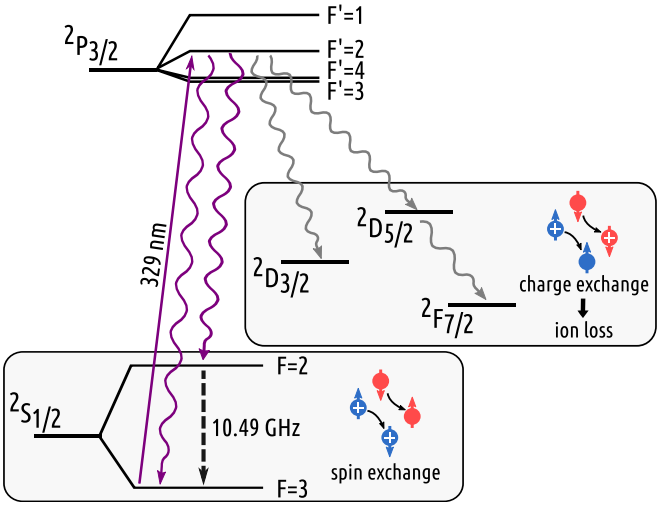


图 1. ^{173}Yb^{+} 的能级示意图（未按比例绘制）。我们使用一系列 329 nm 激光脉冲探测 $^2S_{1/2} \to {}^2P_{3/2}$ 跃迁；之后，离子有相当大的概率自发衰变（波浪线）至亚稳态 $^2D_{3/2}$ 或 $^2D_{5/2}$，随后进入寿命极长的 $^2F_{7/2}$ 态。这会使离子与 ^{6}锂原子发生电荷转移碰撞的概率大幅增加，从而导致离子损失。脉冲之间的时间间隔经过设定，使离子能够通过与 ^{6}锂原子发生自旋交换碰撞，冷却回 $F = 3$ 基态。这样便可消除自发衰变至 $F = 2$ 态造成的 329 nm 循环泄漏。

在这里，我们展示了对浸没于超冷 ^{6}锂原子云中的受困离子进行激光光谱学。离子与原子之间的自旋交换碰撞会持续使光谱离子处于基态超精细能级；与此同时，我们利用态选择性电荷转移 [17–21]来检测激光激发随频率的变化。我们通过观测 $^2S_{1/2} \to {}^2P_{3/2}$ 跃迁，展示了这种光谱技术；该跃迁此前已在空心阴极放电实验中研究过 ^{173}镱$^{+}$。 [22]我们实验的工作原理示意图见图1。

与其他稳定的单电离镱同位素相比，^{173}Yb^{+} 具有更多超精细子能级，使激光冷却和态探测更加复杂。因此，在此前的一项单囚禁离子实验 [23]中， ^{173}Yb^{+} 未被纳入 $^2S_{1/2} \to {}^2P_{3/2}$ 跃迁的同位素位移测量。与此同时，其形变原子核和较高的核自旋（$I = 5/2$） [24]使 ^{173}Yb^{+} 作为实现更精确光学钟 [25], 的候选离子及量子计算量子比特的可能性，近来受到越来越多的关注——量子计算 [26]，以及探测新物理的工具 [27]。这些理论设想随后得到了实验研究的跟进，研究人员囚禁并冷却了单个 ^{173}Yb^{+} 离子 [28, 29]。此外，研究人员还对电四极跃迁 $^2S_{1/2} \to {}^2D_{3/2}$ [30] 和电八极跃迁 $^2S_{1/2} \to {}^2F_{7/2}$ [31]进行了高精度光谱测量；在 ^{173}Yb^{+} [25]中，强烈的超精细诱导电偶极贡献有效增强了后者。

实验装置——镱+-锂混合物在离子-中性原子混合阱中制备，如图2 所示，详细描述见参考文献 [32]。为将镱$^{+}$ 离子装入

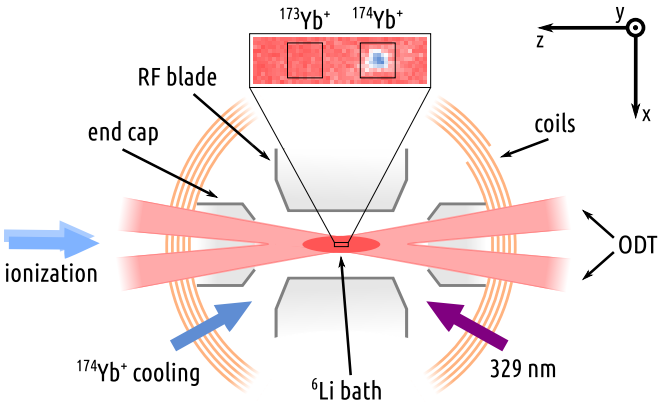


图 2. 装置示意图。激光束聚焦于保罗阱中心，锂原子云被装载到光偶极阱（ODT）中。插图显示了由暗离子（^{173}Yb$^+$ ）和亮离子（^{174}Yb$^+$）组成的双离子晶体的荧光图像。

线性保罗阱，我们采用同位素选择性两步光电离法，使用波长为399 nm的激光器激发中性镱中的 $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ 跃迁，并使用369 nm激光器进行非共振激发，使其进入连续态。第一步中，我们使用两台不同的399 nm激光器，它们的频率相差 ≈ 250 兆赫，以便在 ^{173}镱$^+$ 和 ^{174}镱$^+$ 同位素 [33]之间切换。第二步中，我们使用单台369 nm激光器，该激光器也用于驱动 $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ 镱的多普勒冷却跃迁 ^{174}镱$^+$ 同位素。

每次实验开始时，先装载一个单独的^{174}Yb$^+$ 离子，并将其多普勒冷却至约 0.5 mK；随后用电子倍增电荷耦合器件（EMCCD）相机收集该“亮”离子的荧光。接着，打开 ^{173}Yb$^+$ 光电离激光束的快门，并等待 ^{174}Yb$^+$ 离子沿轴向移离阱中心。这一位移表明，形成了一个由交感冷却的“暗” ^{173}Yb$^+$ 离子构成的双离子晶体。之后，我们在离子阱下方约 20 mm 处的磁光阱（MOT）中制备一团费米子 ^{6}Li原子。我们将原子光泵浦至最低的两个磁子能级 $|F = 1/2,\ m_F = \pm 1/2\rangle$，并将所得等自旋混合物装载到 1070 nm 光偶极阱（ODT）中；该阱由腰斑为 40 μm、交叉位置在离子下方 ≈ 200 μm 的光束形成。在 780 G 磁场下进行强制蒸发冷却后，由于接近 832 G 的费什巴赫共振 [34],，我们获得了约 $2 \times 10^4$6 个温度为 ≈ 5 μK 的锂原子。最后，关闭 ^{174}Yb$^+$ 冷却激光束，使亮离子处于 $^2S_{1/2}$ 基态，并通过压电控制反射镜重新定位光偶极阱，将两个离子浸入^{6}Li原子浴中。我们让原子与离子相互作用 1 s，同时施加一串 329 nm 激光脉冲。

为产生 329 nm 光，我们使用一台频率四倍增的放大二极管激光器。经过第一个倍频腔后，658 nm 光被耦合进一台高带宽光纤电光调制器（EOM），以产生 1–3 GHz 范围内的边带。这些边带通过 Pound-Drever-Hall 技术用于相对于外部超稳光学腔的偏移锁定。倍频腔输出的一部分在进入 EOM 前被分出，并耦合进波长计，以 10 MHz 的不确定度测定倍频光的绝对频率；这对应于四倍频光 20 MHz 的不确定度。波长计使用来自邻近实验室的 689 nm 激光进行校准，该激光锁定在 ^{88}Sr [35] 中的窄线宽 $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ 跃迁上。

实验——我们使用双程配置的声光调制器（AOM），以 210 MHz 的中心频率和 80 MHz 的带宽扫描频率并整形 329 nm 光脉冲。AOM 和 EOM 的信号由双通道微波信号发生器产生，该发生器锁定到来自铷原子钟的 10 MHz 参考信号。我们对 AOM 进行校准，确保频率扫描期间光功率输出恒定。329 nm 光为线偏振光（$\sigma^+ + \sigma^-$），仅驱动 $\Delta m_F = \pm 1$ 跃迁，从而通过对具有相反磁场依赖性的跃迁取平均，消除一阶塞曼频移。量子化轴由沿 y 轴方向施加的磁场确定，该磁场由一对低电感线圈提供。我们在原子-离子相互作用开始时迅速开启线圈，从而产生大小为 2.6 G 的恒定均匀磁场。

对于 329 nm 激光探测，我们使用了 100 个激光脉冲，每个脉冲的宽度为 $\tau_{\mathrm{pulse}} = 15$ μs。重复次数设置得足够多，以便如下文所述，通过态 $^2P_{3/2}$ 的分支比促进粒子衰变至亚稳态 $^2D_{3/2}$ and $^2D_{5/2}$。脉冲长度的选择满足 $\tau_{\mathrm{pulse}} \ll \Gamma^{-1}{}_{\mathrm{L}}$，其中 $\Gamma_{\mathrm{L}} \sim 10^2\ \mathrm{s}^{-1}$ 表示根据测得的原子密度 [9] 估算出的原子与离子之间的朗之万碰撞率。短脉冲可最大限度地减少激光探测期间的原子-离子碰撞，避免此类碰撞通过分子效应使测量光谱变得复杂并展宽。

脉冲之间设定为 10 ms 的间隔，是为了给离子留出时间，使其通过与一个 ^{6}Li 原子发生自旋交换碰撞而冷却回 $F = 3$ 基态。这个过程可避免因 $F' = 3 \rightarrow F = 2$ and$F' = 2 \rightarrow F = 2$ 形式的自发衰变而导致粒子泄漏出 329 nm 循环，其中 F' 表示态 $^2P_{3/2}$ 的总角动量。将其他镱$^+$ 同位素置于 ^{6}Li 中进行的自旋交换测量表明，其速率接近朗之万碰撞率 $\Gamma_{\mathrm{SE}} \sim \Gamma_{\mathrm{L}}$ [9, 13]。我们预计，约化质量 μ 的微小差异不会使不同镱$^+$同位素之间的散射长度产生显著偏差 [9, 36]。例如，$\mu_{6,\ 173}/\mu_{6,\ 171} \sim 1.00039$，因此预计其自旋交换速率与组合 ^{171}Yb$^+$-^{6}Li 中的速率相当。实验中，我们发现将脉冲间隔设为 $>$ 2ms 已足够，这与我们估算的 Γ_{L} 大致相符。

自旋交换会伴随着能量释放给离子，其量值为 $\Delta E_{\mathrm{SE}} \sim h\Delta\nu_{\mathrm{hfs}}\mu_{6,\ 173}/m_{\mathrm{i}}$，其中 h

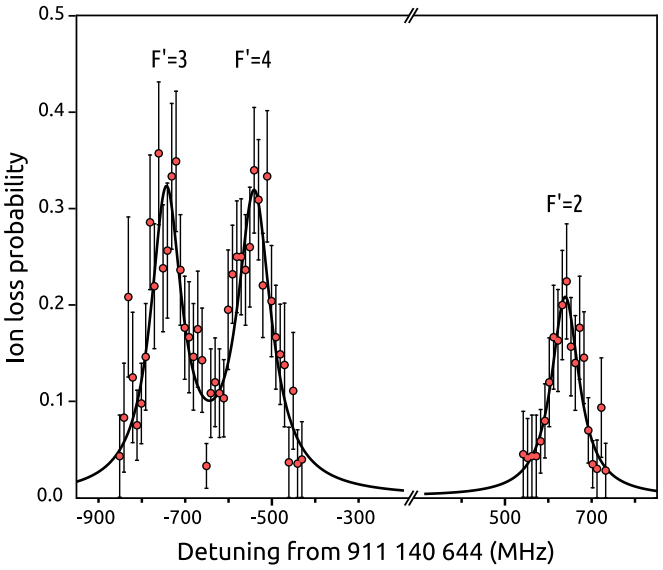


图 3. 从 $F = 3$ 到 $F' = \{2, 3, 4\}$ 的 ^{173}镱$^{+}$ 中 $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ 跃迁的离子损失谱。数据采用洛伦兹函数之和进行拟合。实验数据点表示至少 20 次实验实现的平均值，误差棒表示标准误差。

普朗克常数，$\Delta\nu_{\mathrm{hfs}} = 10491.7$ 兆赫，$^2S_{1/2}$ 基态 [37] 以及 m_{i} 离子的质量。这里，我们忽略了因原子的超精细分裂小得多而导致的能量吸收。能量释放分布在双离子晶体的 6 个自由度上，使温度升高 ~ 3 毫开。原子与离子之间的自旋交换速率在很宽的范围内 [9, 13, 38, 39]，几乎不受碰撞能量影响，因此这种温度升高不会影响后续交换的结果。

在 ^{174}镱$^{+}$ 中测得，从 $^2P_{3/2}$ 到状态 $^2D_{3/2}$ 和 $^2D_{5/2}$ 的分支比分别为 0.17(1) % 和 1.08(5) % [23]。随后，$^2D_{5/2}$态主要衰变至寿命极长的 $^2F_{7/2}$ 态 [40]。离子处于亚稳态时与原子发生碰撞，更有可能导致电荷转移。使用 ^{174}镱$^{+}$，我们测得状态 $^2D_{3/2}$ 和$^2F_{7/2}$的电荷转移速率分别为 $\sim 0.03 \times \Gamma_{\mathrm{L}}$和 $\sim 0.4 \times \Gamma_{\mathrm{L}}$ [20]。相比之下，估计 $^2S_{1/2}$ 基态的电荷转移速率可以忽略不计，$\lesssim 10^{-4} \times \Gamma_{\mathrm{L}}$ [32]。发生电荷转移后，Li^{+} 离子很快便从离子阱中损失，因为其质量较小，无法实现稳定囚禁。随后对 ^{174}镱$^{+}$ 探测离子的位置进行成像，若其位置向阱中心偏移，则表明 ^{173}镱$^{+}$ 离子发生了损失。

结果——在图3 中，我们展示了暗态 ^{173}镱$^{+}$ 离子与原子相互作用后损失的概率随光谱学光频率的变化。我们观察到三个峰，分别对应三个偶极允许的超精细 $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ $F = 3$ $F'=$跃迁：2 $F' = 3$ $F' = 4$ 从 到 ，以及 。

根据测量数据，我们提取了超精细结构常数 A 和 B，并与此前报道的数值一同列于表I中。将峰位拟合到以下表达式，以求得相对于谱线中心的超精细分裂 [41]：

$$\Delta E = C_1 \times A + C_2 \times B, \tag{1}$$

其中

$$C_1 = \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{2}, \tag{2}$$

$$C_2 = \frac{3K(K+1) - 4I(I+1)J(J+1)}{8I(2I-1)J(2J-1)}, \tag{3}$$

A是核磁偶极超精细结构常数，B 是核电四极超精细结构常数，K 则由下式给出

$$K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1). \tag{4}$$

对于总角动量 $J = 3/2$ 和 $F' =$，相应的 $C_1 = \{-13/4, -1/4, 15/4\}$和 $C_2 = \{-2/20, -11/20, 5/20\}$ 为$\{2, 3, 4\}$。

表 I. ^{173}镱$^{+}$的 $^2P_{3/2}$ 态超精细常数。

Ref.	A（兆赫）	B（兆赫）
本研究	-241(1)	1460(8)
[22]$_{\mathrm{Experiment}}$	-245(9)	1460(50)
[42]$_{\mathrm{Experiment}}$	-255(30)	18(3)
[43]$_{\mathrm{Theory}}$	-88.973	1839.779
[44]$_{\mathrm{Theory}}$	-107	1780

估算常数的不确定性源于拟合误差。每次峰值测量约需 6 小时，并在不同日期进行；在此期间，参考腔的漂移（$\sim$ 4 千赫兹/天）被认为可以忽略。峰值振幅的差异可能是由原子-离子重叠和 329 nm 激光功率的日间波动所致。考虑基态超精细分裂 $\Delta\nu_{\mathrm{hfs}}$后，我们估算 $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ 中心谱线的绝对频率为 911.136272(20) 太赫兹。

在使用 ^{173}镱$^{+}$ 离子进行测量之前，我们使用 ^{171}镱$^{+}$ 同位素验证了我们的方法，随后在没有原子的情况下进行了参考光谱测量。对于这些仅离子测量，我们将单个 ^{171}镱$^{+}$ 离子囚禁并使用 369 nm 和 935 nm 激光器（再泵浦）进行多普勒冷却。通过频率为 14.74 吉赫兹和 2.11 吉赫兹的谐振电光调制器，跨越了该$^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ 跃迁的超精细分裂。同样，通过频率为 3.07 吉赫兹的谐振电光调制器，跨越了再泵浦 $^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ 跃迁的超精细分裂，从而有效闭合冷却循环（见图 4 （a））。

我们以相同的$\tau_{\mathrm{pulse}} = 15$ μs施加 100 个 329 nm 激光脉冲，并用相机监测离子荧光，以探测其是否被搁置到

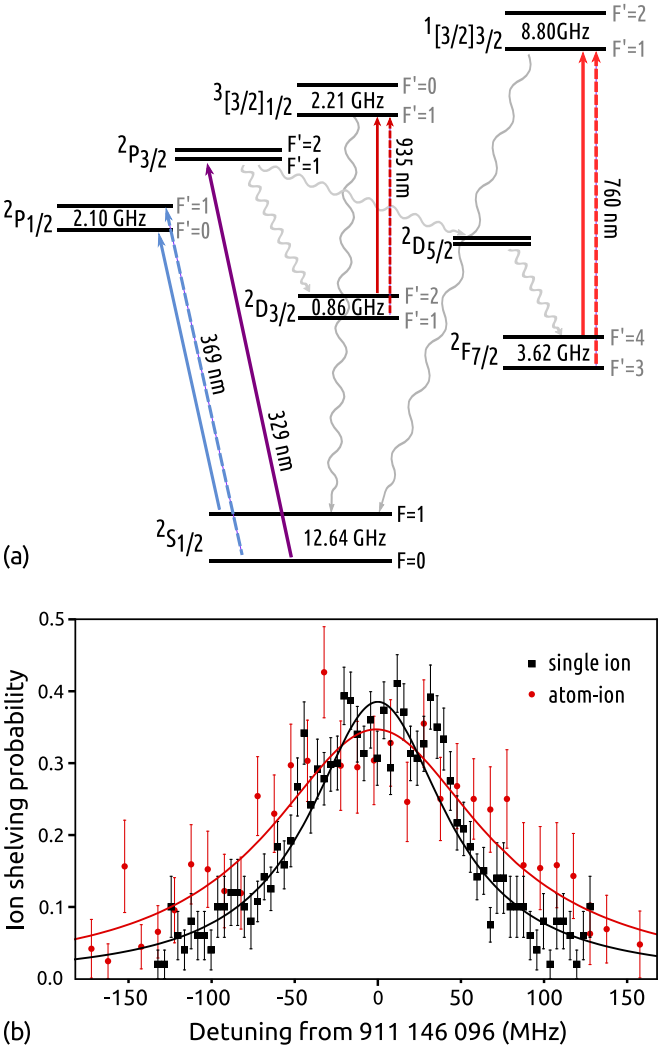


图4. (a) $^{171}Yb^+$ 中的能级及相关跃迁（未按比例绘制）。直线表示由激光器诱导的过程，波浪线表示自发辐射过程。(b) $^{171}Yb^+$中从 $F = 0$ 到 $F' = 1$的 $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ 跃迁的频率扫描：单离子（黑色）和存在原子时（红色）。数据采用洛伦兹函数拟合。实验数据点为至少20次实验实现的平均值，误差棒表示标准误差。

$^2F_{7/2}$ 态。与原子辅助测量不同， $F = 0$ 和 $F = 1$ 基态子能级之间的耦合由 369 nm冷却光提供：每次光谱脉冲后，通过光学抽运使离子进入 $F = 0$ 态。具体做法是在关闭 14.74 吉赫兹电光调制器的同时，启用 2.10 吉赫兹电光调制器。若成功探测到暗态，我们便用波长接近 760 nm 的二极管激光器激发 $^2F_{7/2} \rightarrow {}^1[3/2]_{3/2}$ 跃迁，使离子回到基态；该激光器耦合至一个光纤电光调制器。施加频率为3.62吉赫兹的各个音调后，我们能够耗尽 $^2F_{7/2}$ 流形中的两个超精细态 $F = 3$ 和 $F = 4$ 的布居数。

图中绘出了声光调制器驱动频率对应的暗态布居数，所测量的是 $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ 跃迁，在^{171}镱$^+$ 中从 $F = 0$ 到 $F' = 1$ 的结果，见图4 (b)。图中还给出了使用由 ^{171}镱$^+$ 和^{174}镱$^+$ 离子与锂原子组成的双离子晶体进行的电荷交换测量结果，其中 ^{171}镱$^+$ 离子充当所关注的暗离子。可以得出结论：两个峰的中心在拟合不确定度范围内重合。存在原子时，共振线宽显著增宽：兆赫，而 50 ± 5 兆赫。该增宽可能归因于非弹性原子-离子碰撞后的动能释放，以及激光探测期间发生的碰撞。单离子测得的共振宽度对应于光谱光的饱和参数 $s \approx 7.6$。在此估算中，我们采用了文献 [45]中报告的 $^2P_{3/2}$ 能级的寿命，$\tau = 7.23$ 纳秒。

结论——我们的超精细常数结果与文献 [22] 中的实验结果一致，且精度更高。文献 [22], 的作者认为，文献 [42] 中 B相差两个数量级，是因为该实验的光谱分辨率相当有限。与此同时，实验结果与文献 [43] （相对论耦合簇计算）和文献 [44] （多体微扰理论计算）的理论预测存在偏差。这种差异可能源于难以模拟 $^2P_{3/2}$ 态与4f ^{13}5d6s组态之间的强混合，尤其是与其能级接近的 $^3[3/2]_{3/2}$ 态 [46]。在考虑涉及亚稳态 $^2F_{7/2}$ 和 $^3[3/2]_{5/2}$ [25, 31, 47]的钟跃迁中的超精细诱导电偶极贡献时，这一效应的大小可能十分重要。

我们的工作凸显了超冷缓冲气体在囚禁离子精密光谱学中的潜力。对于具有密集低能精细结构或超精细结构的原子离子，这种技术尤其值得关注，因为原子能够有效地将这些离子制备到基态。某些分子离子或负离子也可以纳入考虑，前提是分子基态下与超冷缓冲气体发生的化学反应受到充分抑制 [4, 7, 8, 48–51]。此外，这套装置还可推广用于研究超冷原子与除常用的碱土金属离子和类碱金属离子之外的其他离子种类之间的相互作用所产生的量子动力学 [7]。

致谢——感谢 Florian Schreck 团队提供锶 689 nm 激光器用于波长校准。感谢 Jook Walraven 对稿件提出意见，也感谢 Nella Diepeveen 测量超稳腔漂移。本研究得到荷兰研究理事会资助（资助编号：680.91.120、VI.C.202.051 和 680.92.18.05）。

[1] W. M. Itano、J. C. Bergquist、J. J. Bollinger 和 D. J. Wineland，Phys. Scr. T59，106（1995）。[2] D. Gerlich，Phys. Scr. T59，256（1995）。[3] N. Bhatt、K. Kato 和 A. C. Vutha，Phys. Rev. A 100，013401 2019( )。[4] E. R. Hudson，Phys. Rev. A 79，032716（2009）。[5] C. Zipkes、S. Paltzer、C. Sias 和 M. K¨ohl，464，388（2010）。[6] S. Schmid、A. H¨arter 和 J. H. Denschlag，Phys. Rev. Lett. 105，133202（2010）。[7] M. Tomza、K. Jachymski、R. Gerritsma、A. Negretti、T. Calarco、Z. Idziaszek 和 P. S. Julienne，Rev. Mod. Phys. 91，035001（2019）。[8] M. Deiß、S. Willitsch 和 J. Hecker Denschlag，自然物理 20，713–721（2024）。[9] T. Feldker、H. F¨urst、H. Hirzler、N. V. Ewald、M. Mazzanti、D. Wiater、M. Tomza 和 R. Gerritsma，自然物理 16，413–416（2020）。[10] J. Schmidt、P. Weckesser、F. Thielemann、T. Sch¨atz 和 L. Karpa，Phys. Rev. Lett. 124，053402（2020）。[11] L. Ratschbacher、C. Sias、L. Carcagni、J. M. Silver、C. Zipkes 和 M. K¨ohl，Phys. Rev. Lett. 110，160402（2013）。[12] T. Sikorsky、Z. Meir、R. Ben-shlomi、N. Akerman 和 R. Ozeri，Nat. Comm. 9，920（2018）。[13] H. F¨urst、T. Feldker、N. V. Ewald、J. Joger、M. Tomza 和 R. Gerritsma，Phys. Rev. A 98，012713（2018）。[14] P. Weckesser、F. Thielemann、D. Wiater、A. Wojciechowska、L. Karpa、K. Jachymski、M. Tomza、T. Walker 和 T. Schaetz，自然 600，429（2021）。[15] O. Katz、M. Pinkas、N. Akerman 和 R. Ozeri，自然物理 18，533–537（2022）。[16] M. Tomza 和 M. Lisaj，Phys. Rev. A 101，012705（2020）。[17] L. Ratschbacher、C. Zipkes、C. Sias 和 M. K¨ohl，Nat. Phys. 8，649（2012）。[18] S. Haze、R. Saito、M. Fujinaga 和 T. Mukaiyama，Phys. Rev. A 91，032709（2015）。[19] R. Saito、S. Haze、M. Sasakawa、R. Nakai、M. Raoult、H. D. Silva、O. Dulieu 和 T. Mukaiyama，Phys. Rev. A 95，032709（2017）。[20] J. Joger、H. F¨urst、N. Ewald、T. Feldker、M. Tomza 和 R. Gerritsma，Phys. Rev. A 96，030703(R)（2017）。[21] X. Xing、P. Weckesser、F. Thielemann、T. J´on´as、R. Vex- iau、N. Bouloufa-Maafa、E. Luc-Koenig、K. W. Madison、A. Orb´an、T. Xie、T. Schaetz 和 O. Dulieu，《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》57，245201 2024( )。[22] R. Berends 和 L. Maleki，《美国光学学会杂志B》9，332（1992）。[23] T. Feldker、H. F¨urst、N. V. Ewald、J. Joger 和 R. Ger- ritsma，Phys. Rev. A 97，032511（2018）。[24] D. Xiao、J. Li、W. C. Campbell、T. Dellaert、P. McMillin、A. Ransford、C. Roman 和 A. Derevianko，《物理评论A》102卷，022810（2020）。[25] V. A. Dzuba 和 V. V. Flambaum，Phys. Rev. A 93，052517 2016( )。[26] D. T. C. Allcock、W. C. Campbell、J. Chiaverini、I. L. Chuang、E. R. Hudson、I. D. Moore、A. Ransford、C. Roman、J. M. Sage 和 D. J. Wineland，Appl. Phys. Lett. 119，214002（2021）。

[27] V. A. Dzuba 和 V. V. Flambaum，《物理评论A》83卷，052513 2011年( )。[28] C. Roman，*Expanding the $^{171}Yb^{+}$ Toolbox: The $^{2}F^{o}_{7/2}$ State as Resource for Quantum Information Science*（加利福尼亚大学洛杉矶分校，2021年)。[29] T. Dellaert，*Metastable States Magic Polarization and Hyperfine Spectroscopy in $^{171}Yb^{+}$ and $^{173}Yb^{+}$*，，（加利福尼亚大学洛杉矶分校，2025年）。[30] J. Jiang、A. V. Viatkina、S. JK、M. Steinel、M. Filzinger、E. Peik、S. G. Porsev、M. S. Safronova、A. Surzyhkov 和 N. Huntemann，《物理评论快报》136卷，023001（2026年）。[31] J. Yu、A. Prakash、C. Zyskind、I. A. Biswas、R. Kaewuam、P. Phoonthong 和 T. E. Mehlst¨aubler，《物理评论快报》136卷，023002（2026年）。[32] H. Hirzler、T. Feldker、H. F¨urst、N. V. Ewald、E. Trimby、R. S. Lous、J. D. Arias Espinoza、M. Mazzanti、J. Joger 和 R. Gerritsma，《物理评论A》102卷，033109（2020年）。[33] D. Das、S. Barthwal、A. Banerjee 和 V. Natarajan，《物理评论A》72卷，032506（2005年）。[34] G. Z¨urn、T. Lompe、A. N. Wenz、S. Jochim、P. S. Juli- enne 和 J. M. Hutson，《物理评论快报》110卷，135301（2013年）。[35] I. Courtillot、A. Quessada-Vial、A. Brusch、D. Kolker、G. D. Rovera 和 P. Lemonde，《欧洲物理学杂志D：原子、分子、光学与等离子体物理》33，161（2005年）。[36] M. Tomza、C. P. Koch 和 R. Moszynski，《物理评论A》91卷，042706（2015年）。[37] A. M¨unch、M. Berkler、C. Gerz、D. Wilsdorf 和 G. Werth，《物理评论A》35卷，4147（1987年）。[38] T. Sikorsky、M. Morita、Z. Meir、A. A. Buchachenko、R. Ben-shlomi、N. Akerman、E. Narevicius、T. V. Tscher- bul 和 R. Ozeri，《物理评论快报》121卷，173402（2018年）。[39] R. Cˆot´e 和 I. Simbotin，《物理评论快报》121卷，173401（2018年）。[40] P. Taylor、M. Roberts、S. V. Gateva-Kostova、R. B. M. Clarke、G. P. Barwood、W. R. C. Rowley 和 P. Gill，《物理评论A》56卷，2699（1997年）。[41] A. Corney，*Atomic and laser spectroscopy*（牛津克拉伦登出版社，1978年)。[42] K. Krebs 和 H. Nelkowski，《物理学杂志》f¨ur Physik **145**, 543 1956 ( )。[43] B. K. Mani 和 D. Angom，《物理评论A》83卷，012501（2011年）。[44] A.-M. M¨artensson-Pendrill、D. S. Gough 和 P. Han- naford，《物理评论A》49卷，3351（1994年）。[45] E. Bi´emont、J. Dutrieux、I. Martin 和 P. Quinet，《物理学B：原子、分子与光学物理》31，3321（1998年）。[46] S. G. Porsev、M. S. Safronova 和 M. G. Kozlov，《物理评论A》86卷，022504（2012年）。[47] Z. E. D. Ackerman、A. C. Quevedo、I. Maran、L. P. H. Gallagher、R. J. C. Spreeuw、J. C. Berengut 和 R. Ger- ritsma，“Yb^{13}5的4f^{+}d6s组态中的长寿命亚稳态”，（2026 2603 04250 ），[ ] arXiv: . physics.atom-ph。[48] F. H. J. Hall 和 S. Willitsch，《物理评论快报》109卷，233202 2012年( )。[49] J. Deiglmayr、A. G¨oritz、T. Best、M. Weidem¨uller 和 R. Wester，《物理评论A》86卷，043438（2012年）。[50] A. Mohammadi、A. Kr¨ukow、A. Mahdian、M. Deiß，

J. P´erez-R´ıos、H. da Silva、M. Raoult、O. Dulieu 和 J. Hecker Denschlag，《物理评论研究》**3**，013196（2021年）。[51] S. Patel、D. Sardar、J. Saraladevi、M. Tomza 和 K. R. Brown，“冷态电荷交换动力学碰撞 $^{40}CaH^{+}$ 和 ^{39}K，”(2026 2602 09142)，arXiv:.physics.atom-ph[ ]。